

УДК 622.831.3:531.36
№ держреєстрації 0109U002814
Інв. №

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Державний вищий навчальний заклад
Національний гірничий університет
(Державний ВНЗ «НГУ»)**

49005, м. Дніпропетровськ, пр. К.Маркса, 19;
тел./факс (0562) 47-32-09; телекс 143457 «AGAT SU»
E-mail: Shevchsergey@gmail.com

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи,
д-р техн. наук, проф.
О.С. Бешта

З В І Т
про науково-дослідну роботу
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОГНОЗУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ
СКЛАДНОСТРУКТУРНОГО ПОРОДНОГО СЕРЕДОВИЩА
НАВКОЛО ВИРОБОК ШЛЯХОМ АНАЛІЗУ ШТУЧНИХ
АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ

(заключний)

ГП-421

Начальник НДЧ,
канд. техн. наук, доц.

Р.О.Дичковський

Науковий керівник,
зав. кафедри БГМ,
д-р техн. наук, проф.

О.М.Шашенко

2011

Рукопис закінчено __ грудня 2011 р.
Результати цієї роботи розглянуто Науково-технічною Радою ДВНЗ
НГУ,
Протокол №__ від _____ 2011р.

СПИСОК АВТОРІВ

Науковий керівник,
д-р техн. наук, проф.

О.М.Шашенко
(розділ 4, 5, передмова)

Пр. наук. спів.
д-р техн. наук, проф.

О.О.Сдвижкова
(розділ 1, 4, 6)

Пр. наук. спів.
канд. техн. наук,

Є.В. Масленніков
(розділ 1, 2, 3, 7, 8)

Ст. наук. спів.
канд. техн. наук,

Ю.М. Головка
(розділ 1, 2, 3)

Лаборант

І.В. Кондратюк
(розділ 2, 3)

Аспірант

М.С.Мачула
(розділ 7, 8, оформлення)

Нормоконтролер

Л.С. Шломіна

Реферат

Звіт про НДР: 230 с., 89 рис., 1 табл., 81 джерела, 5 додатків

Метою роботи є встановлення критеріїв оцінки напруженого стану складноструктурного породного середовища та головних параметрів амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) акустичного сигналу, що є теоретичною основою контролю та прогнозування граничного напруженого стану масиву навколо виробок шляхом аналізу штучних акустичних коливань і є підставою для розробки методики і апаратури акустичного контролю та прогнозу катастрофічних явищ при підземному видобутку корисних копалин.

Проведено запис, оцифрування та накопичення даних на шахтах «Краснолиманська» та ім. О.О. Скочинського, за тривалий час спостережень (2008-2011р.).

Розроблена математична модель розповсюдження коливань у вугільному пласті з урахуванням неоднорідності акустичних властивостей, обумовлених неоднорідним напруженим станом привибійної області масиву.

Аналіз отриманого аналітичного рішення дозволив встановити наявність областей в яких амплітуда коливань значно перевищує амплітуду зовнішнього навантаження. Встановлено, що області підвищених амплітуд коливань мають місце як при кінематичному, так і при силовому навантаженні.

Визначені частоти при яких має місце підвищення амплітуд й ступеня такого підвищення в залежності від довжини та відносної акустичної жорсткості ділянки неоднорідності.

Показано, що зміна довжини та відносної акустичної жорсткості ділянки неоднорідності призводить до зміни амплітудно-частотних коливань, що розповсюджуються в пласті.

Побудована математична модель описує процес як задачу про збудження пружного середовища з початковими (можливо не кінцевими) деформаціями. Процес описується в змінних актуального (початково-деформованого) стану і (після відділення часу) зводиться до рівняння рівноваги та граничних умов, записаних за допомогою несиметричного тензору другого рангу у свою чергу вираженим через тензор початкових і поточних (додаткових) напружень.

У найбільш простому вигляді задача розглядається для стрижня з кусково-постійним деформованим станом. З метою моделювання особливостей розповсюдження коливань у напруженому середовищі проведено дослідження акустичних характеристик складених стержневих систем. Встановлені особливості зміни амплітуд коливань, що виповнені кінематичним навантаженням на торці, при зміні початкового статичного навантаження.

Проведений аналіз інформації, що отримана в шахтних умовах за тривалий час спостережень та по результатах лабораторних досліджень із застосуванням розроблених методик обробки сигналів. Розпізнано ряд зон в масиві, які можна інтерпретувати як підхід до геологічного порушення, з точки зору міри неоднорідності вуглепородного масиву усередині пройдених порушень, зони можна розподілити між собою на стабільно неоднорідні, та які характеризуються наявністю широкого діапазону неоднорідностей.

СКЛАДНО-СТРУКТУРНЕ ПОРОДНЕ СЕРЕДОВИЩЕ, ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНА МОДЕЛЬ, АКУСТИЧНА ЖОРСТКІСТЬ, АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКА

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
1 АНАЛІЗ СТАНУ ПРОБЛЕМИ ПРОГНОЗУВАННЯ ГРАНИЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОГО МАСИВУ ПРИ ПІДЗЕМНОМУ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН НА СУЧАСНИХ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ ГІРНИЧОВИДОБУВНИХ ПІДПРИЄМСТВАХ.....	11
1.1 Природні і причини виникнення ГДЯ.....	11
1.2 Критерії і методи оцінки і прогнозу викидонебезпечності	18
1.3. Прогноз викидонебезпечності вугільних пластів по параметрах штучного акустичного сигналу.....	23
1.4. Підвищення надійності прогнозу газодинамічних явищ у вугільних шахтах.....	28
1.5 Висновки	31
2 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ШАХТНИХ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	33
2.1 Аналіз натурних вимірювань.....	33
2.2 Проведення поточних спостережень, обробка і аналіз інформації, що зібрана в ході натурних вимірювань.....	37
2.3 Перелік основних параметрів процесу розповсюдження акустичних коливань в породному середовищі та методів їх виділення із структури сигналу.....	40
2.4. Метод Фур'є-аналізу структури коливальних процесів.....	46
2.5 Висновки.....	59
3 ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В СКЛАДНОСТРУКТУРНИХ НАПРУЖЕНИХ СИСТЕМАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТАРНИХ МОДЕЛЕЙ ТА НАВАНТАЖЕНЬ.....	61
4 ОБГРУНТУВАННЯ ФІЗИЧНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ У НАПРУЖЕНОМУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОМУ ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	63
4.1 Математична модель коливань в напівнескінченному стрижні	63
4.2 Аналіз розв'язку.....	67
4.3 Інтерпретація змін амплітудно-частотної характеристики коливань в околі виробки на основі моделі коливань в напівнескінченному стрижні.....	75
4.4 Висновки	78
5 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В ЗАЗДАЛЕГІДЬ НАВАНТАЖЕНИХ СЕРЕДОВИЩАХ....	79

5.1 Рівняння нелінійної динамічної теорії пружності	79
5.2 Співвідношення пружності	84
5.3 Лінеаризовані рівняння теорії пружності з урахуванням початкового напруження.....	89
5.4 Основні співвідношення теорії пружності з початковим напруженням з однорідними початковими умовами.....	94
5.5 Формулювання задач динамічної лінеаризованої теорії пружності з початковими напруженнями	100
5.6 Визначення фазових швидкостей гармонійних хвиль в початково-деформованому твердому середовищі.....	104
5.7 Висновки.....	111
6 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В СКЛАДНИХ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМАХ, ЯК АНАЛОГА МОДЕЛІ СКЛАДНОСТРУКТУРОВАНОГО ПОРОДНОГО СЕРЕДОВИЩА	112
6.1 Постановка і вирішення задачі про розповсюдження коливань в складному нескінченному стрижні.....	112
6.2 Дослідження акустичних характеристик складних стрижневих систем.....	114
6.3 Висновки.....	125
7 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ У НАПРУЖЕНОМУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОМУ ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ У ВИГЛЯДІ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ПАРАМЕТРІВ АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІД НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПОРОДНОГО СЕРЕДОВИЩА.....	126
7.1 Аналіз характеристик і параметрів адекватності спектральної математичної моделі.....	127
7.2 Аналіз хвильового пакету акустичного сигналу, що поширюється в дисперсійному середовищі.....	134
7.3 Висновки	138
8 ВЕРИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ШЛЯХОМ ОРГАНІЗАЦІЇ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ В ЛАБОРАТОРНИХ І ШАХТНИХ УМОВАХ	139
8.1 Експериментальні лабораторні дослідження щодо визначення параметрів розповсюдження акустичних коливань.....	139
8.1.1 Методика проведення досліджень.....	139
8.1.2 Умови проведення досліджень.....	139
8.1.3 Обладнання та матеріали.....	140
8.1.4 Порядок виконання роботи.....	142
8.1.5 Теоретичні посилання використаної методики обробки сигналу в лабораторному експерименті. Принципи когерентного накопичення сигналу	142
8.1.6 Кореляційний спосіб когерентного накопичення сигналу.....	144

8.1.7 Фільтровий спосіб когерентного накопичення сигналу.....	150
8.1.8 Ефективність та характеристики визначення когерентного накопичення сигналу згідно з результатами лабораторних досліджень.....	154
8.1.9 Висновки	165
8.2 Шахтні дослідження щодо розповсюдження акустичних коливань у складноструктурному породному середовищі.....	166
8.2.1 Розробка методик проведення шахтних вимірювань.....	166
8.2.2 Методика проведення акустичних спостережень.....	175
8.2.3 Проведення поточних спостережень. Обробка та аналіз інформації, зібраної у ході натурних вимірювань.....	176
8.2.4 Висновки.....	196
ВИСНОВКИ.....	198
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	204
ДОДАТОК А Звіт про патентні дослідження.....	211
ДОДАТОК Б Справка о внедрении результатов работы	224
ДОДАТОК В Витяг з протоколу № засідання кафедри будівництва і геомеханіки.....	225
ДОДАТОК Г Витяг з протоколу засідання секції Науково-технічної ради НГУ за науковим напрямом «Прогресивні технології видобудку і переробки корисних копалин».....	227
ДОДАТОК Д Рецензія на НДР.....	230

ВСТУП

Зростання глибини розробки корисних копалин, проведення робіт на родовищах зі складними гірничо-геологічними умовами, зростання протяжності та поперечного перерізу підземних виробок призводить до більш інтенсивного прояву гірського тиску з катастрофічними наслідками.

Важливим питанням забезпечення стійкості виробок та попередження катастрофічних проявів гірського тиску є оперативний прогноз аномальних зон напружено-деформованого стану (НДС) породного масиву, які виникають в процесі підземного видобутку корисних копалин – зони опорного тиску очисних вибоїв, зони концентрацій напружень навколо ціликів, зони тектонічних порушень та ін.

Можливим ефективним та надійним методом оперативного прогнозу НДС масиву є метод акустичного контролю. Цей підхід до оцінки НДС неторканої частини породного масиву за допомогою активного зондування акустичними сигналами є значно простішим, як в частині забезпечення обчислювальним апаратом, так і в частині отримання оперативної інформації. В порівнянні з існуючими локальними способами прогнозу стану неторканого масиву, використання акустичних коливань в якості елемента зондування протягом кількох років його експлуатації підтверджують достовірність методу та його високу технологічність. Принцип роботи методу та параметри способу засновані на значному експериментальному матеріалі. Суттєвим недоліком цього методу є відсутність теоретичних підстав щодо оцінки напруженого стану неторканого породного середовища, що обмежує можливість його використання для широкого спектру задач оперативного контролю та прогнозу в технологічному комплексі гірничовидобувних підприємств.

Задачі розпізнавання зон підвищених напружень навколо виробки є невід'ємною частиною технологій ведення видобувних робіт в умовах небезпеки розвитку катастрофічних явищ. Локальний характер раптового

викиду вугілля і газу, як найбільш характерного катастрофічного газодинамічного явища, і підвищення ймовірності його розвитку з глибиною розробки обумовлюють необхідність створення методів прогнозу, що базуються на нових принципах. Пов'язане це з тим, що локальні засоби оперативної оцінки стану неторканого масиву, що існують та застосовуються на цей час, у значній мірі втратили свою вірогідність, оскільки вони чи засновані на проникненні в породний масив, що призводить до зміни його природного напруженого стану, чи не враховують зміни механічного стану гірських порід при сучасних глибинах розробки.

Тенденція до використання акустичних коливань як інформативного параметру, найбільш близько підходить до рішення проблеми прогнозування викидонебезпечних зон, оскільки можна вважати встановленим факт взаємодії енергії цих коливань з потенційною енергією, яка зосереджена у приконтурній області пласта, що при визначеному її рівні може призводити до катастрофічних наслідків.

Науковцями кафедри будівництва і геомеханіки розроблений метод та оригінальна апаратура безперервного акустичного контролю стану породного масиву, які були внесені до переліку нормативних засобів контролю. Тривале використання апаратури на шахтах України та Росії підтвердили його надійність та ефективність щодо прогнозу викидонебезпечності вугільних пластів.

В останні роки отримані позитивні результати застосування апаратури для прогнозування зон аномальних концентрацій напружень при проходженні виробок по викидонебезпечним піщаникам, в зонах геологічних порушень, для автоматичного управління роботою прохідницьких та очисних комбайнів. Надійність методу та апаратури акустичного контролю, ефективність, універсальність та сумісність з іншими технічними засобами дозволяють розглядати даний напрямок, при умовах теоретичного обґрунтування основних параметрів розповсюдження акустичних коливань у складноструктурному породному масиві, як основний для розробки

автоматизованих систем геомеханічного моніторингу при підземному видобутку корисних копалин.

Ідея розробки методу оперативного прогнозу зон аномальних напружень, що призводить до катастрофічних проявів гірського тиску під час проведення гірничих робіт, складається на врахуванні НДС в хвильовому рівнянні, що описує розповсюдження пружних коливань в складноструктурному масиві. В основі реалізації ідеї закладені перевірені на практиці залежності параметрів акустичного сигналу (зокрема його АЧХ) від рівня НДС породного масиву.

Подальший розвиток методу оперативного прогнозу на основі використання акустичних коливань в якості носія інформації про НДС породного масиву потребує встановлення закономірностей розповсюдження звукових хвильових полів у гранично навантажених складноструктурних твердих тілах, що дозволить його широке застосування для створення систем геомеханічного моніторингу масиву під час проведення гірничопрхідницьких та видобувних робіт.

Таким чином, метою роботи є встановлення критеріїв оцінки напруженого стану складноструктурного породного середовища та головних параметрів амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) акустичного сигналу, що є теоретичною основою контролю та прогнозування граничного напруженого стану масиву навколо виробок шляхом аналізу штучних акустичних коливань і є підставою для розробки методики і апаратури акустичного контролю та прогнозу катастрофічних явищ при підземному видобутку корисних копалин.

Об'єкт дослідження – процес розповсюдження акустичних коливань в складноструктурних напружених середовищах.

Предмет дослідження – параметри амплітудно-частотної характеристики акустичних коливань, що є показниками напруженого стану породного масиву.

Складові об'єкту дослідження – складноструктурний породний масив та акустичні коливання, що розповсюджуються крізь нього, являють собою надто складні системи, окреме описання яких вже призводить до значних ускладнень. Безпосереднє аналітичне описання не має однозначного рішення. Тому для вирішення окремих виробничих задач використовують різні методи моделювання, що дозволяє наблизити отримані рішення до прийняттого результату та інженерного застосування. Таким чином, основним підходом до вирішення поставленої в проекті мети є застосування методів моделювання з використанням адекватних простих моделей у вигляді стрижньових систем, які моделюють складноструктурний породний масив, що навантажені зовнішніми силами – еквівалентними складному напруженому стану реального масиву. Розроблена математична модель повинна відображати її фізичний аналог та описувати хвильовий процес у попередньо навантаженій стрижньовій системі.

В якості методів дослідження хвильових процесів передбачається застосування апробованих методів амплітудно-частотного та морфологічного аналізу сигналів, методи моделювання акустичних полів, спеціалізовані експериментальні зразки для проведення вимірювань.

Робота виконується в рамках комплексної галузевої програми РН.Ц.001 “Удосконалення технічної бази паливно-енергетичного комплексу та підвищення ефективності використання енергоресурсів” та пріоритетного напрямку розвитку науки і техніки України № 4 “Екологічно чиста енергетика та ресурсозберігаючі технології” відповідно плану найважливіших держбюджетних робіт Міністерства освіти і науки України за програмою № 20 “Розробити і впровадити ресурсозберігаючі та екологічно чисті технології видобутку та переробки вугілля”.

Робота виконується згідно наказу по Міністерству освіти і науки України від “17” жовтня 2008 р. № 1043.

1 АНАЛІЗ СТАНУ ПРОБЛЕМИ ПРОГНОЗУВАННЯ ГРАНИЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОГО МАСИВУ ПРИ ПІДЗЕМНОМУ ВИДОБУТКУ КОРИСНИХ КОПАЛИН НА СУЧАСНИХ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ ГІРНИЧОВИДОБУВНИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

1.1 Природні фактори і причини виникнення газодинамічних явищ

Викид вугілля і газу є найбільш складним зі всіх гірничих явищ і є руйнуванням вугільного масиву, що швидко розповсюджується під дією газового тиску попереду вибою виробки і винесення зруйнованого вугілля в газовому потоці. Сила цього явища вимірюється кількістю викинутого вугілля і змінюється від декількох тонн до декількох сотень або навіть тисяч тонн. Після найбільш крупного викиду в Донбасі було викинуто 14 тис. т вугілля. Газ в продуктах викиду зазвичай представлений метаном, хоча в деяких зарубіжних країнах (зокрема, в Польщі) – вуглекислим газом. Кількість метану, що викидається, вимірюється кубічними метрами і зазвичай в 15...40 разів перевищує кількість вугілля, що викидається. Кількість викинутого метану може досягати десятків і навіть сотень кубічних метрів [1].

Наслідками раптових викидів можуть бути [1]: заповнення гірничих виробок викинутим вугіллям впродовж десятків метрів, загазованість виробок по вихідних струменях ділянок і шахти, а також перекидання викинутим метаном свіжих струменів повітря у виробках на великій відстані, аж до поверхні шахти; пошкодження устаткування та кріплення, загибель людей від раптового завалу вугіллям, від задухи і подальших вибухів метану і вугільного пилу, а також від підземних пожеж. Є приклади, коли наслідком раптового викиду була загибель великої кількості людей і вихід з ладу всієї

шахти. Це явище призводить до значного зниження темпів гірничих робіт, продуктивності праці і суттєвого підвищення собівартості видобутку вугілля [1].

Газодинамічні явища (ГДЯ) частіше відбуваються у момент відбою вугілля. Вони зареєстровані в квершлагах, штреках, уклонах, печах, збійках, лавах [2].

Актуальність боротьби з раптовими викидами пояснюється не тільки необхідністю забезпечення безпеки робіт, але й економічними міркуваннями. Переведення пласта в категорію небезпечних призводить до зниження навантаження на лаву до 30...35%, продуктивності праці з видобутку вугілля до 40% і до підвищення собівартості вугілля на 15...40% [3,4].

Існує також єдина класифікація динамічних явищ за даними робочої групи УЕК ООН [3] – табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Єдина класифікація динамічних явищ за даними робочої групи УЕК ООН

Класи динамічних явищ	Гірничі удари	Викиди газу	Викиди вугілля (породи) і газу	Гірничо-тектонічні явища
Види енергії, що беруть участь у формуванні динамічних явищ	Енергія напружених вугілля і порід	Енергія газу	Енергія напруженого вугілля, порід і газу	Енергія напружених вугілля, порід і газу, сейсмічних хвиль

По зовнішніх проявах, небезпеки для людей і збереження гірничих виробок, різні ГДЯ можуть бути схожими, однак механізм їх різний, і для правильного підбору профілактичних і захисних заходів їх слід розрізняти.

Сучасні тенденції розвитку технологій видобутку корисних копалин пов'язані з подальшим ускладненням розрахункових моделей геомеханічних процесів, які протікають у газонасиченому вуглепорідному масиві на великих глибинах, що обумовлене необхідністю урахування різних взаємопов'язаних чинників, багатофазності і неоднорідності вугільних пластів, які містять газ в двофазному стані, – вільному і сорбованому. Причому сорбована газова фаза, за даними численних досліджень [5...8], складає основний резервуар запасів газу у вугіллі і тим самим є визначальним фактором в розв'язуванні газодинамічних проявів гірського тиску при порушенні рівноважного стану вуглепорідного масиву [9]. Загальною ознакою вугленосних районів, в яких відбуваються раптові викиди при розробці пластів, відповідно до [10], є значна загальна тектонічна порушеність вугленосної товщі і її висока газонасиченість. Викиди відбуваються на пластах, що складаються з вугілля різного петрографічного складу з виходом летких від 35% до 3,5%. Найбільш схильні до раптових викидів пласти, вугілля яких відноситься до марок Ж, Д, ОС, П.

За даними роботи [11], вугілля пластів, небезпечних за раптовими викидами, не є особливою категорією вугілля відносно міцнісних властивостей, проте більшість вугільних пластів, небезпечних за викидами, або цілком складаються з сильно тріщинуватого, перем'ятого, порушеного численними площинами ослаблення вугілля, або включають пачки і прошарки сильно порушених тріщинами вугілля або вуглистою аргіліту (більшість небезпечних пластів Центрального району Донбасу).

У роботі [12], із посиланням на роботи [13, 14], викладена гіпотеза природи і механізму викидів породи і газу. Відповідно до неї викид стає можливим при незмінному напруженому стані лише при певній здатності породи чинити опір відриву, тобто першу умову викидонебезпечності B можна сформулювати таким чином:

$$B = f(\sigma_p), \quad (1.1)$$

де σ_p – величина тимчасового опору розтягуванню.

Далі, в роботі [12], із посиланням на [15], запропоновано поняття «Показник крихкості» і встановлено, що у викидонебезпечних пісковиках він в середньому складає 15. У глинистих і піскуватих сланців він зазвичай дорівнює 3...6, у вапняків – 7...9. Виходячи з цього, в роботі [12] запропонована друга умова викидонебезпечності:

$$B = \varphi(X_n), \quad (1.2)$$

де X_n – показник крихкості $X_n = \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p}$.

Третя умова викидонебезпечності [12] ґрунтується на положенні, що руйнування у формі викиду породи можливо за наявності граничного напруженого стану. Тобто третя умова викиду має наступний вигляд [28]:

$$B = \psi(\sigma_{cp}), \quad (1.3)$$

де $\sigma_{cp} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$.

Далі, як наведено в [12], окрім гравітаційних сил (P_B), що обумовлюють напруженість породного масиву, існують сили тиску газу, який є в порях порід (P_r), тектонічні сили (P_T) і сили, обумовлені наявністю менш очевидних і слабо вивчених чинників (P_X). Отже:

$$\sigma_{cp} = F(P_B, P_r, P_T, P_X). \quad (1.4)$$

У загальному вигляді, викидонебезпечність за даними роботи [12] пропонується визначати за комплексом умов-чинників, і в загальному вигляді умова викидонебезпечності формулюється в наступному вигляді:

$$B = \Phi(\sigma_p, X_n, \sigma_{cp}). \quad (1.5)$$

Відповідно до [16], гіпотези, в яких гірський тиск розглядається як безпосередня причина катастрофічних руйнувань масиву, не дають відповідей на питання про механізм ГДЯ в забоях підготовчих виробок і про причини ефективності способів боротьби з викидами, оснований на зменшенні міцності гірських порід. Крім того, з цих позицій неможливо пояснити випадки викидів окремих пачок вугільних пластів і навіть вуглистих сланців без всяких видимих руйнувань масиву в околиці порожнин, що утворюються.

Наведений в роботі [12] аналіз поширення викидонебезпечних пластів зонами різного ступеня метаморфізму дозволив встановити [17] достатньо надійну залежність статистичної вірогідності викидонебезпечності (P_i) пласта від вагового виходу летких речовин (V^r %). На основі цього був зроблений висновок [12] про те, що ваговий вихід летких речовин більше 36% або значення показника електроопору антрацитів $\lg \rho < 3,2$ (значення прийняті з деяким запасом) є двома характеристиками, що визначають відсутність викидонебезпечності:

$$P_i = 0,052V^r - 0,0014(V^r)^2 - 0,145; \quad r = 0,99 \pm 0,02. \quad (1.6)$$

Параболічний характер зв'язку статистичної вірогідності викидонебезпечності пласта і виходу летких речовин пояснюється характером зміни природної газоносності вугільних пластів різного ступеня метаморфізму.

Проведені в роботі [18] дослідження показали, що викидонебезпечність закладена в природних умовах утворення вугілля, але вона може бути сформована і реалізована умовами деформації вугілля безпосередньо при їх видобутку. У обох випадках умови виникнення лавинного руйнування

залежать від дефектності структури вугілля і її зміни в процесі деформації. Найповніше ці умови виявляються при динамічній деформації і при їх вивченні необхідно враховувати дефектність структури вугілля. По даним [3], в місцях локального метаморфізму породи через їх перетворення накопичується напруження (потенційна енергія) у напрямку стиснення, тоді як там, де породи пластичніші, відбудеться повне або часткове вирівнювання компонент . Досягши межі міцності порід, яка в зонах локального метаморфізму нижче, ніж в суміжних з ними, відбудеться крихкий розрив у вигляді невеликого насунення, що збільшується в часі від подальшого горизонтального стиснення і що охоплює вугільний пласт або декілька пластів. При цьому в породах в умовах недоторканого масиву зберігається близько 90% накопиченої потенційної енергії [19]. Очевидно, що цієї енергії може бути достатньо для крихкого руйнування порід і вугілля у вигляді ГДЯ при проведенні гірничих робіт. Саме цим можна пояснювати той факт, що до різного роду геологічних порушень в Донбасі, а також іншим басейнам приурочено понад 70% ГДЯ.

Таким чином, природне формування викидонебезпечності вугільних пластів визначається ступенем метаморфізму вугілля [20]. Ця закономірність – результат залежності комплексу природних явищ від ступеня метаморфізму вугілля. Найважливішими з них є частота викидів, що досягає максимальних значень при $V^{daf} \approx 20\%$; вірогідність виникнення раптового викиду при розробці вугільного пласта, максимум якої сягає при $V^{daf} \approx 19\%$; міцність і пористість вугілля – мінімум їх на V^{daf} приблизно 20 – 26%; природна газоносність, що віднесена до об'єму щільового простору і досягає максимальних значень при $V^{daf} \approx 19\%$; тиск газів викидонебезпечних вугільних пластів, яке має максимальне значення при $V^{daf} \approx 22\%$; склад вищих вуглеводнів у складі газів вугільних пластів, що досягає максимальних значень при V^{daf} близько 24%; зміна молекулярної будови вугілля

Виконані інструментальні дослідження співробітниками МакНДІ [21], довели, що поле у викидонебезпечних і сусідніх з ними безпечних зонах близько до гідростатичного, а залишкова тектонічна в бічних породах викидонебезпечних геологічних порушень відсутня. Правильна оцінка процесів, що відбуваються в масиві, можлива лише після з'ясування того, що в ланцюзі подій є причиною, а що – не викликає сумнівів те, що імпульсний характер руху порід в процесі ГДЯ може бути наслідком руйнування вугілля в привибійній частині пласта і втрати покрівлею опори [16]. Як вказують ряд авторів [22 – 24], в очисних забоях інтенсивність віджиму виявляється у міру посування лави, що пов'язане, перш за все, з циклічністю обвалення (посадки) основної кривлі пласта. Найменший тиск на привибійну частину пласта має місце одразу після обвалення основної покрівлі, і цьому періоду відповідає глибина найменшого віджиму. У міру збільшення довжини зависаючої породної консолі опорний тиск зростає, вугілля руйнується вже в зоні з вищим стисненням, відповідно і збільшується глибина віджиму.

Важливий вплив на характер прояву віджиму, а отже, і на викидонебезпечність привибійної частини пласта надають вміщуючі породи. Якщо виключити виробничі – вибуховий відбій вугілля або переріз пласта підриванням, пов'язані з ініційованими викидами, і створення зон додаткової концентрації (у кутках уступів), то найбільш загальною причиною раптових викидів вугілля і газу є неоднорідність структури вугілля і вміщуючих порід.

Тривалість основної фази викидів, за даними сейсмоакустичних досліджень [25 - 27], змінюється від 1 до 26 при хитному підриванні і від 8 до 47 при видобувних роботах і бурінні, тоді як тривалість гірських ударів змінюється в межах 1 - 3 [28]. Тобто, швидкість руйнування при викидах на порядок менше, чим при крихкому руйнуванні у вигляді гірського удару .

Так, якщо гірський удар відбувається за рахунок вивільнення енергії пружних деформацій сильно напруженого масиву, а прорив пливуну – за рахунок дії газу або води, що насичують ґрунт, то раптові викиди відбуваються за сумісної дії і газу. При цьому складність пізнання

механізму викидів полягає в тому, що роль газу і може виявлятися по-різному залежно від умов вивільнення енергії в масиві і стадії розвитку процесу [29].

На основі шахтних досліджень встановлено [29], що характерною особливістю викидонебезпечних вугільних пластів є висока мінливість довжини області граничного стану пласта попереду забою, щодо періодичного створення високих викидонебезпечних градієнтів і тиску газу в краєвій частині пласта і до зменшення розміру розвантаженої і дегазованої зони.

Існування зворотного зв'язку між схильністю вугільного пласта до обвалення кривлі і вірогідністю розвитку викидонебезпечних ситуацій, що є характерною особливістю шахт Центрального району Донбасу, наголошувалося неодноразово дослідниками. Так, за даними роботи [30], понад 70% викидів зареєстровано на вугільних пластах, де відбулися не більше двох обвалів в очисних виробках, тобто наголошується зв'язок ділянок з найбільш активною газодинамічною небезпекою вугільного масиву з міцними покрівлями. Відмічені факти дозволяють зробити про те, що роль у формуванні викидонебезпечних ситуацій окрім безпосередньо стану самого вугільного масиву і впливу технології виймання вугілля, грають породи, що вміщують пласт, їх монолітність і стійкість.

Створення гірничої виробки в напруженому масиві гірських порід означає, що сили гірського тиску до того розташовувалися хаотично і що компенсували один одного. Система, що утворилася, «порідний масив – виробка» на великих глибинах виявляється сильно віддаленою від своєї механічної рівноваги [31]. Система відновлює втрачену рівновагу шляхом створення в краєвій частині масиву зони розвантаження. Остання створює силу протидії і таким чином відновлює втрачену рівновагу.

1.2 Критерії і методи оцінки і прогнозу викидонебезпечності

У 1928 р. С. Бубнов першим вказав на те, що причину викидів слід шукати не в особливо високій поглинальній здатності вугілля, а в коливаннях швидкості газовиділення з нього. Він же відмітив, що перехід від міцного до м'якого вугілля може служити індикатором небезпеки раптових викидів.

За даними роботи [10], кількісна оцінка газового і визначення величини безпечного тиску з погляду вірогідності виникнення ГДЯ, можуть бути проведені з позицій стійкості вугільного пласта [32]. Згідно цьому підходу, пласт вважається небезпечним, якщо показник викидонебезпечності має вигляд:

$$A_g = (\lambda - 1,6)(\Delta U - 600) - 150 \geq 0, \quad (1.7)$$

де λ – коефіцієнт навантаженості; ΔU – зміна внутрішньої енергії газу.

Зміна внутрішній енергії газу визначається по формулі:

$$\Delta U = \frac{RT}{\gamma - 1} \cdot \frac{V \cdot 10^6}{22414} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right], \quad (1.8)$$

де γ – показник адіабати $\gamma = 1,31$; P_2 – початковий тиск газу, кгс/см²; P_1 – кінцевий тиск газу, кгс/см².

Прогноз небезпеки виникнення ГДЯ впроваджується на стадії ведення геологорозвідувальних робіт, перед пластів виробками, в процесі проведення підготовчих виробок і в процесі ведення очисних робіт [32].

Прогноз при геологорозвідувальних роботах впроваджується для оцінки потенційної викидонебезпечності і ударонебезпечності вугільних пластів і викидонебезпечності порід по комплексу показників, що є індивідуальними для кожного виду явища і визначуваних за керновим

матеріалом [33]. Отримані результати використовуються при розробці проектної документації на будівництво нових шахт і горизонтів, що дозволяє ще на стадії проектування передбачати заходи боротьби з цими явищами і матеріально-трудові витрати на їх здійснення.

Прогноз можливості проривів метану з ґрунту виробок за даними геологорозвідки згідно «Інструкції...» [34], по суті лише декларується [35], оскільки практичне здійснення його за допомогою ЕОМ, як це передбачено, є проблематичним через відсутність нормативного вирішення організаційно-технічних питань і програмного забезпечення.

Можливість прогнозу схильності вугільних пластів до таких ГДЯ, як раптові обвалення (висипання) і витискування (віджимання) вугілля за даними геологічної розвідки до теперішнього часу не вивчена і ведення такого прогнозу нормативними документами взагалі не регламентується, що вимагає постановки спеціальних досліджень [35].

Прогноз ГДЯ в місцях перерізу пластів виробками ведеться лише на пластах, схильних до раптових викидів вугілля, породи і газу, за показниками згідно [36], що характеризує можливість виникнення цих явищ. Багаторічний досвід застосування такого прогнозу підтверджує прийнятну для практики його надійність [35]. Проте необхідність відбору проб вугілля і породи і аналізу їх в лабораторних умовах знижує оперативність отримання даних для прогнозу, що стримує темпи проведення виробок. Для усунення цього недоліку доцільно використовувати експрес-метод прогнозу викиднебезпечності вугільних пластів і порід безпосередньо в забоях розкриваючих виробок.

Прогноз раптових проривів метану перед вугільних пластів виробками хоча і передбачається [34], не ведеться по тих же причинах, що і при геологорозвідувальних роботах [35].

Прогноз інших ГДЯ (гірських ударів, раптових витискувань і обвалень вугілля) в місці пластів, нормативними документами не передбачається [34]. Це виправдано відносно гірських ударів і витискувань вугілля, оскільки в

таких умовах не відбулося жодного з явищ за всю історію розробки вугільних пластів.

Що стосується раптових обвалень вугілля, то їх прогноз при особливо крутих пластах, необхідний, оскільки, як показала практика, вірогідність цих явищ висока і не застосування своєчасних заходів боротьби з ними призводить частіше до катастрофічних наслідків.

Прогноз газодинамічної активності пластів в процесі проведення підготовчих виробок і веденні очисних робіт, що отримав назву «Поточний прогноз», є найбільш поширеним і призначений для виявлення зон, небезпечних по ГДЯ [34]. Різноманіття цих явищ і гіпотез про причини їх виникнення з конкуруючими доказами переважаючої ролі того або іншого фактора породило безліч способів поточного прогнозу [34]. Причому, навіть для одного і того ж явища існують різні методи і показники прогнозу, але область застосування їх не регламентується. Так, прогноз викидонебезпечних зон у вугільних пластах проводиться за початковою швидкістю газовиділення зі шпурів, по акустичній емісії з масиву і по міцнісних характеристиках вугілля; викидонебезпечності порід – по кернах на диски, по показнику структурно-петрографічних властивостей, по величині ефективної поверхневої енергії і по акустично сигналам, що в масиві; раптових обвалень вугілля – по його міцнісним характеристиках або по акустичній емісії (АЕ); ударонебезпечності – по об'ємному виходу бурової дрібниці з шпурів і її фракційному складу; проривів метану – по резонансних частотах штучних акустичних сигналів. У той же час, методів прогнозу зон, небезпечних по раптових витискуваннях вугілля, не існує [34]. Близьким за призначенням і змісту до методів прогнозу викидонебезпечності вугільних пластів є спосіб контролю ефективності противикидних заходів щодо динаміки зміни початкової швидкості газовиділення з шпурів, що визначає величину розвантаженої привибійної частини пласта. Контролю ефективності заходів запобігання іншим ГДЯ взагалі не передбачається, що з

погляду забезпечення безпеки ведення робіт після виконання цих заходів недопустимо.

З усіх фізичних передвісників, які можуть бути використані для прогнозу викиднебезпечних зон, найбільш переважними, з погляду перспектив автоматизації, є параметри аерогазовий і сейсмоакустичний стани приви́бійної зони масиву, що комплексно характеризують напружено-деформований стан приви́бійного масиву, газовміст, фізико-механічні і колекторні властивості вугілля і вміщуючих порід, структуру і будову вугленосної товщі і їх реакцію на технологічну дію.

Метод локального прогнозування заснований на визначенні з гірських вироблень ознак викиднебезпечності пластів [37]. Він використовується для уточнення даних регіонального прогнозу вугільних шахтопластів на викиднебезпечні, погрожуючі і безпечні по горизонтах.

Методи поточного прогнозування небезпечних і безпечних зон правильніше називати «методами визначення фактичного викиднебезпечного стану приви́бійної частини вугільного пласта», оскільки на показники викиднебезпечності, що встановлюються по геологічних, вплив роблять технологічні показники, а також способи запобігання раптовим викидам.

Найбільш перспективними методами контролю стану гірського масиву є акустичні методи. Вони ґрунтуються на дослідженні як природних акустичних полів, що виникають в масиві при утворенні тріщин і розривів (пасивна сейсмоакустика), так і штучно створених полів пружних коливань (активна сейсмоакустика).

Небезпечні пласти, порівняно з безпечними, відрізняються низькою проникністю вугілля в масиві і вищою проникністю при їх інтенсивному розвантаженні і руйнуванні. Якщо перша особливість сприяє збереженню перепаду газового тиску в приви́бійній частині вугільного пласта на більш високому рівні, то друга особливість викликає інтенсивне газовиділення в зруйнованому вугіллі. Як перша, так і друга сприяють раптовим викидам

вугілля і газу. Це не тільки добре узгоджується з сучасними поглядами [11], але і певною мірою доповнює їх [1].

До методів пасивної сейсмоакустики відноситься метод акустичної післядії, що включає реєстрацію і аналіз імпульсів, що характеризує виникнення тріщин після закінчення технологічної дії. Використання інформативних параметрів цього методу післядії для оцінки стану масиву можливо, оскільки активність АЕ є реакцією забою на технологічну дію. Перевагою цього методу є те, що в цей період часу відсутні акустичні перешкоди, що супроводжують роботи в шахті.

Ознакою входу забою в небезпечну зону є реєстрація одного з двох можливих критеріїв: «двох точок» або «критичного перевищення».

Критерій «двох точок» – це зростання середньої в двох послідовних інтервалах усереднювання сейсмоактивності, що задовольняє наступним умовам:

$$\frac{\bar{N}_{k+1} - \bar{N}_k}{\bar{N}_k} \times 100 \geq q \geq c, \quad (1.9)$$

де $q = 5\%$ при $\bar{N}_{k+1} \geq 10$ имп/ч; $q = 10\%$ при $\bar{N}_{k+1} \leq 10$ имп/ч; $c = 2$ имп/ч, c – рівень активності, нижче за яке критерій «двох» не діє; \bar{N}_{k+1} – число імпульсів АЕ.

Критерій «критичного перевищення» повинен задовольняти наступній умові:

$$\dot{N}_{kp} \geq P \cdot \bar{N}_k, \quad (1.10)$$

де \dot{N}_{kp} – активність, при реєстрації якої видається прогноз «небезпечно»; P – коефіцієнт, залежний від \bar{N}_k .

1.3 Прогноз викиднебезпеки вугільних пластів по параметрах штучного акустичного сигналу

Найбільш ефективними з геофізичних методів дослідження напружено-деформованого стану гірського масиву, як показав накопичений практичний досвід, є акустичні. Висока технологічність таких методів, обумовлена простотою збудження пружних коливань в досліджуваній області, дозволяє оперативно контролювати стан вугільного пласта без впровадження в нього. Проте інформативність конкретного методу визначається достовірністю встановлених кореляційних залежностей між досліджуваними характеристиками масиву і параметрами сигналу, що проходить через нього. Цим обумовлений неослабний інтерес дослідників до застосування цих методів в справі в багатьох країнах, особливо в Японії, США, Великобританії, Польщі, Німеччині. Аналіз робіт [10-19] показав, що звукометричні методи досліджень застосовні для оцінки стану порідного масиву при прогнозі газодинамічних явищ, вимірювання порушень в товщі масиву гірських порід, вирішенні локальних визначення целіків вугілля. У основі цих методів лежить вивчення як штучно створених полів пружних коливань, так і полів, що виникають в масиві при утворенні тріщин і розривів.

Останні 30-40 років були часом інтенсивного розвитку акустичних методів стосовно контролю стану гірського масиву, як у вугільних шахтах, так і в поліметалічних копальнях. Все різноманіття методів і прийомів можна розділити на два типи, що названі М.С.Анциферовим "активними" і "пасивними".

Активні методи акустичного контролю стану гірського масиву основані на прозвучуванні останнього сигналом звукової або ультразвукової частоти, аналізі стану масиву за варіаціями швидкостей звуку (ультразвука і частотно-

амплітудним характеристикам сигналу, що зареєстрован. На вугільних шахтах Донбасу активні методи до останнього часу не отримали.

Широкого поширення в країнах СНД і далекого зарубіжжя набув пасивний метод контролю стану гірського масиву, що оснований на реєстрації пружних імпульсів, що супроводжують порушення вугільного пласта і порід. У модифікації, застосовуваній для прогнозу викиднебезпечності в Донбасі, метод запропонований М.С.Анциферовим [38], названий сейсмоакустичним.

Перші спроби реєстрації істотних сейсмоакустичних імпульсів для контролю стану гірського масиву відносяться до 30 років, проте відсутність необхідної апаратури і задовільної методики не дозволили застосувати метод аж до 60-х років. Успішні апаратурні і методичні [39] розробки сприяли впровадженню сейсмоакустичного методу на багатьох шахтах Донбасу. Природним розвитком підходу з'явилися розробка і впровадження сейсмоакустичного контролю ефективності противикидних заходів в очисних виробках.

В даний час сейсмоакустичний контроль стану привибійної області викиднебезпечних вугільних пластів здійснюється більш ніж в 20 шахтах Донецького басейну.

Для підвищення точності прогнозу на викиднебезпечних пластах, що володіють показовою сейсмоактивністю, необхідний частотно-амплітудний аналіз природних сейсмоакустичних імпульсів, який дозволить оцінити енергетичні параметри руйнувань в масиві.

Використання акустичних коливань як носій інформації про напружений стан і структурну організацію відпрацьованого породного масиву є найбільш перспективним напрямом при дослідженні об'єктів засобами контролю. Це пов'язано, в першу чергу, з тим, що енергія, яка передається при коливальному процесі, взаємодіє з внутрішньою енергією середовища розповсюдження. При цьому змінюється цілий ряд параметрів акустичного сигналу, що, залежно від поставленого завдання,

дозволяє аналізувати ті або інші його складові. Складність полягає в тому, що як джерело сигналу використовується шум від механізмів, що працюють у виробці, тобто джерело має випадкові характеристики і постійно змінює своє положення в просторі по відношенню до приймача акустичного сигналу.

Прогноз викиднебезпеки по параметрах акустичного сигналу, що набув поширення на території України, полягає в реєстрації, обробці і аналізі спектру сигналу.

Останніми роками широкого поширення набули методи активної сейсмоакустики, що основані на реєстрації і аналізі сейсмоакустичного сигналу, що в масиві шляхом технологічної дії, які більш інформативні.

Одним з найбільш перспективних є спосіб прогнозу стану масиву за допомогою апаратури АК-1. Він оснований на зіставленні інтенсивностей високочастотною і низькочастотною складових спектру, які виділяються шляхом фільтрації зигнала, отриманого з масиву. Критерієм для визначення стану масиву служить показник $K = A_v/A_n$, що визначає відношення амплітуди високочастотною складовою спектру A_v до амплітуди низькочастотної складової A_n .

Перевагами способу є висока технологічність і оперативність контролю ПДВ масиву, при цьому здійснюється автоматичний режим обробки даних.

Контроль за станом масиву здійснюється безперервно, в процесі руйнування порід робочим органом комбайна, причому він не порушує основний технологічний процес, а ведеться паралельно.

Апаратура АК-1 дозволяє виділити наступні зони масиву:

при $0 < K < 2$ – безпечна зона;

$2 < K < 3$ – перехідна зона;

$K > 3$ – небезпечна зона.

Даний спосіб і його критерії пройшли перевірку в шахтах України, Росії, Казахстану. Він рекомендований до використання на підприємствах вугільної промисловості України.

Прогноз здійснюється за допомогою апаратури передачі сейсмоакустичного сигналу (АПСС або АК-1) і програмно-обчислювального комплексу. АПСС і АК-1 складаються з підземного блоку, що містить сейсμοприймач, і наземного блоку. Програмно-обчислювальним комплексом є персональний комп'ютер і призначений для реєстрації, обробки і аналізу параметрів акустичного сигналу за спеціальною програмою і видачі висновку про результати прогнозу.

У підготовчих виробках сейсμοприймач встановлюють на відстані від 10 до 40 м (або іншій відстані за узгодженням з МАКНІІ) від забою шляхом розклинювання в шпурі діаметром не менше 42 мм і глибиною до 1 м, пробуреному у вугільному пласті або вміщуючих породах. Допускається встановлення сейсμοприймача шляхом розклинювання його між кріпленням і поверхнею масиву.

Для прогнозу в очисних виробках встановлюють по одному сейсμοприймачу у і вентиляційному штреках (ухилах, ходках):

- при стовповій системі розробки - на відстані від 10 до 40 м попереду очисного забою, а при суцільній системі розробки (лава-штрек) - на такій же відстані позаду очисного забою;

- при змішаній системі розробки один сейсμοприймач встановлюють у випереджаючому штреку попереду очисного забою аналогічно стовповій системі, а другий - аналогічно суцільній системі.

Допускається установка сейсμοприймача безпосередньо в лаві на елементах кріплення, що має щільний контакт з породами покрівлі, на відстані від 10 до 40 м від з підготовчої виробки.

Прогностичними параметрами акустичного сигналу є: частота максимальної амплітуди спектру (резонансна частота F_p); нижня f_n і верхня f_v частоти при середньому рівні амплітуд і відповідно f_n і f_v - при повторному усереднюванні; амплітуди високочастотною A_v і низькочастотною A_n складових; коефіцієнт викидонебезпечності K_v , рівний відношенню A_v / A_n . Для обчислення амплітуд низькочастотною і високочастотною складових A_n

і A_v встановлюють нижню і верхню робочі частоти, які приймають відповідними значенням нижній і верхній межі частот при повторному усереднюванні амплітуд спектрів.

Середні значення цих показників за цикл виймання вугілля в очисному забої або посування забою підготовчої виробки приймають як поточні значення.

Прогноз викиднебезпеки здійснюється автоматично комп'ютером, шляхом порівняння поточних значень прогностичних параметрів акустичних сигналів з їх критичними значеннями.

1.4 Підвищення надійності прогнозу газодинамічних явищ у вугільних шахтах

На основі аналізу проходження акустичного сигналу, що має стохастичну природу, в системі «вуглепородний масив – приймач – аналізатор» обґрунтований спосіб підвищення надійності прогнозу газодинамічних явищ у вугільних шахтах.

Висока технологічність акустичних способів обумовлена використанням як джерела що зондує вуглепородний масив, акустичного сигналу, який генерується робочими органами механізмів або прохідницьких і який відносно проведеного аналізу, що проводиться, є сигналом з випадковими характеристиками. Характер сигналу робить можливим застосування методів статистичної обробки для виділення його регулярних складових, з метою підвищення інформативності прогнозу по вибраному критерію. Така регулярність априорі закладена в змінному характері роботи, циклічності режиму роботи механізму (прохідницького) і так далі. При цьому окрім амплітудно-частотного аналізу сигналу доцільне паралельне застосування інших методів аналізу, в т.ч. морфологічного, який дозволить ідентифікувати

роботу механізму на рівні випадкових складових для виключення їх з подальшого аналізу, Фур'є-аналізу, вейвлет-аналізу і тому подібне.

Система обробки інформації, основана на багатофакторному аналізі одного і того ж акустичного сигналу, прийнятого з масиву і трансльованого на поверхню шахти, показана на рисунку 1.1.



Рисунок 1.1 – Схема багатофакторного аналізу акустичного сигналу

Паралельне виділення різних характеристик сигналу з одного сигналу дозволить, з одного боку, підвищити достовірність конкретного прогностичного параметра щодо основного поставленого завдання і, з іншого боку, одночасно вирішувати інші не менш важливі, наприклад, такі як оцінка структурної неоднорідності породного масиву.

На вхід приймального пристрою подається сигнал, що має складну стохастичну природу. Явище A прогнозується на основі аналізу цього сигналу на виході з пристрою. Аналізуючи характеристику сигналу можна прогнозувати явище A з вірогідністю P . Вірогідність прогнозу зміниться, якщо аналізувати не одну, а декілька незалежно один від одного характеристик. Стосовно рис. 1.1, таке завдання аналогічне паралельному з'єднанню в електричній мережі (рис.1.2).

Вірогідність події $u_i = \{ \text{прогноз явища } A \text{ по } i\text{-й} \text{ характеристиці вірний} \}$ рівна P_i . Вірогідність події $u_i = \{ \text{прогноз явища } A \text{ по } i\text{-й} \text{ характеристиці не вірний} \}$ рівна вірогідності протилежної події

$$q_i = 1 - P_i. \quad (1.11)$$

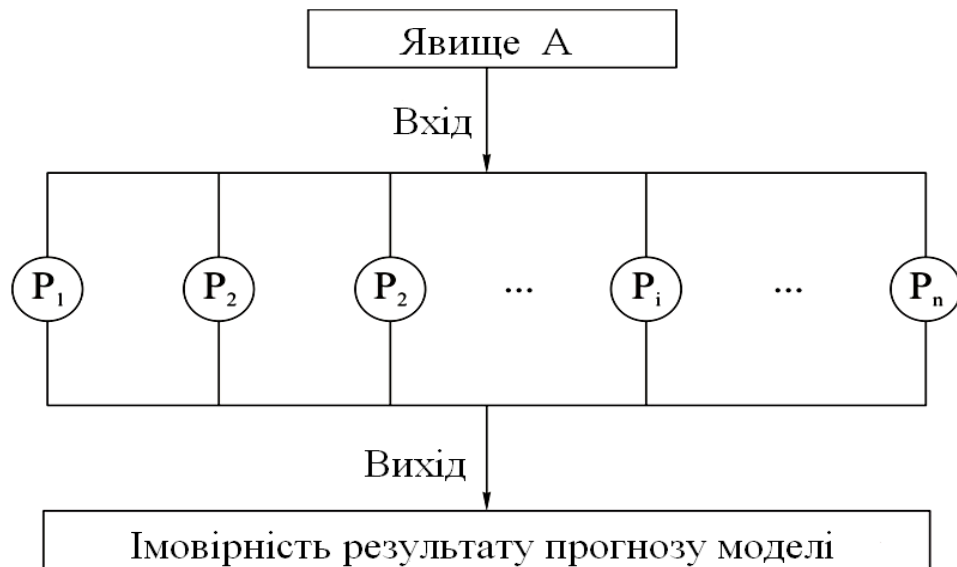


Рисунок 1.2 – Структурна модель системи «сигнал – приймач – аналізатор»

Подія $u = \{ \text{прогноз явища вірний} \}$ полягає в тому, що відбудеться або подія $u_1 = \{ \text{прогноз вірний по характеристиці 1} \}$, або подія $u_2 = \{ \text{прогноз вірний по характеристиці 2} \}$, або подія $u_n = \{ \text{прогноз вірний по характеристиці } n \}$.

Таким чином, подія u є системою подій:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n. \quad (1.12)$$

Оскільки аналіз характеристик провадиться незалежно, в одному і тому ж випробуванні, прогноз здійснюється паралельно по декількох характеристиках (тобто прогноз по одній характеристиці не виключає прогноз по інших характеристиках), події u_1, u_2, \dots, u_n є сумісними. Тоді по теоремі складання вірогідностей, вірогідність події u рівна сумі вірогідностей подій u_1, u_2, \dots, u_n за вирахуванням вірогідності їх сумісної появи в різних поєднаннях.

Значно простіше це вирішується через вірогідність протилежної події – qi . Подія $u = \{ \text{прогноз не вірний} \}$ полягає в одночасній появі подій u_1, u_2, \dots, u_n . Події u_1, u_2, \dots, u_n – незалежні. Тому по теоремі множення вірогідності

$$P(u) = q_1 \cdot q_2 \cdot q_n. \quad (1.13)$$

Відповідно, вірогідність події $u = \{ \text{прогноз вірний} \}$ рівна

$$P(u) = 1 - q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n = 1 - (1 - P_1) \cdot (1 - P_2) \cdot \dots \cdot (1 - P_n) \quad (1.14)$$

З формули (1.14) виходить, що чим більше характеристик аналізується, тим вище вірогідність вірного прогнозу даного явища. Наприклад, якщо вірогідність вірного прогнозу при аналізі однієї характеристики рівна $P_1 = 0,5$, то вірогідність вірного прогнозу при паралельному аналізі другої характеристики, яка, є допустимою, може бути реалізованою з вірогідністю $P_2 = 0,4$, буде відповідно до формули (1.14) рівна

$$P(u) = 1 - (1 - 0,5) \cdot (1 - 0,4) = 0,7. \quad (1.15)$$

Тобто, вірогідність прогнозу зросла з 0,5 до 0,7. Відповідно, при трьох аналізованих параметрах, що дозволяють проводити оцінку вірного прогнозу з вірогідністю $P_1 = 0,5$, $P_2 = 0,4$, $P_3 = 0,3$, вірогідність прогнозу раптового викиду стає рівною 0,79.

1.5 Висновки

1. Проблема прогнозу і управління газодинамічним режимом привибійного масиву при розробці газоносних і викидонебезпечних

шахтопластів, є дуже актуальною. Ефективність використання методів прогнозу у зв'язку зі збільшеними у кілька разів швидкостями проходки і відробки вугільних пластів в даний час недостатня. Необхідність розробки і застосування методів прогнозу пояснюється ще і тим, що площа реальної викидонебезпечності на небезпечних пластах не перевищує 10-15% і лише на окремих (в основному на пластах крутого падіння) складає 25-30% загальної площі шахтопласта. При достовірному виявленні таких ділянок можна значно скоротити витрати на виконання противикидних заходів.

2. Зі всіх фізичних характеристик, які можуть бути використані для прогнозу викидонебезпечних зон, найбільш придатними з погляду отримання і обробки інформації в реальному масштабі часу, а також найбільш апаратними реалізованими на сьогодні, є акустичні методи досліджень. Використання акустичних коливань в якості інформативного сигналу про порушеності породного масиву, локалізацію аномальних зон є найбільш перспективним і відпрацьованим методом досліджень. Це пов'язано з тим, що акустичні хвилі в гірських породах за своїми розмірами співрозмірні саме з тими неоднорідностями і тріщинами, які, в першу чергу, відповідають за втрату стійкості виробками, виникнення ГДЯ. Крім того, процеси розповсюдження акустичних хвиль в породному масиві сильно корелюють з процесами зрушення шарів порід, розвитком їх тріщинуватості.

3. Безпосередні дослідження процесів виникнення акустичних коливань в привібійній області ділянки породного масиву необхідно вести, ґрунтуючись, в першу чергу, на використанні основних положень динамічної мікромеханіки і кінетичної теорії міцності твердих тіл. При поєднанні аналітичного апарату цих підходів з вивченням мікроструктури породного масиву і методів технічної акустики, може бути вирішена задача прогнозування граничного стану напруженого вуглепородного масиву.

2 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ШАХТНИХ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ПРОЦЕСУ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

2.1 Аналіз натурних вимірювань

Натурні вимірювання проводилися на шахті Краснолиманська і на шахті ім. А.А.Скочинського. Як об'єкт досліджень на шахті Краснолиманська були вибрані конвеєрний і вентиляційний штреки по пласту К5. При виборі виробки враховувалися такі, як переріз зон геологічних порушень, наявність газодинамічних явищ, так і протягом останнього року. На шахті ім. О.О.Скочинського як об'єкт досліджень був вибраний забій конвеєрного штрека №1 2 східної лави УП ЦП.

Для проведення натурних вимірювань вибрані для дослідження виробки були обладнані приймальною звукоуловлюючою апаратурою АК-1М.

Принцип роботи системи контролю викидонебезпечності АК-1М (рис. 2.1) оснований на реєстрації і аналізі акустичних коливань що генеруються самі у вуглепорідному масиві в процесі зміни його напруженого стану в околі біля виробок, що проводяться, так і механізмами, що працюють в забоях, здійснюють відбій гірничої маси. Приладовий комплекс складається з підземного електронного блоку (ЕБП), здійснюючого реєстрацію акустичних імпульсів, що приймаються стандартним електродинамічним датчиком – геофоном, встановленим по певних правилах в забої очисної або підготовчої виробки, що проводиться. На цьому блоці здійснюється перша стадія очищення акустичного сигналу, що поступив, від неінформативної інформації. Тут же сигнал посилюється і по двопровідній відкритій лінії передається на наземний електронний блок (ЕБН).

Наземним блоком ЕБН здійснюється іскробезпечне живлення підземного блоку і реєстрація акустичного сигналу, що поступив. У ЕБН відбувається друга стадія очищення акустичного сигналу від наведень у відкритій двопровідній лінії. Після цього акустичний сигнал подається в комп'ютерний блок (БК), де він проходить третю стадію очищення від наведень комп'ютера і за допомогою швидкого перетворення Фур'є (БПФ) розкладається в структурний частотний ряд. Цей ряд містить всю інформацію про напружений стан і структуру породного масиву.

Досліджувана геотехнічна система «вуглепородний масив – вироблення» має стохастичну природу. В зв'язку з цим і самі акустичні сигнали, що в аналізатор БК, мають випадкові відхилення від ідеальної синусоїди. З цієї причини прогноз очікуваного газодинамічного явища, вироблюваний по одному параметру, не може мати високу надійність. Постановка на імовірнісному рівні показує, що таких контрольованих параметрів повинно бути не менше трьох, вони повинні бути функціонально незалежними або мати слабку кореляційну залежність. Тоді вірогідність багатокритерійного прогнозу ГДЯ, при вірогідності прогнозу навіть 0,5 окремо по кожному з параметрів, складатиме не менше 0,875, що є дуже добрим показником. При прогнозі ж по п'яти незалежних параметрах вірогідність прогнозу ГДЯ складе 0,96875.

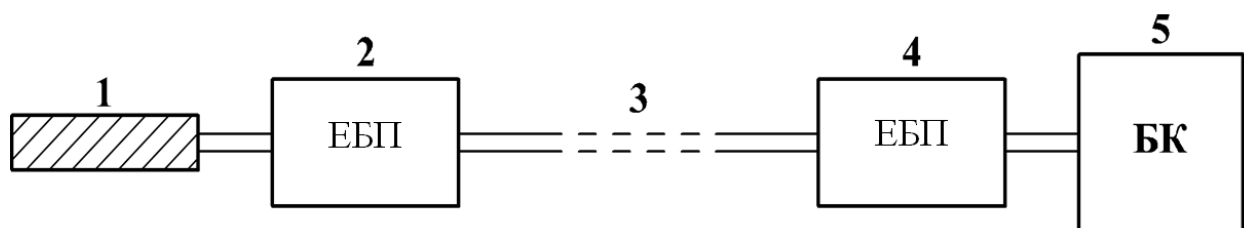


Рисунок 2.1 – Принципова схема апаратури АК-1М:

1 – геофон; 2 – електронний блок підземний; 3 – двопровідна відкрита лінія; 4 – електронний блок наземний; 5 - блок комп'ютерний

Апаратура АК-1М забезпечувала за допомогою датчика (геофону), прийом акустичних сигналів з масиву. Передача цього сигналу на поверхню здійснювалася по іскробезпечній системі зв'язку, обладнаній для підключення АК-1М через окрему кабельну мережу (рис. 2.2). На поверхні сигнал посилювався і подавався в персональний комп'ютер для подальшої обробки.

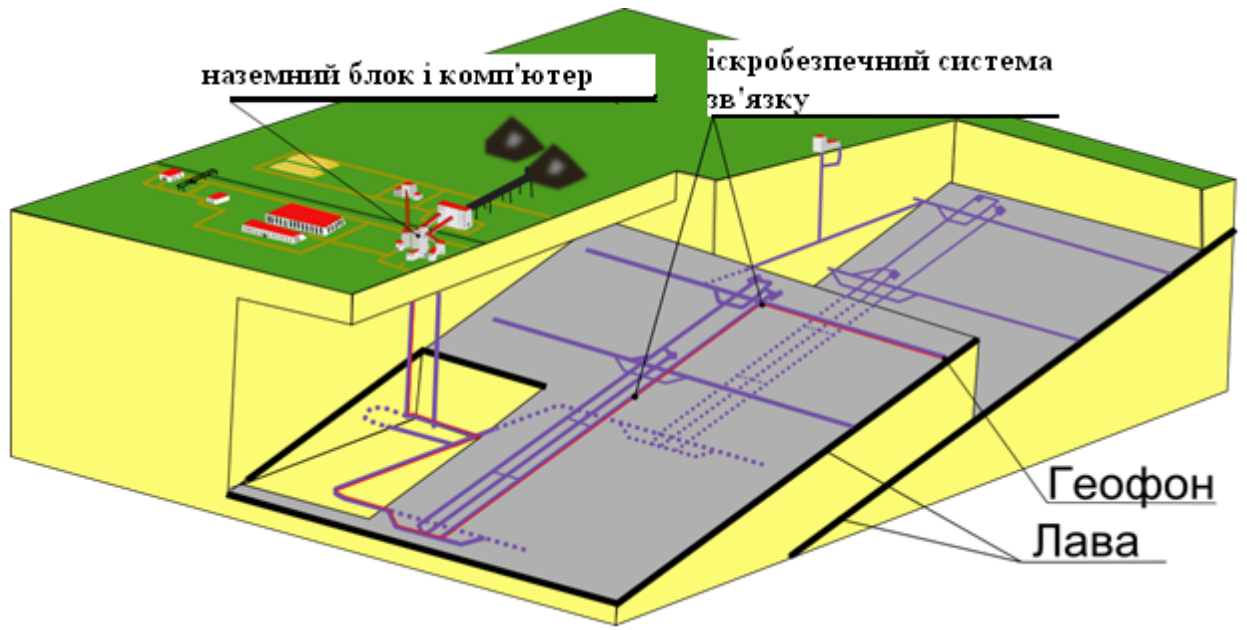


Рисунок 2.2 – Схема розташування апаратури

Таким чином, при проведенні випробувань на вказаних шахтах були отримані записи роботи комбайна, як небезпечні по прояву газодинамічних явищ, так і безпечні. Після обробки отриманої інформації було визначено, що всі акустичні сигнали можна умовно розподілити по трьом стадіям відносно події викиду.

Перша стадія, яка була виділена з акустичного сигналу, – це напружений стан масиву (за декілька годин до викиду). На рис. 2.3 зображений проміжок часу в 210 секунд, впродовж якого працює комбайн і за показниками приладу АК-1М стан масиву оцінюється, як передвипадковий.

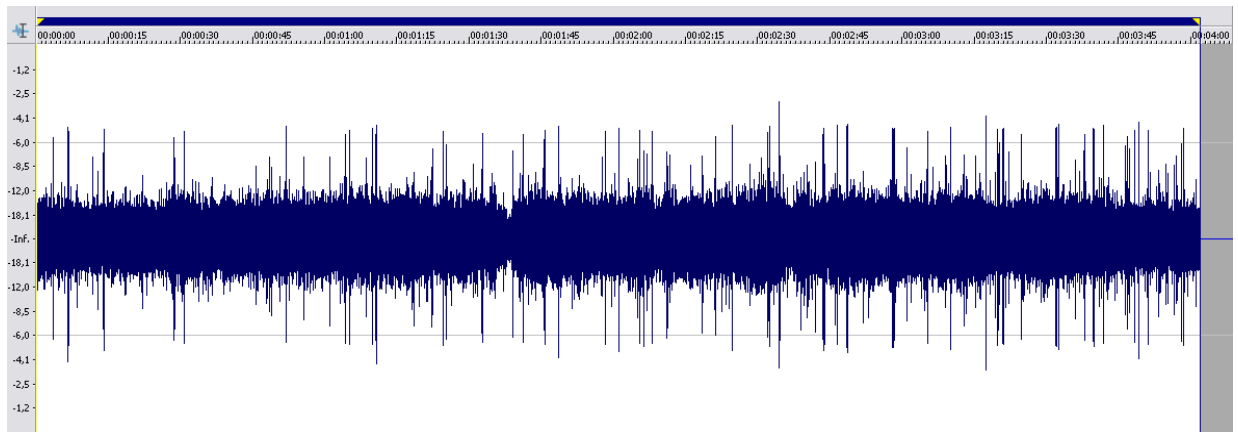


Рисунок 2.3 – Сигнал з масиву незадовго до викиду

Друга стадія, яка виділена зі всього об'єму записаної інформації, – це передвикидний стан масиву (за декілька хвилин до викиду і безпосередньо сам викид). На рис. 2.4 представлений відрізок часу так само в 210 секунд. У правій частині рисунка, неозброєним оком, можна відмітити підвищену активність коливань, що на практиці відповідало масивному викиду вугілля. Це відбулося за 30 секунд до кінця показаного фрагменту запису.

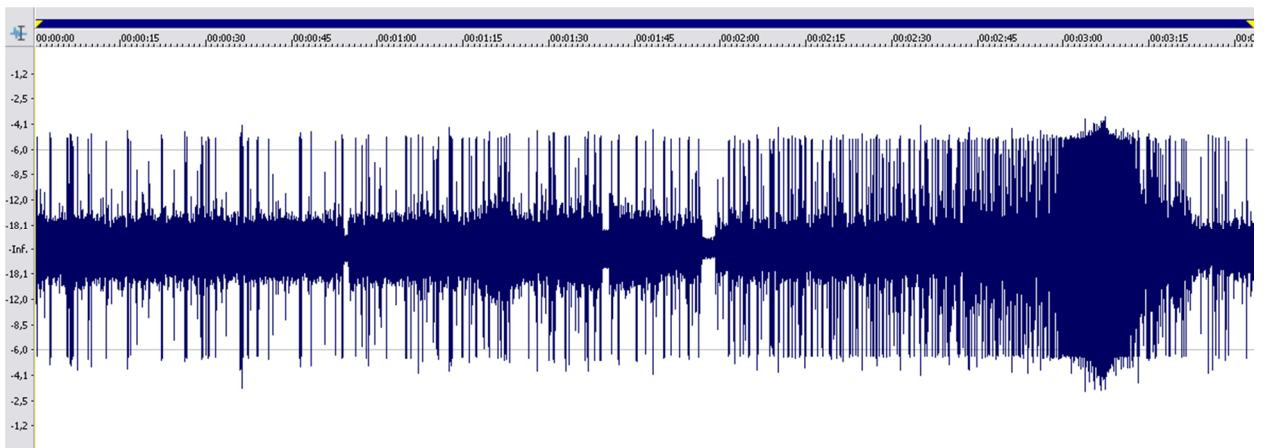


Рисунок 2.4 – Сигнал з масиву в момент викиду

Третя стадія – це не напружений стан масиву (рисунок 2.5). Як і на двох попередніх рисунках (рисунок 2.3 і 2.4), інтервал часу рівний 210 секунд, в перебігу яких працює комбайн. Як апаратури АК-1М, так і стан по шахті це підтвердили.

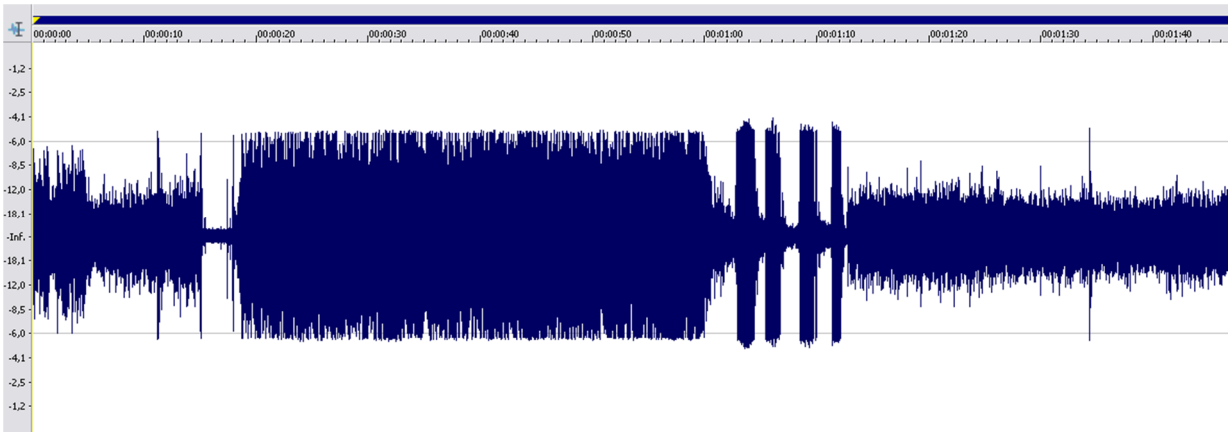


Рисунок 2.5 – Сигнал з масиву при невикидонебезпечній ситуації

2.2 Проведення поточних спостережень, обробка і аналіз інформації, що зібрана в ході натурних вимірювань

Обробка інформації полягала у взаємній ув'язці всіх отриманих даних з метою цілісної картини процесу зміни напруженого стану масиву і відбору проміжків часу, відповідних роботі механізмів у виробці, що генерують в масив пружні коливання. Цей відбір проводився на підставі даних, отриманих з журналу, що заповнюється операторами служби сейсмопрогнозу шахти за свідченнями часу початку-закінчення робіт в забої за значенням виду робіт.

Інформація, що зібрана протягом календарного періоду проведення спостережень, розподіляється на два блоки, що відносяться до різних зон:

- перша зона відповідає закінченню підготовчих робіт по забоях (ш. «Краснолиманська») Аршинова і Венедіктова (конвеєрний і вентиляційний штреки) і займає період часу з 27.11.08 р. по 10.04.09 р.,

- друга зона відповідає відновленню підготовчих робіт в нових гірничо-геологічних умовах в конвеєрному і вентиляційному ходках після їх перенесення згідно плану робіт і займає період часу з 22.10. 2009 р. по 4.12.2009 р.

Слід зазначити також, що в середині 2009 року роботи на шахті були частково або повністю припинені по відомих причинах. Внаслідок цього на звідному графіку присутні тимчасові розриви.

Аналіз інформації полягав в спостереженні зміни рівня сигналу апаратури АК-1М щодо критичного значення з часом, тобто в процесі посування забою, і обліку даних про поточну обстановку в забої.

У Додатку А приведені результати обробки апаратурою АК-1М 15 хвилин сигналу, які виявилися найпоказовішими протягом доби. Результат відображений у відносних одиницях рівня напруги (K) в масиві. Показник K відображає результат обробки спектрального складу акустичних коливань, які розповсюджуються в масиві на деякій відстані від їх джерела (робочого органу комбайна). Зміни величини показника K викликані змінами властивостей середовища розповсюдження коливань, а саме її напруженості, на достатньому від джерела коливань. Зменшенню значень K відповідають зменшення значень напруженості і навпаки.

Слід зазначити, що настройка апаратури АК-1 орієнтована на спектральний склад акустичних коливань в породному масиві, що виникають при роботі комбайна, і в процесі реєстрації не змінюються. Тому інформативними слід рахувати тільки апаратури АК-1, зафіксовані в процесі виїмки при працюючому комбайні. Оскільки спектральний склад акустичних коливань, що виникають в процесі буріння і нагнітання свердловин, відмінний від спектру коливань, обумовлених роботою комбайна, то апаратури АК-1М під час виконання цих робіт (а також при виконанні інших видів робіт) можуть розрізнятися.

Оскільки дія робочого органу комбайна на забій, результатом якого є зонduючий сигнал в масиві, носить випадковий характер, то для отримання об'єктивнішої оцінки, інформація, зареєстрована за допомогою реєстратора, піддавалася попередній вибірці – вибирався 15-хвилинний інтервал з доби, протягом якого проводилося буріння. Завдяки цьому результат аналізу є показовим у відношення спостережуваної доби, а

інформація не носить випадковий характер. Це додатково дозволило мінімізувати флуктуації інформаційного сигналу, обумовлені нерівномірністю дії робочого органу бурового агрегату на породний масив, а також усунути вплив стаціонарних і нестаціонарних перешкод, що накладаються на корисний сигнал

Для отримання загальної картини поведінки прогностичної ознаки К протягом часу роботи в шахті 27.11.2008 р. по 04.11.2009 р., були об'єднані всі добові інтервали запису показника К. Вони були суміщені з видами виконуваних робіт, що дозволило здійснити відбір інформативних показників апаратури АК-1М. Загальна картина зміни показника К (напруженості масиву) в ближній області масиву наведена в Додатку Б з вказівкою дат

Інформація, зібрана в ході натурних вимірювань наведена у наступному вигляді:

1. Графіка (Додаток А), що подобою відображує значення прогностичної ознаки К (за свідченнями апаратури АК-1М) в порідному масиві. Він показує загальну картину зміни показника К (напруженості масиву) в ближній області масиву у міру посування виробки.
2. Результуючого графіка добового прогнозу на основі апаратури АК-1М (Додаток Б), що дає оцінку загальної ситуації в забої. За наявності протягом доби одного прогнозу “небезпечно”, результуючий добовий прогноз вважається “небезпечно”, і відображується на графіці стовпцем, відповідним значенню «2». Якщо протягом доби не було прогнозу “небезпечно”, то результуючий добовий прогноз вважається “ненебезпечно”, і відображується на графіці одиничним рівнем. Якщо ж по яких-небудь причинах сигнал з шахти був відсутній, на графіці така ситуація відображена стовпцем з нульовим значенням.

Числові відрізки часу, відсутні на графіці в додатку «Б», або відображені на графіці нульовим значенням, пояснюються відсутністю робіт на шахті або розривом в лінії зв'язку.

2.3 Перелік основних параметрів процесу розповсюдження акустичних коливань в порідному середовищі та методів їх виділення із структури сигналу

Існує достатня кількість підходів до використання амплітудно-частотних характеристик:

- виділення із спектру вузької смуги певних частот;
- відношення площ сигналу;
- добротність сигналу;
- відношення амплітуди високочастотною складовою спектру акустичного сигналу до амплітуди низькочастотної складової

Суттю підходу «виділення із спектру вузької смуги певних частот» полягає в тому, що зі всього спектру акустичного сигналу виділяється невеликий діапазон в області, приблизно, 1200 Гц, за якою ведеться безперервне спостереження, і на цій основі будується прогноз. У наявності не адекватність і не доцільність такої ознаки у зв'язку з суттю самого БПФ. В результаті розкладання в ряд Фур'є виходить амплітуда і частота сигналу (рисунок 2.6), тобто стеження ведеться за потужністю певних частот, а це не може бути інформативним показником, оскільки потужністю сигналу є його гучність. Отже, гучність не може бути показовою характеристикою через те, що в реальних умовах вона не постійна (не стабільна) і залежить від багатьох чинників (віддаленість від забою, зусилля, що прикладаються на робочий орган і ін.).

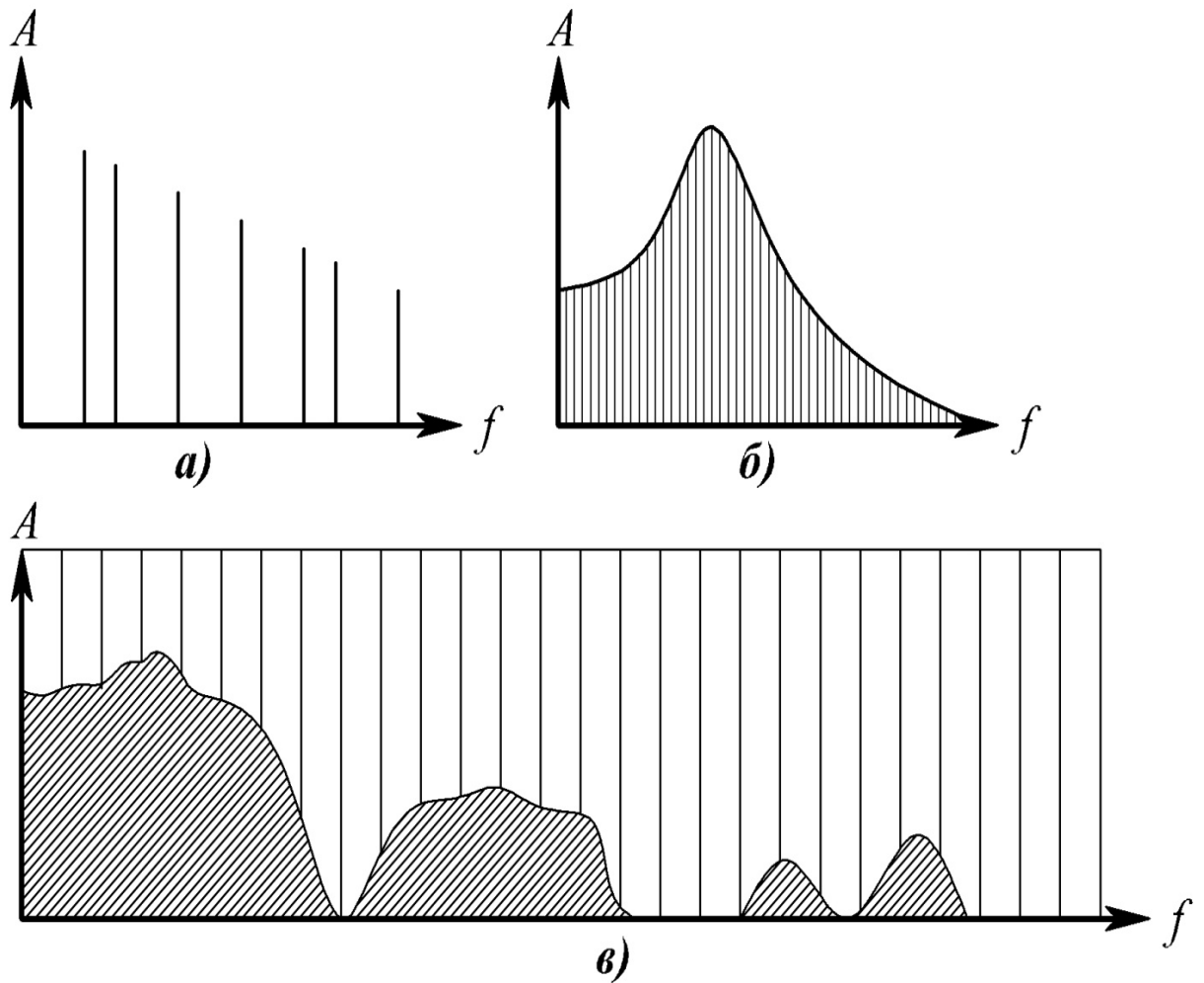


Рисунок 2.6 – Спектри звукових сигналів: а) спектр музичного звуку; б) спектр затухаючого коливання; у) спектр звуку клавішного музичного інструменту

Аналіз відношення площ сигналу, заснований на порівнянні площ певних проміжків спектру акустичного сигналу. Фізичною суттю площі сигналу є його енергія (потужність). Таким чином, результатом прогнозу є безрозмірний коефіцієнт, отриманий співвідношенням потужності всього сигналу з потужністю сигналу, що потрапив у вибраний діапазон верхніх частот. Позитивною межею такого підходу є його незалежність від амплітуди (інтенсивності) звукового сигналу, тобто гучність, оскільки при збільшенні потужності сигналу амплітуда всіх частот збільшується рівномірно. Недоліком такої прогностичної ознаки є не велика інтенсивність зміни відношень в порівнянні з комплексним показником K (відношення амплітуди

високочастотною складовою спектру акустичного сигналу до амплітуди низькочастотної складової).

Прогностична ознака, основана на аналізі добротності сигналу, на практиці не використовувалася, а розглядалася тільки в теорії. Він полягає у визначенні добротності сигналу (добротності піку) в області від 250 Гц до 900 Гц, оскільки в цьому діапазоні сконцентрована найбільша його потужність. Підвищена амплітуда сигналу в цьому проміжку обумовлюється природними фільтрами, якими є сам масив. Добротність — характеристика коливальної системи, що визначає гостроту резонансу і що показує, в скільки разів запаси енергії в реактивних елементах контуру більші, ніж втрати енергії на активних, за один період коливань. Добротність в акустиці (рис. 2.7) – це величина, зворотно пропорційна смузі пропускання фільтру.

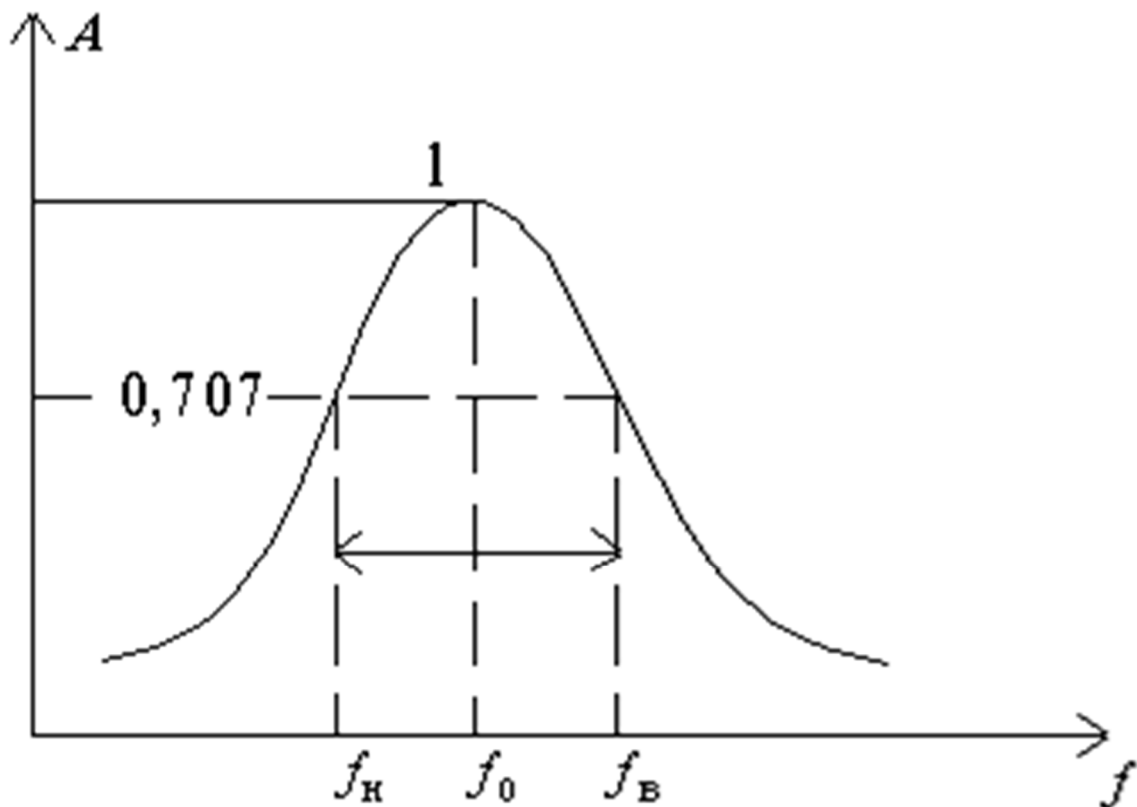
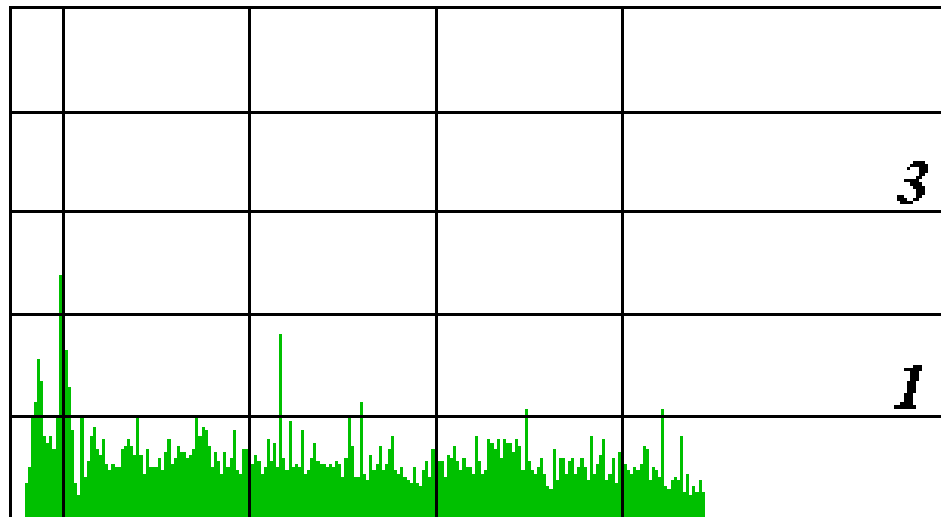


Рисунок 2.7 – Спектр звукового сигналу. Добротність сигналу

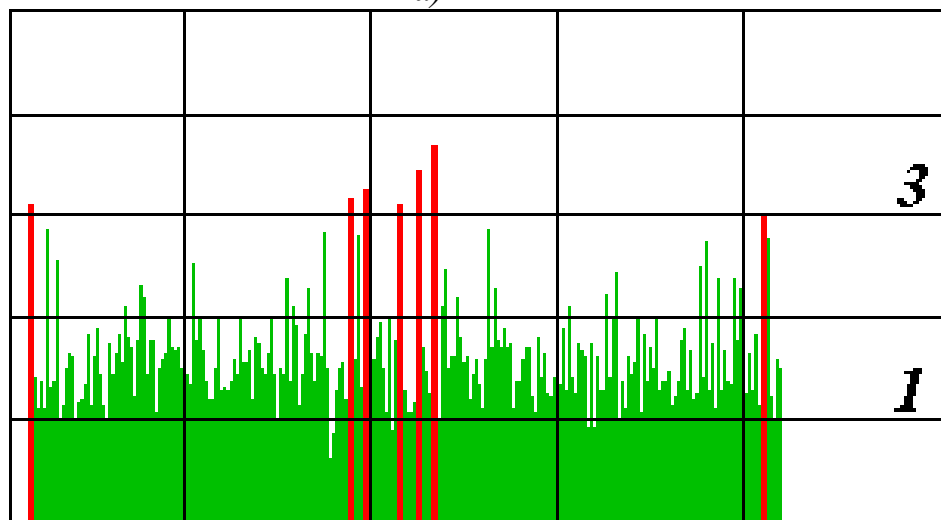
Межами цієї смуги вважаються такі значення частот, на яких фільтр здійснює зріз частотних складових спектру сигналу, що проходить через нього. У перебудовуваному фільтрі ширина смуги пропускання може

змінюватися від 3 до $1/20$ октави. Добротність коливальної системи – це відношення енергії, запасеної в коливальній системі, до енергії, системою, що втрачається, за один період коливання. Добротність характеризує якість коливальної системи, оскільки чим більше добротність коливальної системи, тим менше втрати енергії в системі за одне коливання. Коливання в системі з високою добротністю затухають і визначається добротність по формулі.

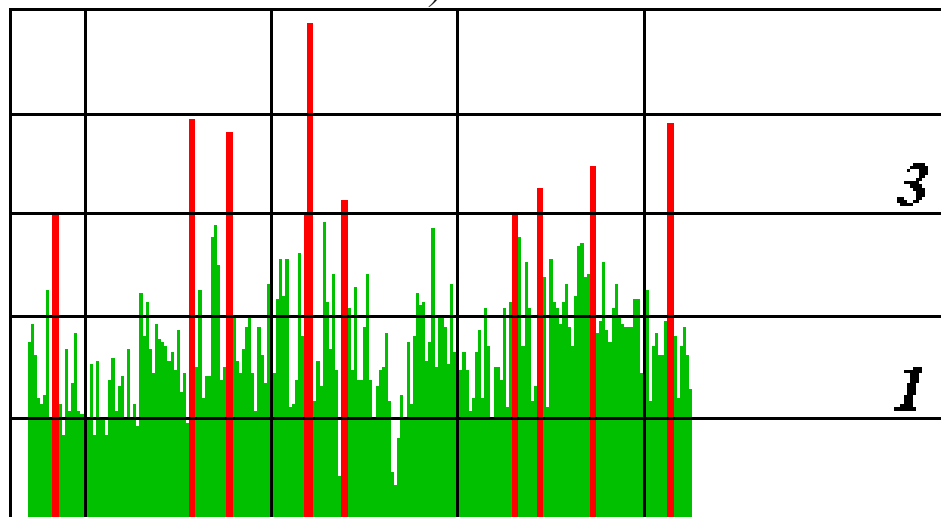
Серед розглянутих підходів до амплітудно-частотної характеристики найбільш інформативним є комплексний показник K , визначуваний відношенням амплітуди високочастотною складовою спектру акустичного сигналу до амплітуди низькочастотної складової, зміну якого відбивають динаміку вантаження і характер деформації привибійної частини масиву. За відсутності затримки деформацій, коли відбувається розвантаження і дегазація привибійної частини масиву, що супроводжуються розкриттям тріщин у вугільному пласті і розшаруванням порід кривлі, в спектрі акустичних сигналів, що викликаються виконавчим органом забійного механізму, переважають низькочастотні коливання, а тому показник K має низькі і стабільні значення. У тих випадках, коли виникає затримка деформацій, розшарування і тріщини не відбуваються, а отже, і опорний тиск попереду рухомого забою не переміщається, тобто виробка входить в нерозвантажений і недегазований масив, спектри акустичних сигналів збагачуються високочастотними складовими і величина K відповідно зростає, а при відновленні деформацій і зниженні частоти коливань - убуває. На рис. 2.8 и 2.9 показані результати аналізу звукового сигналу за ознакою K , а на рис. 2.10 показані результати обробки сигналу двома прогностичними ознаками.



a)

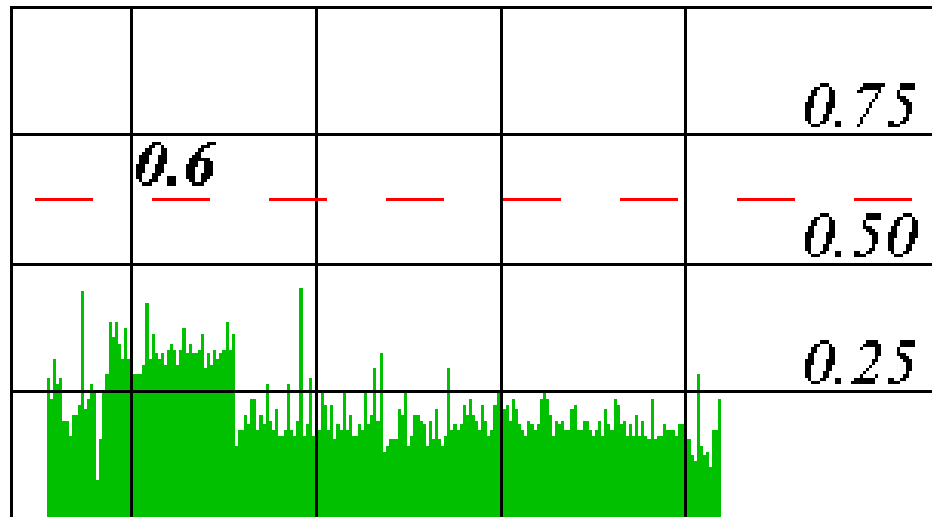


б)

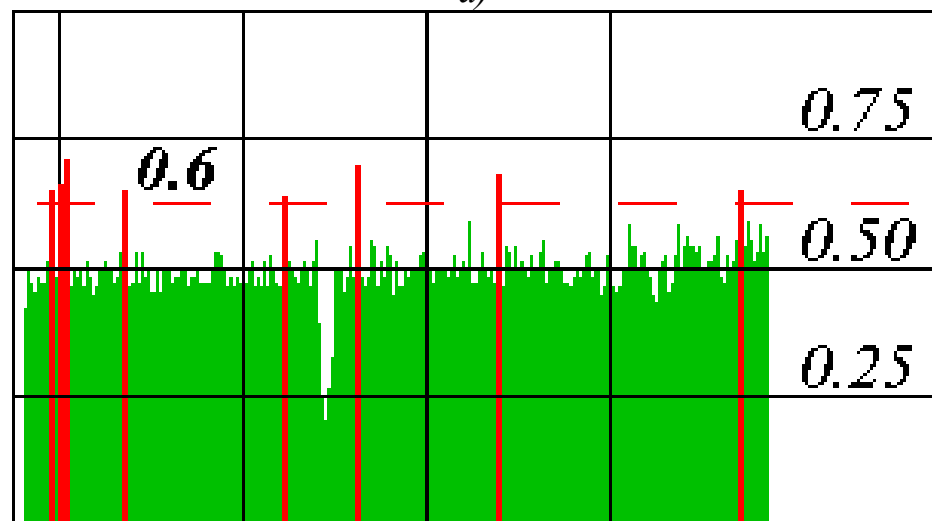


в)

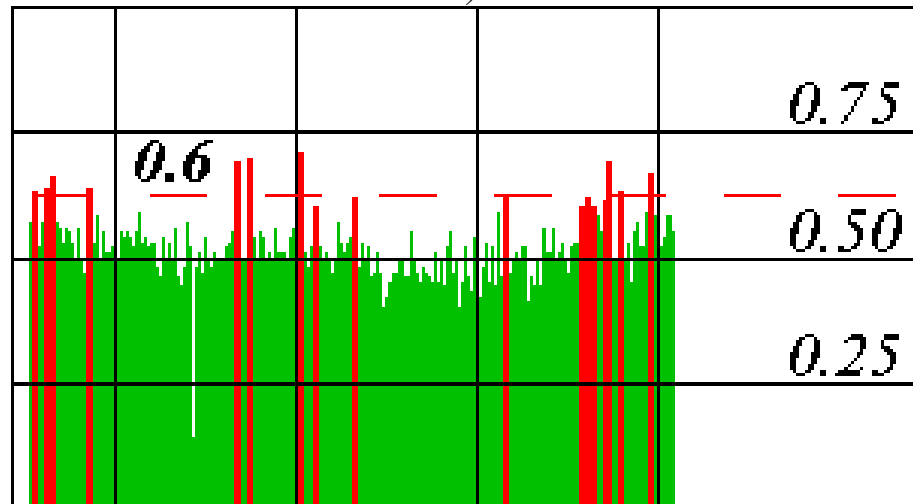
Рисунок 2.8 – Результати аналізу звукового сигналу за ознакою K відношення амплітуд вищих і нижчих частот: а) безпечна ситуація; б) незадовго до викиду; в) викид



a)

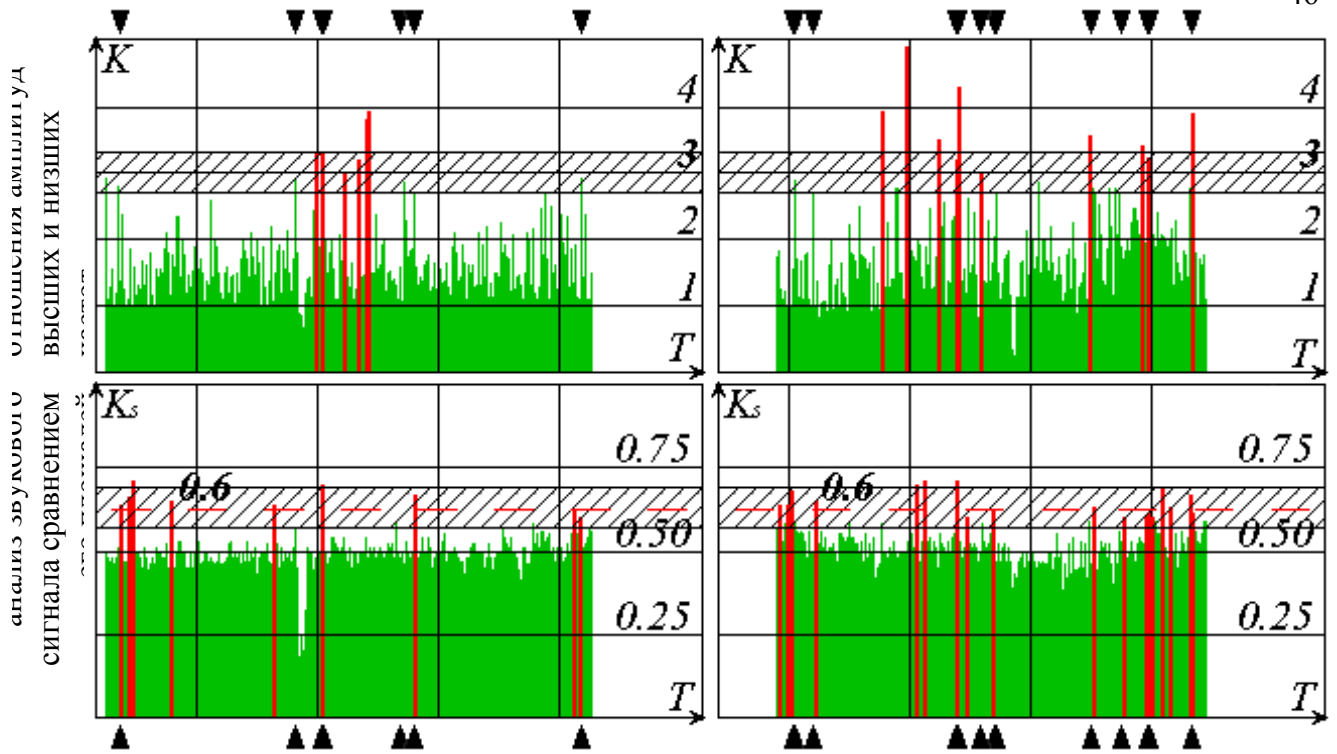


б)



в)

Рисунок 2.9 – Результати аналізу звукового сигналу за ознакою К відношення його площ: а) безпечна ситуація; б) незадовго до викиду; в) викид напружений передвिकидний стан



▨ - зона допустимої погрешності ($\pm 8\%$ від критичного значення);

▼ - зони збігу по двох методах; ■ - прогноз "не небезпечно";

■ - прогноз "небезпечно"

Рисунок 2.10 – Результати обробки сигналу двома прогностичними ознаками

Максимально можлива достовірність прогнозів може бути 1, але не один з розроблених на сьогоднішній день способів і методів не може її дати.

У комплексного показника K вірогідність точності прогнозу складає порядка 0.7, але перевірити, на скільки ця цифра відповідає дійсності, не складається можливим, тому надалі вірогідність цього прогнозу буде прирівняна до 0.5, виходячи з міркувань, що прогноз або вірний, або немає.

2.4 Метод Фур'є-аналізу структури коливальних процесів

У 1807 французький математик і фізик Жан Батист Жозеф Фур'є представив у Французький Інститут (Institut de France) доповідь про

синусоїдальне представлення температурних розподілів. Доповідь містила спірне твердження про те, що будь-який безперервний періодичний сигнал може бути представлений сумою вибраних належним чином сигналів синусоїдальної форми. Серед членів комітету, публікацій, що займалися оглядом, були два відомі математики – Жозеф Луї Лагранж і П'єр Симон де Лаплас. Лагранж категорично заперечив проти публікації на підставі того, що підхід Фур'є непридатний до розривних функцій, таким як сигнали прямокутної форми. Робота Фур'є була відхилена, перш за все із-за заперечення Лагранжа, і була видана після його смерті, приблизно п'ятнадцятьма роками пізніше.

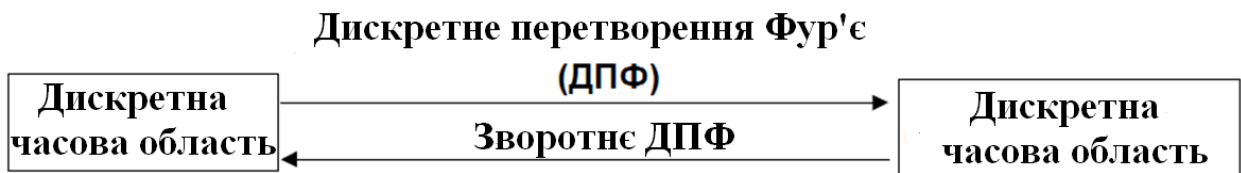
Насправді і Фур'є, і Лагранж були, принаймні, частково мають рацію. Лагранж був прав в тому, що підсумовуванням сигналів синусоїдальної форми неможливо точно сформулювати сигнал, що містить вертикальний фронт. Але можна дуже точно до нього наблизитися, якщо використовувати достатню кількість гармонійних сигналів. (Це описується ефектом Гіббса і сьогодні добре зрозуміло ученим, інженерам і математикам).

Аналіз Фур'є закладає основи багатьох методів, що застосовуються в області цифрової обробки сигналів (ЦОС). По суті справи, перетворення Фур'є (фактично існує декілька варіантів таких перетворень) дозволяє зіставити сигналу, заданому в тимчасовій області, його еквівалентне уявлення в частотній області. Навпаки, якщо відома частотна характеристика сигналу, то зворотне перетворення Фур'є дозволяє визначити відповідний сигнал в тимчасовій області.

На додаток до частотного аналізу, ці перетворення корисні при проектуванні фільтрів. Частотна характеристика фільтру може бути отримана за допомогою перетворення Фур'є його імпульсної реакції. І навпаки, якщо визначена частотна характеристика сигналу, то необхідна імпульсна реакція може бути отримана за допомогою зворотного перетворення Фур'є над його частотною характеристикою. Цифрові фільтри можуть бути створені на основі їх імпульсної реакції, оскільки коефіцієнти фільтру з кінцевою

імпульсною характеристикою (КИХ) ідентичні дискретній імпульсній реакції фільтру.

Сімейство перетворень Фур'є (перетворення Фур'є, ряди Фур'є, дискретні ряди Фур'є і дискретне перетворення Фур'є) представлене на рис. 2.11. З часом прийняті визначення отримали розвиток (не обов'язково цілком логічне) залежно від того, чи є сигнал безперервно-аперіодичним (continuous–aperiodic), безперервно-періодичним (continuous–periodic), дискретно-аперіодичним (sampled–aperiodic) або дискретно-періодичним (sampled–periodic). У даному контексті термін *sampled* означає те ж саме, що *discrete* (дискретний) (тобто дискретні за часом вибірки).



- **Цифровий спектральний аналіз**
 - Аналізатори спектру
 - Обробка мови
 - Обробка зображень
 - Розпізнавання образів
- **Проектування фільтрів**
 - Обчислення імпульсної характеристики по частотній
 - Обчислення частотної характеристики по імпульсній
- **Швидке перетворення Фур'є (ШПФ) – це простий алгоритм для ефективного обчислення дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)**

Рисунок 2.11 – Застосування дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)

Єдиний член цього сімейства, який має відношення до цифрової обробки сигналів, – це дискретне перетворення Фур'є (ДПФ), яке оперує дискретною за часом вибіркою періодичного сигналу в тимчасовій області. Для того, щоб бути представленим у вигляді суми синусоїд, сигнал повинен бути періодичним. Але як набір вхідних даних для ДПФ доступно тільки кінцеве число відліків (N). Цю дилему можна вирішити, якщо в думках

помістити нескінченне число однакових груп відліків до i після обробленої групи, утворюючи, таким чином, математичну (але не реальну) періодичність, як показано на рис. 2.12.

ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Е: сигнал безперервний і аперіодичний



РЯДИ ФУР'Е: сигнал безперервний і періодичний



ДИСКРЕТНІ РЯДИ ФУР'Е: сигнал дискретний і аперіодичний



ДИСКРЕТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Е: (дискретні ряди Фур'є) сигнал дискретний і періодичний

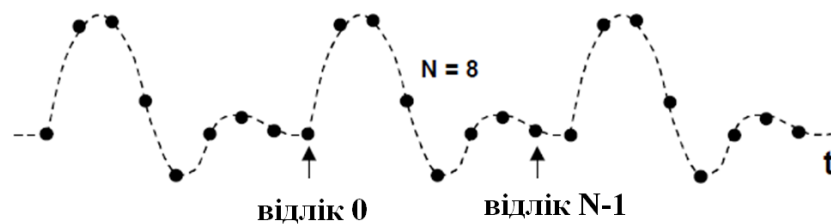


Рисунок 2.12 – Сім'я перетворень Фур'є, як функція сигналу в тимчасовій області

Фундаментальне рівняння для отримання N -точкового ДПФ виглядає таким чином[73]:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \left[\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right] \quad (2.2)$$

де (рис. 2.13) $X(k)$ - частотний вихід ДПФ в k - точці спектру

до знаходиться в діапазоні від 0 до $N-1$

N - число відліків при обчисленні ДПФ

$x(n)$ - n -й відлік в тимчасовій області

де n знаходиться в діапазоні від 0 до $N-1$.

У загальному рівнянні $x(n)$ може бути речовим або комплексним.

Періодичний сигнал може бути розкладений на суму відібраних належним чином конусоїдальних та синусоїдальних функцій (Жан Батист Жозеф Фур'є, 1807).

ДПФ працює с кінцевим числом (N) оцифрованих по часу відліків $x(n)$. Коли цы групи выдлыкыв повторяются, вони стають періодичними з точки зору перетворення.

Комплексний спектральний вихід ДПФ $X(k)$ є результатом згортки вхідних відліків з базисними функціями синуса та косинуса:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi nk/N} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \left[\cos\frac{2\pi nk}{N} - j \sin\frac{2\pi nk}{N} \right]$$

$0 \leq k \leq N-1$

Рисунок 2.13 – Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ)

Косинусоїдальні і синусоїдальні компоненти в рівнянні можуть бути відображені в полярних або прямокутних координатах, зв'язок між якими визначається формулою Ейлера[40]:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad (2.3)$$

Вихідний спектр ДПФ $X(k)$ є результатом обчислення згортки між вибіркою, що складається з вхідних відліків в тимчасовій області, і набором з

N пар гармонійних базисних функцій (косинус і синус). Концепцію добре ілюструє рис. 2.14, на якому наведена речова частина перших чотирьох точок спектру (показані тільки косинусоїдальні гармонійні базисні функції). Подібна ж процедура використовується для обчислення уявної частини спектру на основі синусоїдальних функцій [41].

ЧАСОВА ОБЛАСТЬ БАЗИСНІ ФУНКЦІЇ ЧАСТОТНА ОБЛАСТЬ

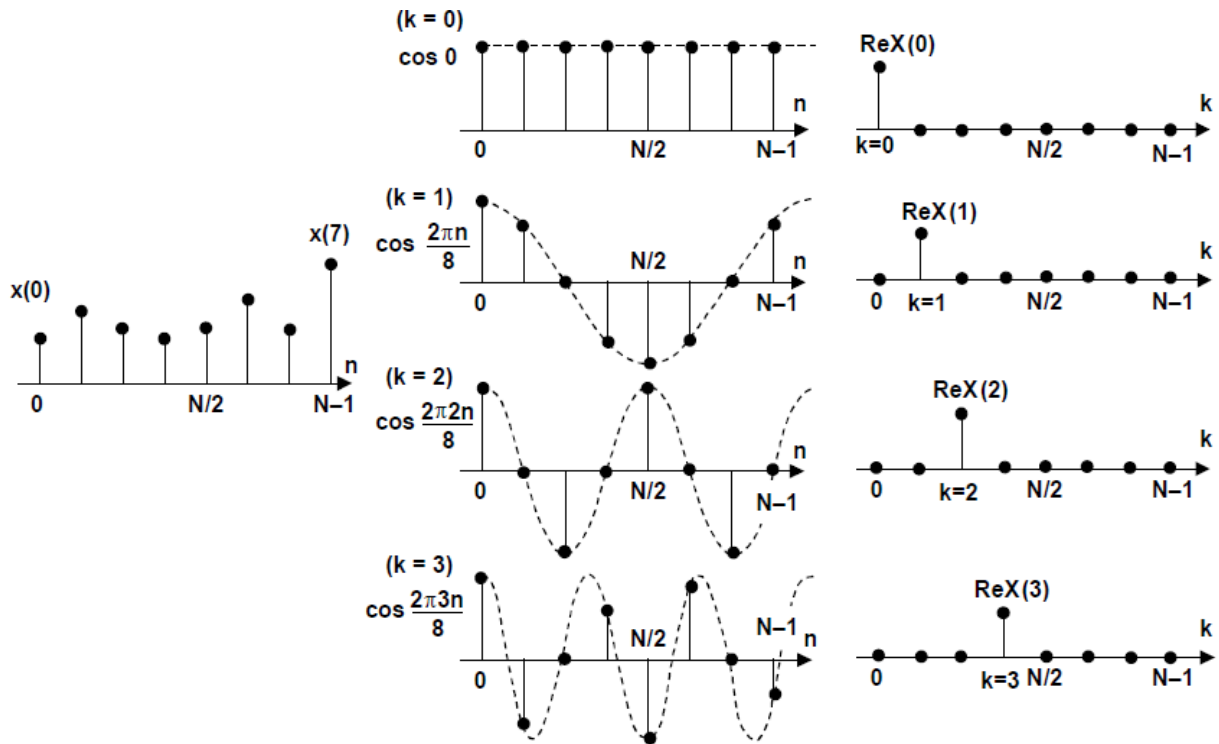


Рисунок 2.14 – Згортка відліків в тимчасовій області з базисними функціями при ДПВ для $N = 8$

Перша точка $X(0)$ є простій сумою вхідних відліків в тимчасовій області, тому що $\cos(0) = 1$. Коефіцієнт масштабування $1/N$ не враховується, але повинен бути присутнім в кінцевому результаті. $X(0)$ – це середнє значення відліків в тимчасовій області, або просто зсув по постійному струму. Друга точка $REX(1)$ отримана множенням кожного відліку з тимчасової області на відповідне значення косинусоїди, що має один повний період на інтервалі N , з подальшим підсумовуванням результатів. Третя точка $REX(2)$ отримана множенням кожного відліку з тимчасової області на

відповідну точку косинусоїди, яка має два повні періоди на інтервалі N , з подальшим підсумовуванням результатів. Так само, четверта точка $REX(3)$ отримана множенням кожного відліку з тимчасової області на відповідну точку косинусоїди з трьома повними періодами на інтервалі N і підсумовуванням результатів. Цей процес продовжується, поки не будуть обчислені всі N вихідних відліків. Подібна процедура, але з використанням синусоїд, застосовується для обчислення уявної частини частотного спектру [42]. Косинусоїди і синусоїди є базисними функціями даного перетворення.

Припустимо, що вхідний сигнал є косинусоїдальним, таким, що має період N , тобто він містить один повний період в нашій вибірці. Також прийемо його амплітуду і фазу ідентичними першій косинусоїдальній базисній функції $\cos(2\pi n/8)$. Вихідний спектр містить одну ненульову точку $REX(1)$, а всі інші точки $REX(k)$ є нульовими. Припустимо, що тепер вхідна косинусоїда зрушена вправо на 90 . Значення згортки між нею і відповідною базисною косинусоїдальною функцією рівно нулю. Але алгоритм перетворення припускає обчислення згортки з базисною функцією $\sin(2\pi n/8)$, необхідне для отримання $IMX(1)$. Це показує, чому необхідно розраховувати і речові, і уявні частини спектру для визначення і амплітуди і фази частотного спектру.

Синусоїдальній/косинусоїдальній функції будь-якої частоти, відмінної від частоти базової функції, дає нульове значення і для $REX(1)$, і для $IMX(1)$.

Подібна процедура застосовується при обчисленні зворотного ДПФ для відновлення відліків в тимчасовій області $x(n)$ з відліків в частотній області $X(k)$. Відповідне рівняння виглядає таким чином[43]:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{-j2\pi nk/N} = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \left[\cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \right] \quad (2.4)$$

Для обчислення дискретного перетворення Фур'є послідовності N елементів потрібно виконати N^2 операцій з комплексними числами. Якщо довжини оброблюваних масивів цифрових відліків звукових коливань мають

порядок тисячі і більш, то використовувати ці алгоритми дискретного спектрального аналізу скрутно (особливо в реальному часі). Виходом з положення з'явився алгоритм швидкого перетворення Фур'є (БПФ або FFT)[44].

Швидке перетворення Фур'є є не більше ніж алгоритмом для прискореного обчислення ДПФ шляхом скорочення необхідного числа операцій множення і складання. Дане перетворення було запропоноване Кулі і Таки (J.W.Cooley і J.W.Tukey) в 1960-х роках і фактично було відкриттям наново ідеї Рунге, Даніельсона і Ланкоса (Runge (1903), Danielson і Lanczos (1942)). Перша згадка даної ідеї зустрічається ще задовго до появи комп'ютерів і калькуляторів, коли чисельні обчислення могли займати багато годин. Крім того, більш ніж сторіччям раніше даний метод використовував німецький математик Карл Фрідріх Гаусс (1777 - 1855).

Для розуміння принципів роботи БПФ[45], необхідно розглянути ДПФ на 8 точок, представлене на рисунку 2.15 в розгорненому вигляді. Для спрощення таблиці введено наступне визначення:

$$W_N = e^{-\frac{j2\pi}{N}}. \quad (2.5)$$

Це веде до визначення коефіцієнтів повороту (повертаючих множників):

$$W_N^{nk} = e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}. \quad (2.6)$$

Коефіцієнти повороту представляють базисні гармонійні функції, записані в експоненціальній формі. 8-точкове ДПФ, що представлено на діаграмі, вимагає 64 операцій множення з комплексними числами. N-точкове ДПФ вимагає N^2 операцій множення з комплексними числами. Знання кількості множень важливе тому, що на реалізацію операцій

множення витрачаються істотні обчислювальні ресурси DSP. Насправді, загальний час, потрібний для обчислення ДПФ, прямо пропорціонально числу множень з урахуванням необхідного числа додаткових операцій.

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{j2\pi nk}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}$$

$$W_N = e^{-\frac{j2\pi}{N}}$$

$X(0) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^0 + x(2)W_8^0 + x(3)W_8^0 + x(4)W_8^0 + x(5)W_8^0 + x(6)W_8^0 + x(7)W_8^0$
$X(1) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^1 + x(2)W_8^2 + x(3)W_8^3 + x(4)W_8^4 + x(5)W_8^5 + x(6)W_8^6 + x(7)W_8^7$
$X(2) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^2 + x(2)W_8^4 + x(3)W_8^6 + x(4)W_8^8 + x(5)W_8^{10} + x(6)W_8^{12} + x(7)W_8^{14}$
$X(3) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^3 + x(2)W_8^6 + x(3)W_8^9 + x(4)W_8^{12} + x(5)W_8^{15} + x(6)W_8^{18} + x(7)W_8^{21}$
$X(4) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^4 + x(2)W_8^8 + x(3)W_8^{12} + x(4)W_8^{16} + x(5)W_8^{20} + x(6)W_8^{24} + x(7)W_8^{28}$
$X(5) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^5 + x(2)W_8^{10} + x(3)W_8^{15} + x(4)W_8^{20} + x(5)W_8^{25} + x(6)W_8^{30} + x(7)W_8^{35}$
$X(6) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^6 + x(2)W_8^{12} + x(3)W_8^{18} + x(4)W_8^{24} + x(5)W_8^{30} + x(6)W_8^{36} + x(7)W_8^{42}$
$X(7) =$	$x(0)W_8^0 + x(1)W_8^7 + x(2)W_8^{14} + x(3)W_8^{21} + x(4)W_8^{28} + x(5)W_8^{35} + x(6)W_8^{42} + x(7)W_8^{49}$

N^2 множень з комплексними числами
 $\frac{1}{N}$ не врахований масштабний коефіцієнт

Рисунок 2.15 – 8- точкове дискретне перетворення Фур'є ($N = 8$)

ДПФ, показане на рис. 2.15 в розгорненому вигляді, може бути сильно спрощене, якщо використовувати властивості симетрії і періодичності коефіцієнтів повороту, як показано на рисунку 2.16. Результатом переробки виразів для ДПФ є швидке перетворення Фур'є (FFT), яке вимагає тільки $(N/2) \log_2(N)$ множень комплексних чисел. Обчислювальна ефективність БПФ в порівнянні з ДПФ стає вельми істотною, коли кількість крапок БПФ збільшується до декількох тисяч, як це витікає з рис. 2.17. Очевидно, що БПФ обчислює всі компоненти вихідного спектру (або все, або жодного). Якщо необхідно розрахувати тільки декілька точок спектру, ДПФ може виявитися ефективнішим. Обчислення одного вихідного відліку спектру з

використанням ДПФ вимагає тільки N множень з комплексними числами [46].

Алгоритм БПФ по підставі 2 розділяє повне обчислення ДПФ на комбінацію 2-точкових ДПФ. Кожне 2-точкове ДПФ містить базову операцію множення з накопиченням, звану «метеликом» і ілюстровану на рисунку 2.18. На діаграмі показано два представлення «метелика»: верхня діаграма фактично є функціональним представленням «метелика», що побудований на цифрових помножувачах і суматорах. У спрощеній нижній діаграмі операції множення позначаються множником біля стрілки, а під підсумовуванням маються на увазі дві стрілки, що сходяться в точці [47].

симетричність: $W_N^{r+N/2} = -W_N^r$, періодичність: $W_N^{r+N} = W_N^r$

$N = 8$

W_8^4	$= W_8^{0+4}$	$= -W_8^0$	$= -1$
W_8^5	$= W_8^{1+4}$	$= -W_8^1$	
W_8^6	$= W_8^{2+4}$	$= -W_8^2$	
W_8^7	$= W_8^{3+4}$	$= -W_8^3$	
W_8^8	$= W_8^{0+8}$	$= +W_8^0$	$= +1$
W_8^9	$= W_8^{1+8}$	$= +W_8^1$	
W_8^{10}	$= W_8^{2+8}$	$= +W_8^2$	
W_8^{11}	$= W_8^{3+8}$	$= +W_8^3$	
•	•	•	
•	•	•	
•	•	•	

Рисунок 2.16 – Властивість симетрії і періодичності повертаючих множителів W_N^r

- БПФ є лише алгоритмом ефективного обчислення ДПФ
- Обчислювальна ефективність N -точкового БПФ:
 - ДПФ N^2 обчислень з комплексними числами

- БПФ $(N/2) \log_2(N)$ обчислень з комплексними числами

N	Множень при ДПФ	Множень при БПФ	Ефективність БПФ
256	65,536	1,024	64 : 1
512	262,144	2,304	114 : 1
1,024	1,048,576	5,120	205 : 1
2,048	4,194,304	11,264	372 : 1
4,096	16,777,216	24,576	683 : 1

Рисунок 2.17 – Швидке перетворення Фур'є (БПФ) в порівнянні з дискретним перетворенням Фур'є (ДПФ)

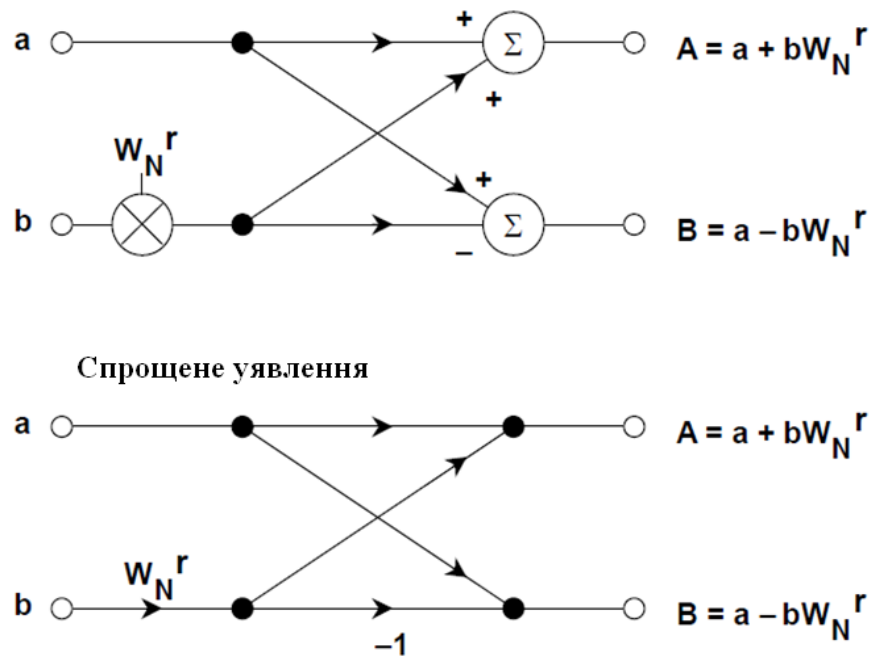


Рисунок 2.18 – Базова операція "метелик" в алгоритмі БПФ з проріджуванням за часом

8-точкове БПФ з проріджуванням в часі (decimation-in-time, DIT) обчислює остаточний результат з використанням трьох каскадів, як це витікає з рис. 2.19.



Рисунок 2.19 – Обчислення 8-точкового ДПФ в трьох каскадах з використанням проріджування за часом

Вісім вхідних відліків з тимчасової області спочатку розділяються (або проріджуються) на чотири групи 2-точкових ДПФ. Потім чотири 2-точкових ДПФ об'єднуються в два 4-точкових ДПФ. Потім два 4-точкових ДПФ об'єднуються для того, щоб отримати остаточний результат $X(k)$. Детально процес розглянутий на рис. 2.20, де показані всі операції множення і підсумовування. Неважко відмітити, що базова операція «метелика» 2-точкового ДПФ формує основу для всього обчислення. Обчислення здійснюється в трьох каскадах. Після того, як закінчується обчислення першого каскаду, немає необхідності зберігати які-небудь попередні результати. Результати обчислення першого каскаду можуть бути збережені в тих же самих регістрах або елементах пам'яті, які спочатку зберігали початкові відліки з тимчасової області $x(n)$. Так само, коли закінчується обчислення другого каскаду, результати обчислення першого каскаду можуть

бути видалені. Таким же чином здійснюється обчислення останнього каскаду, замінюючи в пам'яті проміжний результат обчислення попереднього каскаду. Для того, щоб алгоритм працював належним чином, вхідні відліки за часом $x(n)$ повинні бути впорядковані певним чином з використанням алгоритму реверсування бітів[48].

Алгоритм реверсування бітів, використовуваний для реалізації проріджування за часом, наведено на рис. 2.21.

Десятковий індекс n перетвориться в його двійковий еквівалент. Потім двійкові розряди розташовуються в зворотному порядку і перетворяться назад в десяткове число. Реверсування бітів часто виконують апаратною ЦОС в генераторі адреси даних (DAG), спрощуючи таким чином програмне забезпечення, скорочуючи кількість додаткових операцій і прискорюючи обчислення.

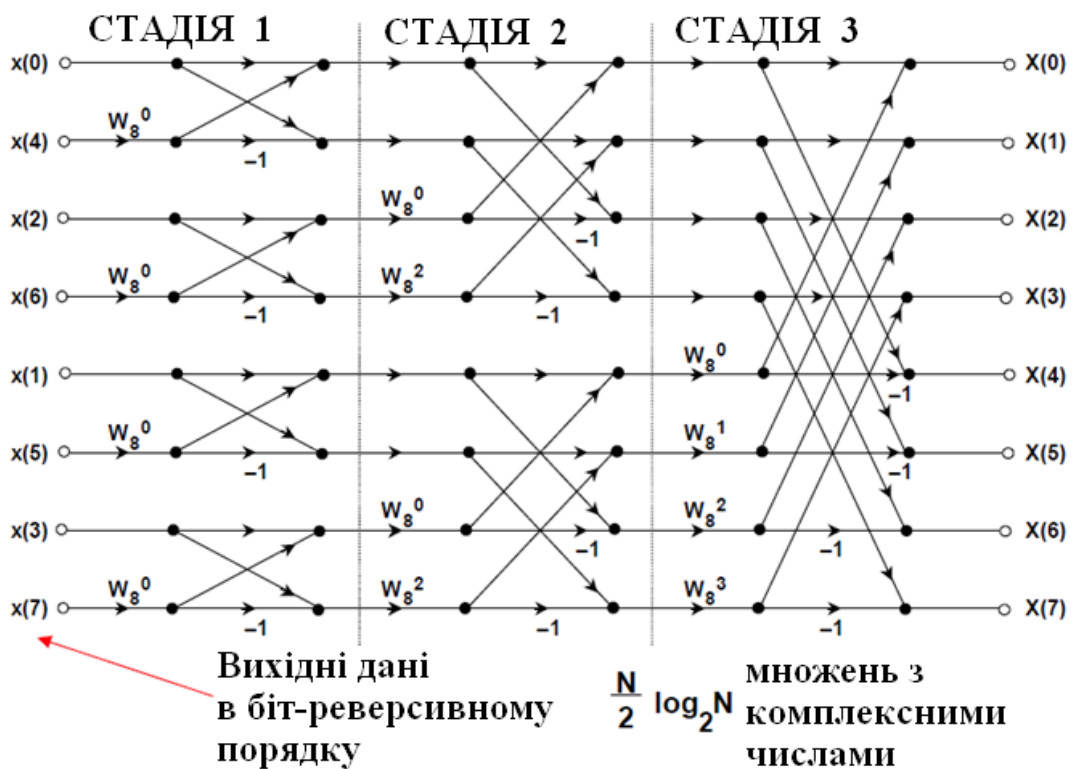


Рисунок 2.20 – Алгоритм 8-точкового БПФ з проріджуванням за часом

Десяткове число	0	1	2	3	4	5	6	7
Бінарний еквівалент	000	001	010	011	100	101	110	111
Дв.з реверсуванням	000	100	010	110	001	101	011	111
Десятковий еквівалент	0	4	2	6	1	5	3	7

Рисунок 2.21 – Приклад біт-реверсивного проріджування для $n = 8$

Так само існує обчислення БПФ з використанням алгоритму з проріджуванням по частоті (DIF). Цей метод вимагає, щоб алгоритм реверсування був застосований до адрес вихідних відліків $X(k)$. «метелик» для алгоритму з проріджуванням по частоті (DIF) злегка відрізняється від «метелика» для алгоритму з проріджуванням за часом [49].

Використання алгоритмів з проріджуванням за часом, в порівнянні з алгоритмами з проріджуванням по частоті, в значній мірі є питанням переваги, оскільки обидва алгоритми дають однаковий результат. Певні обмеження тієї або іншої системи можуть зробити одне з двох рішень оптимальним.

2.5 Висновки

1. Проведений детальний аналіз результатів шахтних досліджень на основі матеріалів записів акустичної інформації, що зібрана на магнітних носіях в умовах низки шахт України, які розробляли вугільні шари, є небезпечні з точки зору підвищеної вірогідності розвитку газодинамічних явищ.

2. Наведено, що для контролю стану краєвої частини пласта в процесі видобутку вугілля необхідно знати параметри штучного сигналу, що

реєструються під час роботи очисного механізму на деякій відстані від джерела.

3. Основні закономірності зміни стану гірських порід навколо виробленого простору добре відбиваються в зміні акустичних показників - швидкості звуку і частотних характеристиках пружних коливань, що розповсюджуються у вуглепородному масиві.

4. Результати обробки прийнятого з масиву акустичного сигналу за декількома прогностичними ознаками дає можливість значно підвищити вірогідність прогнозування поведінки складноструктурного масиву в аномальних умовах.

3 ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В СКЛАДНОСТРУКТУРНИХ НАПРУЖЕНИХ СИСТЕМАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ЕЛЕМЕНТАРНИХ МОДЕЛЕЙ ТА НАВАНТАЖЕНЬ

Особливості розповсюдження акустичних коливань в породних середовищах в значній мірі обумовлені їх неоднорідністю. У околі вироблень природна неоднорідність (анізотропія, шаруватість, трещиноватість, багатофазність та ін.) підсилюється суттєво неоднорідним напружено-деформованим станом.

Дослідженнями, основаними на аналізі амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) коливань пласта, встановлено, що зазвичай АЧХ, що реєструються на відстанях до 50 метрів від джерела коливань в інтервалі частот від 100 Гц до 1500 Гц мають три екстремуми. Лінійні розміри неоднорідностей, відповідних таким частотам, складають не менше 0,4 м. Один з екстремумів (як правило, абсолютний максимум) відповідає власній частоті пласта і обумовлений відбиттям поперечних хвиль від меж з вміщуючою породою. Значення в двох інших екстремумах змінюються при зміні напруженого стану в околі виробки [50,51], що дає підставу зв'язати такі зміни із змінами розмірів області суттєвої зміни напруження і, зокрема, положення зони опорного тиску. У свою чергу змінюються і розміри призабійної зони, що характеризується падінням напруження і зміненими, в порівнянні з незбуреним пластом, характеристиками. Таким чином, поширення коливань в околі виробки можна у простому випадку моделювати як поширення коливань в середовищі з акустичними параметрами, що змінюються.

Іншою, принципово важливою особливістю даних коливальних процесів є віддаленість зовнішніх меж, що приводить до необхідності

моделювати процес в необмеженому середовищі, коли збудження, що створюються джерелом коливань, йдуть на нескінченність.

Будь яке суворе моделювання коливальних процесів в призабойній зоні пов'язане з вирішенням надзвичайно складних задач динамічної теорії пружності. Навіть у разі однорідних ізотропних ідеально пружних середовищ і меж, що ототожнюються з частинами координатних поверхонь, одержані вирішення [52-54] важкооглядні, а їх аналіз пов'язаний з виявленням «тонких властивостей інтегральних рівнянь, що породжують описані вище задачі» [54]. При цьому слід зазначити, що для напівобмежених тіл показана можливість існування коливань з кінцевою енергією за наявності неоднорідностей або навантажень спеціального виду [54].

Далі для попередньої оцінки впливу призабойної зони на розповсюдження коливань пропонується розглянути задачу про коливання в напівнескінченному стержні з початковою ділянкою, що має відмінні від основного акустичні характеристики. Потрібно замітити, що формально відмінність акустичних характеристик в такій моделі може бути обумовлена не лише зміною властивостей середовища, але і заборонаю поперечних бічних зсувів, коли одновимірний рух середовища може бути описаний тим же рівнянням, але із зміненим (підвищеним) значенням ефективного модуля Юнга [55].

4 ОБГРУНТУВАННЯ ФІЗИЧНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ У НАПРУЖЕНОМУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОМУ ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

4.1 Математична модель коливань в напівнескінченному стрижні

Хай напівнескінченний пружний стержень з модулем Юнга E_0 і щільністю ρ_0 має початкову ділянку довжиною l , тієї ж, щільності, але з іншим модулем пружності E_1 . Ділянки стержня нероз'ємні. Коливання в стрижні викликані таким, що постійно діє, гармонійним кінематичним або силовим навантаженням з частотою ω і амплітудою u_0 або σ_0 відповідно.

Початок координат розмістимо на межі ділянок однорідності. Величини з індексом 1 відноситимемо до початкової ділянки, а з індексом 2 до останнього напівнескінченного стрижня.

Тоді отримаємо наступну задачу без початкових умов:

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} = c_k^2 \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} \quad k=1, 2; \quad (4.1)$$

$$u_1(t, 0) = u_2(t, 0); \quad (4.2)$$

$$E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, 0) = E_2 \frac{\partial u_2}{\partial x}(t, 0); \quad (4.3)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u_2(t, x) = 0. \quad (4.4)$$

Умови навантаження:

$$u_1(t, -l) = u_0 \exp(-i\omega t); \quad (4.5)$$

або

$$E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, -l) = -i\sigma_0 \exp(-i\omega t) \quad (4.6)$$

де u_k - переміщення, x - координата, t - час, c_k - швидкість звуку, i - уявна одиниця.

Виберемо як масштаби: довжини - l , часу - $l\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}}$, швидкості - $\sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}$,

напруження - E_0 , переміщення - u_0 .

Тоді в безрозмірних величинах задача (1) -(5) набирає вигляду:

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} = c_k^2 \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2}, \quad k=1,2; \quad (4.7)$$

$$u_1(t, 0) = u_2(t, 0); \quad (4.8)$$

$$E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u_2}{\partial x}(t, 0); \quad (4.9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u_2(t, x) = 0; \quad (4.10)$$

$$u_1(t, -1) = \exp(-i\omega t); \quad (4.11)$$

У безрозмірних величинах $c_2 = 1$, а c_1 можна трактувати як відношення акустичних жорсткостей початкової ділянки і останнього напівнескінченного стрижня.

Параметрами поставлені задачі є величини c_1 і ω .

Шукатимемо рішення (7) -(11) у вигляді

$$u_k(x, t) = A_k \exp\left[i\left(\frac{\omega x}{c_k} - \omega t\right)\right] + B_k \exp\left[-i\left(\frac{\omega x}{c_k} + \omega t\right)\right], \quad (4.12)$$

де A_k , B_k - комплексні амплітуди хвиль, що розповсюджуються вліво і вправо відповідно.

Оскільки в напівнескінченному стрижні (при $x > 0$) збурення не відбиваються і можуть розповсюджуватися лише вправо (умови випромінювання), то $B_2 = 0$.

Підставляючи (4.12) в (4.8), (4.9), (4.11) і опускаючи часовий множник, отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} A_1 \exp\left(-i\frac{\omega}{c_k}\right) + B_1 \exp\left(i\frac{\omega}{c_k}\right) = 1, \\ A_1 + B_1 = A_2, \\ A_1 - B_1 = \frac{1}{c_1} A_2 \end{cases} \quad (4.13)$$

Підставляючи, знайдені з (4.13) значення комплексних амплітуд, в (4.12), і виділяючи дійсну частину, отримаємо для переміщень і напруження:

$$u_1(x, t) = \left[a_1 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) - b_1 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \cos(\omega t) + \left[a_2 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) + b_2 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \sin(\omega t), \quad (4.14)$$

$$\sigma_1(x, t) = -\omega \cdot c_1 \cdot \left\{ \left[a_1 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) + b_1 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \cos(\omega t) + \left[a_2 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) - b_2 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \sin(\omega t) \right\}, \quad (4.15)$$

$$u_2(x, t) = \left[a_1 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) - a_2 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \cos(\omega t) + \left[a_2 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) + a_1 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \sin(\omega t), \quad (4.16)$$

$$\sigma_2(x, t) = -\omega \cdot \left\{ \left[a_1 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) + a_2 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \cos(\omega t) + \left[a_2 \sin\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) - a_1 \cos\left(\frac{\omega x}{c_1}\right) \right] \sin(\omega t) \right\}, \quad (4.17)$$

де

$$a_1 = \frac{c_1^2 \cos(\frac{\varpi}{c_1})}{\Delta(c_1, \varpi)}, \quad b_1 = \frac{\sin(\frac{\varpi}{c_1})}{\Delta(c_1, \varpi)}, \quad a_2 = \frac{c_1 \sin(\frac{\varpi}{c_1})}{\Delta(c_1, \varpi)}, \quad b_2 = \frac{c_1 \cos(\frac{\varpi}{c_1})}{\Delta(c_1, \varpi)},$$

$$\Delta(c_1, \varpi) = c_1^2 \cos^2(\frac{\varpi}{c_1}) + \sin^2(\frac{\varpi}{c_1}).$$

Отримані вирази об'єднують вирішення для кінцевого і нескінченного стрижней, які можуть бути знайдені з (4.14) - (4.17) як окремі випадки.

1. $c_1 \rightarrow 0$ (напівнескінченна частина стрижня абсолютно жорстка).

Тоді $a_1 \rightarrow 0$, $b_1 \rightarrow \frac{1}{\sin(\frac{\varpi}{c_1})}$, $a_2 \rightarrow 0$, $b_2 \rightarrow 0$ і, отже,

$$u_1(x, t) = -\frac{\sin(\frac{\varpi x}{c_1})}{\sin(\frac{\varpi}{c_1})} \cos(\varpi t),$$

$$u_2(x, t) = 0, \quad \sigma_2(x, t) = 0.$$

Власні (резонансні) частоти : $\varpi = cn\pi$, $n = 1, 2, \dots$,

2. $c_1 \rightarrow \infty$ (початкова ділянка абсолютно жорстка). Тоді

$$a_1 \rightarrow \frac{1}{\cos(\frac{\varpi}{c_1})}, \quad b_1 \rightarrow 0, \quad a_2 \rightarrow 0, \quad b_2 \rightarrow 0 \quad \text{і}$$

$$u_1(x, t) = -\frac{\cos(\frac{\varpi x}{c_1})}{\cos(\frac{\varpi}{c_1})} \cos(\varpi t), \quad \sigma_1(x, t) = -\omega \cdot c_1 \cdot \frac{\sin(\frac{\varpi x}{c_1})}{\cos(\frac{\varpi}{c_1})} \cos(\varpi t),$$

$$u_2(x, t) = \frac{\cos(\frac{\varpi x}{c_1} - \varpi t)}{\cos(\frac{\varpi}{c_1})}, \quad \sigma_2(x, t) = -\frac{\varpi \sin(\frac{\varpi x}{c_1} - \varpi t)}{\cos(\frac{\varpi}{c_1})}$$

Власні (резонансні) частоти: $\varpi = \frac{c_1 \pi (2n + 1)}{2}$, $n = 0, 1, 2, \dots$,

3. $c_1 = 1$ (однорідний стержень). Тоді $\Delta = 1$, $a_1 = b_2$, $b_1 = a_2$ і

$$u_1(x, t) = u_2(x, t) = \cos\left[\frac{\varpi(x+1)}{c_1} - \varpi t\right],$$

$$\sigma_1(x, t) = -\varpi \cdot c_1 \cdot \sin\left[\frac{\varpi(x+1)}{c_1} - \varpi t\right], \quad \sigma_2(x, t) = -\varpi \cdot \sin\left[\frac{\varpi(x+1)}{c_1} - \varpi t\right]$$

Хвилі розповсюджуються вправо. У будь-якій точці стержня мають місце однакові зміщені по фазі коливання. Резонанси не можливі.

4.2 Аналіз розв'язку

Отримане аналітичне рішення дозволяє досить просто проаналізувати особливості хвильових процесів, зв'язаних, зокрема, з довжиною початкової ділянки і відмінністю в його акустичних властивостях та акустичних властивостях напівнескінченної частини стрижня.

Вже з вигляду (4.14) виходить, що на початковій ділянці резонанси в сенсі, що зазвичай розуміється, коли при вантаженні на деякій частоті амплітуда нескінченно зростає, можливі лише в окремих випадках ($c_1 \rightarrow 0$, $c_1 \rightarrow \infty$), що ідеалізуються, тобто, строго кажучи, для кінцевих стрижнів. В той же час при певних співвідношеннях c_1 і ϖ в окремих точках початкової ділянки стрижня спостерігаються коливання з амплітудою, що перевищує амплітуду навантаження. На рис. 4.1 приведені криві переміщень в різних точках стрижня залежно від часу. У точці з координатою $x = -0,5$ максимальне переміщення помітно перевершує переміщення на навантажуваному торці ($x = -1$). В той же час розподіл переміщень вздовж стрижня ніяким чином не нагадує стоячі хвилі, що видно з рис. 4.2.

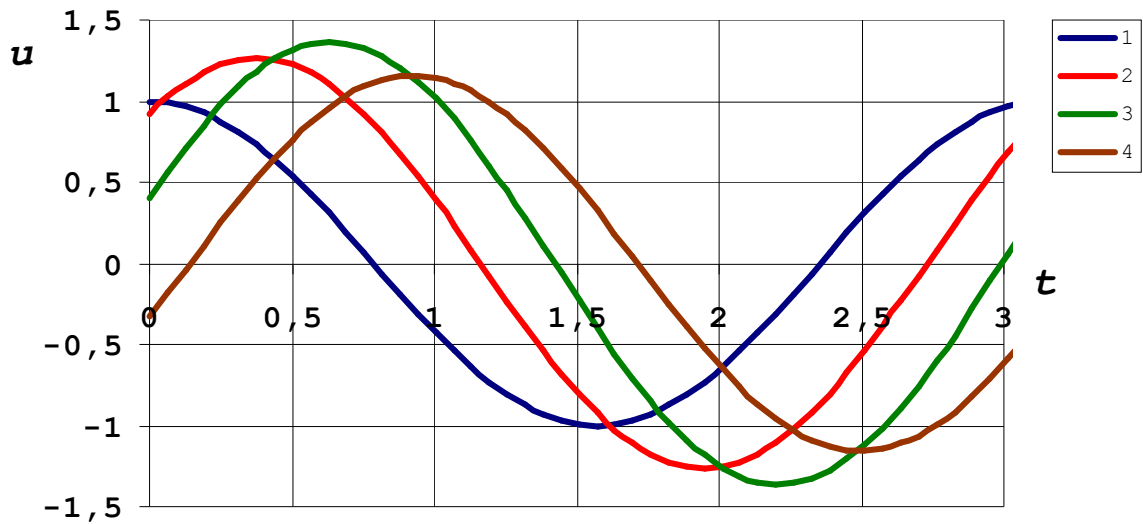


Рисунок 4.1 – Переміщення в різних точках стрижня залежно від часу:

$$c_1 = 0,7; \quad 1-x = -1; \quad 2-x = -0,75; \quad 1-x = -0,5; \quad 2-x = -0,25$$

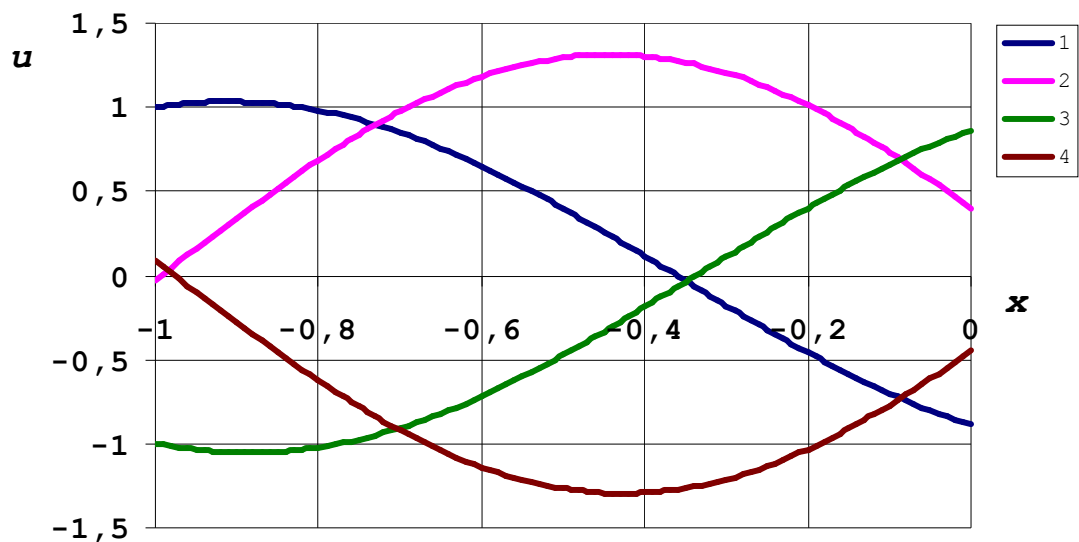


Рисунок 4.2.- Розподіли переміщень уздовж стрижня в різні моменти часу: $c_1 = 0,7$; $1-x = -1$; $2-x = -0,75$; $3-x = -0,5$; $4-x = -0,25$

Оскільки в будь-якій точці стрижня відбувається коливання з однією і тією ж частотою навантаження, що задається, далі зручно оперувати з

функцією, рівною квадрату амплітуди переміщень, яка вже не залежатиме від часу. Позначимо її

$$U_k = U_k(x, \varpi, c_k) = \alpha_k^2 + \beta_k^2, \quad (4.18)$$

де

$$\alpha_1 = \alpha_1(x, \varpi, c_k) = a_1 \cos\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) - b_1 \sin\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right),$$

$$\beta_1 = \beta_1(x, \varpi, c_k) = a_2 \cos\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + b_2 \sin\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right),$$

$$\alpha_2 = \alpha_2(x, \varpi, c_k) = a_1 \cos\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) - a_2 \sin\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right),$$

$$\beta_2 = \beta_2(x, \varpi, c_k) = a_2 \cos\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + a_1 \sin\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right).$$

Спростивши (4.18), отримаємо:

$$U_1 = U_1(x, \varpi, c_1) = \frac{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right)}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}, \quad (4.19)$$

$$U_2 = U_2(\varpi, c_1) = \frac{c_1^2}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)} \quad (4.20)$$

Для аналізу напруження, аналогічно введемо функцію, рівну квадрату відношення амплітуди напруження в точці x до амплітуди напруження на навантажуваному кінці стрижня ($x = -1$):

$$P_1 = P_1(x, \varpi, c_1) = \frac{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right)}{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}, \quad (4.21)$$

$$P_2 = P_2(\varpi, c_1) = \frac{1}{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)} \quad (4.22)$$

З елементарних досліджень на екстремум функції U_I витікає, що при фіксованому значенні частоти коливань і відношенні акустичних жорсткостей, максимальні значення U_I досягаються при виконанні умов:

$$\sin\left(\frac{2\varpi}{c_1}\right) = 0 \quad \text{і} \quad (c_1^2 - 1)\cos\left(\frac{2\varpi}{c_1}\right) > 0 \quad (4.23)$$

Якщо $c_1 > 1$, то умови (4.23) виконуються в точках:

$$x_r = -\frac{c_1 r}{\varpi},$$

де r набуває цілих значень від 0 до $\text{int}\left(\frac{\varpi}{\pi c_1}\right)$.

При такому співвідношенні акустичних жорсткостей ($c_1 > 1$) один з екстремумів завжди знаходиться на межі з напівнескінченною ділянкою ($x=0$) і його значення легко обчислюється:

$$U_{1\max}^{c_1 > 1}(c_1, \varpi) = \frac{c_1^2}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)} \quad (4.24)$$

Типові розподіли квадратів амплітуд переміщень для $c_1 > 1$ і різних частот коливань показані на рис 4.3. При $\varpi \geq \pi c_1$ максимумів декілька, але у всіх максимумах значення функції U_I має одне і те ж значення, що обчислюється по (4.24).

Як впливає з формули (4.24) для кожного співвідношення акустичних жорсткостей існують частоти, амплітуди коливань на яких максимальні. Залежність цих екстремальних частот від c_1 буде:

$$\varpi_j^{\max} = \frac{\pi c_1 j}{2}, \quad j = 1, 2, \dots$$

а відповідні екстремальні значення функції:

$$U_{1\max}^{c_1 > 1}(c_1, \varpi_j^{\max}) = c_1^2 \quad (4.25)$$

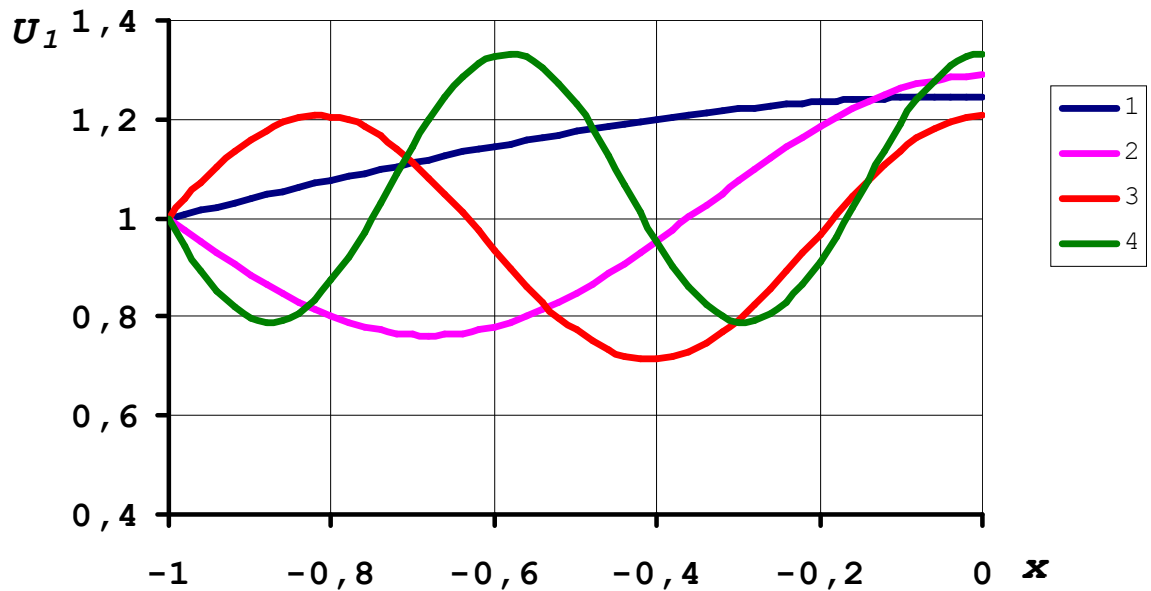


Рисунок 4.3 – Розподіли квадрата амплітуди коливань по довжині стрижня.

$$c_1 = 1,3; \quad 1-\varpi = 1; \quad 2-\varpi = 2; \quad 3-\varpi = 3; \quad 4-\varpi = 4.$$

Якщо $c_1 < 1$, то умови (4.23) виконуються в точках

$$x_r = -\frac{c_1 \pi (2r + 1)}{2\varpi},$$

де r набуває цілих значень від 0 до $\text{int}\left(\frac{\varpi}{\pi c_1} - \frac{1}{2}\right)$.

В цьому випадку найбільші коливання спостерігаються у внутрішніх точках, а екстремуми мають місце лише при $\varpi > \frac{\pi c_1}{2}$.

Значення функції U_I в точках екстремуму залежать від відношення акустичних жорсткостей і частоти:

$$U_{1max}^{c<1}(c_1, \varpi) = \frac{1}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)} \quad (4.26)$$

При фіксованому значенні c_I найбільші коливання мають місце на частотах: $\varpi_j^{max} = \pi c_1 j$, $j = 1, 2, \dots$, а відповідні екстремальні значення функції:

$$U_{1max}^{c>1}(c_1, \varpi_j^{max}) = \frac{1}{c_1^2} \quad (4.28)$$

На рис.4.4 приведені розподіли для квадрату амплітуди U_I по довжині початкової ділянки для одного й того ж значення акустичної жорсткості ($c_1 = 0,7 < 1$) і різних частот коливань. В даному випадку при частотах більше 2 найбільші значення амплітуд коливань досягаються в декількох внутрішніх точках початкової ділянки стрижня.

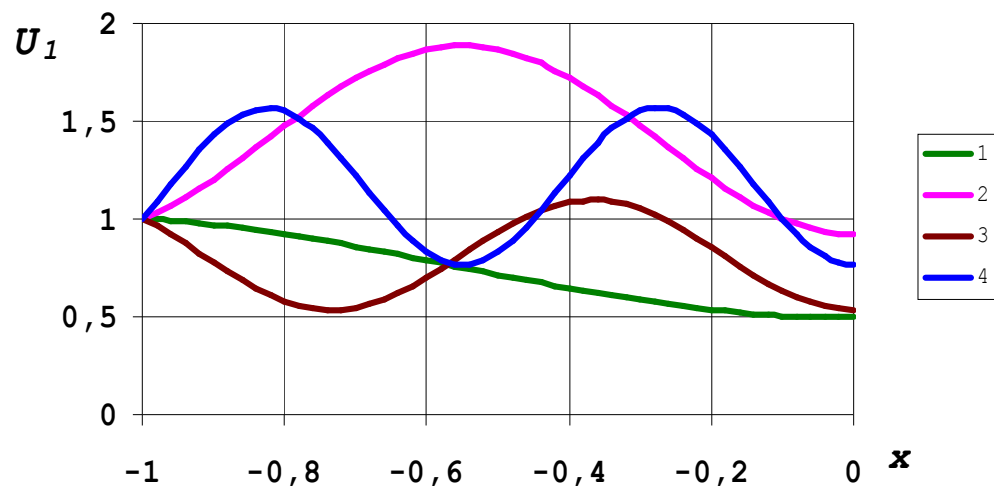


Рисунок 4.4 – Розподіли квадрату амплітуди коливань по довжині стрижня: $c_1 = 0,7$; 1- $\varpi = 1$; 2 - $\varpi = 2$; 3- $\varpi = 3$; 4- $\varpi = 4$;

На рис. 4.5 показані залежності, що ілюструють вплив відношення акустичних жорсткостей на вибіркові властивості системи до частоті вимушених коливань при $c_1 < 1$. Криві є графіками функції (4.20), при цьому екстремуми знаходяться в точках (4.21), екстремальні значення можуть бути обчислені по (4.22).

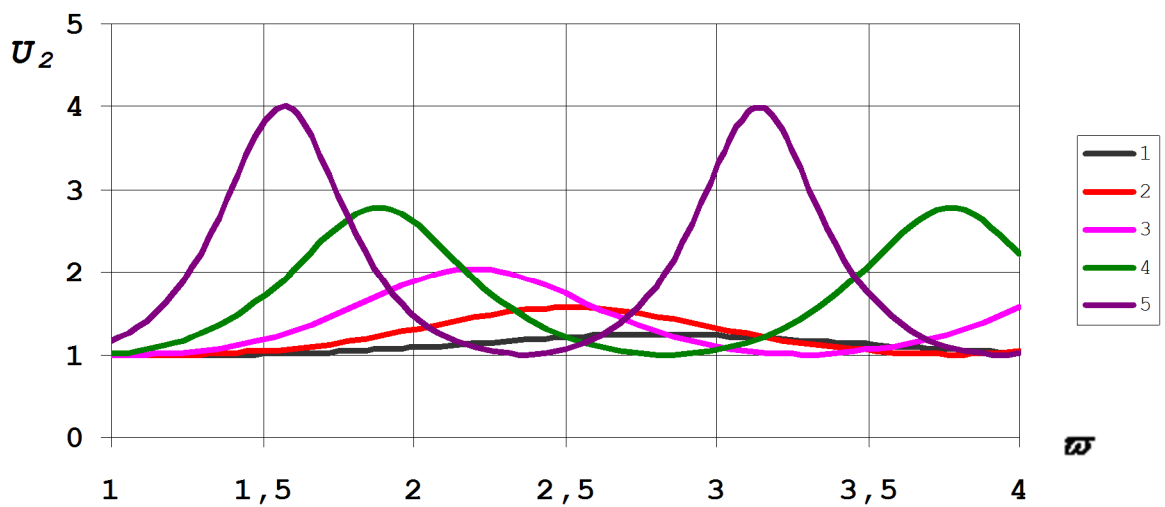


Рисунок 4.5 - Максимальні значення квадрату амплітуди залежно від частоти: 1 - $c_1 = 0,9$, 2 - $c_1 = 0,8$, 3 - $c_1 = 0,7$, 4 - $c_1 = 0,6$, 5 - $c_1 = 0,5$

Слід також відзначити, що при одному й тому ж співвідношенні акустичних жорсткостей в різних точках початкової ділянки стрижня ($x < 0$) залежності амплітуди від частоти можуть істотно відрізнятися (рис.4.6).

З (4.19) і (4.20) і ілюструючих малюнків 4.3, 4.4, 4.5 і 4.6 витікає, що для будь-якого значення $c_1 \neq 1$ існує частота, на якій в певних областях початкової ділянки стрижня $x < 0$ амплітуда коливань перевершує амплітуду навантаження. Спостережені залежності нагадують резонансні.

У напівнескінченній частині ($x > 0$) амплітуда коливань не залежить від координати і визначається лише відношенням акустичних жорсткостей c_1 і частотою коливань ϖ .

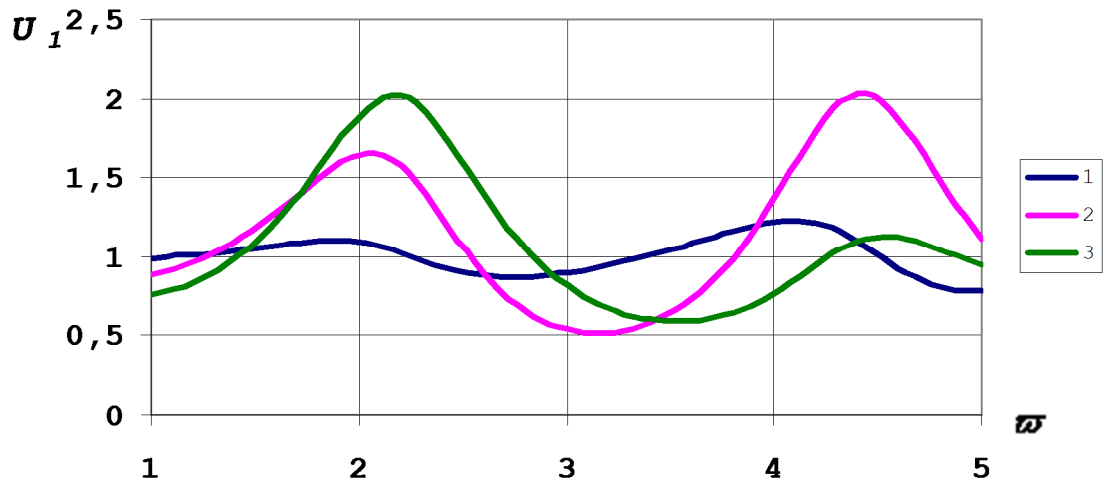


Рисунок 4.6 – Значення квадрата амплітуди залежно від частоти в різних точках початкової ділянки. ; $c_1 = 0,7$; 1- $x = -0,95$; 2- $x = -0,73$; 3- $x = -0,55$

Як впливає з (4.24) при $c_1 > 1$ функція U_2 набуває найбільшого значення коли $r = 1, 2, \dots$ $\varpi = \varpi_* = \frac{c_1 \pi (2r - 1)}{2}$ $r = 1, 2, \dots$ і дорівнює:

$$U_{2\max}^{c < 1}(c_1, \varpi_*) = c_1^2$$

Якщо $c_1 < 1$, то U_2 досягає максимуму при $\varpi = \varpi_* = c_1 \pi r$, $r = 1, 2, \dots$ і дорівнює:

$$U_{2\max}^{c > 1}(c_1, \varpi_*) = 1$$

Об'єднуючи отримані результати для нижньої (основної) частоти напівнескінченної частини стрижня, можна записати:

$$\varpi_*(c_1) = \begin{cases} c_1\pi, & \text{если } c_1 < 1 \\ \frac{c_1\pi}{2}, & \text{если } c_1 \geq 1 \end{cases}$$

$$U_{2\max}(c_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } c_1 < 1 \\ c_1^2, & \text{если } c_1 \geq 1 \end{cases}$$

При $c_1 < 1$ в напівнескінченній частині стрижня амплітуди коливань не можуть перевищити амплітуду навантаження, але і в цьому випадку відмінність акустичних жорсткостей призводить до істотно різного пропускання коливань різної частоти. Залежності функцій U_2 і P_2 від частоти в цій області як при $c_1 > 1$ так і при $c_1 < 1$ показані на рис. 4.7 і 4.8.

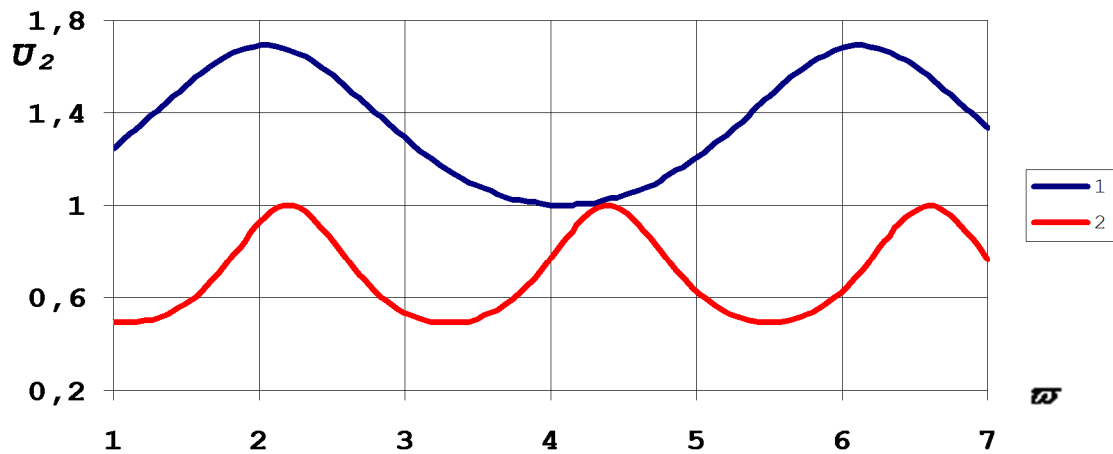


Рисунок 4.7 – Залежності квадрата амплітуди переміщення від частоти при $x > 0$: 1 - $c_1 = 1,3$; 2 - $c_1 = 0,7$

4.3 Інтерпретація змін амплітудно-частотної характеристики коливань в околі вироблення на основі моделі коливань в напівнескінченному стрижні

Отримані вище якісні результати і встановлені залежності дозволяють оцінити вплив змін властивостей середовища призабойної області на

коливальні процеси, що протікають в ній, і зокрема на амплітудно-частотну характеристику.

Зазвичай, збільшення амплітуди в третьому (відносно високочастотному) екстремумі АЧХ пояснюється зниженням коефіцієнта поглинання у вугіллі з підвищенням напруження [50,51]. В той же час зрозуміло, що екстремуми на АЧХ у вказаному діапазоні частот пов'язані з наявністю неоднорідностей, лінійні розміри яких мають порядок потужності пласта. Зміна лінійних розмірів неоднорідностей і контактних умов на них змінює коливальні характеристики системи.

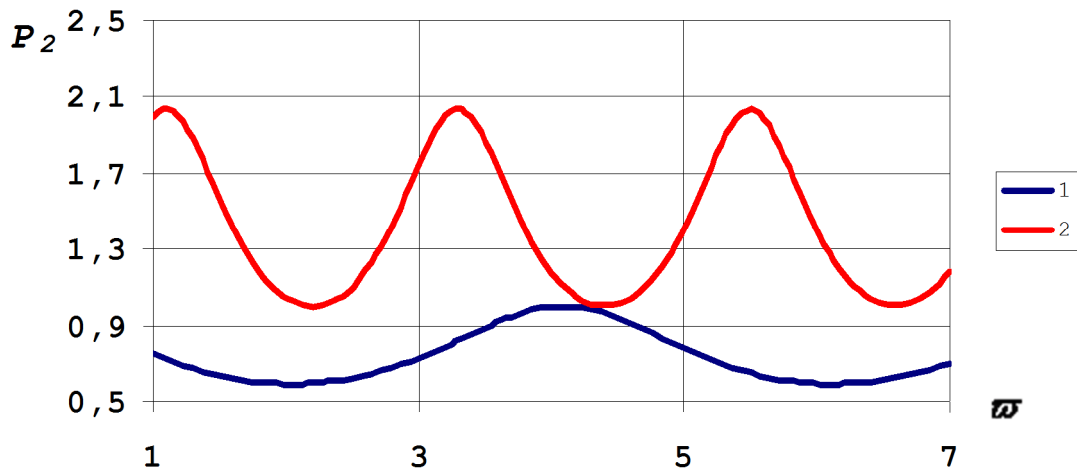


Рисунок 4.8 – Залежності квадрата амплітуди напруження від частоти при $x > 0$. 1 - $c_1 = 1,3$; 2 - $c_1 = 0,7$

Так в розглянутій вище задачі про поширення коливань в напівнескінченному стрижні отримано, що амплітуда коливань в деяких областях початкової ділянки може бути вище за амплітуду прикладеного навантаження, аби мала місце істотна відмінність в його акустичній жорсткості і акустичній жорсткості основного напівнескінченного стрижня. Оскільки відмінність акустичної жорсткості призабойної частини і незбудженої породи завжди має місце, то такий же ефект можна чекати і в околі виробки.

Представляє інтерес і коливання, які проходять в напівнескінченну частину стрижня. В рамках стрижневого наближення їх амплітуда не залежить від координати, але може значно змінюватися залежно від частоти, довжини початкової ділянки і відношення акустичних жорсткостей. Введена вище функція $U_2(\omega)$ може розглядатися як перехідна для прикладеного на торці стержня навантаження. Як приклад, на рис.3.9 показано її зміни при зміні відношення акустичних жорсткостей (початкова форма функції узята довільно у вигляді параболи 4-го ступеня, що опирається на відрізок [50 Гц, 1500 Гц]).

З приведених кривих видно, що із збільшенням відношення акустичних жорсткостей амплітуди високочастотних коливань зростають і перевищують амплітуди низькочастотних.

Аналогічні зміни АЧХ коливань у вмещаючій породі спостерігається експериментально і розглядаються як ознака підвищення викидонебезпеки [52]. З приведенного аналізу виходить, що однією з причин такої зміни може бути підвищення акустичної жорсткості призабійної ділянки вироблення, викликане, наприклад, збільшенням навантаження.

Стержнева модель розповсюдження коливань, звичайно, може бути застосована лише для попередньої оцінки перед більш трудомісткими дослідженнями в даному напрямку, що враховують, зокрема, напружений стан навколо виробки, просторову геометрію, властивості реологій середовища, взаємний вплив джерела коливань і пласта і так далі.

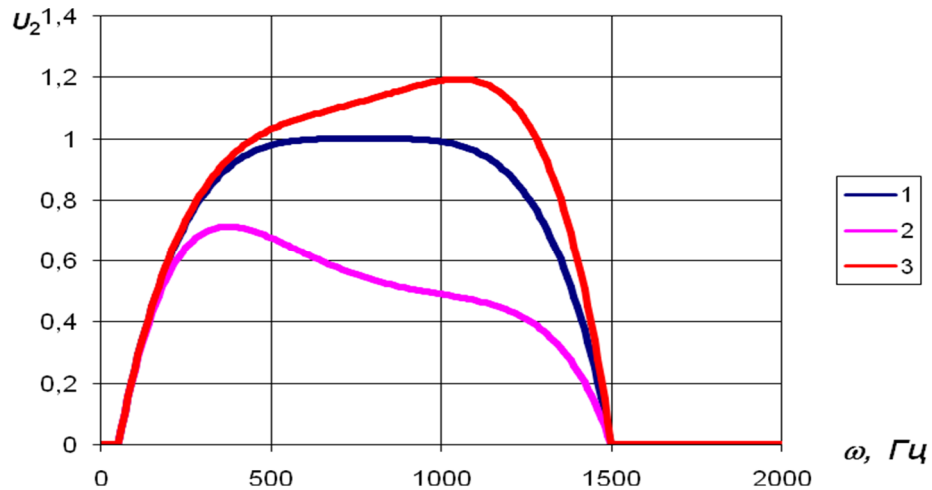


Рисунок 4.9 – Залежності квадрата амплітуди переміщення в напівнескінченній частині від частоти при різних співвідношеннях акустичних жорсткостей. $l = 2$ м. 1 - характеристика навантаження; 2 - $c_1 = 0,7$; 3 - $c_1 = 1,3$.

4.4 Висновки

1. На основі розв'язку задачі про розповсюдження коливань в напівнескінченному стрижні з початковою ділянкою, що має відмінні від основного акустичні властивості, побудована проста математична модель коливальних процесів в складноструктурованому породному середовищі.

2. У рамках побудованої моделі проаналізовані особливості розповсюдження коливань в неоднорідному середовищі. Встановлена можливість і визначені умови виникнення коливань з амплітудами, що значно перевершують амплітуди навантаження.

3. Показана відповідність між спостережуваними експериментально змінами АЧХ і результатами розрахунків, що отримані у рамках побудованої моделі. Зокрема доведено, що одною з причин зміни АЧХ, характерних для викиднебезпечного становища, може бути підвищення акустичної жорсткості призабойної ділянки вироблення, викликане, наприклад, збільшенням навантаження.

5 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ В ЗАЗДАЛЕГІДЬ НАВАНТАЖЕНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

5.1 Рівняння нелінійної динамічної теорії пружності

Слідом за [57,58,59] розрізнятимемо три стани (конфігурації) середовища:

1. відлікове (натуральне, природне, ненапружене);
2. початкове (початково-деформоване);
3. збурене (актуальне).

Процес розглядаємо в тривимірному просторі Евкліда.

Вводимо також декартову систему координат $xOyz$ із з ортами \bar{i}_s . Координати точок середовища в цій системі в трьох названих конфігураціях позначимо відповідно:

$$\bar{r} = a_s \bar{i}_s; \quad \bar{R} = x_s \bar{i}_s; \quad \bar{R}^* = x_s^* \bar{i}_s.$$

Слід зазначити, що при цьому особливе значення набуває вибор основної системи координат, яка може бути пов'язана з будь-якою з даних конфігурацій.

Параметризацію точок середовища (введення матеріальних координат) можна провести як в реально існуючому стані в деякий момент часу $\tau = \theta$, так і в такому, що реалізовується в думках, і не обов'язково співпадає в будь-який момент із з реальним, станом. У першому випадку метод опису руху середовища називатимемо методом Лагранжа, а в другому - відліковим методом. Якщо рух описується за допомогою координат в актуальній конфігурації, то такий метод називають методом Ейлера.

Рівняння руху суттєвим чином залежать як від вибору системи координат, так і від вибору визначальних співвідношень, оскільки можливий вибір різних тензорів, як для опису деформацій (Гріна, Фінгера, Альманзі), так і напруженого стану (Кирхгофа, Лагранжа, Коши і так далі).

Враховуючи вказану неоднозначність опису, достатньо детально викладемо модель механічних процесів, що приймається, в початково-деформованих суцільних тілах, слідуючи в основному роботам [57, 58, 59, 60].

Для опису руху суцільного тіла застосовуватимемо декартову систему $x_m = x^m$ із s осями \bar{i}_s або загальну криволінійну систему θ^n із s базисними коваріантними \bar{g}_n і контраваріантними \bar{g}^n векторами і метричним тензором \hat{g} :

$$\begin{aligned} \bar{g}_n &= \bar{g}_n(\theta^n); & \bar{g}^n &= \bar{g}^n(\theta^n); \\ \hat{g} &= g_{mn}(\theta^k) \bar{g}^n \bar{g}^m = g^{mn}(\theta^k) \bar{g}_m \bar{g}_n \end{aligned} \quad (5.1)$$

Оскільки вказану криволінійну систему застосовуватимемо і при розгляді середовища в актуальній конфігурації, то закон руху можна розглядати як відображення конфігурації у момент часу $\tau = 0$ на актуальну конфігурацію:

$$X_n = X_n(x_m, \tau); \quad \Theta^n = \Theta^n(\theta^m, \tau),$$

а базисні вектори і метричний тензор мають той же вигляд (5.1), але обчислені в точці при значенні криволінійних координат θ^k .

Відмітимо також, що лагранжеви координати і базисні вектори (5.1) від часу не залежать, тому матеріальні похідні від довільних функцій, вектора

або тензора, залежних від лагранжевих координат і часу, дорівнюють частинним похідним за часом.

Відповідно швидкість і прискорення матеріальної частинки:

$$\begin{aligned}\bar{v} &= v_n \bar{g}^n = \dot{\bar{r}} + \dot{\bar{u}} = \dot{\bar{u}} = \dot{u}^n \bar{g}_n = \dot{u}_n \bar{g}^n \\ \bar{a} &= a_n \bar{g}^n = \dot{\bar{v}} = \dot{u}^n \bar{g}_n = \ddot{u}_n \bar{g}^n,\end{aligned}$$

де

\bar{r} - радіус-вектор частинки в початковій конфігурації

\bar{u} - вектор переміщення матеріальної частинки із початкової конфігурації в актуальну конфігурацію.

Деформований стан суцільного середовища цілком описується тензором деформацій Гріна:

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{mn} \bar{g}^n \bar{g}^m = \varepsilon^{mn} \bar{g}_m \bar{g}_n = \varepsilon_n^m \bar{g}^n \bar{g}_m,$$

де

$$2\varepsilon_{mn} = \nabla_n u_m + \nabla_m u_n + \nabla_n u^k \nabla_m u_k.$$

$\nabla_r u^s$ і $\nabla_r u_s$ - коваріантні похідні контраваріантних і коваріантних компонентів вектора переміщення $u(\theta)$.

Під час опису напруженого стану застосовуватимемо тензор напруження Кирхгофа:

$$\hat{t} = t_{mn} \bar{g}^m \bar{g}^n = t^{mn} \bar{g}_m \bar{g}_n$$

або тензор напруження Лагранжа:

$$\hat{s} = s_{mn} \bar{g}_*^m \bar{g}_*^n = s^{mn} \bar{g}_*^m \bar{g}_*^n,$$

складові яких зв'язані між собою співвідношеннями:

$$\begin{aligned} t^{nm} &= s^{nk} (g_k^m + \nabla_k u^m) \\ s^{nm} &= t^{nk} (g_k^m - \nabla_k^* u_*^m) , \end{aligned} \quad (5.2)$$

де \bar{g}_m^* , \bar{g}^n - базисні вектори актуальної конфігурації,

$\nabla_k^* u_*^m$ - коваріантні похідні вектора переміщень у актуальному базисі,

g_k^m - символ Кронекера.

Відповідно для представлення вектора напруження \bar{t} на площині із з ортом нормалі \bar{N}_* в актуальній конфігурації через тензори Кирхгофа і Лагранжа, отримуємо::

$$\begin{aligned} \bar{t} &= t^{mn} \bar{g}_m N_n , \\ \bar{t} &= S^{nm} \bar{g}_m^* N_n . \end{aligned}$$

Помітимо, що N_n - координати орта N_* в базисі \bar{g}_i (початкова конфігурація), а складові тензорів Кирхгофа і Лагранжа розглядаються відносно різних базисних векторів.

Рівняння руху у вигляді складових відносно коваріантних базисних векторів початкової конфігурації \bar{g}_i має вигляд:

$$\nabla_i t^{ij} - \rho i^j = 0 . \quad (5.3)$$

Застосовуючи (5.2), отримаємо рівняння руху із залученням тензора напруженості Лагранжа у вигляді контраваріантних складових відносно базису (5.1):

$$\nabla_i [s^{in} (g_n^j + \nabla_n u^j)] - \rho \ddot{u}^j = 0.$$

Вважатимемо, що в початковій конфігурації дане суцільне тіло обмежене поверхнею $S = S_1 + S_2$, причому на поверхні S_1 задані зовнішні поверхневі сили, на S_2 задані переміщення. Позначимо \bar{P} - вектор зовнішніх поверхневих сил на частинки поверхні, причому ці сили пов'язані з матеріальними частинками в актуальній конфігурації, але вимірюються на одиницю площі відповідної матеріальної поверхні в початковій конфігурації. Крім того, \bar{P} прикладена до матеріальної поверхні яка в актуальній конфігурації визначалася ортом нормалі \bar{N}_* . тоді граничні умови напруженнях:

$$\bar{t} = \bar{P}, \quad \theta^n \in S_1.$$

Аналогічно на частині поверхні S_2 граничні умови в переміщеннях:

$$\bar{u} = \bar{U}, \quad \theta^n \in S_2.$$

Граничні умови у вигляді контраваріантних| складових тензора Кирхгофа і вектора переміщень відносно базису (5.1) будуть:

$$N_i t^{ij} = P^j; \quad \bar{P} = P^j \bar{g}_j; \quad \theta \in S_1; \quad (5.4)$$

$$u^j = U^j; \quad \bar{u} = u^j \bar{g}_j; \quad \bar{U} = U^j \bar{g}_j \quad \theta \in S_1. \quad (5.5)$$

Граничні умови в напруженнях, виражені через тензор Лагранжа:

$$N_i \left[s^{in} (g_n^j + \nabla_n u^j) \right] = P^j; \quad \theta^n \in S_1$$

Як навантаження в прикладних завданнях найчастіше зустрічається так зване «стежаче навантаження», коли навантаження спрямоване діє за нормаллю до поверхні і не змінює в процесі деформації напрям і величину, тобто залишається направленою за нормаллю до цієї ж матеріальної поверхні в довільній конфігурації.

Контраваріантні складові (по відношенню до базисних векторів \bar{g}_n) вектора зовнішнього нормального навантаження, прикладеного до матеріальної поверхні в актуальній конфігурації і вимірюваній (по відношенню до P^j) на одиницю площі в початковій конфігурації [60]:

$$P^j = P_* \sqrt{\frac{g_*}{g}} g^{*kn} (g_n^j + \nabla_n u^j) N_k, \quad (5.6)$$

де P_* - інтенсивність зовнішнього навантаження, вимірюваного на одиницю площі в актуальній конфігурації, спрямованій вздовж \bar{N}_* ($\bar{P}_* = P_* \bar{N}_*$);

N_k - коваріантні складові орта нормалі до матеріальної поверхні в початковій конфігурації, який переходить в орт \bar{N}_* в актуальній конфігурації, що є ортом нормалі до тієї ж матеріальної поверхні в тій же матеріальній точці.

5.2 Співвідношення пружності

Приведені вище рівняння руху і крайові умови описують напружено-деформований стан будь-якої моделі суцільного середовища. Конкретизація моделі здійснюється визначенням зв'язку між напруженнями напруженнями і

деформаціями. Далі розглядатимемо співвідношення пружності, що зв'язують напруження напруження і деформації пружних тіл при кінцевих скінченних і малих деформаціях.

Основною властивістю пружних тіл є оборотність всіх процесів, що відбуваються в них після зняття навантаження і виявляється, з одного боку, в повній відновлюваності форми тіла, а з іншого в повному поверненні енергії, яка була повідомлена тілу в процесі деформації. Виходячи з вказаних проявів пружних властивостей, розрізняють два підходи до визначення співвідношень між складовими тензорів напруження і деформацій.

Перший підхід полягає у формулюванні взаємно-однозначних співвідношень між складовими тензорів напруження і деформацій, що забезпечує повну відновлюваність форми після зняття навантаження. Враховуючи різноманітність тензорів напруження і деформацій, співвідношення, як правило, записують для зв'язаних тензорів (тензори, що входять у вираз вираз для щільності елементарної роботи всіх зовнішніх сил). Пружне середовище, що описується таким чином, називають загальним пружним тілом.

Другий підхід полягає в представленні потенційної енергії пружної деформації у вигляді функції від складових тензорів деформацій, яка при нульових значеннях останніх обертається в нуль, що забезпечує повне повернення енергії при знятті навантаження. Середовище, що описується таким чином, називають гіперпружним тілом.

Для гіперпружного тіла постановка задачі теорії пружності цілком визначається заданою структурою пружного потенціалу у вигляді функції від трьох інваріантів довільної системи інваріантів тензорів деформацій.

При описі напружено-деформованого стану методом Лагранжа зв'язаною парою тензорів напруження і деформацій є тензор напруження Лагранжа \hat{S} і тензор деформацій Гріна $\hat{\varepsilon}$ і для ізотермічного або адіабатичного процесів повний диференціал питомої потенційної енергії

пружної деформації Φ збігається із приростом питомої елементарної роботи зовнішніх сил, віднесеної до одиниці об'єму в початковій конфігурації:

$$\delta\Phi = S^{ij} \delta\varepsilon_{ij}$$

Із останнього, враховуючи симетричність тензорів Лагранжа і Гріна:

$$S^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ji}} \right) \Phi \quad (5.7)$$

Зазвичай пружний потенціал Φ задається у вигляді функції трьох інваріантів деякої системи інваріантів тензора деформації, що таким чином, цілком визначає постановку задачі.

Якщо вибрати для опису деформації тензор Гріна, а як інваріанти базисні алгебраїчні інваріанти A_i , то

$$\Phi = \Phi(A_1, A_2, A_3) \quad (5.8)$$

де $A_1 = \varepsilon_n^n$ $A_2 = \varepsilon_n^m \varepsilon_m^n$ $A_3 = \varepsilon_n^m \varepsilon_m^k \varepsilon_k^n$ - базисні алгебраїчні інваріанти тензора Гріна.

Враховуючи, що тензор Гріна є симетричним і завжди може бути приведений до головних осей, базисні інваріанти можуть бути виражені через змішані складові в головних осях ε_n ($n = 1, 2, 3$):

$$A_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad A_2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 \quad A_3 = \varepsilon_1^3 + \varepsilon_2^3 + \varepsilon_3^3 \quad (5.9)$$

Базисні алгебраїчні інваріанти A_1, A_2, A_3 пов'язані з так званими головними базисними інваріантами E_1, E_2, E_3 :

$$\begin{aligned}
E_1 &= \varepsilon_n^n = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = A_1; & 2E_2 &= \varepsilon_n^n \varepsilon_m^m - \varepsilon_n^m \varepsilon_m^n = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1; \\
2E_2 &= \varepsilon_n^n \varepsilon_m^m - \varepsilon_n^m \varepsilon_m^n = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1 = A_1^2 - A_2; \\
E_3 &= \det \|\varepsilon_n^n\| = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = \frac{1}{6}(2A_3 - 3A_2 A_1 + A_1^3),
\end{aligned}$$

що можуть бути знайдені як вирішення (відносно k) рівняння

$$k^3 - E_1 k^2 + E_2 k - E_3 = 0.$$

З (5.7) і (5.8) для гіперпружного ізотропного тіла (при скінченних деформаціях) слідує:

$$S^{ij} = g^{ij} \frac{\partial \Phi}{\partial A_1} + 2\varepsilon^{(i} \frac{\partial \Phi}{\partial A_2} + 3\varepsilon^{i\alpha} \varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial A_3} \quad (5.10)$$

Як приклад можна привести квадратний пружний потенціал:

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2 \quad (5.11)$$

де $\lambda, \mu = const$,

що відповідає у разі малих деформацій закону Гуку, або потенціал Мурнагана [61]:

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2 + \frac{a}{3} A_1^3 + b A_1 A_2 + \frac{c}{3} A_3,$$

де $\lambda, \mu, a, b, c = const$.

Слід зазначити, що для визначення значень пружних постійних, таких, що входять у вираз для того або іншого потенціалу, потрібне проведення експериментів із спеціально спланованими схемами вантаження.

При визначенні співвідношень пружності для загального пружного тіла, як правило, вибирають «зв'язані» пари тензорів напруження і деформацій

(тобто тензори, які входять у вираз для питомої елементарної роботи без відповідної вагової функції). При застосуванні різних методів опису руху тіла, такі пари тензорів будуть різними.

Так у разі використання методу Лагранжа (у тому числі і у разі скінченних деформацій) «зв'язаною» парою тензорів є тензор деформацій Гріна $\hat{\varepsilon}$ і тензор напруження Лагранжа \hat{S} . при застосуванні методу Ейлера пару «зв'язаних» тензорів утворюють тензор деформації Альманзі і тензор напруження Коши.

Як показано, наприклад в [58], співвідношення між контраваріантними| складовими тензорів \hat{S} і $\hat{\varepsilon}$ можуть бути представлені у вигляді:

$$S^{ij} = \varphi_0(A_1, A_2, A_3)g^{ij} + \varphi_1(A_1, A_2, A_3)\varepsilon^{ij} + \varphi_2(A_1, A_2, A_3)\varepsilon^{i\alpha}\varepsilon_{\alpha}^j \quad (5.12)$$

При цьому складові \hat{S} і $\hat{\varepsilon}$ записуються в координатах початкового стану, але в різних базисах: складові $\hat{\varepsilon}$ відносно базису (5.1), а складові \hat{S} відносно | базису супутньої системи:

$$\begin{aligned} \bar{g}_n^* &= \frac{\partial \bar{r}}{\partial \theta^n} = \bar{g}_n + \bar{g}_m \nabla_n u^m; \\ \bar{u}(\theta^k, \tau) &= \bar{g}_m u^m \end{aligned}$$

У разі малих деформацій (5.12) зберігає свій вигляд, тільки S^{ij} слід замінити на σ^{ij} .

Вираз (5.12) є найбільш загальним співвідношенням між симетричними тензорами другого рангу. Якщо зажадати, щоб тіло було і гіперпружним, то з (5.12) і (5.10) витікає, що повинні виконуватися умови:

$$\varphi_0 = \frac{\partial \Phi}{\partial A_1}; \quad \varphi_1 = 2 \frac{\partial \Phi}{\partial A_2}; \quad \varphi_3 = 3 \frac{\partial \Phi}{\partial A_3},$$

звідки, вимагаючи існування функції Φ , прямують умови:

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial A_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial A_1}; \quad \frac{\partial \varphi_0}{\partial A_3} = \frac{1}{3} \frac{\partial \varphi_2}{\partial A_3}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial A_3} = \frac{1}{3} \frac{\partial \varphi_2}{\partial A_2}$$

5.3 Лінеаризовані рівняння теорії пружності з урахуванням початкового напруження

Прийmemo, що збурення параметрів в актуальній конфігурації в порівнянні з відповідними значеннями в початковому (початково-деформованому) стані є величинами малими, що дозволяє провести лінеаризацію для актуального стну в околиці початкового. Віднімаючи з отриманих таким чином співвідношень відповідні співвідношення початкового стану, отримаємо основні рівняння і крайові умови для збурень.

Далі всі величини, що відносяться до початкової конфігурації, за винятком $\bar{g}_m, \bar{g}^m, \hat{g}$ збурення яких дорівнюють нулю, відзначатимемо індексом «0». Відсутність індексу «0» свідчить про те, що відповідна величина відноситься не до самої величини, а до її збурення.

Так, для коваріантних базисних векторів супутньої системи замість

$$\bar{g}_n^* = \bar{g}_n + \bar{g}_m \nabla_n u^m$$

матимемо:

$$\bar{g}_n^* = \bar{g}_m \nabla_n u^m$$

Аналогічно, не

$$g_{mn}^* = g_{nm} + 2\varepsilon_{nm},$$

а

$$g_{mn}^* = 2\varepsilon_{nm}$$

де

$$\varepsilon_{mn} = \left[(g_m^j + \nabla_m u_0^j) \nabla_n + (g_n^j + \nabla_n u_0^j) \nabla_m \right] u_j \quad (5.13)$$

Лінеаризований вираз для g^* :

$$g^* = \left(\frac{\partial g^*}{\partial g_{mn}^*} \right)_0 g_{nm}^* = 2g^* g_{*0}^{nm} (g_n^j + \nabla_n u_0^j) \nabla_m u_j$$

Оскільки відносно тензора напруження Кирхгофа рівняння руху і крайові умови мають лінійний характер, то вони (рівняння) залишаться без змін, і для лінеаризованої задачі (для збурень), тобто будуть повністю збігатися з (5.3) (5.4) (5.5).

Для формулювання задачі в напруженнях Лагранжа потрібно використовувати лінеаризовані співвідношення між контраваріантними складовими тензорів напруження \hat{t} і \hat{S} (2):

$$t^{ij} = S_0^{in} \nabla_n u^j + (g_n^j + \nabla_n u_0^j) S^{in} \quad (5.14)$$

І підставляючи (5.14) в (5.3) і (5.4), одержуємо рівняння руху в напруженнях Лагранжа:

$$\nabla_i \left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j) S^{in} + S_0^{in} \nabla_n u^j \right] - \rho \ddot{u}^j = 0 \quad (5.15)$$

і граничні умови в напруженнях:

$$N_i \left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j) S^{in} + S_0^{in} \nabla_n u^j \right] = P^j \quad (5.16)$$

Коваріантне диференціювання при цьому скрізь виконується в базисі \bar{g}_i , а рівняння руху розв'язується в області, що відповідає початковій конфігурації.

При лінеаризації виразу для «стежачого навантаження» слід врахувати, що збурення складових N_k дорівнюють нулю, оскільки вони відносяться до початкового стану і від переміщень не залежать. Враховуючи малість збурень із (5.6) слідує:

$$P = P_0 = P_*$$

Приведені вище співвідношення описують напружено-деформований стан суцільного середовища при скінченних (великих) початкових деформаціях. Задача може бути суттєво спрощена, якщо прийняти допущення про малість в порівнянні з одиницею наступних величин в початковому стані: відносне подовження; зсуви; коваріантні похідні від складових вектора переміщень. Тоді в початково-деформованому стані не враховуються зміни лінійних розмірів, площин і об'ємів, а

$$g_{nm}^{*0} \approx g_{mn}^0 \quad g_{*0}^{nm} \approx g_0^{nm} \quad g^* \approx g^0, \quad (5.17)$$

тобто при застосуванні лагранжевих координат не враховуються зміни матричного тензора при деформації.

При зроблених припущеннях фізичні складові тензора напруження \hat{S} мають такий же сенс, як і в лінійній теорії пружності. Тому в цьому випадку тензор напруження \hat{S} можна позначити $\hat{\sigma}$.

І тепер для тензора Кирхгофа:

$$t^{ij} = \sigma_0^{in} \nabla_n u^j + (g_n^j + \nabla_n u_0^j) \sigma^{in} \quad (5.18)$$

А рівняння (5.15) і силові умови (5.16) приймають вигляд;

$$\nabla_i \left[(\mathbf{g}_n^j + \nabla_n u_0^j) \sigma^{in} + \sigma_0^{in} \nabla_n u^j \right] - \rho \ddot{u}^j = 0$$

$$N_i \left[(\mathbf{g}_n^j + \nabla_n u_0^j) \sigma^{in} + \sigma_0^{in} \nabla_n u^j \right] = P^j$$

Лінеарізовані співвідношення пружності для контраваріантних складових тензорів напруження Кирхгофа, Лагранжа і $\widehat{\sigma}$:

$$t^{ij} = \overline{\omega}^{ij\alpha\beta} \nabla_\beta u_\alpha \quad (5.19)$$

$$S^{ij} = \lambda^{ij\alpha\beta} \nabla_\beta u_\alpha$$

$$\sigma^{ij} = \lambda^{ij\alpha\beta} \nabla_\beta u_\alpha$$

В разі скінченних початкових деформацій, враховуючи (5.14), зв'язок між складовими $\widehat{\omega}$ і $\widehat{\lambda}$ набуває вигляду:

$$\overline{\omega}^{ij\alpha\beta} = (\mathbf{g}_n^j + \nabla_n u_0^j) \lambda^{in\alpha\beta} + g^{\alpha i} S_0^{i\beta}$$

Аналогічно, враховуючи (5.18):

$$\overline{\omega}^{ij\alpha\beta} = (\mathbf{g}_n^j + \nabla_n u_0^j) \lambda^{in\alpha\beta} + g^{\alpha i} \sigma_0^{i\beta}$$

Таким чином, для визначення тензора $\widehat{\omega}$ досить визначити тензор $\widehat{\lambda}$.

Нехай тіло гіперпружне. Тоді із (5.7) і (5.13):

$$\lambda^{in\alpha\beta} = \frac{1}{4} (\mathbf{g}_m^\alpha + \nabla_m u_0^\alpha) \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{m\beta}^0} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\beta m}^0} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{in}^0} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ni}^0} \right) \Phi^0 \quad (5.20)$$

При цьому для компонентів тензорів в початковому стані:

$$S_0^{i\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{i\beta}^0} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\beta i}^0} \right) \Phi^0 \quad (5.21)$$

$$\Phi^0 = \Phi(\widehat{\varepsilon}^0)$$

$$2\varepsilon_{ij}^0 = \nabla_i u_j^0 + \nabla_j u_i^0 + \nabla_i u_0^k \nabla_j u_k^0 \quad (5.22)$$

У разі малих початкових деформацій формула (5.20) зберігає свій вигляд, а замість (5.21) і (5.22) можна застосувати

$$\sigma_0^{i\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{i\beta}^0} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\beta i}^0} \right) \Phi^0$$

$$2\varepsilon_{ij}^0 = \nabla_i u_j^0 + \nabla_j u_i^0$$

Якщо пружний потенціал можна представити у вигляді

$$\Phi = \Phi(A_1, A_2, A_3)$$

де $A_1 = \varepsilon_n^n$, $A_2 = \varepsilon_n^m \varepsilon_m^n$, $A_3 = \varepsilon_n^m \varepsilon_m^k \varepsilon_k^n$ – базисні алгебраїчні інваріанти тензора Гріна, то для скінченних початкових деформацій (див. [59]):

$$S^{ij} = g^{ij} \frac{\partial \Phi}{\partial A_1} + 2\varepsilon^{ij} \frac{\partial \Phi}{\partial A_2} + 3\varepsilon^{i\alpha} \varepsilon_{\alpha}^i \frac{\partial \Phi}{\partial A_3}$$

і з (5.13), прямує:

$$\lambda^{ij\alpha\beta} = (g_m^\alpha + \nabla_m u_0^\alpha) A^{inm\beta} \Phi^0, \quad (5.23)$$

$$\varpi^{ij\alpha\beta} = (g_n^j + \nabla_n u_0^j)(g_m^\alpha + \nabla_m u_0^\alpha) A^{inm\beta} \Phi^0 + g^{\alpha i} S_0^{i\beta} \quad (5.24)$$

де

$$S_0^{i\beta} = \Sigma^{i\beta} \Phi^0,$$

$$\Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0),$$

$$A^{im\beta} = \Sigma^{in}\Sigma^{m\beta} + (g^{i\beta}g^{mn} + g^{im}g^{\beta n})\frac{\partial}{\partial A_2^0} + \frac{3}{2}(g^{i\beta}\varepsilon_0^{mn} + g^{im}\varepsilon_0^{n\beta} + g^{nm}\varepsilon_0^{i\beta} + g^{n\beta}\varepsilon_0^{im})\frac{\partial}{\partial A_3^0}, \quad (5.25)$$

$$\Sigma^{ij} = g^{ij}\frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2\varepsilon^{ij}\frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3\varepsilon_0^{ik}\varepsilon_{0k}^j\frac{\partial}{\partial A_3^0}$$

а для малих початкових деформацій:

$$\varpi^{ij\alpha\beta} = (g_n^j + \nabla_n u_0^j)(g_m^\alpha + \nabla_m u_0^\alpha)A^{im\beta}\Phi^0 + g^{\alpha i}\sigma_0^{i\beta}, \quad (5.26)$$

$$\sigma_0^{i\beta} = \Sigma^{i\beta}\Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0)$$

5.4 Основні співвідношення теорії пружності з початковим напруженням з однорідними початковими умовами

Рішення задач, що формулюються на основі приведених вище лінерізованих рівнянь, співвідношень пружності і граничних умов, навіть у разі малих початкових деформацій, зтикається з значними труднощами.

Подальше спрощення, що дозволяє провести дослідження впливу початкового напруження на процеси розповсюдження коливань, може бути отримане, якщо прийняти, що початковий деформований стан є однорідним.

Як координати використовуватимемо координати Лагранжа, які співпадають в природній конфігурації з декартовими координатами, а початковий стан визначатимемо як

$$u_m^0 = (\lambda - 1)x_m; \quad \lambda_m = const, \quad (5.27)$$

де λ_m - коефіцієнти подовження вздовж координатних осей.

Через використання декартових координат:

$$g_{ij} = g^{ij} = \delta_j^i = \delta_{ij}; \quad g = 1, \quad (5.28)$$

і складові тензора Гріна в початковому стані будуть:

$$2\varepsilon_{ij}^0 = (\lambda_i^2 - 1)\delta_i^j, \quad (5.29)$$

а

$$\nabla_i u_m^0 = u_{m,i}^0 = (\lambda_m - 1)\delta_i^m$$

Тут же можна вказати, що в цьому випадку головні напрямки тензора деформацій Гріна збігаються з осями координат, а самі головні значення визначаються із

$$\lambda_i = \sqrt{1 + 2\varepsilon_i^0}, \quad (5.30)$$

і рівні

$$2\varepsilon_i^0 = \lambda_i^2 - 1 \quad (5.31)$$

Крім того, в цьому випадку значення λ_i дорівнюють подовженням матеріального волокна в початковому стані.

Для базису супутньої системи координат в початковому стані:

$$g_{nm}^{*0} = g_{nm}^0 + 2\varepsilon_i^0 = g_{nm}^0 + \nabla_n u_m^0 + \nabla_m u_n^0 + \nabla_n u_k^0 \nabla_k u_m^0 = \lambda_m^2 \delta_m^n$$

Базисні алгебраїчні інваріанти тензора Гріна для початкового стану у вигляді (5.27) будуть (див (5.9)):

$$A_1^0 = \varepsilon_n^n = \frac{1}{2} \left[(\lambda_1^2 - 1) + (\lambda_2^2 - 1) + (\lambda_3^2 - 1) \right] = \frac{1}{2} (\lambda_1 \lambda_1 - 3) \quad (5.32)$$

$$A_2^0 = \varepsilon_n^m \varepsilon_n^m = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^2 - 1)^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 (\lambda_i^4 - 2\lambda_i^2 + 1) = \frac{1}{4} (\lambda_i^2 \lambda_i^2 - 2\lambda_i \lambda_i + 3) \quad (5.33)$$

$$A_3^0 = \varepsilon_n^m \varepsilon_m^k \varepsilon_n^k = \varepsilon_1^3 + \varepsilon_2^3 + \varepsilon_3^3 = \frac{1}{8} (\lambda_i^3 \lambda_i^3 - 3\lambda_i^2 \lambda_i^2 + 3\lambda_i \lambda_i - 3) \quad (5.34)$$

Умова нестискуваності також набирає простого вигляду:

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (5.35)$$

Приведені вище вирази (5.27) -(5.35) відносяться до початкового стану. Далі розглянемо співвідношення для збурень у рамках лінеаризованої теорії пружності у випадку, коли початковий стан заданий у вигляді (5.27).

З (5.13), враховуючи (5.27):

$$\begin{aligned} g_{mn}^* &= 2\varepsilon_{nm}; \\ 2\varepsilon_{nm} &= \left(\nabla_m u_0^j \nabla_n + \nabla_m u_0^j \nabla_m \right) u_j = \lambda_m u_{m,n} + \lambda_n u_{n,m} \end{aligned}$$

Лінеаризовані базисні алгебраїчні інваріанти тензора Гріна (5.9), враховуючи (5.27), (5.28), (5.29), набирають вигляду:

$$A_1 = g^{nm} (g_m^j + \nabla_m u_0^j) \nabla_n u_j = \sum_{n=1}^3 u_{n,n} \quad (5.36)$$

$$A_2 = 2\varepsilon_0^{nm} (g_m^j + \nabla_m u_0^j) \nabla_n u_j = (\lambda_n^2 - 1) \delta_n^m \lambda_j \nabla_n u_j = \sum_{n=1}^3 (\lambda_n^2 - 1) \lambda_n u_{n,n} \quad (5.37)$$

$$A_3 = 3\varepsilon_0^{im} \varepsilon_{0i}^n (g_m^j + \nabla_m u_0^j) \nabla_n u_j = \frac{4}{3} \sum_{n=1}^3 \lambda_n (\lambda_n^2 - 1)^2 u_{n,n} \quad (5.38)$$

Вираз для складових тензора Кирхгофа (для збурень) через складові симетричного тензора Лагранжа \hat{t} (5.14) набирає вигляду:

$$t_{ij} = \lambda_j S_{ij} + S_{in}^0 u_{j,n} \quad (5.39)$$

Відповідно рівняння руху (5.15):

$$(\lambda_j S_{ij} + S_{in}^0 u_{j,n})_{,i} - \rho \ddot{u}_j = 0 \quad (5.40)$$

і граничні умови в напруженнях:

$$N_i \left[\lambda_j S_{ij} + S_{in}^0 u_{i,n} \right] = P_j \quad (5.41)$$

Рівняння (5.39), (5.40), (5.41) вірні при скінченних початкових деформаціях.

Якщо додатково прийняти малість початкових деформацій, то

$$t_{ij} = \lambda_j \sigma_{ij} + \sigma_{in}^0 u_{j,n}$$

і рівняння руху і граничні умови в напруженнях набувають вигляду:

$$(\lambda_j \sigma_{ij} + \sigma_{in}^0 u_{j,n})_{,i} - \rho \ddot{u}_j = 0; \quad x_n \in V; \quad \not\sum j \quad (5.42)$$

$$N_i [\lambda_j \sigma_{ij} + \sigma_{in}^0 u_{i,n}] = P_j; \quad x_n \in S_1; \quad \not\sum j \quad (5.43)$$

Лінеарізоване співвідношення для визначення базисних алгебраїчних інваріантів тензора Гріна залишаються колишніми - (5.36) -(5.38).

Рівняння (5.40), (5.41) або (5.42), (5.43) необхідно доповнити співвідношеннями пружності, лінеаризованими з урахуванням (5.27).

Розглядатимемо ортотропні тіла, приймаючи, що осі ортотропії збігаються з осями декартової системи координат. В цьому випадку в початковому стані

$$S_{ij}^0 = \delta_{ij} S_{jj}^0; \quad \sigma_{ij}^0 = \delta_{ij} \sigma_{jj}^0 \quad (5.44)$$

Лінеарізовані співвідношення пружності (5.19) для початкової деформації (5.27) набувають вигляду:

$$t_{ij} = \widehat{\omega}_{ij\alpha\beta} u_{\alpha,\beta}$$

а компоненти тензора $\widehat{\omega}$ у разі скінченних початкових деформацій (згідно (5.24)):

$$\varpi_{ij\alpha\beta} = \lambda_j \lambda_\alpha \left[\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} A_{i\beta} + (1 - \delta_{ij})(\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) \mu_{ij} \right] + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha} S_{\beta\beta}^0 \quad (5.45)$$

а у разі малих початкових деформацій (згідно (5.26)):

$$\varpi_{ij\alpha\beta} = \lambda_j \lambda_\alpha \left[\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} A_{i\beta} + (1 - \delta_{ij})(\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) \mu_{ij} \right] + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha} \sigma_{\beta\beta}^0 \quad (5.46)$$

де для ізотропного тіла відповідно до (5.25), (5.27):

$$A_{i\beta} = (\Sigma_{ii} \Sigma_{\beta\beta} + 2\delta_{i\beta} B_{ii}) \Phi^0, \quad (5.47)$$

$$\mu_{ij} = B_{ij} \Phi^0 \quad (5.48)$$

$$S_{\beta\beta}^0 = \Sigma_{\beta\beta} \Phi^0, \quad \Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0), \quad (5.49)$$

$$\Sigma_{ii} = \frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2\varepsilon_{ii}^0 \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3(\varepsilon_{ii}^0)^2 \frac{\partial}{\partial A_3^0} \quad (5.50)$$

$$B_{ij} = \frac{\partial}{\partial A_2^0} + \frac{3}{2}(\varepsilon_{ii}^0 + \varepsilon_{jj}^0) \frac{\partial}{\partial A_3^0} \quad (5.51)$$

При малих початкових деформаціях (5.46), (5.47), (5.50) і (5.51) слід доповнити

$$\sigma_{\beta\beta}^0 = \Sigma_{\beta\beta} \Phi^0, \quad \Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0) \quad (5.52)$$

Як приклад, отримаємо співвідношення для квадратичного пружного потенціалу (5.11):

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2, \quad \lambda, \mu = const$$

Відповідно до (5.47), (5.48), (5.50), (5.51)

$$\Sigma_{\beta\beta} \Phi^0 = \lambda A_1 + 2\varepsilon_{\beta\beta}^0 \mu$$

$$\Sigma_{ii} \Sigma_{\beta\beta} \Phi^0 = \Sigma_{ii} (\lambda A_1 + 2\varepsilon_{\beta\beta}^0 \mu) = \lambda$$

$$B_{ii}\Phi^0 = \mu \quad (5.53)$$

$$\mu_{ij} = \mu \quad (5.54)$$

$$A_{i\beta} = \lambda + 2\delta_{i\beta}\mu \quad (5.55)$$

з (5.52), враховуючи $A_1 = \varepsilon_n^n = \varepsilon_{nm}$:

$$\sigma_{\beta\beta}^0 = \lambda A_1 + 2\varepsilon_{\beta\beta}^0 \mu = \lambda \varepsilon_{nn}^0 + 2\varepsilon_{\beta\beta}^0 \mu \quad (5.56)$$

Крім того, відповідно до (5.29):

$$2\varepsilon_{ij}^0 = (\lambda_i^2 - 1)\delta_i^j \quad (5.57)$$

Враховуючи (5.53) -(5.57), компоненти тензора $\widehat{\omega}$:

$$\omega_{ij\alpha\beta} = \lambda_j \lambda_\alpha \left[\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} (\lambda + 2\delta_{i\beta} \mu) + (1 - \delta_{ij}) (\delta_{i\alpha} \delta_{j\beta} + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha}) \mu \right] + \delta_{i\beta} \delta_{j\alpha} \sigma_{\beta\beta}^0 \quad (5.58)$$

де $\sigma_{\beta\beta}^0 = \frac{1}{2} \mu (\lambda_n \lambda_n - 3) + \mu (\lambda_\beta^2 - 1)$.

З (5.58) витікає, що тензор $\widehat{\omega}$ містить всього 15, не рівних нулю складових:

$$\omega_{1111} = (\lambda + 2\mu)\lambda_1^2 + S_{11}$$

$$\omega_{1122} = \omega_{2211} = \lambda\lambda_1\lambda_2$$

$$\omega_{1133} = \omega_{3311} = \lambda\lambda_1\lambda_3$$

$$\omega_{1212} = \omega_{2121} = \mu\lambda_1\lambda_2$$

$$\omega_{1221} = \mu\lambda_2^2 + S_{11}$$

$$\omega_{1331} = \mu\lambda_3^2 + S_{11}$$

$$\omega_{2112} = \mu\lambda_1^2 + S_{22}$$

$$\omega_{2222} = (\lambda + 2\mu)\lambda_2^2 + S_{22}$$

$$\varpi_{2233} = \varpi_{3322} = \lambda \lambda_2 \lambda_3$$

$$\varpi_{2323} = \varpi_{3232} = \mu \lambda_2 \lambda_3$$

$$\varpi_{3232} = \mu \lambda_3^2 + S_{22}$$

$$\varpi_{3113} = \mu \lambda_1^2 + S_{33}$$

$$\varpi_{3131} = \varpi_{1313} = \mu \lambda_1 \lambda_3$$

$$\varpi_{3223} = \mu \lambda_2^2 + S_{33}$$

$$\varpi_{3333} = (\lambda + 2\mu) \lambda_3^2 + S_{33}$$

5.5 Формулювання задач динамічної лінеаризованої теорії пружності з початковими напруженнями

Нижче приведемо замкнуті задачі для попередньо напружених тіл, об'єднуючи отримані раніше рівняння, граничні умови і співвідношення пружності для різних моделей і способів опису напружено-деформованого стану.

Використовуватимемо наступні позначення.

V - область, займана тілом, в природному стані;

$S = S_1 + S_2$ - границя тіла в природному стані;

S_1 - границя тіла на якій задані деформації;

S_2 - границя тіла на якій задані напруження;

\bar{P} - вектор зовнішніх поверхневих сил, що діють на тіло в збуреному стані, по відношенню до одиниці площі у природному стані (на границі S_1);

\bar{f} - вектор переміщень тіла в збуреному стані (на границі S_2);

\bar{N} - орт нормалі до матеріальної границі в природному стані, для якої кордони в збуреному стані орт \bar{N}_* є нормаллю.

$\widehat{\omega}$ - тензор четвертого рангу, що визначає зв'язок між коваріантними похідними збурень переміщень і збуреннями складових тензора Кирхгофа (5.19).

1) Скінченні початкові деформації; тензор Кирхгофа

Початковий стан визначений і описується тензорними $\widehat{t}_0, \widehat{\varepsilon}_0$ і векторними \bar{u}_0 полями.

Приведені нижче рівняння записані для збурень в складових, спрямованих уздовж коваріантних базисних векторів \bar{g}_i лагранжевої системи координат θ^n .

- рівняння руху:

$$\nabla_i t^{ij} - \rho \ddot{u}^j = 0; \quad \theta^n \in V; \quad (5.59)$$

- співвідношення пружності:

$$t^{ij} = \varpi^{ij\alpha\beta} \nabla_\beta u_\alpha \quad (5.60)$$

- граничні умови:

$$N_i t^{ij} = P^j \quad (\bar{P} = P^j \bar{g}_j); \quad \theta \in S_1; \quad (5.61)$$

$$u^j = f^j \quad (\bar{u} = u^j \bar{g}_j; \quad \bar{f} = f^j \bar{g}_j); \quad \theta \in S_2 \quad (5.62)$$

- компоненти тензора $\widehat{\omega}$ в (5.60) обчислюються по (5.24)

2) Скінченні початкові деформації; рівняння в переміщеннях

Підставляючи (5.60) в (5.59) і (5.61), отримаємо:

$$\begin{aligned}\nabla_i(\varpi^{ij\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha) - \rho\ddot{u}^j &= 0; \quad \theta^n \in V, \\ N_i\varpi^{ij\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha &= P^j; \quad \theta^n \in S_1,\end{aligned}$$

Умови (5.62) і зауваження відносно компонент| тензора $\widehat{\varpi}$ залишаються колишніми.

3) Скінченні початкові деформації, тензор Лагранжа

Враховуючи (5.14) з (5.59) -(5.62):

$$\begin{aligned}\nabla_i\left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j)S^{in} + S_0^{in}\nabla_n u^j\right] - \rho\ddot{u}^j &= 0 \\ S^{in} &= \lambda^{in\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha \\ N_i\left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j)S^{in} + S_0^{in}\nabla_n u^j\right] &= P^j; \quad \theta^n \in S_1 \\ u^j &= f^j; \quad \theta^n \in S_2\end{aligned}$$

Компоненти тензора $\widehat{\lambda}$ обчислюються по (5.23) або (5.20).

4) Малі початкові деформації

$$\begin{aligned}\nabla_i\left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j)\sigma^{in} + \sigma_0^{in}\nabla_n u^j\right] - \rho\ddot{u}^j &= 0 \\ \sigma^{in} &= \lambda^{in\alpha\beta}\nabla_\beta u_\alpha; \quad \theta^n \in V; \\ N_i\left[(g_n^j + \nabla_n u_0^j)\sigma^{in} + \sigma_0^{in}\nabla_n u^j\right] &= P^j; \quad \theta^n \in S_1 \\ u^j &= f^j; \quad \theta^n \in S_2\end{aligned}$$

Компоненти тензора $\widehat{\lambda}$ обчислюються по (5.23) або (5.20).

5) Скінченна початкова деформація; однорідний початковий стан;
декартова система координат; тензор Кирхгофа
рівняння руху -

$$t_{ij,i} - \rho \ddot{u}_j = 0; \quad x_n \in V$$

співвідношення пружності -

$$t_{ij} = \varpi^{ij\alpha\beta} u_{\alpha,\beta}$$

граничні умови -

$$N_i t_{ij} = P_j; \quad x_n \in S_1$$

$$u_j = f_j; \quad x_n \in S_2$$

6) Скінченна початкова деформація; однорідний початковий стан;
декартова система координат; рівняння в переміщеннях

$$\varpi_{ij\alpha\beta} (u_{\alpha,\beta})_{,i} - \rho \ddot{u}_j = 0; \quad x_n \in V$$

$$N_i \varpi_{ij\alpha\beta} u_{\alpha,\beta} = P_j; \quad x_n \in S_1$$

7) Скінченна початкова деформація; однорідний початковий стан;
декартова система координат; тензор Лагранжа

$$\lambda_j S_{ij,i} + S_{in}^0 (u_{j,n})_{,i} - \rho \ddot{u}_j = 0; \quad x_n \in V$$

$$S_{ij} = \lambda_{ij\alpha\beta} u_{\alpha,\beta}$$

$$N_i (\lambda_i S_{ij} + S_{in}^0 u_{j,n}) = P_j; \quad x_n \in S_1$$

8) Малі початкові деформації; однорідний початковий стан; декартова
система координат

$$\lambda_j \sigma_{ij,i} + \sigma_{in}^0 (u_{j,n})_{,i} - \rho \ddot{u}_j = 0; \quad x_n \in V$$

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ij\alpha\beta} u_{\alpha,\beta}$$

$$N_i(\lambda_i \sigma_{ij} + \sigma_{in}^0 u_{j,n}) = P_j; \quad x_n \in S_1$$

9) Малі початкові деформації; однорідний початковий стан; декартова система координат; рівняння в переміщеннях

$$\varpi_{ij\alpha\beta} \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_i \partial x_\beta} - \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = 0; \quad x_n \in V \quad (5.63)$$

$$N_i \varpi_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} = P_j; \quad x_n \in S_1$$

5.6 Визначення фазових швидкостей гармонійних хвиль в початково -деформованому твердому середовищі

При дослідженні хвильових процесів в твердих тілах прийнято виділяти два напрями, що істотно відрізняються як по характеру навантажень, так і по вживаних методах вирішення відповідних задач.

У першому випадку розглядається розповсюдження розривів певних величин. У другому процеси описуються функціями безперервними, як за часом, так і за координатами.

Для другого випадку найбільший інтерес має ситуація, коли зовнішня дія, що генерує хвильовий процес, може бути описана періодичною сталою функцією часу. Застосовуючи гармонійний аналіз, практично будь-яке така дія, може бути представлена у вигляді суперпозиції синусоїдальних складових. У свою чергу, через лінійність рівнянь лінеаризованої теорії пружності, переміщення в тілі також можуть бути виражені у вигляді суперпозиції хвиль виду:

$$\bar{u} = \bar{a} e^{i(\bar{k}\bar{r} - \omega\tau)} \quad , \quad (5.64)$$

де

$$\bar{a} = a^m(x_1, x_2, x_3) \bar{i}_m \text{ - мода}$$

$$\bar{k} = k\bar{n} \text{ - хвильовий вектор;}$$

k - хвильове число;

\bar{n} - орт хвильової нормалі;

$\bar{r} = x^m \bar{i}_m$ - радіус-вектор в декартовій системі координат;

$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ - колова частота гармонійної хвилі;

$\nu = \frac{1}{T}$ - частота коливань

T - період коливань

Структура приведених вище лінеаризованих рівнянь пружності, аналогічна лінійним задачам теорії пружності, проте, як показано в [59] тензор $\widehat{\varpi}$ не задовольняє умовам симетрії, справедливим для тензора модуля пружності, що в загальному випадку не дозволяє використовувати відомі вирішення лінійних задач.

З (5.64) фазова швидкість розповсюдження коливань (істинна):

$$c = \frac{\varpi}{k}$$

Підставляючи (5.64) в (5.63) і аналогічно [59], запроваджуючи акустичний тензор із складовими

$$B_{j\alpha} = \sum_{i,\beta=1}^3 \varpi_{ij\alpha\beta} n_i \lambda_i n_\beta \lambda_\beta, \quad (5.65)$$

отримуємо:

$$(B_{j\alpha} - c^2 \rho \delta_{i\alpha}) a_\alpha = 0$$

З умови існування нетривіального вирішення останнього рівняння, прямує характеристичне рівняння для визначення швидкості:

$$\det \left\| B_{j\alpha} - c^2 \rho \delta_{i\alpha} \right\| = 0 \quad (5.66)$$

Розглянемо випадок, коли осі декартової системи координат збігаються з осями ортотропії, а початкове навантаження здійснюється вздовж осей. Тоді

виконуються умови (5.27), (5.28), (5.44) і головні напрями тензора деформацій Гріна $\widehat{\mathcal{E}}_0$ збігаються з напрямками координатних осей. Нехай хвиля розповсюджується вздовж орта \bar{i}_m . Тоді

$$\bar{n} = \bar{i}_m; \quad n_i = \delta_{im} \quad (5.67)$$

Враховуючи (5.67), (5.45) з (5.65):

$$B_{j\alpha} = \delta_{j\alpha} \varpi_{m\alpha\alpha m} \lambda_m^2 \quad (5.68)$$

З (5.66) і (5.68) прямує вираз для визначення швидкостей

$$\rho c_{px_m}^2 = \varpi_{m m m m} \lambda_m^2 \quad (5.69)$$

$$\rho c_{sx_k}^2 = \varpi_{m k k m} \lambda_m^2; \quad m \neq n \neq k \neq m \quad (5.70)$$

де

c_{px_m} - швидкість подовжніх хвиль, що розповсюджуються вздовж орта \bar{i}_m ;

c_{sx_k} - швидкість хвилі зсуву, що поляризована в площині $x_m O x_k$ і розповсюджується вздовж орта \bar{i}_m (дві різні швидкості).

Потрібні для обчислення швидкостей, згідно (5.69), (5.70), складові тензора $\widehat{\varpi}$ можуть бути обчислені по (5.45), враховуючи (5.27) і (5.67):

$$\varpi_{m m m m} = \lambda_m^2 A_{mm} + S_{mm}^0$$

$$\varpi_{m k k m} = \lambda_k^2 \mu_{mk} + S_{mm}^0$$

І тепер з (5.69) (5.70):

$$\rho c_{px_m}^2 = \lambda_m^4 A_{mm} + \lambda_m^2 S_{mm}^0 \quad (5.71)$$

$$\rho c_{sx_m}^2 = \lambda_m^2 \lambda_k^2 \mu_{mk} + \lambda_m^2 S_{mm}^0 \quad (5.72)$$

Величини A_{mm}, μ_{mk} характеризують властивості тіла в околиці початково-деформованого стану, а S_{mm}^0, λ_i - величини, визначені в самій точці відповідного початково-деформованого стану.

Якщо початковий стан може бути описаний моделлю гіперпружного тіла з потенціалом

$$\Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0),$$

то S_{mm}^0 можна обчислити по (5.49), заздалегідь визначивши ε_{ij}^0 по (5.29).

Якщо можна прийняти, що той же потенціал описує властивості тіла і в околиці початково-деформованого стану, то A_{mm} і μ_{mk} можна обчислити по (5.47) (5.48).

Якщо ж в околиці початково-деформованого стану тіло можна розглядати як гіперпружне, але тепер уже з іншим потенціалом $\Phi^{10} = \Phi^1(A_1^0, A_2^0, A_3^0)$, то при обчисленні A_{mm} і μ_{mk} по (5.47), (5.48) слід використовувати саме його.

Структуру пружного потенціалу, очевидно, доцільно співставляти експериментальні дані з результатами розрахунків по тій або іншій моделі потенціалу. Наприклад, це можна зробити, визначаючи швидкості хвиль зсуву поляризованих в двох площинах, що перпендикулярна і паралельна осі одновісного навантаження.

Тоді

$$S_{33}^0 = S; \quad S_{11}^0 = S_{22}^0 = 0$$

з (5.72) для швидкостей хвиль зсуву, що розповсюджуються вздовж \bar{i}_1 :

$$\rho c_{sx_2}^2 = \lambda_2^2 \lambda_1^2 \mu_{12}$$

$$\rho c_{sx_3}^2 = \lambda_3^2 \lambda_1^2 \mu_{13}$$

Співставивши c_{sx_2} і c_{sx_3} , і враховуючи співвідношення між λ_3 і λ_2 , можна судити про залежність від початкового напруження, а отже, (в силу, 5.62)) і про $\Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0)$.

Такий підхід був застосований в роботах [62,63] при вивченні акустичних властивостей заздалегідь деформованих металів.

Відсутність експериментальних даних, на жаль, не дозволяє провести аналогічні дослідження для гірничих порід.

Оцінимо вплив напружений-деформованого стану на швидкості хвиль, приймаючи як потенціал квадратичний пружний потенціал (5.11). При цьому розрізнятимемо параметри μ^0 і λ^0 для опису початкової деформації (в середньому) і μ і λ - характеризуючі властивості тіла в околиці початково-деформованого стану.

Згідно (5.53) -(5.58):

$$S_{ii}^0 = \frac{1}{2} \lambda^0 (\lambda_n \lambda_n - 3) + \mu^0 (\lambda_i^2 - 1)$$

$$\lambda_i^2 = 1 + \frac{2}{E_0} [S_{ii}^0 - \nu_0 (1 - \delta_i^k) S_{kk}^0]; \quad \sum i \quad (5.73)$$

$$A_{i\beta} = \lambda^0 + 2\delta_{i\beta} \mu^0$$

$$\mu_{imn} = \mu^0$$

Вирази (5.73) записано через модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}; \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

для зручності запису, а також тому, що результати експериментальних досліджень деформаційних властивостей гірничих порід в більшості випадків представляють через ці величини.

Далі визначатимемо швидкості хвиль, що розповсюджуються вздовж Ox_1 (орта \bar{i}_1).

Введемо наступні безрозмірні величини:

$$s_{ii} = \frac{S_{ii}}{E_0}; \quad C_p^2 = \frac{c_{px_1}^2}{c_p^2}; \quad \alpha_p^2 = \frac{c_p^2}{c_{p(0)}^2}; \quad C_{sk}^2 = \frac{c_{sx_k}^2}{c_s^2}; \quad \alpha_s^2 = \frac{c_s^2}{c_{s(0)}^2}$$

де

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} - \text{швидкість подовжніх хвиль, обчислена}$$

для потенціалу $\Phi^1(A_1^{01}, A_2^{01}, A_3^{01})$ при $S_{11}^0 = S_{22}^0 = S_{33}^0 = 0$;

$$c_{p(0)} = \sqrt{\frac{\lambda^0 + 2\mu^0}{\rho}} - \text{те ж саме для потенціалу } \Phi^0(A_1^0, A_2^0, A_3^0);$$

c_{sx_k} - швидкість поперечних хвиль, поляризованих в площині x_1Ox_k

для потенціалу $\Phi^1(A_1^{01}, A_2^{01}, A_3^{01})$ при $S_{11}^0 = S_{22}^0 = S_{33}^0 = 0$;

$c_{s(0)}$ - те ж саме для потенціалу $\Phi^0(A_1^0, A_2^0, A_3^0)$.

Таким чином, α_p , α_s це відношення швидкостей подовжніх і поперечних хвиль, обчислених за величинами, що характеризують пружні властивості в околиці початкового стану і за величинами, що характеризують пружну деформацію в середньому при переході з природного стану в початковий стан.

C_p і C_{sk} - відношення швидкостей хвиль в напруженому (початково-деформованому) і ненапруженому станах.

Якщо параметри потенціалу не змінюються при переході з природного стану в початковий, то $\alpha_p = \alpha_s = 1$.

Використовуючи запроваджені величини, (5.71) і (5.72) можна записати

$$C_p^2 \alpha_p^2 = \lambda_1^4 \alpha_p^2 + \lambda_1^2 \beta_0 s_{11}^0, \quad (5.74)$$

$$C_{sk}^2 \alpha_s^2 = \lambda_1^2 \lambda_k^2 \alpha_s^2 + 2\lambda_1^2 (1 + \nu_0) s_{11}^0, \quad (5.75)$$

де

$$\beta_0 = \frac{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)}{(1 - \nu_0)}$$

Підставляючи (5.73) в (5.74), (5.75), і нехтуючи малими величинами порядку $(s_{ii}^0)^2$ і вище, одержуємо:

$$C_p^2 = 1 + s_{11}^0 \left(4 + \frac{\beta_0}{\alpha_p^2} \right) - 4\nu(s_{22}^0 + s_{33}^0); \quad (5.76)$$

$$C_{s_2}^2 = 1 + 2s_{11}^0 \left(1 - \nu + \frac{1 + \nu_0}{\alpha_p^2} \right) + 2s_{22}^0 (1 - \nu) - 2\nu s_{33}^0; \quad (5.77)$$

$$C_{s_3}^2 = 1 + 2s_{11}^0 \left(1 - \nu + \frac{1 + \nu_0}{\alpha_p^2} \right) + 2s_{33}^0 (1 - \nu) - 2\nu s_{22}^0 \quad (5.78)$$

Оскільки $s_{ii}^0 \ll 1$, то з (5.76) - (5.78) витікає, що у рамках пружної моделі (навіть при урахуванні скінченних деформацій), зміни швидкостей як подовжніх, так і поперечних хвиль, що пов'язані із зміною початкового напруження, не великі. Це не дозволяє пояснити на основі даної моделі спостережувані експериментально зміни спектру коливань вміщуючої породи.

Разом з тим, вочевидь, що якщо в деякій області масиву напруження перевищують межу лінійної пружності і наближаються до межі втрати міцності (α_p^0 , α_s^0 у (5.76) - (5.78) прагнуть до нуля), то в цій області

швидкість розповсюдження збурень може істотно знизиться (теоретично аж до нуля), що повинне привести до суттєвої зміни коливальних процесів.

5.7 Висновки

1. Побудована математична модель розповсюдження акустичних коливань в заздалегідь напруженому пружному середовищі.

2. Для випадку однорідного напруженого стану проведений аналіз впливу початкового напруження на швидкості розповсюдження подовжніх і поперечних хвиль.

3 Встановлено, що в пружному середовищі з квадратичним пружним потенціалом швидкості хвиль при зміні напруженого стану змінюється мало. Помітніші зміни швидкостей можуть відбуватися в середовищах з істотно нелінійними співвідношеннями пружності.

6 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В СКЛАДЕНИХ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМАХ, ЯК АНАЛОГА МОДЕЛІ СКЛАДНОСТРУКТУРНОГО ПОРОДНОГО СЕРЕДОВИЩА

6.1 Постановка і вирішення задачі про розповсюдження коливань в складному нескінченному стрижні

Обставина, що відмічена наприкінці попереднього розділу, вочевидь, вимагає при опису хвильових процесів в привибійній області застосування складніших моделей, ніж модель пружного середовища. Проте уявляється, що просту оцінку впливу початкового напруженого стану на коливальні процеси можна зробити, розглядаючи привибійну частину масиву як декілька пружних областей з істотно різними пружними постійними. Значення цих пружних постійних, а також геометричні параметри областей, у свою чергу, обумовлюються напруженим статком в околиці виробки. Така задача в одновимірному наближенні розглянута далі.

Нехай напівнескінченний пружний стрижень з модулем Юнга E_0 і щільністю ρ_0 має початкову ділянку довжиною l тієї ж щільності. Початкова ділянка у свою чергу складається із двох частин різної довжини і з різними модулями пружності E_1 і E_2 . Ділянки стрижня нероз'ємні. Коливання в стрижні викликані подовжним гармонійним кінематичним або силовим навантаженням, що постійно діє на торці з коловою частотою ω і амплітудою u_n або σ_n відповідно.

Початок координат помістимо на границі напівнескінченної ділянки з модулем пружності E_0 . Величини з індексом 2 відноситимемо до ділянки, що примикає до торця стрижня, з індексом 1 – до наступного за ним, а з індексом «0» до останнього напівнескінченного стрижня.

Спочатку розглянемо задачу при дії кінематичного навантаження.

Виберемо як масштаби: довжини $-l$, часу $-l\sqrt{\frac{\rho_0}{E_0}}$, швидкості звуку $-\sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}$, модуль Юнга $-E_0$, напруження $-E_0\frac{u_H}{l}$, переміщення $-u_H$, швидкості переміщення $-\frac{u_H}{l}\sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}$, колової частоти $-\frac{1}{l}\sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}}$.

Тоді в безрозмірних величинах сформульована задача набуває вигляду:

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} = c_k^2 \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2}, \quad k = 0, 1, 2; \quad (6.1)$$

$$u_1(t, 0) = u_0(t, 0); \quad (6.2)$$

$$E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u_0}{\partial x}(t, 0); \quad (6.3)$$

$$u_1(t, -x_g) = u_2(t, -x_g); \quad (6.4)$$

$$E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(t, -x_g) = E_2 \frac{\partial u_2}{\partial x}(t, -x_g) \quad (6.5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u_0(t, x) = 0; \quad (6.6)$$

$$u_2(t, -1) = \exp(-i\varpi t); \quad (6.7)$$

Параметрами задачі є величини c_1, c_2, E_1, E_2, x_g і ϖ .

Шукатимемо вирішення (6.1) - (6.7) у вигляді

$$u_k(x, t) = A_k \exp\left[i\left(\frac{\varpi x}{c_k} - \varpi t\right)\right] + B_k \exp\left[-i\left(\frac{\varpi x}{c_k} + \varpi t\right)\right], \quad (6.8)$$

де, A_k, B_k - комплексні амплітуди хвиль, що розповсюджуються вліво і вправо відповідно.

Оскільки в напівнескінченному стрижні (при $x > 0$) збурення не відбиваються і можуть розповсюджуватися лише вправо (умови випромінювання), то $B_0 = 0$.

Далі часовий множник $\exp(-i\omega t)$ опускаємо.

Підставляючи (6.8) в (6.2) -(6.3), отримуємо систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 + B_1 = A_0, \\ A_1 - B_1 = \frac{1}{c_1} A_0, \\ A_1 \exp(-i \frac{\omega l_g}{c_1}) + B_1 \exp(i \frac{\omega l_g}{c_1}) = A_2 \exp(-i \frac{\omega l_g}{c_2}) + B_2 \exp(i \frac{\omega l_g}{c_2}), \\ -c_2 A_1 \exp(-i \frac{\omega l_g}{c_1}) + c_2 B_1 \exp(i \frac{\omega l_g}{c_1}) = -c_1 A_2 \exp(-i \frac{\omega l_g}{c_2}) + c_1 B_2 \exp(i \frac{\omega l_g}{c_2}), \\ A_2 \exp(-i \frac{\omega}{c_2}) + B_2 \exp(i \frac{\omega}{c_2}) = 1 \end{array} \right. \quad (6.9)$$

Визначник системи (6.9) відносно невідомих коефіцієнтів дорівнює

$$2e^{-\omega(x_g+1)i} \left\{ 2c \cos\left(\frac{\omega x_g}{c}\right) + \sin\left(\frac{\omega x_g}{c}\right) \left[e^{2\omega(x_g+1)i} (1-c^2) + c^2 + 1 \right] i \right\}$$

і не обертається в нуль ні при яких скінченних і не рівних нулю значеннях c . Таким чином, резонанси в сенсі, що зазвичай розуміється, коли при навантаженні на деякій частоті амплітуда нескінченно зростає, за даних умов не є можливі.

6.2 Дослідження акустичних характеристик складених стрижневих систем

Найпростіше аналіз вирішення системи (6.9) можна провести коли $x_g = 1$, тобто є лише дві ділянки з різними акустичними жорсткостями і значення

c_1 є їх відношенням. Детальний аналіз рішення для такого випадку викладений в [64]. Тут же обмежимося обговоренням деяких особливостей пов'язаних із зміною властивостей породи в привибійній зоні і можливим впливом таких змін на зареєстровані акустичні характеристики, коли основним джерелом коливань є породоруйнівна дія.

Напружений стан в привибійній частині виробки характеризується суттєвою неоднорідністю. Найбільша стискаюча напруга, що значно (до 3-х разів в пружній постановці для сферичної порожнини [65]) перевершує напруження в незбуреному середовищі, досягається в так званій зоні опорного тиску, що віддалений від оголеної поверхні на деяку відстань. Далі, ближче до оголеної поверхні, стискаюча напруга (принаймні складові, що нормальні до оголеної поверхні) падає. Індивідуальні об'єми послідовно проходять зону підвищення і зменшення стискаючої напруги. Висока напруга в зоні опорного тиску приводить до руйнування найбільш слабких зв'язків (розвиток і утворення тріщин сколу). Далі в зоні падіння стискаючої напруги процеси руйнування розвиваються (розвиток і утворення тріщин сколу і відриву). Таким чином, середовище у напрямку нормалі до поверхні оголення істотно змінює свій стан і зокрема акустичні характеристики. Ступінь змін і геометричні параметри області, де відбуваються такі зміни, визначаються властивостями середовища, формою вироблення, технологією виймання. Хоча в загальному випадку судити, як саме змінюються акустичні характеристики в середовищі що пройшли скрізь область максимального напруження важко. Все ж, виходячи з вигляду кривих, що отримані при одновісному стисненні [66,67], представляється обґрунтованим вважати, що швидкості хвиль тут значно зменшуються.

Слід також відзначити, що для хвиль, що розповсюджуються в напрямі перпендикулярному нашаруванню, збурення також спочатку розповсюджуються у вугіллі, де швидкість хвиль зазвичай значно нижче, ніж у вміщуючій породі.

Виходячи з вище сказаного, розглядатимемо рішення сформульованої вище задачі при $c_1 \leq 1$.

Хоча, резонанси в сенсі, що зазвичай розуміється, можливі лише в окремих випадках ($c_1 \rightarrow 0, c_1 \rightarrow \infty$), що ідеалізуються, тобто, строго кажучи, для скінченних стрижнів, при певних співвідношеннях c_1 і ϖ в окремих точках початкової ділянки стрижня спостерігаються коливання з амплітудою, що перевищує амплітуду навантаження. Як приклад на рис. 6.1 показані криві переміщень в різних точках залежно від часу. У точці з координатою $x = -0,5$ максимальне переміщення помітно перевершує переміщення на торці, що навантажується ($x = -1$).

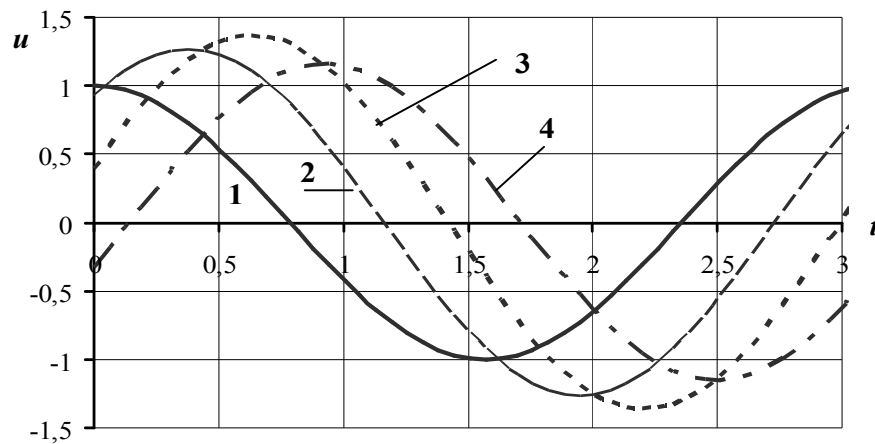


Рисунок 6.1 - Переміщення в різних точках початкової ділянки залежно від часу. $c_1 = 0,7$; 1- $x = -1$; 2- $x = -0,75$; 3- $x = -0,5$; 4- $x = -0,25$

Дійсні амплітуди коливань для початкової і напівнескінченної ділянок можна представити у вигляді [64]:

$$R_{u1}(x, \varpi, c_1) = \sqrt{\frac{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right)}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}} \quad (6.10)$$

$$R_{u0}(\varpi, c_1) = \frac{c_1}{\sqrt{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}} \quad (6.11)$$

У відмінності від напівнескінченної ділянки (6.11), де амплітуда переміщень не залежить від координати, на початковій ділянці (6.10) амплітуда змінюється при зміні точки спостереження.

Формули (6.10) і (6.11), через вибрані масштаби, є відношення амплітуд коливань переміщень в деякій точці стрижня до амплітуди коливань переміщень на навантажуваному кінці (при $x = -1$). Щоб формули для амплітуд напруження також були віднесені до амплітуди напруження на навантажуваному кінці, розділимо дійсні амплітуди на дійсну амплітуду напруження при $x = -1$:

$$c_1 \varpi \sqrt{\frac{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}}.$$

Тоді амплітуди напруження, що вже віднесені до амплітуди при $x = -1$:

$$R_{\sigma 1}(x, \varpi, c_1) = \sqrt{\frac{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right)}{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}}, \quad (6.12)$$

$$R_{\sigma 0}(\varpi, c_1) = \frac{1}{\sqrt{c_1^2 \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}}. \quad (6.13)$$

Відмітимо, що при такому виборі безрозмірювання, результати, що отримані при кінематичному і силовому навантаженні, збігаються [64].

З елементарних досліджень на екстремум функцій (6.10) і (6.12) випливає, що при фіксованих значеннях частоти коливань ϖ і відношення акустичних опорів, максимальні амплітуди переміщень R_{u1} досягаються при виконанні умов:

$$\sin\left(\frac{2\varpi}{c_1}\right) = 0 \quad \text{и} \quad (c_1^2 - 1) \left[c \cdot \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) - \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) \right] > 0, \quad (6.14)$$

а максимальні амплітуди напруження $R_{\sigma 1}$ при:

$$\sin\left(\frac{2\varpi}{c_1}\right) = 0 \quad \text{и} \quad (c_1^2 - 1) \left[c \cdot \sin^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) - \cos^2\left(\frac{\varpi x}{c_1}\right) \right] > 0$$

З (6.14) випливає, що максимумами амплітуд переміщень знаходитимуться в точках

$$x_u^{c<1} = -\frac{c_1 \pi (2r - 1)}{2\varpi}, \quad (6.15)$$

а їх значення дорівнюють:

$$R_u^{c<1} = \frac{1}{\sqrt{c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right)}}$$

і перевищують амплітуди коливань в напівнескінченній частині стрижня (6.11).

Екстремуми амплітуд напруження розташовані в точках

$$x_\sigma^{c<1} = -\frac{c \pi r}{\varpi},$$

а їх значення збігаються з амплітудами напруження в напівнескінченній частині, що обчислюються по (6.13).

На рис. 6.2 наведені розподіли амплітуди переміщення по довжині початкової ділянки для одного і того ж співвідношення акустичних опорів ($c_1 = 0,7 < 1$) і різних частот коливань. В даному випадку при частотах більше 2 найбільші значення амплітуд коливань досягаються в декількох внутрішніх точках початкової ділянки стрижня.

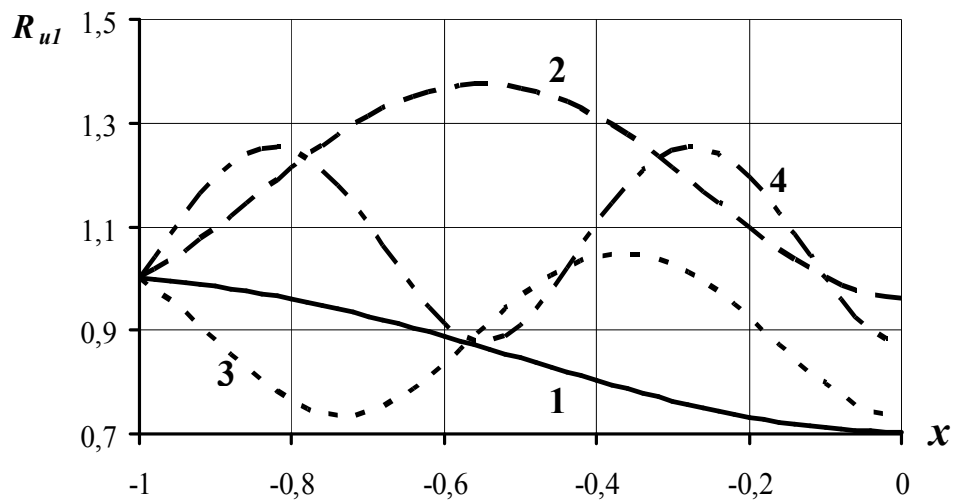


Рисунок 6.2 - Розподіли квадрата амплітуди коливань по довжині стрижня. $c_1 = 0,7$; 1- $\varpi = 1$; 2 - $\varpi = 2$; 3- $\varpi = 3$; 4- $\varpi = 4$

Для переміщень екстремальні частоти:

$$\varpi_u^{c < 1} = \pi c_1 j, \quad j = 1, 2, \dots \quad (6.16)$$

а відповідні екстремальні амплітуди дорівнюють $\frac{1}{c_1}$ і перевищують, як амплітуди на навантажуваному кінці ($c_1 < 1$), так і в напівнескінченній частині ($R_{u0} = 1$).

Для напруження екстремальні частоти:

$$\varpi_{\sigma}^{c<1} = \frac{\pi c_1 (2j-1)}{2}, \quad j=1,2,\dots \quad (6.17)$$

а відповідні амплітуди, як в екстремальних точках початкової ділянки, так і в напівнескінченній частині набувають однакових значень $\frac{1}{c_1}$.

Формули (6.16), (6.17) збігаються з формулами для власних частот скінченного стрижня з одним закріпленим, а іншим вільним або затисненим кінцями. У разі напівнескінченного стрижня з початковою ділянкою останні формально можна застосовувати для визначення екстремальних по переміщенням частот, враховуючи тільки те, що якщо акустичний опір початкової ділянки вищий за акустичний опір напівнескінченної частини, то кінець стрижня слід вважати вільним, а якщо нижче, то затисненим.

На рис. 6.3 показані залежності, що ілюструють вплив відношення акустичних опорів на вибіркові властивості системи по частоті вимушених коливань при $c_1 < 1$. Криві є графіками функції (6.88) з максимумами $\frac{1}{c_1}$ на частотах $\varpi_u^{c<1}$ (6.16). Відповідні амплітуди мають місце в точках початкової ділянки із координатами $x_u^{c<1}$ (6.93).

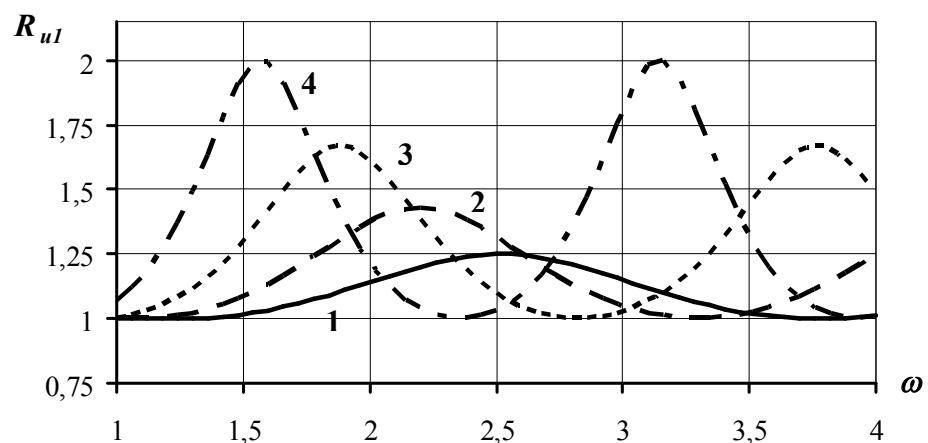


Рисунок 6.3 - Максимальні значення амплітуди переміщень в залежності від частоти. 1 - $c_1 = 0,8$, 2 - $c_1 = 0,7$, 3 - $c_1 = 0,6$, 4 - $c_1 = 0,5$

Отримане вирішення (6.18)-(6.13) дозволяє також оцінити енергетичні характеристики процесу розповсюдження збурень.

Середня за період коливань щільність потоку потужності, визначувана через інтеграл вектора умова $p = -\sigma \frac{\partial u}{\partial t}$ (де всі величини дійсні), обчислюється через комплексні амплітуди переміщень і напруження по формулі, що запропонована в [68]:

$$P = \frac{\varpi}{2\pi} \int_0^{2\pi} p dt = -\frac{i\varpi}{4} (\sigma_1 \cdot u_1^* - \sigma_1^* \cdot u_1) = -\frac{i\varpi}{4} (\sigma_2 \cdot u_2^* - \sigma_2^* \cdot u_2) =$$

$$= \frac{\varpi^2 \cdot c_1^2}{2 \left[c_1^2 \cos^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) + \sin^2\left(\frac{\varpi}{c_1}\right) \right]}$$

де * - знак комплексного спряжіння.

Рис. 6.4 ілюструє дану залежність. Вплив частоти, що визначається властивостями і розмірами початкової ділянки, на потужність, передану в стрижень вочевидь. При $c_1 < 1$ залежність потоку потужності від частоти має екстремуми, причому вони досягаються на тих же частотах, що і екстремуми переміщень (6.16).

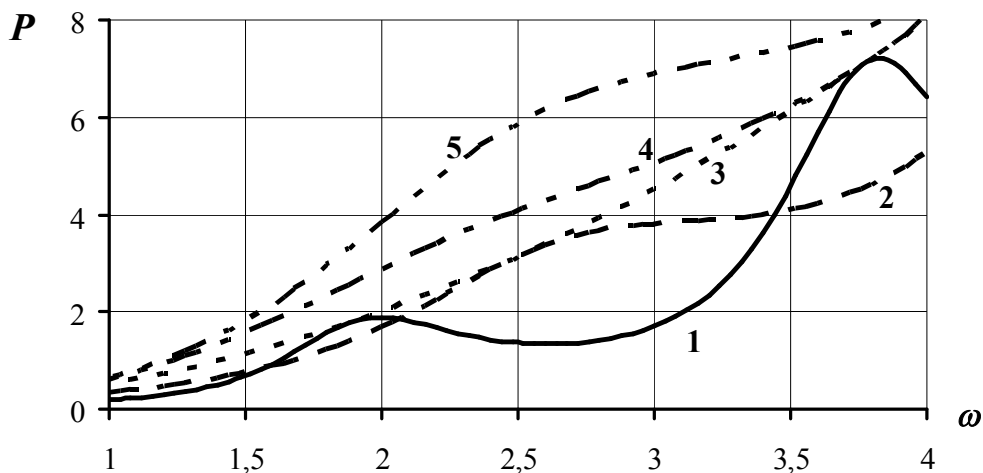


Рисунок 6.4 - Щільність потоку потужності при кінематичному навантаженні. 1 - $c_1 = 0,6$, 2 - $c_1 = 0,8$, 3 - $c_1 = 1,0$, 4 - $c_1 = 1,2$, 5 - $c_1 = 1,4$

Отримані результати дозволяють оцінити вплив змін властивостей середовища привибійної області на коливальні процеси, і зокрема на амплітудно-частотну характеристику.

Розглядатимемо привибійну частину, як ділянку стрижня з $c_1 < 1$.

Для хвиль тих, що розповсюджуються нормально площині нашарування

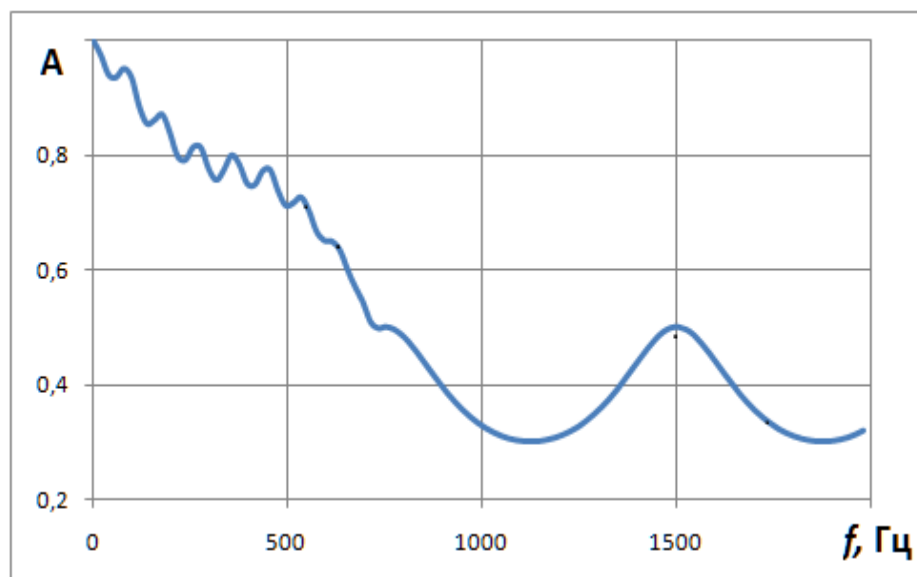
$c_1 = \frac{V_s}{V_{sv}}$ - відношення швидкостей поперечних хвиль у вугіллі (V_s) і

вміщуючих породах (V_{sv}), довжина початкової ділянки $l = l_s$ - потужність пласта.

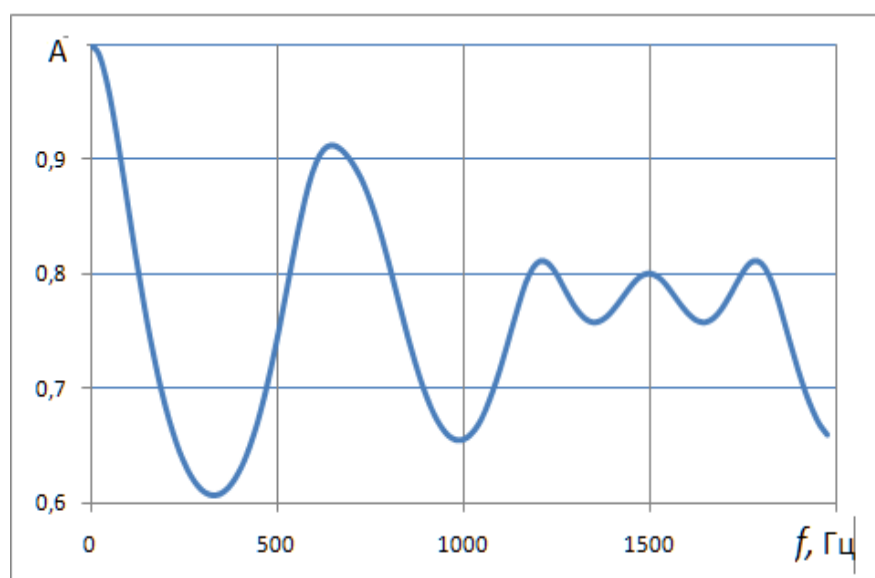
Для хвиль, що розповсюджуються вздовж залягання, c_1 - відношення швидкості подовжніх хвиль в тріщинуватому вугіллі до швидкості подовжніх хвиль у початковому (природному) заляганні (V_p), довжина початкової ділянки l - відстань від поверхні оголення до зони опорного тиску (максимуму стискуючого напруження).

Використовуючи наведені вище результати, обчислені перехідні функції для коливань, що розповсюджуються поза зоною з $c_1 < 1$. Графіки перехідних функцій наведені на рис.5. Відмінності у вигляді кривих обумовлені лише різними значеннями відстані від поверхні оголення до зони опорного тиску і швидкостей хвиль в привибійній частині пласта.

Зміни амплітудно-частотної характеристики, що пов'язані із змінами перехідної функції для приведених вище умов, в припущенні, що АЧХ навантаження не змінюється при переміщенні зони опорного тиску (при зміні l), ілюструються рис. 6.5 і якісно узгоджуються із змінами АЧХ, що розглядаються як ознака викиднебезпеки [69,70].

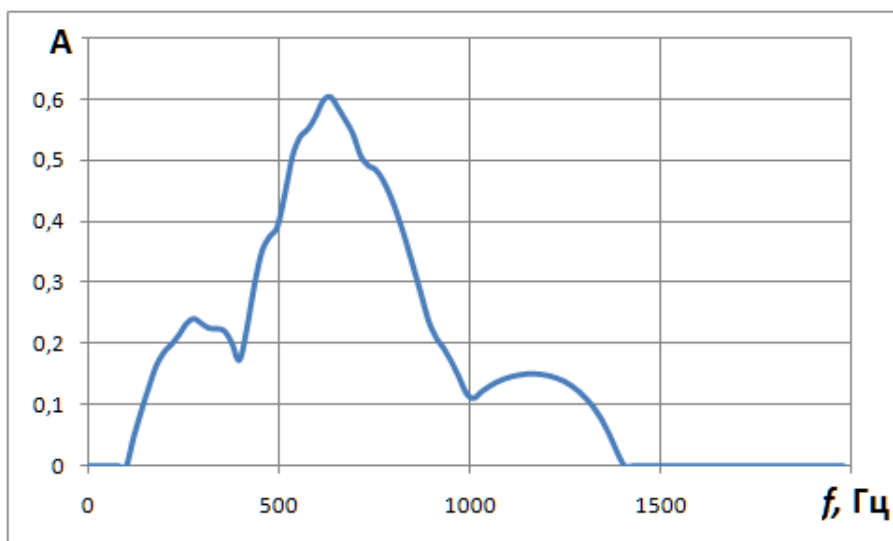


а)

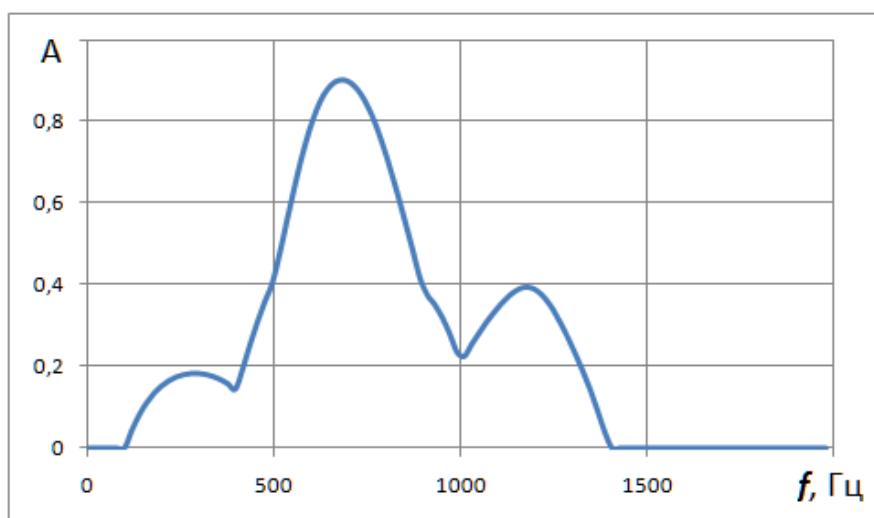


б)

Рисунок 6.5 - Перехідні функції для амплітуди коливань при $V_s = 1000$ м/с; $V_{sv} = 2000$ м/с; $V_p = 2000$ м/с; $l_s = 1$ м; а) $l = 10$ м; $c_1 = 0,9$, б) $l = 1$ м; $c_1 = 0,6$



а)



б)

Рисунок 6.6 - Модельні амплітудно-частотні характеристики при $V_s = 1000$ м/с; $V_{sv} = 2000$ м/с; $V_p = 2000$ м/с; $l_s = 1$ м; а) $l = 10$ м; $c_1 = 0,9$, б) $l = 1$ м; $c_1 = 0,6$

6.3 Висновки

1. На основі вирішення задачі про розповсюдження коливань в напівнескінченному складному стрижні, побудована математична модель коливальних процесів в складноструктурованому породному середовищі.

2. У межах побудованої моделі проведений аналіз коливань що розповсюджуються в привибійній частині пласта. Встановлено, що існують частоти коливань на яких амплітуди коливань і потоки потужності для хвиль, що випромінюються, мають екстремуми.

3. Досліджені залежності екстремальних частот від відстані до опорної зони і ступеня зміни у цій зоні акустичних властивостей. Виконані розрахунки модельних АЧХ при одній і тій же випромінюваній дії. Зміни АЧХ, що характеризуються на практиці як ознака викидонебезпечності, отримані в розрахунках при переміщенні зони опорного тиску до поверхні оголення.

7 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ КОЛИВАНЬ У НАПРУЖЕНОМУ СКЛАДНОСТРУКТУРНОМУ ПОРОДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ У ВИГЛЯДІ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ПАРАМЕТРІВ АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІД НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПОРОДНОГО СЕРЕДОВИЩА

Відомо [71], що інформацію про параметри напруженого стану газонасиченого вуглепородного масиву можна отримати, досліджуючи функцію варіації частот ω енергетичного спектру $S(\omega, t)$ віброакустичного інформаційного сигналу $s(t)$, який випромінюється при технологічній дії робочих частин різального інструменту на забої виробки. Сучасний аналоговий метод аналізу [72,73] функції варіації $S(\omega, t)$, що оснований на безперервному дослідженні спектральних характеристик реалізацій інформаційного сигналу $s(t)$ відповідно до класичного [70] виразом $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt$, яке для вживаного методу перетвориться до математичної моделі статистичної оцінки спектральних характеристик :

$$\langle S(\omega, t) \rangle = \int_0^{T_p} \langle s(t) \rangle e^{-j\omega t} dt, \quad (7.1)$$

$$t \in T_p, i \in n$$

де $\langle \dots \rangle$ - операція статистичного усереднювання по ансамблю реалізацій; T_p - час усереднювання, рівний постійній часу фільтру; i - кількість аналізованих частотних складових. Строга адекватність спектральної моделі (7.1) забезпечується за наявності властивості стаціонарності реалізації інформаційного сигналу $s(t)$ на інтервалі часу.

В основі спектральної математичної моделі аналізу інформаційного сигналу лежить метод оборотних перетворень за системою ортогональних функцій. Головна перевага таких перетворень полягає в тому, що вони дозволяють представити аналізований сигнал $s(t)$ у вигляді кінцевої суми k незалежних детермінованих складових $s(t) = \sum_k a_k \psi_k(t)$.

Під спектральним випромінюванням інформаційного сигналу $s(t)$ розуміється процес генерування робітниками частинами різального інструменту детермінованих ортогональних складових $a_k \psi_k(t)$ з їх просторовим підсумовуванням по довжині каналу зв'язку між джерелом і віброакустичним датчиком приймача-аналізатора. Кількість k ортогональних складових і значення їх вагових коефіцієнтів a_k аутентифіцирують інформаційну складову сигналу $s(t)$. Під спектральним аналізом, відповідно, розуміється процес інформаційного розкладання приймачем сигналу $s(t)$ на ортогональні складові $a_k \psi_k(t)$ з їх наступною інформаційною обробкою.

7.1 Аналіз характеристик і параметрів адекватності спектральної математичної моделі

У просторі функцій, заданих на кінцевому інтервалі $[0, T_p]$, норма, як найбільш загальна числова характеристика довільної функції $s(t)$, за визначенням обчислюється як корінь квадратний із скалярного виду функції. У загальному випадку, для комплексних функцій, квадрат норми (енергія сигналу) відповідає виразу $\|s(t)\|^2 = \int_0^{T_p} s(t) s^*(t) dt$, де $s^*(t)$ - функція, комплексно зв'язана з $s(t)$. Для інформаційного сигналу норма функції має кінцеве значення (інтеграл сходиться) і можна говорити, що функція належить простору функцій $L^2[t], t = [0, T_p]$, інтегрованих з квадратом

(простір Гільберта), і має кінцеву енергію. У просторі Гільберта на основі сукупності ортогональних функцій з нульовим скалярним видом завжди може бути створена система ортонормованих "осей" (базис простору), при цьому будь-який сигнал, що належить цьому простору, може бути представлений у вигляді вагової суми проекцій сигналу на ці "осі" - базисних векторів. Базис простору $L^2[t], t = [0, T_p]$ може бути утворений будь-якою ортогональною системою функцій.

Найбільше застосування в спектральному аналізі отримала система комплексних експоненціальних функцій, які визначаються виразом (7.1). При відомих виразах базисних функцій $\psi_k(t) = \exp(-j\omega t)$ сигнал $s(t)$ однозначно визначається сукупністю коефіцієнтів a_k і може бути абсолютно точно відновлений по цих коефіцієнтах. Таким чином, будь-яка функція Гільбертова простору може бути представлена у вигляді комплексного ряду Фур'є, який лежить в основі спектральної моделі. При практичних застосуваннях ряд Фур'є обмежується певною кількістю членів k . Обмеження числа членів ряду означає апроксимацію нескінченномірного сигналу k - мірною системою базисних функцій спектру сигналу з певної методичної погрішності залежно від фактичного спектру сигналу. Обмеження інтервалу інтеграції $t \in [T_p]$ часом "квазістаціонарної" параметрів призводить до методичних (у сумі з вищезгаданою) погрішностей, які впливають на інформаційну адекватність. Крім того, тригонометричні (і пов'язані з ними комплексно-експоненціальні) функції є власними (детермінованими на інтервалі інтеграції T_p) функціями і тому придатні для опису сигналів, у яких зміни параметрів в часі відсутні, тобто стаціонарних.

Частковим виходом з ситуації квазістаціонарної сигналу є віконне спектральне перетворення з рухомою по сигналу віконною функцією $w(t), t \in [T_p]$. Часовий інтервал T_p сигналу $s(t)$, при його великій тривалості, розділяється на підінтервали $T_w < T_p$, і перетворення Фур'є виконується

послідовно для кожного підінтервалу окремо. Тим самим здійснюється перехід до частотно-тимчасового представлення інформаційного сигналу, при цьому в межах кожного підінтервалу T_w сигнал $s(t)$ має бути стаціонарним. Результатом віконного перетворення є сім'я спектрів, яким відображується зміна спектру сигналу по інтервалах зрушення вікна перетворення. Це в якійсь мірі дозволяє виділяти на координатній осі і аналізувати особливості нестационарних на інтервалі T_p сигналів. Розмір віконної функції $w(t)$ зазвичай встановлюється сумірним з інтервалом стаціонарності сигналу. По суті, таким перетворенням один нелокалізований базис розбивається на певну кількість базисів, локалізованих в межах функції $w(t)$, що дозволяє представляти результат перетворення у вигляді функції двох змінних : частоти і тимчасового положення вікна. При цьому інтервал стаціонарності T_w сигналу $s(t)$ необхідно знати апіорі.

Віконне перетворення виконується відповідно до виразу:

$$S(\omega, t) = f \left[\int_{\omega} s(t) w(T_w - \tau w) \exp(-j\omega t) d\omega \right], \quad (7.2)$$

$$t \in [\tau w] \in [T_w] \in [T_p], \omega \in [\Delta\Omega]$$

$w(T_w - \tau w)$ є функцією (у загальному випадку - комплексну) вікна зрушення перетворення по координаті T_w , де параметром τw задаються фіксовані значення зрушення. Ефективна ширина віконної функції зберігається постійною по усьому часу T_p аналізу сигналу. Координатна роздільна здатність віконного перетворення визначається шириною віконній функції T_w і назад пропорційна частотній $\Delta\omega$ роздільній здатності. При ширині віконної функції, рівної T_w , частотна роздільна здатність визначається значенням $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_w}$. Для віконного перетворення Фур'є вищеперелічені вимоги і обмеження є принциповими.

Частотно-тимчасове віконне перетворення застосовується для аналізу нестационарних сигналів, якщо їх частотний склад змінюється в часі. Функція віконного перетворення (7.2) може бути переведена в тривимірний варіант з незалежними змінними і за часом τ , і по частоті ω :

$$S(\omega, t) = f \left[\int_{\tau} s(t - \tau) w(\tau) \exp(-j\omega t) d\tau \right], \quad (7.3)$$

$$t \in [\tau], \omega \in [\Delta\Omega]$$

Як видно, адекватність спектрального методу аналізу інформаційного сигналу повністю визначається його стаціонарністю на аналізованих тимчасових інтервалах.

У наступних експериментальних дослідженнях визначатимемо основні характеристики і параметри стаціонарності сигналу $s(t, \Delta t)$ [70] як випадкового процесу, тобто представимо інформаційний сигнал у вигляді числового ряду, що відбиває значення функції $s(t, \Delta t)$ через детерміновані дискретні інтервали часу $\Delta t \ll T_p$. Строге визначення стаціонарності випадкового процесу має на увазі незмінність функції розподілу щільності вірогідності (ФРПВ) його значень $wp_n[s(t, \Delta t)]$, $t \in (\Delta t)$, $t \in (T_p)$, $\Delta t \in (T_p)$ довільного порядку n на будь-яких тимчасових інтервалах його реалізацій $t \in [T_p]$, в окремому випадку одновимірна $wp_1[s(t)]$ ФРПВ

$$wp_1[s(t, \Delta t)] = \frac{\partial F[s(t, \Delta t)]}{\partial s(t, \Delta t)}, \quad (7.4)$$

де $F[s(t, \Delta t)] = p[s(t, \Delta t) < x]$ - інтегральна функція розподілу вірогідності.

Незмінність ФРПВ визначає постійність моментів цих реалізацій :

середнього $m[s(t, \Delta t)] = \int_0^{T_p} s(t) wp_1[s(t, \Delta t)] ds$ і дисперсії

$D[s(t, \Delta t)] = m \{ [s(t, \Delta t) - m[s(t, \Delta t)]]^2 \}$, необхідних, але недостатніх умов стаціонарності. Менш строго (у широкому сенсі по А.Я. Хинчину) стаціонарність характеризує незмінність автокореляційних функцій (АКФ)

$$R_{ss}(t, \Delta t, \tau) = \int_0^{T_w} [s(t, \Delta t), s(t, \tau)] d\tau, \tau \in (T_w) \quad (7.5).$$

Таким чином, аргументованою вимогою, що обмежує застосування спектральних методів як інструменту параметричного інформаційного аналізу, є строга вимога стаціонарності функції $s(t)$ на досліджуваному тимчасовому інтервалі T_p , або віконних інтервалах T_w . Ранжируємо порядок вимог методу дослідження стаціонарності віконних реалізацій : середнє і дисперсія, АКФ (7.5), ФРПВ (7.4).

Як досліджувані реалізації інформаційного сигналу $s(t)$ візьмемо два сигнали: $s_1(t)$ - знятий під час безпечної роботи технологічного устаткування і $s_2(t)$ - знятий перед викидом. Дослідження вимог проводитимемо в середовищі пакету MatLab методом розрахунку функцій характеристичних параметрів, визначених в попередньому підрозділі. Параметри аналого-цифрового перетворення визначимо відповідно до методики [74]. Частота дискретизації $f_d \geq 1/\Delta t > 22000\text{Hz}$, кількість рівнів квантування - 16. Інтервал аналізу T_p має обмеження: він повинен забезпечувати аналіз мінімальної частоти $f_{\min} = 15\text{Hz}$ інформаційного сигналу, т.ч. $T_{p\max} \leq 100\text{ms}$, мінімальне значення обмежене часом одного обороту різального інструменту (2000 об/хв.) $T_{p\min} \geq 33\text{ms}$, причому, бажано щоб $T_{p\max} = kT_{p\min}$, де k - ціле негативне число. Виберемо $T_p = T_w \approx 99\text{ms}$. Параметр часу перекриття інтервалів аналізу (3) виберемо $\tau = 0.5T_p$.

Результати досліджень сигналу $s_1(t)$ наведені на рис 7.1 і 7.2.

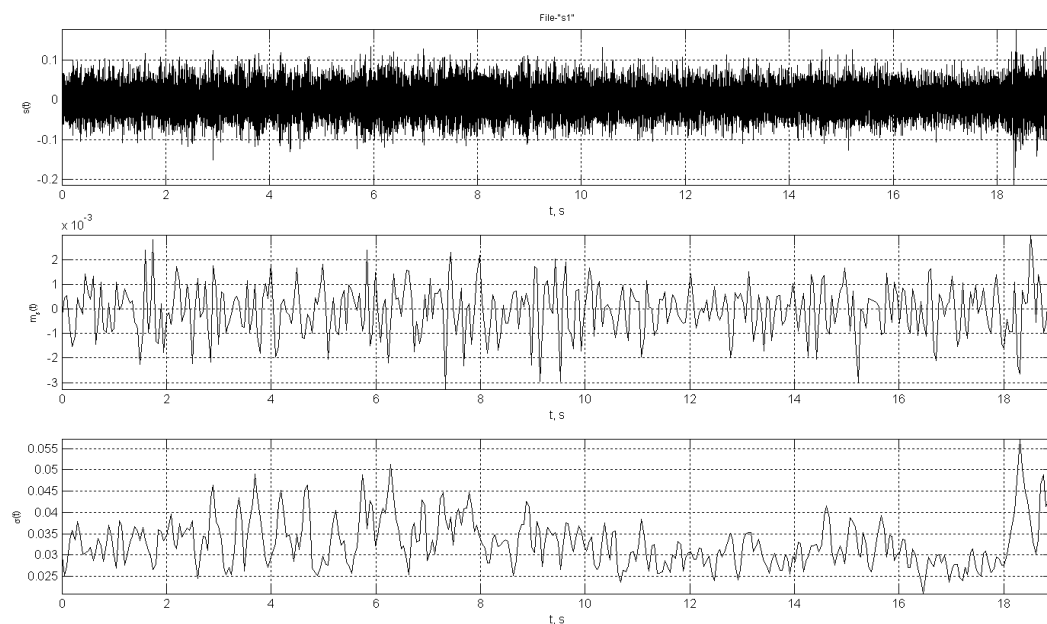


Рисунок 7.1 - Дослідження параметрів властивості стаціонарності реалізацій сигналу $s_1(t)$. Перший рисунок - тимчасова реалізація, другий - функція математичного очікування, третій - функція середньоквадратичного відхилення

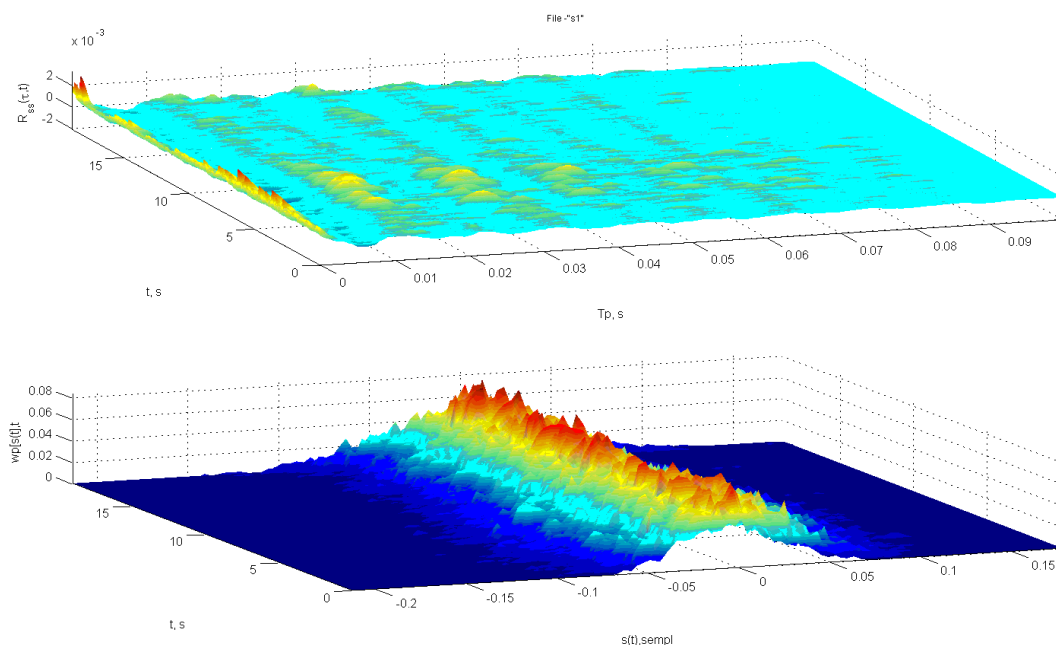


Рисунок 7.2 - Дослідження параметрів властивості стаціонарності реалізацій сигналу $s_1(t)$. Перший рисунок- АКФ, другий - ФРПВ

Результати досліджень сигналу $s_2(t)$ приведені на рис. 7.3 і 7.4.

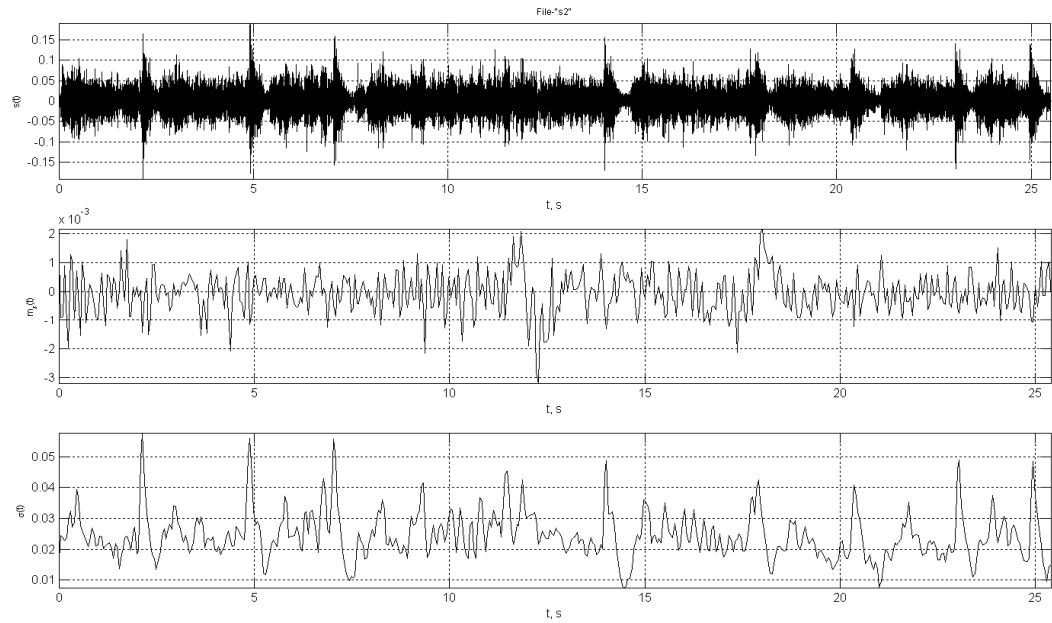


Рисунок 7.3 - Дослідження параметрів властивості стаціонарності реалізацій сигналу $s_2(t)$. Перший рисунок - тимчасова реалізація, другий - функція математичного очікування, третій - функція середньоквадратичного відхилення

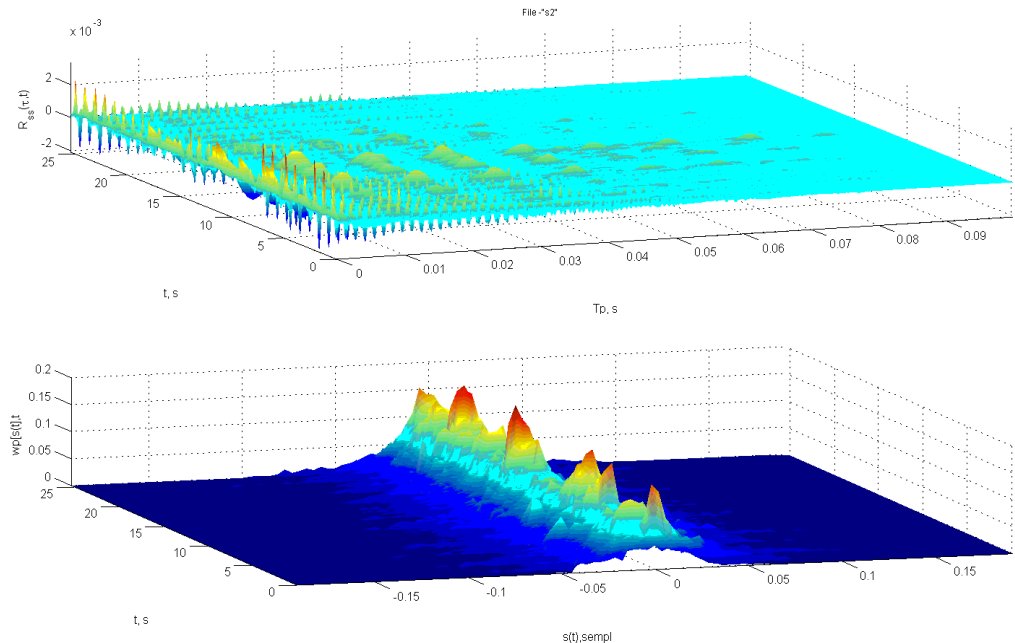


Рисунок 7.4 - Дослідження параметрів властивості стаціонарності реалізацій сигналу $s_2(t)$. Перший рисунок - АКФ, другий - ФРПВ

Проведемо інформаційний аналіз результатів досліджень, приймаючи як прикладну цільову функцію - ідентифікацію моменту викиду.

Аналіз функцій параметрів математичного очікування (девіація до 2% від максимального значення сигналу) і середньоквадратичного відхилення (девіація до 40%) обох сигналів показує, що квазістаціонарна цих параметрів не впливає на цільову функцію. Візуальний аналіз АКФ і ФРПВ показує: обидва сигнали не можна вважати строго стаціонарними навіть в широкому сенсі; істотні відмінності у формі реалізацій є інформаційними з позиції цільової функції. Ці відмінності можна, в загальному випадку, характеризувати інформаційною відстанню $H_R = Q(R_{s_1}, R_{s_2})$ для АКФ і $H_{wp} = Q(wp_{s_1}, wp_{s_2})$ для ФРПВ, де $Q(\cdot)$ - оператор аналізу відстані між ознаками інформаційного сигналу, що ідентифікуються.

Адекватність застосування математичної моделі спектральних перетворень може визначатися після доказу її інваріантності до локальної параметричної квазістаціонарної інформаційного сигналу.

7.2 Аналіз хвильового пакета акустичного сигналу, що поширюється в дисперсійному середовищі

У зв'язку з тим, що, в загальному випадку, багатопроменеве і не плоске поширення сигналів $si(\Delta\omega, t)$ і $sn(\Delta\omega, t)$ проявляється в їх частотній і тимчасовій дисперсії у виділеному об'ємі, що штучно підвищує ефективність маскуванню сигналу перешкодою. Гірший випадок мінімальної ефективності маскуванню спостерігатиметься для однопроменевого поширення сферичної звукової хвилі сигналу $su(\Delta\omega, t)$, який має бути мірою категорювання виділеного об'єму. Для даного випадку проведемо аналіз механізму поширення і взаємодії акустичних коливань в повітряному середовищі.

Як відомо, функція, що описує гармонійну хвилю [75], що поширюється в бездисперсійному середовищі, записується у вигляді:

$$u(x, t) = A \cos(kx - \omega t), \quad (7.6)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ (хвилевий вектор, ω (колова частота).

Аналіз вираження (7.6) показує, що можна ввести фазову функцію $\phi(x, t)$ косинусоїдальної хвилі, що біжить, поширюється в позитивному напрямі осі OX , як аргумент хвильової функції $\phi(x, t)$:

$$\phi(x, t) = \omega t - kx.$$

При аналізі поведінки гребеня хвилі ($\cos \phi(x, t) \rightarrow \max$) або її западини ($\cos \phi(x, t) \rightarrow \min$), у міру збільшення часу необхідно переходити до великих значень x так, щоб фаза $\phi(x, t)$ була постійною. Умова постійності фази з математичної точки зору означає, що повний диференціал функції $\phi(x, t)$, що має вигляд:

$$d\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) dt + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dx = \omega dt - k dx, \quad (7.7)$$

дорівнює нулю. Прирівнюючи (7.7) нулю, знаходимо умову постійності фази $\frac{dx}{dt} = v_f = \frac{\omega}{k}$, де v_f (фазова швидкість хвилі, яке дає зв'язок між фазовою швидкістю хвилі, частотою хвилі і хвилевим вектором. Умови поширення хвилі визначаються властивостями середовища. При цьому ω , а, отже, і фазова швидкість, можуть залежати від хвильового вектора k . Як вказувалося, в загальному випадку дані сигнали не є плоскими хвилями, їх фазова швидкість v_f залежить від хвильового вектора [66], тому їх можна вважати диспергуючими. Диспергуюча хвиля, що є суперпозицією хвиль, що біжать, з різними хвильовими числами, мінятиме свою форму у міру поширення в просторі, оскільки складові з різними довжинами хвиль поширюються з різними швидкостями.

Розглянемо задачу про опис руху хвильового пакету, локалізованого у момент часу $t=0$ в просторі. Ця умова означає, що огинаюча хвильового пакету є функцією, що швидко прагне до нуля при $x \rightarrow \pm\infty$. Введемо позначення $f(x)=u(x,0)$. Умову "швидкого прагнення функції до нуля" забезпечує можливість її розкладання в ряд Фур'є. Якщо функція $f(x)$ не періодична функція по координаті x , то її суперпозиція складових її функцій

безперервна по змінній k , і виражається через інтеграл Фур'є $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k)e^{ikx} dk$

, де $A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx} dx$. Кожна гармонійна складова в цьому виразі визначає

власну гармонійну хвилю з частотою $\omega = \omega(k)$, тобто кожна частотна складова

бігучої хвилі поширюється зі своєю власною фазовою швидкістю $v_f = \frac{\omega(k)}{k}$.

Шукана функція $u(x,t)$, що описує бігучу хвилю, є суперпозицією гармонійних хвиль, що біжать, і утворюють досліджувані сигнали. Це означає, що знайти $u(x,t)$ можна заміною kx на $[kx - \omega(k)t]$ в кожній

гармонійній складовій суперпозиції $u(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k)e^{i[kx - \omega(k)t]} dt$.

Проте, для того, щоб використовувати алгоритми цифрової обробки сигналів при знаходженні чисельних значень функції $u(x,t)$ обчислення інтеграла необхідно проводити на інтервалах кінцевої тривалості, тобто проводити розкладання функції не в інтеграл, а в ряд Фур'є. В даному випадку, як відомо [75], при розрахунку значень функції $f(x)$ слід використовувати наступні вирази:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N A(n)e^{iknx}, \quad k = \frac{2\pi}{x_{max} - x_{min}}$$

$$A(n) = \frac{1}{x_{max} - x_{min}} \int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x)e^{-iknx} dx, \quad n = 0, 1, \dots, N, \quad (7.8)$$

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^N A(n) e^{i(kn(x-x_{min}) - \omega(kn))},$$

де N (число значень функції $f(x)$).

Дослідження відношення $SN(\Delta\omega, t)$ необхідно виробляти на інтервалі часу T_a , протягом якого основні спектральні параметри сигналів не зазнають істотних змін, тобто на інтервалі стаціонарності.

У роботі досліджуються випадкові процеси $si(\Delta\omega, t)$, $sni(\Delta\omega, t)$ і $sn(\Delta\omega, t)$ які на інтервалі часу T_a мають властивість стаціонарності [76]. Грунтуючись на результатах раніше проведених досліджень, покладемо, що досліджувані випадкові процеси розподілені за нормальним законом, т.ч. відома їх головна статистична характеристика - щільність розподілу вірогідності. Важливою характеристикою випадкових процесів є їх автокореляційні функції (АКФ), визначувані як

$$R_{ss}(\tau) = \frac{1}{T_a} \int_0^{T_a} s(\Delta\omega, t) s(\Delta\omega, t + \tau) dt, \quad (7.9)$$

де $s(\Delta\omega, t)$ - досліджуваний процес.

Аналіз АКФ визначає: повну потужність досліджуваного процесу, рівну значенню $R_{ss}(0)$, потужність постійної складової на інтервалі часу T_a , визначуваною як $R_{ss}(T_a)$, і інтервал кореляції τ_0 випадкового процесу, який визначає верхню частоту ω_2 досліджуваної смуги частот $\Delta\omega$.

Детермінованою характеристикою випадкового процесу є спектральна щільність потужності $N(\Delta\omega, t)$, що показує, як розподілена потужність сигналу в досліджуваній смузі частот $\Delta\omega$. Спектральна щільність потужності випадкового процесу і його автокореляційна функція пов'язані перетворенням Фур'є (теорема Винера-Хинчина):

$$N(\Delta\omega, t) = \int_0^{T_a} R_{ss}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau .$$

7.3 Висновки

Дослідження відношення $SN(\Delta\omega, t)$ необхідно виробляти на інтервалі часу T_a , протягом якого основні спектральні параметри сигналів не зазнають істотних змін, тобто на інтервалі стаціонарності.

Аналіз автокореляційної функції визначає: повну потужність досліджуваного процесу, рівну значенню $R_{ss}(0)$, потужність постійної складової на інтервалі часу T_a , визначуваною як $R_{ss}(T_a)$, і інтервал кореляції τ_0 випадкового процесу, який визначає верхню частоту ω_2 досліджуваної смуги частот $\Delta\omega$.

8 ВЕРИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ШЛЯХОМ ОРГАНІЗАЦІЇ ТА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ В ЛАБОРАТОРНИХ І ШАХТНИХ УМОВАХ

8.1 Експериментальні лабораторні дослідження щодо визначення параметрів розповсюдження акустичних коливань

8.1.1 Методика проведення досліджень

Об'єктом досліджень є технологічне поглиблення у фундаменті цокольного поверху.

Метою досліджень є визначення місцезнаходження технологічного поглиблення і його координатна прив'язка на основі аналізу реєстрованих акустичних хвиль.

Завданнями досліджень є:

- Калібрування вимірювального комплексу;
- Визначення можливості знаходження технологічного поглиблення на реєстрованих акустичних хвилях;
- На основі отриманих даних розробити методику проведення експерименту на виробництві (у шахті).
-

8.1.2 Умови проведення досліджень

Для успішного проведення експерименту необхідне виконання ряду умов:

- оскільки експеримент полягає в реєстрації акустичних хвиль від механічного збудження (ударна дія металевою кулькою), щоб уникнути реєстрації сторонніх звуків експеримент необхідно проводити у вихідний

день, в підвальному приміщенні, т.ч. буде мінімізована дія антропогенного шуму.

- розміри вибраного приміщення мають бути якомога більше, тому рекомендовано проводити експеримент в підвалі 1-го корпусу НГУ, протяжність якого біля 70м. У фундаменті цього підвалу є технологічне поглиблення. Воно розташоване приблизно по центру коридору, тому можна буде осторонь зареєструвати безперешкодне проходження акустичного сигналу.

- підлога коридору досить однорідна (бетонна, покрита гранітно-бетонними плитами).

- для визначення швидкості проходження звукової хвилі і правильної її інтерпретації необхідні будівельні креслення вибраного приміщення, на яких також будуть відмічені розміри технологічного поглиблення.

- при виборі місць розташування датчиків необхідно враховувати бажане максимальне їх видалення один від одного.

- перед проведенням експерименту необхідно прибрати сторонні предмети з поверхні підлоги, по якому будуть поширюватись акустичні і сейсмічні коливання, оскільки будь-який об'єкт, що знаходиться на дорозі проходження сигналу додасть в його структуру додаткову інформацію яка надалі може істотно ускладнити обробку і аналіз.

- число відскоків кулі, якою збуджуватиметься ударна дія, від підлоги обмежити до одного. Інакше записаний сигнал вийде складним для його подальшого аналізу. У такому сигналі міститься надлишкова інформація, яку на перших етапах досліджень буде складно обробити і проаналізувати.

8.1.3 Обладнання і матеріали

Для проведення експерименту необхідні:

- геофон з підсилювачем сигналу, зібраний на основі п'єзоелектричних датчиків в іскробезпечному виконанні, з масивною металевою підставкою для

забезпечення якісного акустичного контакту з провідною поверхнею, показаний на рис. 8.1.1;



Рисунок 8.1.1 - Геофон з підсилювачем сигналу

- джерело механічних коливань;
- рулетка. Розрахункову погрішність вимірів визначимо згідно ГОСТ 26433.0-85 (Система забезпечення точності геометричних параметрів в будівництві. Правила виконання вимірів. Загальні положення);
- вимірювальний комплекс, що складається з:
 1. комп'ютера з підсилювачем звукового контролю сигналів;
 2. наземної частини апаратури з іскробезпечним вихідним ланцюгом;
 3. підземний блок апаратури з вбудованим датчиком (геофон);

4. лінії зв'язку; аттенюатора (ослаблювача сигналу).

- На ПК повинно бути встановлено ПО для візуалізації і запису звукових сигналів отриманих з геофонів. Це можуть бути, наприклад, Adobe Audition або Sound Forge.

- Для подальшого аналізу і інтерпретації отриманих результатів можна використовувати спеціально виготовлені модулі обробки отриманих акустичних даних з використанням програмних продуктів MATLAB, Mathcad, Mathematica або Wavelet Toolbox, Wavelet Extension Pack і Wavelet Explorer.

8.1.4 Порядок виконання роботи

1. Підготувати до роботи вимірювальний комплекс.
2. Знайти і вивчити будівельні плани приміщення, в якому проводитиметься експеримент.
3. Здійснити калібрування вимірювального комплексу.
4. Провести виміри приміщення, технологічного поглиблення, відстаней між геофонами і точками нанесення ударної дії.
5. Здійснити розмітку розташування геофонів і точок ударної дії.
6. Виробити запис акустичних коливань по наміченому плану.
7. Здійснити обробку, аналіз і оцінку результатів досліджень.

8.1.5 Теоретичні передумови застосованої методики обробки сигналу в лабораторному експерименті. Принципи когерентного накопичення сигналу

Послідовність прийнятих одиночних корисних сигналів після всерединноперіодної обробки і когерентної компенсації віддзеркалень, що заважають, зберігає міжперіодну кореляцію і гребінчасту структуру енергетичного спектру. Ці властивості сигналу визначають можливість його

виділення на тлі шумів і некорельованих (обілених) віддзеркалень, що заважають, в яких відсутня міжперіодна кореляція, а енергетичний спектр є рівномірним. Очевидно, що при таких відмінностях кореляційних і спектральних характеристик сигналу і шуму, оптимальною процедурою обробки сигналу з метою його виділення на тлі шуму є когерентне накопичення (складання, інтеграція) сигналу на всьому інтервалі спостереження або погоджена фільтрація сигналу, При когерентному накопиченні сигналу виконуються наступні операції:

- корекція доплеровського набігу фази сигналу за період повторення

$$\Delta\vartheta = \Omega_{дс} \cdot T_{П},$$

- поєднання в часі одиночних сигналів,
- синфазне (когерентне) складання N сигналів на всьому інтервалі спостереження.

Векторна інтерпретація механізму когерентного накопичення сигналу показана на рис. 8.1.2. Алгоритм когерентного накопичення сигналу із завершальною операцією детектування записується вираженням

$$Z = \left| \sum_{K=1}^N e^{-iK\Delta\vartheta} F_K \right|^2, \quad (8.1.1)$$

де $F_K = M_K + H_K$ - суміш сигналу і шуму.

Погоджена фільтрація сигналу означає:

- по-перше, формування гребінчастої АЧХ фільтру, аналогічною гребінчастому енергетичному спектру сигналу, що еквівалентно використанню інструменту, налаштованого на сукупність корельованих одиночних сигналів;

- по-друге, поєднання зубців АЧХ фільтру із зубцями АЧС сигналу, що еквівалентно корекції доплеровського зсуву частоти сигналу або корекції доплеровського набігу фази сигналу за період повторення;

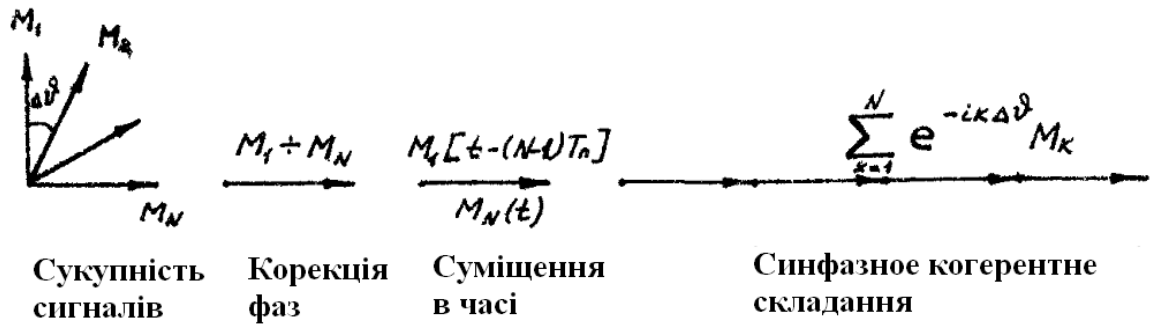


Рисунок 8.1.2 - Векторна інтерпретація механізму когерентного накопичення сигналу

- по-третє, узгодження ширини зубців АЧХ фільтру з шириною зубців АЧС сигналу, що еквівалентно узгодженню часу когерентного накопичення сигналу з часом його спостереження.

Спектральна інтерпретація когерентного накопичення сигналу, як узгодженої фільтрації, показана на рис. 8.1.3.

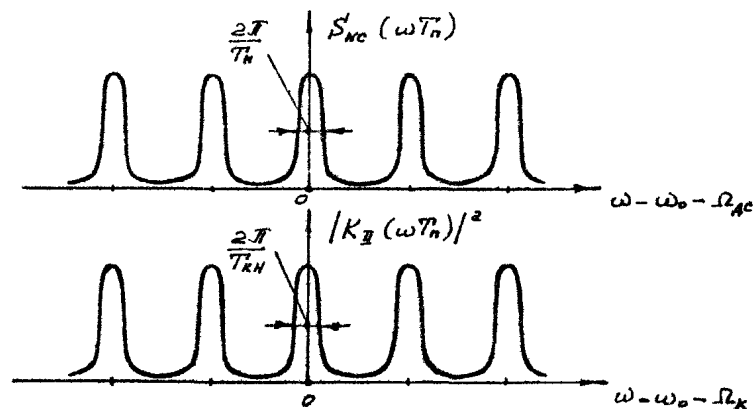


Рисунок 8.1.3 - Спектральна інтерпретація когерентного накопичення сигналу, як узгодженої фільтрації

8.1.6 Кореляційний спосіб когерентного накопичення сигналу

Кореляційний спосіб когерентного накопичення сигналу передбачає перемножування опорного сигналу і вхідного сигналу, що складається з

корисного сигналу і шумів, а також подальша тимчасова інтеграція. Опорний сигнал є послідовністю одиночних сигналів (як і прийнятий сигнал), затриманих за часом і зміщених по частоті відносно зондуючого сигналу. При перемножуванні корисного і опорного сигналів відбувається демодуляція (стискування по спектру) сигналу, тобто утворюється послідовність одиночних сигналів, що демодулюються, тривалість яких визначається тривалістю зондуючих сигналів. Внутрішньоперіодна і міжперіодна інтеграції можуть здійснюватися як окремо за допомогою фільтру грубої селекції (ФГС) з внутрішньоперіодною пам'яттю і вузькосмугового фільтру точної селекції (ФТС) з міжперіодною пам'яттю, так і одночасно за допомогою єдиного інтегратора з міжперіодною пам'яттю.

Кореляційна схема когерентного накопичення сигналу на радіочастоті показана на рис. 8.1.4. Роль інтегратора з міжперіодною пам'яттю виконує вузькосмуговий фільтр (ФТС) з використанням коливального контура (рис. 8.1.4).

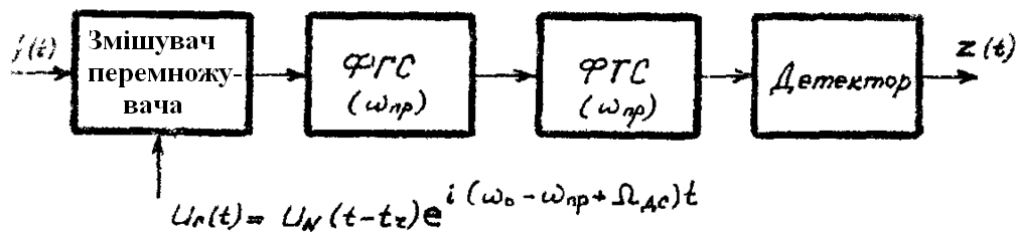


Рисунок 8.1.4 - Кореляційна схема когерентного накопичення сигналу

Квадрат АЧХ цього фільтра (рис. 8.1.5) визначається виразом:

$$|K_{\text{УПФ}}(\omega)|^2 = \left(\frac{R}{R+r} \right)^2 \frac{1}{1 + (\omega - \omega_p)^2 T_\Phi^2}, \quad (8.1.2)$$

де

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} - \text{резонансна частота фільтра,}$$

$$T_{\phi} = \frac{1}{2\Delta f_{\phi}} = \frac{2Q}{\omega_p} - \text{постійна часу фільтра,}$$

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R+r} - \text{добротність фільтра.}$$

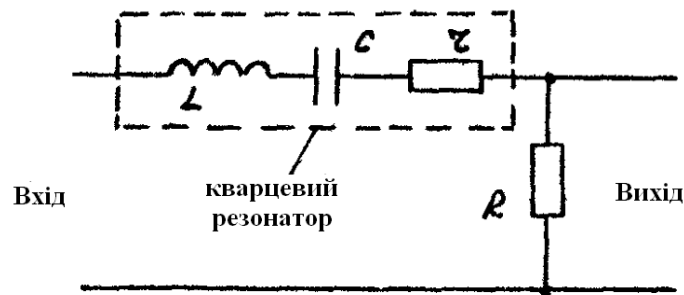


Рисунок 8.1.5 - Вузькосмуговий фільтр точної селекції –інтегратор

Амплітудно-частотна характеристика вузькосмугового фільтру показана на рис. 8.1.6.

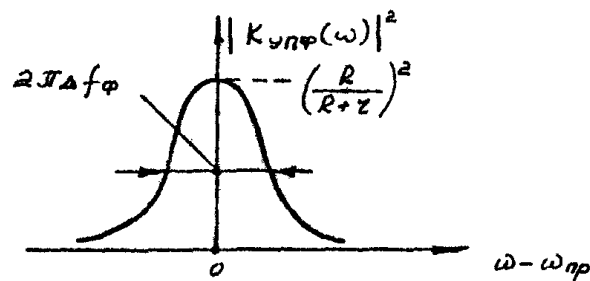


Рисунок 8.1.6 - Амплітудно-частотна характеристика вузькосмугового фільтру

Окрім викладеної тимчасової інтерпретації процесу когерентного накопичення сигналу в схемі з кореляційною обробкою, існує спектральна інтерпретація цього процесу. Суть її полягає в наступному. Частотна характеристика кореляційної схеми обробки формується за участю, по-перше, опорного сигналу, а по-друге, частотних характеристик фільтрів, що стоять після перемножувача. Огинаюча частотної характеристики пристрою

кореляційної обробки визначається спектром одиночних опорних сигналів. Гребінчаста структура частотної характеристики пристрою кореляційної обробки визначається періодичністю опорного сигналу; частотна характеристика стає результатом розмноження по частоті, з врахуванням обмеженого часу спостереження, частотної характеристики фільтру корелятора (фактично вузькосмугового фільтру) з інтервалом розмноження, рівним частоті повторення одиночних опорних сигналів. В результаті частотна характеристика кореляційної схеми когерентного накопичення сигналу виявляється гребінчастою, причому ширина зубців АЧХ, що визначає час когерентного накопичення, рівна:

$$\Delta F_{II} = \frac{1}{T_{KH}} = \Delta f_{упф} + \frac{1}{T_H} \approx \frac{1}{T_H}, \Delta f_{упф} \ll \frac{1}{T_H}. \quad (8.1.3)$$

Це означає, що за наявності вузькосмугового фільтру $\left(\Delta f_{\phi} \ll \frac{1}{T_H} \right)$ когерентне накопичення здійснюється практично на всьому інтервалі спостереження $(T_{KH} \approx T_H)$.

Для того, щоб зубці АЧХ когерентного накопичувача були поєднані із зубцями амплітудно-частотного (енергетичного) спектру сигналу, необхідне виконання умови $\Omega_k = \Omega_{dc}$ тобто частота корекції опорного сигналу повинна дорівнювати доплеровському зсуву частоти прийнятого сигналу.

У ряді випадків корисна наступна додаткова спеціальна інтерпретація процесу когерентного накопичення сигналу.

Епюри напруги в кореляційній схемі когерентного накопичення сигналу показані на рис. 8.1.7.

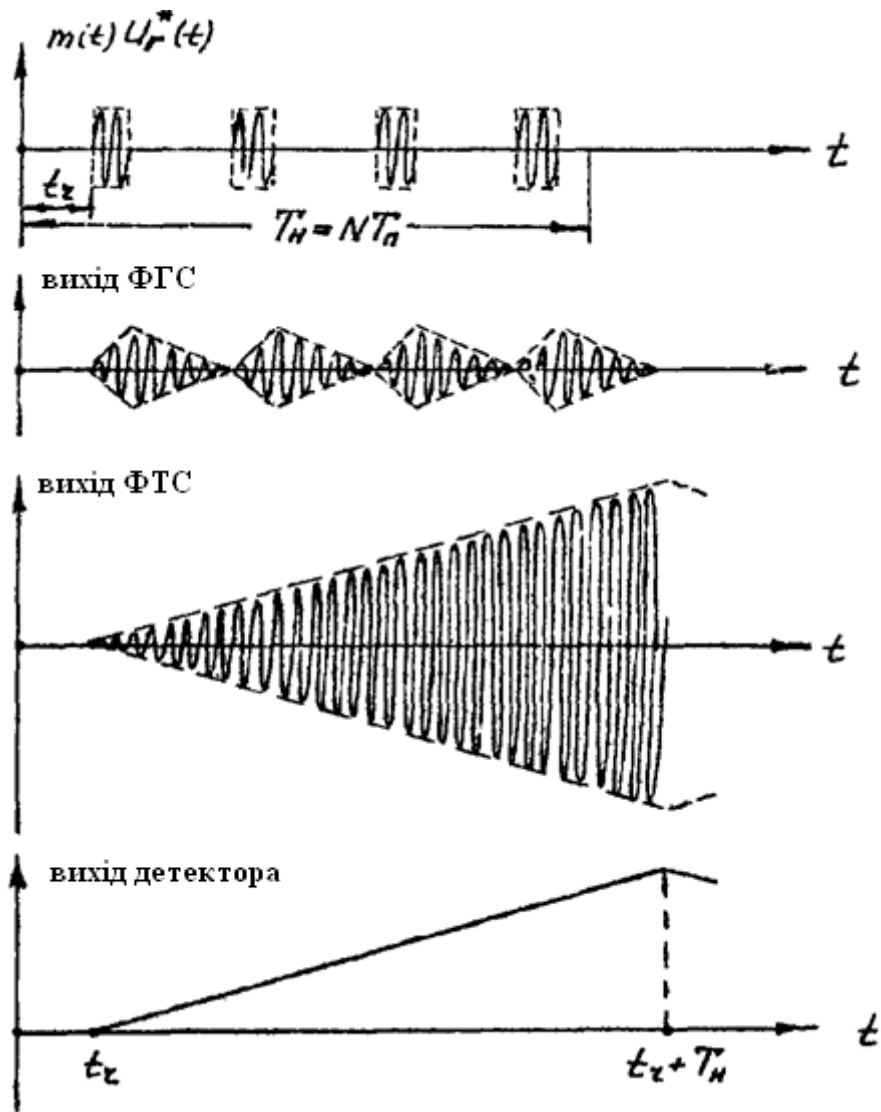


Рисунок 8.1.7 - Епюри напруги в кореляційній схемі когерентного накопичення сигналу

На виході фільтра грубої селекції з внутрішньоперіодною пам'яттю $T_{\text{ФГС}} = T_{\text{П}}$ формується послідовність що демодулюється "аналітично продовжених" на період повторення одиночних сигналів, спектр послідовності представляється одним зубцем (не є гребінчастим) з шириною

$$\Delta F_{\text{НС}} = \frac{1}{T_{\text{H}}} + \Delta f_{\text{C}} \approx \frac{1}{T_{\text{H}}}, \quad \Delta f_{\text{C}} \ll \frac{1}{T_{\text{H}}}, \quad (8.1.4)$$

яка в основному визначається величиною, зворотною часу спостереження. Частотна характеристика накопичувача-інтегратора, роль якого виконує

вузькосмуговий фільтр точної селекції, з врахуванням обмеженої тривалості послідовності одиночних опорних сигналів, рівної часу спостереження T_H , має ширину

$$\Delta F_{II} = \frac{1}{T_H} + \Delta f_{УПФ} \approx \frac{1}{T_H}, \quad \Delta f_{УПФ} \ll \frac{1}{T_H}. \quad (8.1.5)$$

яка, в основному, також визначається величиною, зворотною часу спостереження (рис. 8.1.8). Таким чином, забезпечується погоджена по смузі частот фільтрація корисного сигналу

$$(\Delta F_{II} = \Delta F_{NC} \approx 1/T_H), \text{ тобто узгодження часу когерентного}$$

накопичення з інтервалом когерентності сигналу ($T_{KH} = T_{NC} \approx T_H$).

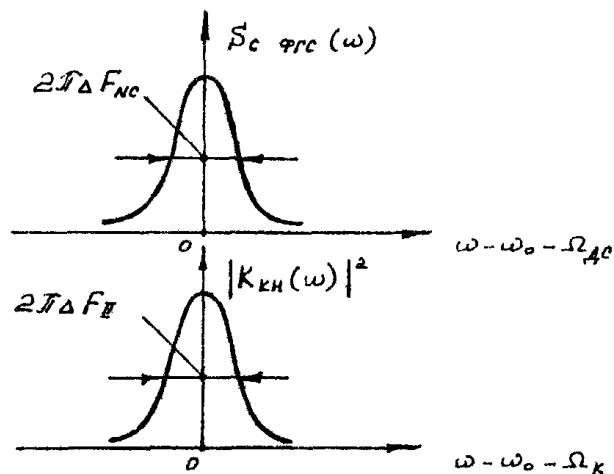


Рисунок 8.1.8 - Додаткова спектральна інтерпретація процесу когерентного накопичення сигналу

Аналогічна по принципах побудови, функціонуванні і характеристиках кореляційна схема когерентного накопичення сигналу на відеочастоті з двома квадратурними каналами показана на рис. 8.1.9. Тут як перемножувачі кореляторів використовуються фазові детектори, як фільтри грубої селекції - фільтри низьких частот, а як вузькосмугові фільтри - інтегруючі ланцюги (рис. 8.1.10).

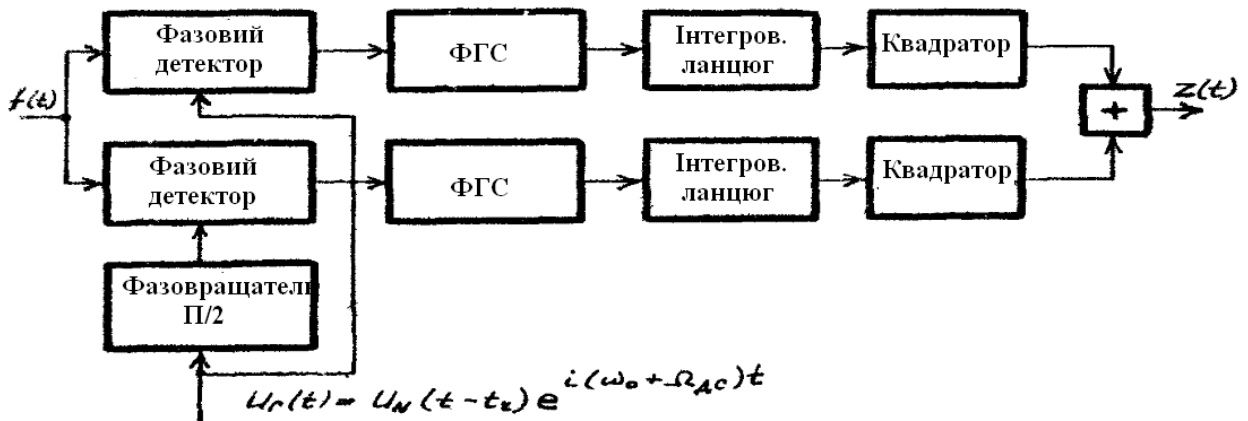


Рисунок 8.1.9 - Кореляційна схема когерентного накопичення сигналу на відеочастоті з двома квадратурними каналами

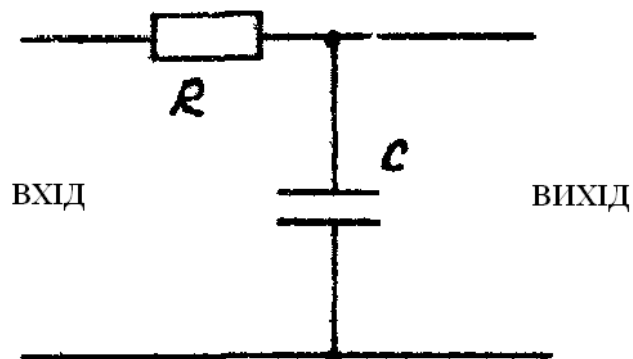


Рисунок 8.1.10 - Вузкосмуговий фільтр (інтегруючий ланцюг) на відеочастоті

8.1.7 Фільтровий спосіб когерентного накопичення сигналу

У основі побудови фільтрових схем когерентного накопичення сигналу, що володіють властивістю інваріантності до часу запізнювання, лежать наступні міркування. З використанням однієї або декількох ліній затримки на період повторення T_n можна поєднати в часі одиночні сигнали декількох періодів повторення.

Оскільки сигнали характеризуються сильною міжперіодною кореляцією, операція черезперіодного підсумовування, яка є дискретним аналогом тимчасової інтеграції, повинна приводити до когерентного (синфазного) накопичення сигналів у всіх елементах дозволу за часом запізнювання (дальності) за умови компенсації доплерівського зміщення частоти сигналу або корекції доплерівського набігу фази сигналу за період повторення. При цьому, очевидно, що амплітуда когерентного накопиченого сигналу збільшується пропорційно числу когерентно складених сигналів.

Два варіанти фільтрових схем когерентного накопичення сигналу на радіочастоті, в яких виконуються всі перераховані перетворення, необхідні для когерентного накопичення сигналу, показані на рис. 8.1.11 і рис. 8.1.12.

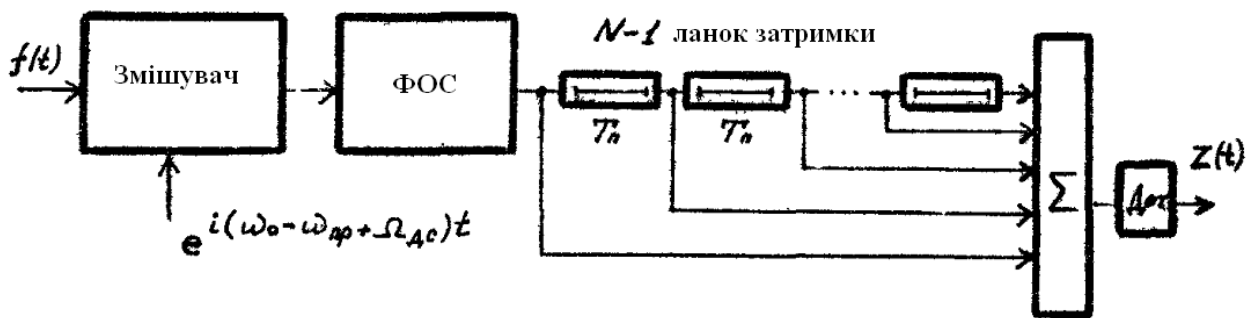


Рисунок 8.1.11 - Фільтрова схема когерентного накопичення сигналу на багатоланковій лінії затримки

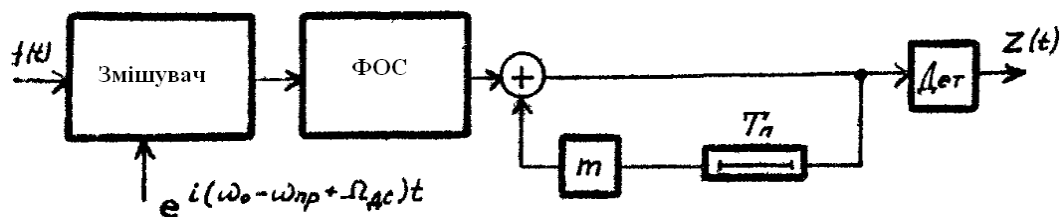


Рисунок 8.1.12 Фільтрова схема когерентного накопичення сигналу на рециркуляторі

У першому варіанті (рис. 8.1.11) використовується багатовідвідна лінія затримки, кількість ланок затримки, в якій (кожна ланка - на період повторення) на одиницю менше когерентно підсумовуваних одиночних

сигналів N . У другому варіанті (рис. 8.1.12) використовується рециркулятор суматор з позитивним затриманим (на період повторення) зворотним зв'язком. Коефіцієнт позитивного затриманого зворотного зв'язку m визначає ефективну кількість когерентно підсумовуваних за законом геометричної прогресії одиночних сигналів N_{KH} :

$$E_0 \sum_{n=1}^N m^{n-1} = \frac{1-m^N}{1-m} E_0 = N_{KH} E_0, \quad (8.1.6)$$

звідси

$$N_{KH} = \begin{cases} N, m \rightarrow 1, \\ \frac{e-1}{e} N, m = e^{-\frac{1}{N}}. \end{cases} \quad (8.1.7)$$

Квадрат АЧХ пристрою когерентного накопичення сигналу, виконаного по першому варіанту згідно з схемою на рис. 8.1.11, визначається виразом (рис. 8.1.13):

$$|K_{II}(\omega T_{II})|^2 = \left| \sum_{n=1}^N e^{-i\omega(n-1)T_{II}} \right|^2 = \left| \frac{1-e^{-i\omega NT_{II}}}{1-e^{-i\omega T_{II}}} \right|^2 = \frac{1-\cos \omega NT_{II}}{1-\cos \omega T_{II}} = \frac{\sin^2 \frac{\omega NT_{II}}{2}}{\sin^2 \frac{\omega T_{II}}{2}}$$

звідки слідує ширина зубців АЧХ когерентного накопичувача, обернено пропорційна до часу когерентного накопичення

$$\Delta F_{II} = \frac{1}{NT_{II}} = \frac{1}{T_{KH}}. \quad (8.1.8)$$

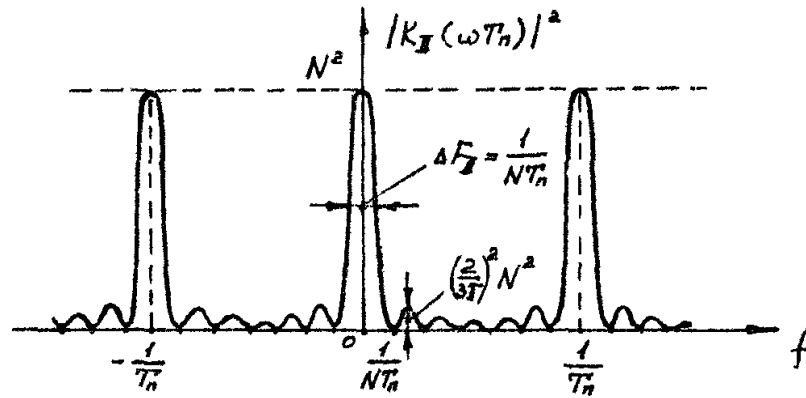


Рисунок 8.1.13 - АЧХ пристрою когерентного накоплення сигналу, показаного на рис. 8.1.11

Квадрат АЧХ пристрою когерентного накоплення сигналу, виконаного по другому варіанту згідно з схемою на рис. 8.1.12, визначається виразом (рис. 8.1.14)

$$|K_{II}(\omega T_{II})|^2 = \frac{1}{|1 - m e^{-i\omega T_{II}}|^2} = \frac{1}{1 - 2m \cos \omega T_{II} + m^2}, \quad (8.1.9)$$

звідки слідує ширина зубців АЧХ когерентного накопичувача

$$\Delta F_{II} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi F_{II}}^{\pi F_{II}} |K_{II}(\omega T_{II})|^2 d\omega}{\max |K_{II}(\omega T_{II})|^2} = F_{II} \frac{1-m}{1+m}, \quad (8.1.10)$$

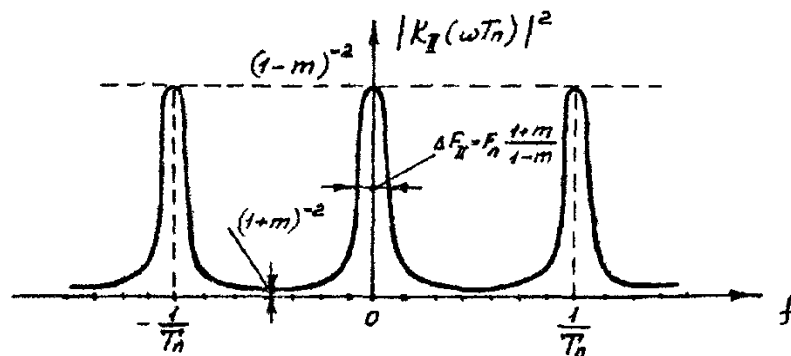


Рисунок 8.1.14 - АЧХ пристрою когерентного накоплення сигналу, показаного на рис. 8.1.12

Це означає, що для когерентного накопичення одиночних сигналів на інтервалі $T_{KH} = N_{KN} \cdot T_{\Pi} = \frac{1}{\Delta F_{\Pi}}$ коефіцієнт затриманого зворотного зв'язку рециркулятора має бути рівний:

$$m = \frac{F_{\Pi} - \Delta F_{\Pi}}{F_{\Pi} + \Delta F_{\Pi}} = \frac{T_{KH} - T_{\Pi}}{T_{KH} + T_{\Pi}} = \frac{N_{KH} - 1}{N_{KH} + 1}. \quad (8.1.11)$$

Перевагою накопичувача на рециркуляторі (рис. 8.1.12) в порівнянні з накопичувачем на багатоланковій лінії затримки (рис. 8.1.11) є використання єдиної широкосмугової лінії затримки на період повторення (із смугою пропускання не менше ширини спектру сигналу Δf_0). Недоліком цієї схеми є проблема її стійкості при коефіцієнті затриманого зворотного зв'язку, близькому до одиниці ($m_{VCT} < 1$), через що ефективна кількість когерентно нагромаджуваних сигналів виявляється обмеженою.

$$\max N_{KN} = \frac{1 + m_{VCT}}{1 - m_{VCT}}. \quad (8.1.12)$$

Аналогічні по принципах побудови, функціонуванню і характеристикам фільтрові схеми когерентних накопичувачів можуть бути виконані на відеочастоті (з двома квадратурними каналами). Технічна реалізація пристроїв черезперіодного підсумовування на відеочастоті можлива з використанням не лише лінії затримки на період повторення, але і інтегруючих потенціалоскопів.

8.1.8 Ефективність та характеристики визначення когерентного накопичення сигналу згідно з результатами лабораторних досліджень

Когерентне накопичення є лінійною операцією обробки сигналів. Тому критерієм ефективності когерентного накопичення може служити вираш у відношенні сигнал/шум, що забезпечується накопичувачем. Для порівняння корисно вказати, що розглянуті раніше види обробки (кореляційна і

фільтрова обробка одиночних сигналів відомої форми, компенсація віддзеркалень, що заважають) також відносилися до класу лінійних операцій і характеризувалися відношенням сигнал/перешкода на виході.

Зручним методом аналізу ефективності когерентних накопичувачів є спектральний аналіз з використанням міжперіодного енергетичного спектру сигналу і частотних характеристик когерентних накопичувачів незалежно від способу їх технічної реалізації (кореляційного або фільтрового). Хай зубці гребінчастого енергетичного спектру послідовності сигналів і зубці гребінчастої АЧХ накопичувача мають прямокутну форму (рис. 8.1.15), що значно спрощує аналіз, не впливаючи на його результати.

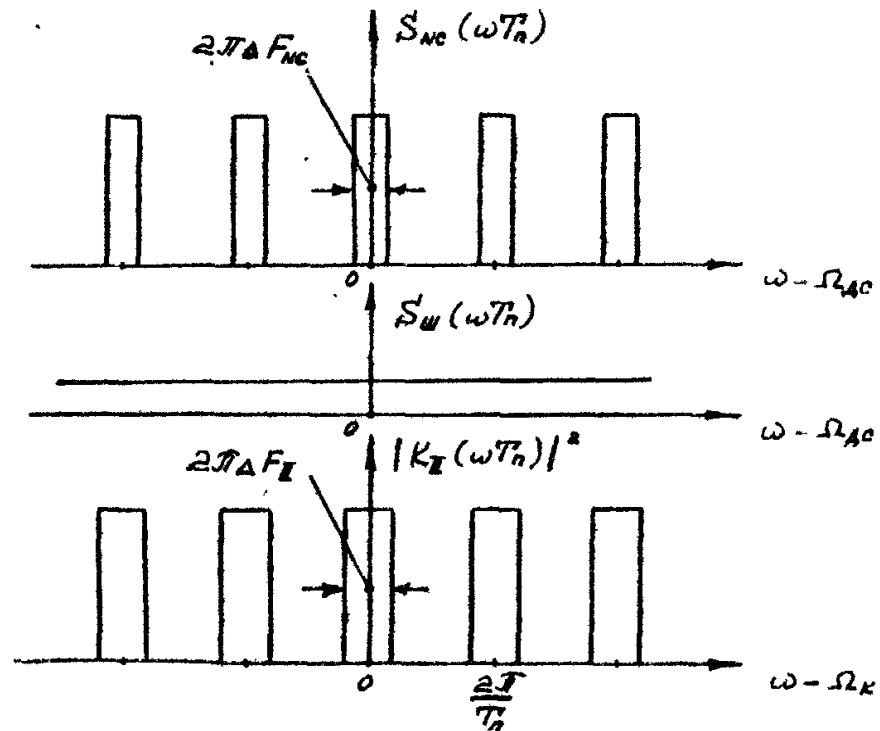


Рисунок 8.1.15 - Пояснення ефективності когерентного накопичення

У випадку, що представляє найбільший практичний інтерес, коли $\Delta F_{II} \geq \Delta F_{NC}$, потужність сигналу на виході (з врахуванням нормованої АЧХ) не змінюється, а потужність шуму виявляється пропорційною відносній ширині

зубців АЧХ накопичувача $\Delta F_{II} / F_{II}$, тобто зменшується в число разів, рівне "шаруватості" АЧХ $\left(F_{II} / \Delta F_{II} \right)$.

Тому відношення сигнал/шум по потужності на виході накопичувача збільшується в число разів, рівне ефективній кількості когерентно нагромаджуваних сигналів

$$\rho = \mu v_{KH} = \mu \frac{F_{II}}{\Delta F_{II}} = \mu N_{KH} . \quad (8.1.13)$$

Отже, ефективність когерентного накопичення визначається ефективним числом когерентно нагромаджуваних сигналів

$$v_{KN} = N_{KH} .$$

При когерентному накопиченні сигналів на всьому інтервалі спостереження ($T_{KH} = T_H$) максимальна ефективність когерентного накопичення дорівнює числу одиночних сигналів послідовності

$$v_{KH \max} = N .$$

Дійсно, амплітуда синфазних (або когерентних) підсумовуваних сигналів збільшується при цьому в N разів, а потужність в N^2 разів. Потужність шуму, в якого міжперіодна кореляція відсутня, в результаті накопичення збільшується в N разів (аналогічно дисперсії суми незалежних доданків). У результаті відношення сигнал/шум по потужності зростає пропорційно числу нагромаджуваних сигналів N .

Відношення сигнал/шум по потужності в результаті когерентного накопичення послідовності одиночних сигналів може бути також представлене відношенням енергії послідовності ("пачки") сигналів до спектральної щільності шуму

$$\rho = \frac{E_{ПАЧКИ}}{N_{0\Sigma}} = \frac{E_0}{N_{0\Sigma}} N = \mu v_{KH} , \quad (8.1.14)$$

оскільки послідовність ("пачку") повільно флюктуючих сигналів, коли інтервал когерентності набагато перевищує час спостереження ($2\tau_c \gg T_H$) можна розглядати як єдиний сигнал відомої форми.

Продовжуючи цю аналогію "пачки" з сигналом відомої форми, можна відмітити, що для такого сигналу можливі різні варіанти міри популярності початкової фази і амплітуди до відповідні цим варіантам характеристики виявлення:

«Пачка» одиночних сигналів з відомою початковою фазою і не випадковою амплітудою

$$F = 1 - \Phi(\lambda_*),$$

$$D = 1 - \Phi(\lambda_* - q_{KH}),$$

$$q_{KH} = \sqrt{2\rho}$$

б) «Пачка» одиночних сигналів з невідомою початковою фазою і не випадковою амплітудою

$$F = \exp\left(-\frac{\lambda_*^2}{2}\right),$$

$$D = 1 - \Phi(\lambda_* - q_{KH}),$$

$$q_{KH} = \sqrt{2\rho}$$

в) «Пачка» одиночних сигналів з невідомою початковою фазою і випадковою амплітудою

$$F = \exp(-\lambda_*)$$

$$D = \exp\left(-\frac{\lambda_*}{1+\rho}\right) = F \frac{1}{1+\rho}.$$

Тут під параметром q_{KH} розуміється відношення сигнал/шум по напрузі на виході когерентного накопичувача, яке функціонально пов'язане з відношенням сигнал/шум по потужності $q_{KH} = \sqrt{2\rho}$.

Розрахунок функції когерентності експериментальних геоакустичних вібросигналів для арок коридору №1 головного корпусу НГУ.

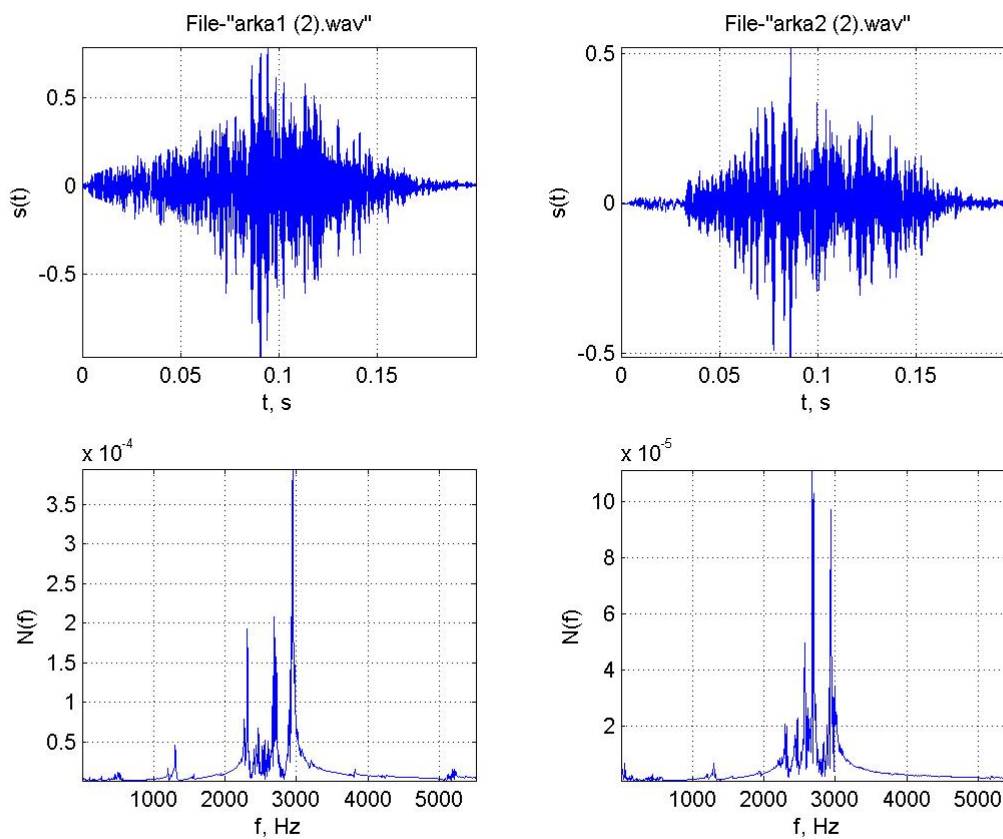


Рисунок 8.1.16 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

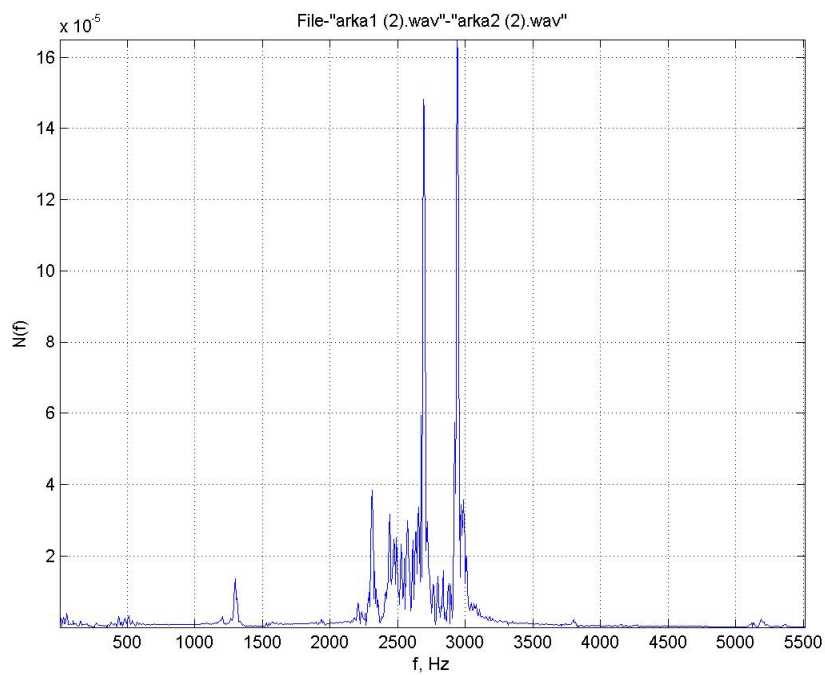


Рисунок 8.1.17 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

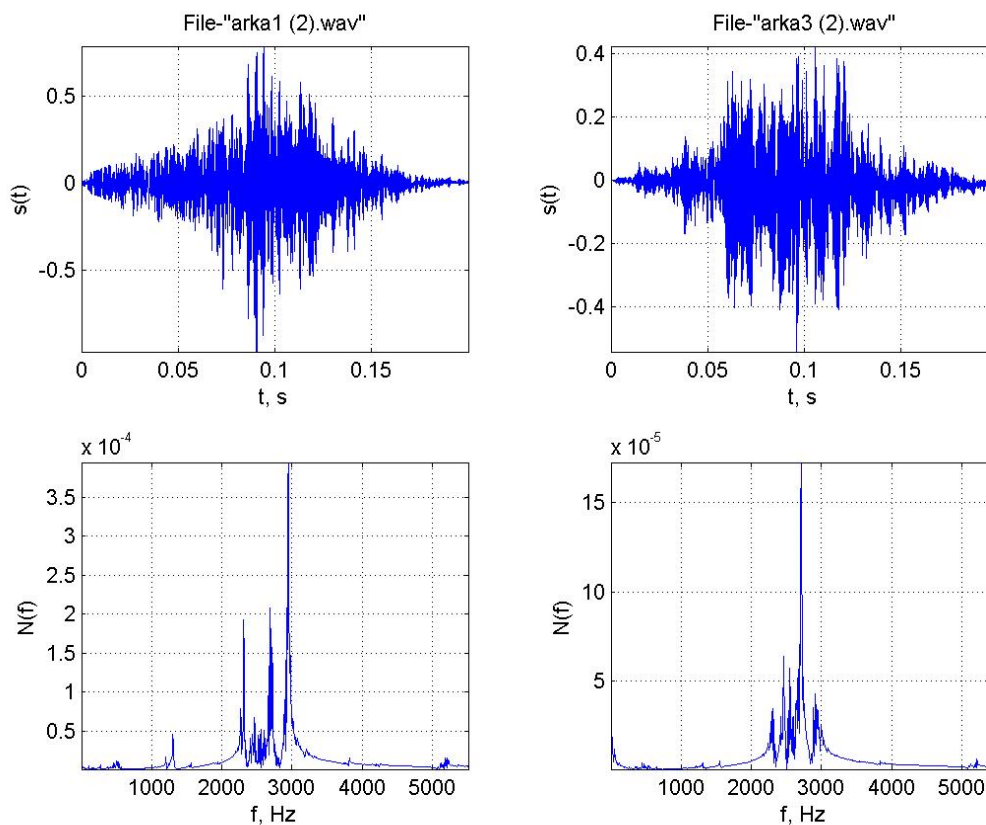


Рисунок 8.1.18 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

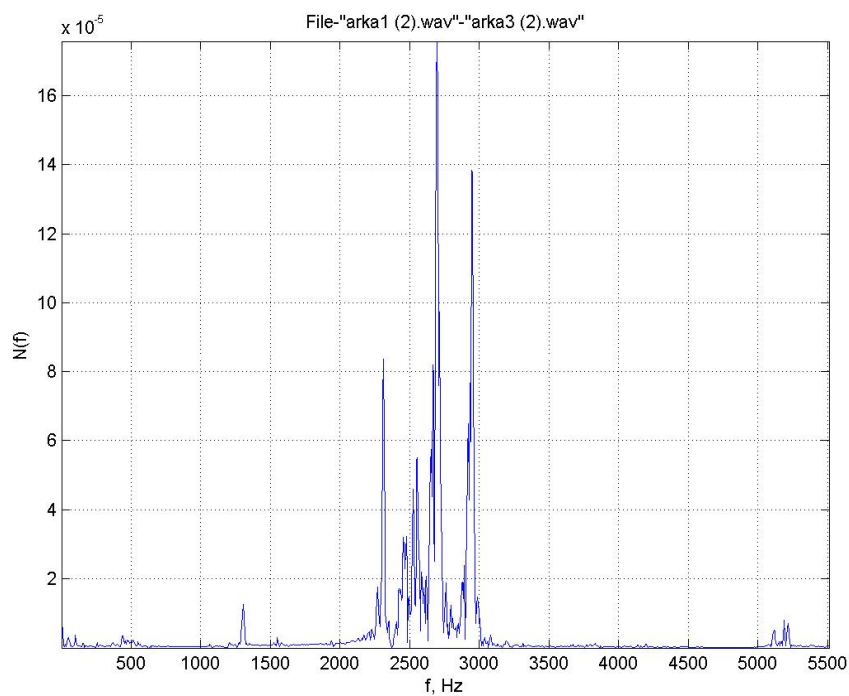


Рисунок 8.1.19 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

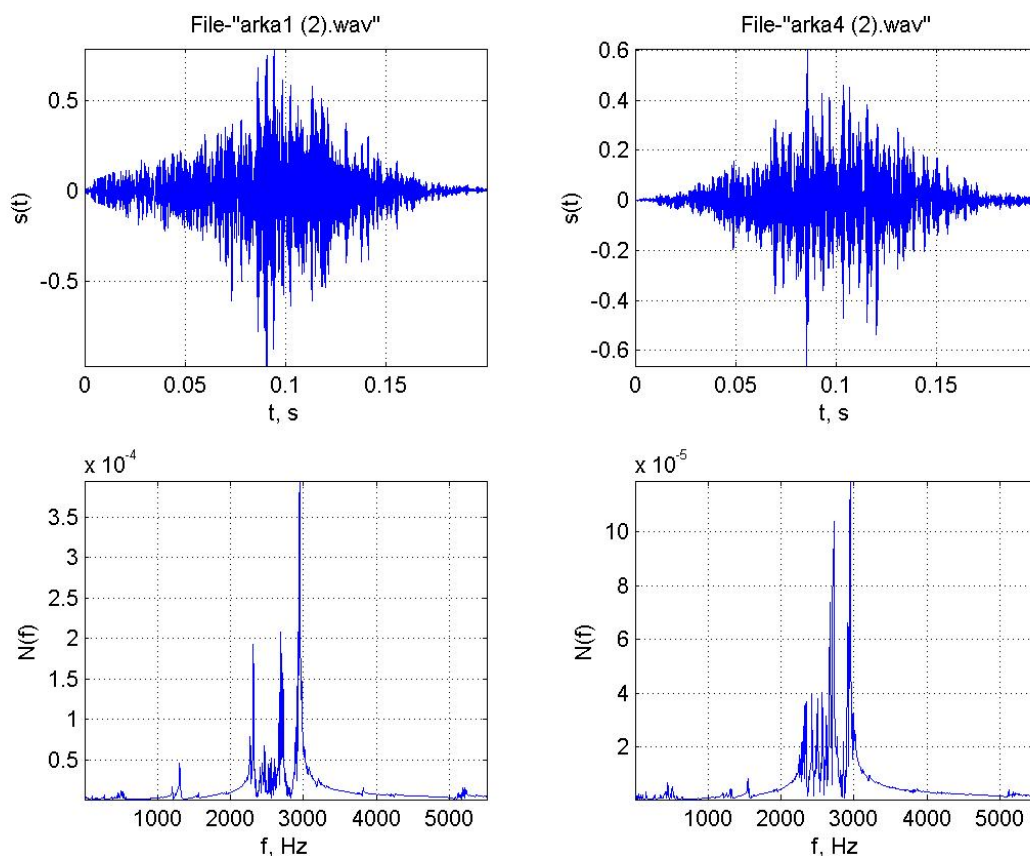


Рисунок 8.1.20 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

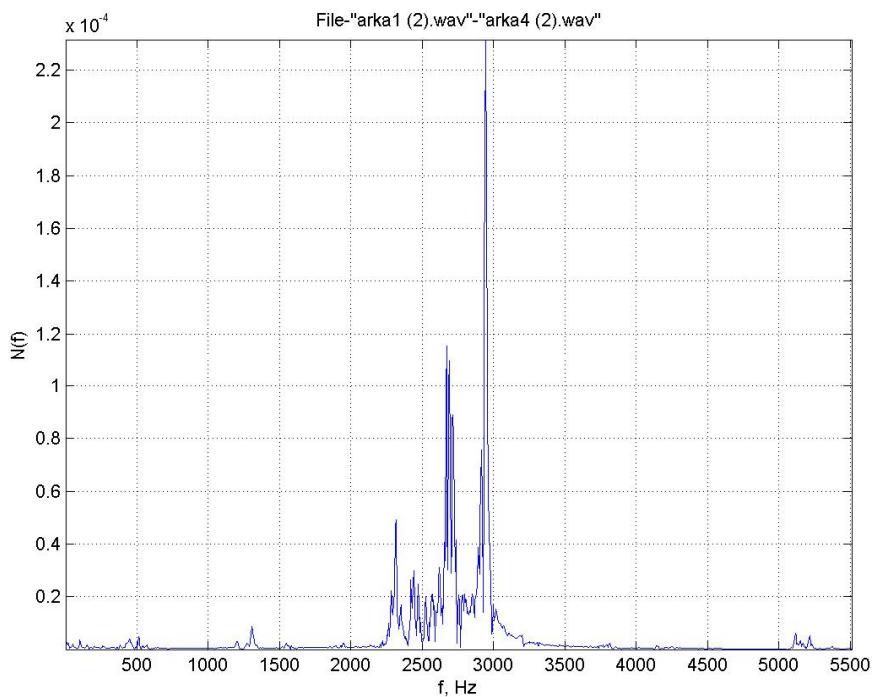


Рисунок 8.1.21 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

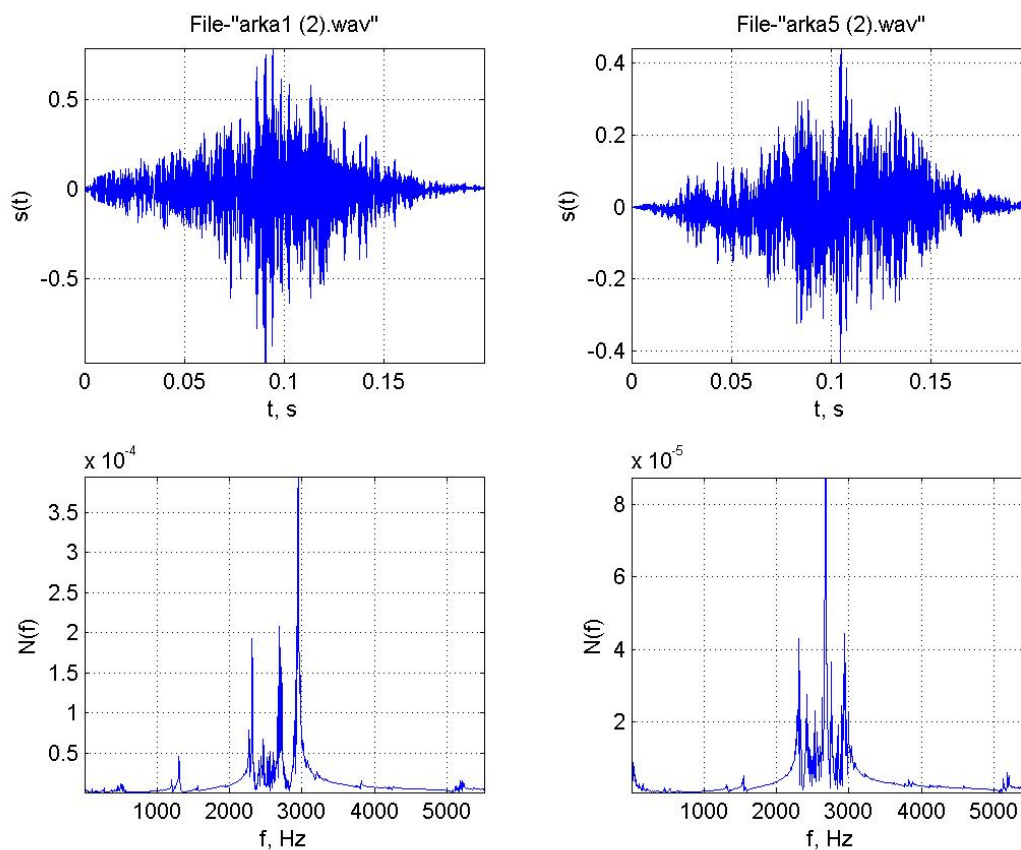


Рисунок 8.1.22 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

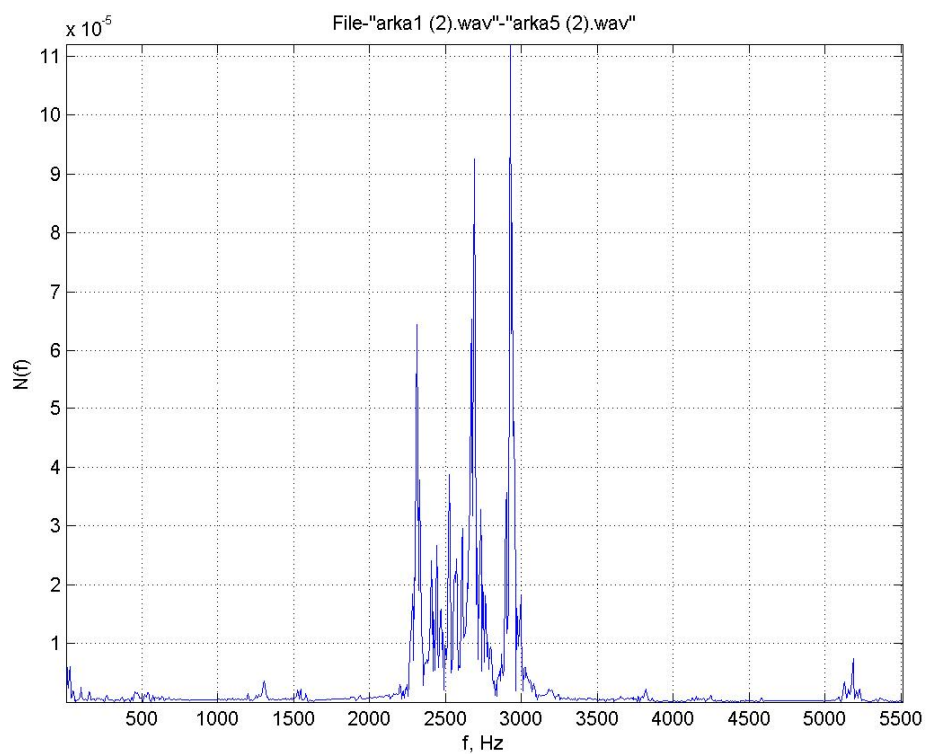


Рисунок 8.1.23 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

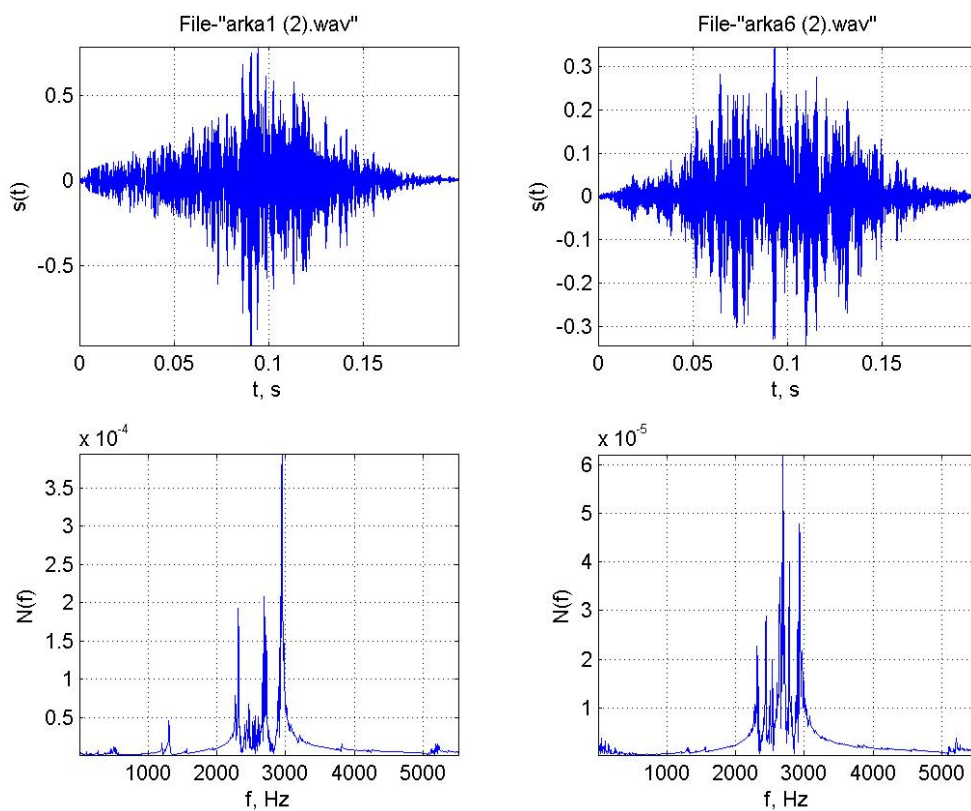


Рисунок 8.1.24 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

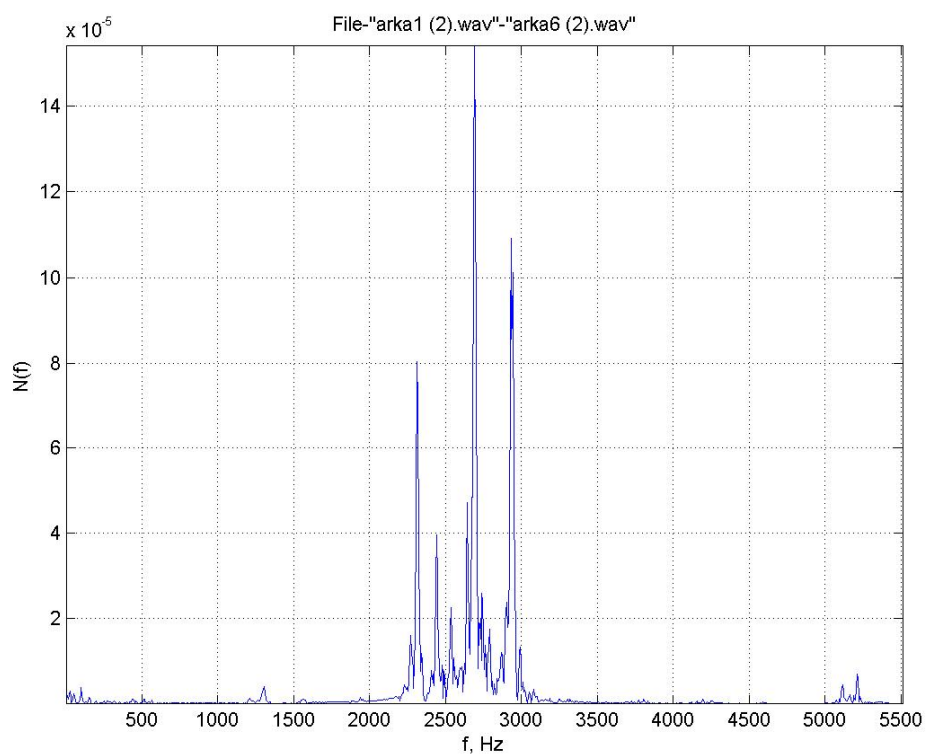


Рисунок 8.1.25 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

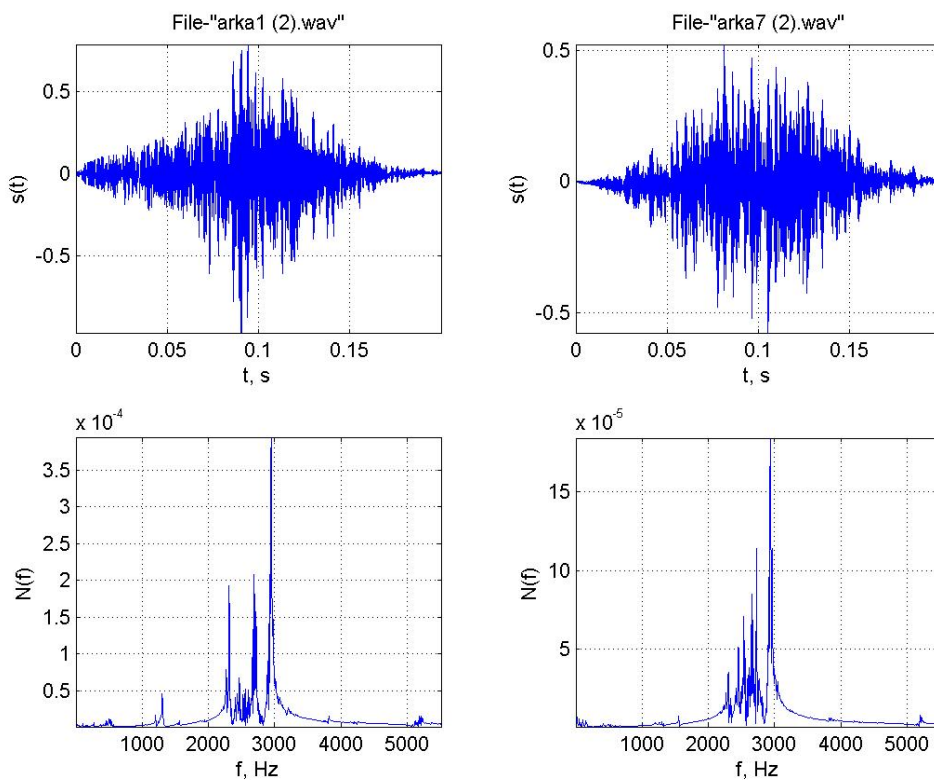


Рисунок 8.1.26 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

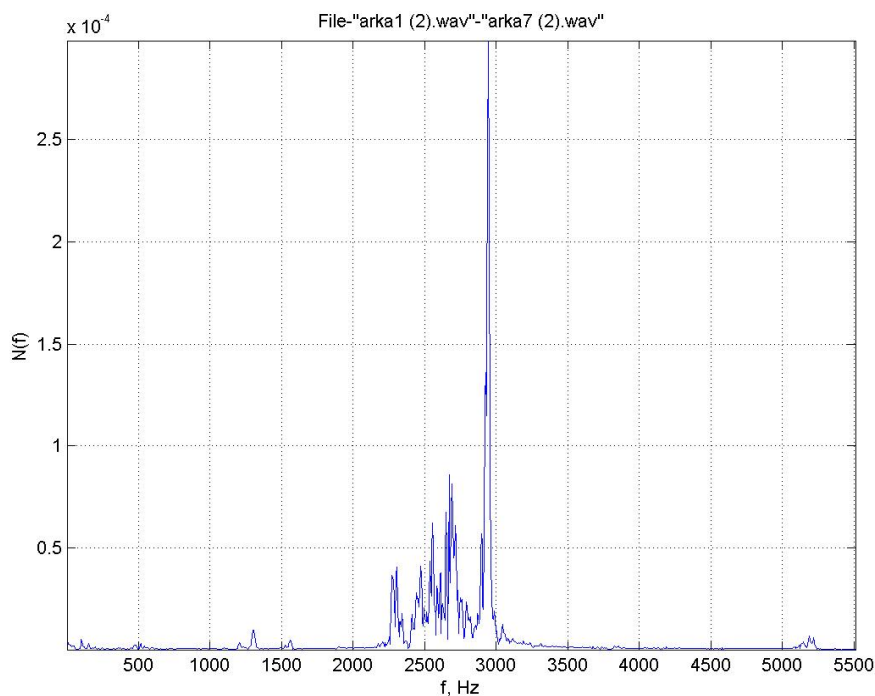


Рисунок 8.1.27 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

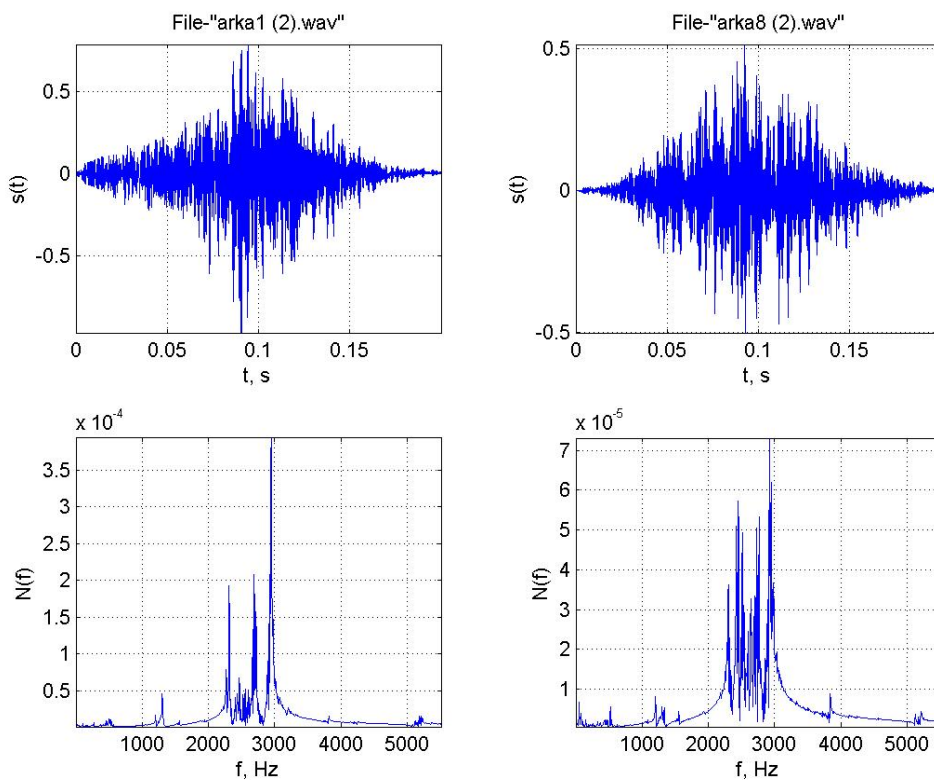


Рисунок 8.1.28 - Графіки тимчасових функцій сигналів (верхні), функції спектральної щільності потужності (нижні)

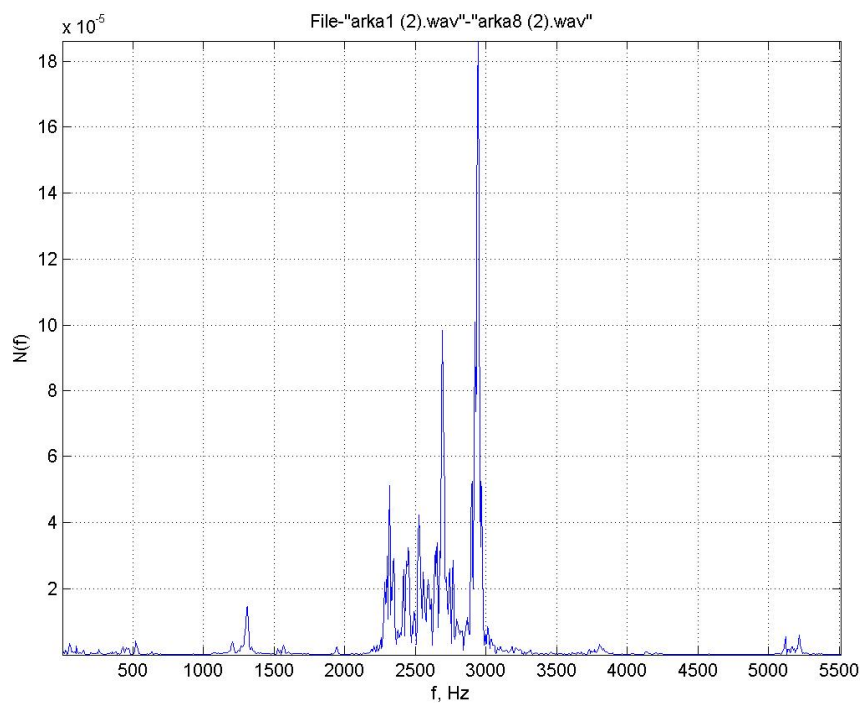


Рисунок 8.1.29 - Графік функції когерентності сигналів «арка1 – арка2»

8.1.9 Висновки

1. Застосована версія обробки акустичної інформації, отриманої в лабораторному експерименті методом її когерентного накопичення є лінійною операцією. При загальному виграші у відношенні сигнал \ шум, тобто підвищенні чутливості системи (приймача), тут здійснюється компенсація віддзеркалень, що заважають. Це дає можливість аналізувати сигнали на малих базах для об'єктів, які прозвучуються або, що те ж, для об'єктів, лінійні розміри яких мало чим перевершують довжину хвилі вживаних коливань. У такій постановці питання умови проведення експерименту для моделі, геометричні розміри якої обмежені значеннями 70м по довжині і 3,5м по ширині за наявності великої кількості відзеркалювальних поверхонь (підлога цокольного поверху корпусу №1 НГУ) є справедливими.

Як послідовності («пачок») повільно флюктуючих сигналів в даному випадку були використані черговості записів контрольних ударних дій (геоакустичних сигналів) File – arka1 - File – arkaN.

2. Проведений аналіз отриманих результатів обробки сигналів показує, що енергія коливань, що пройшли через модель, зосереджена у відносно вузькій смузі частот від 2200 до 3100 Гц.

3. У вказаній смузі частот розподіл енергії когерентних сигналів є зосередженим біля постійних частот, значення яких складають 2300Гц, 2700 і 2900 Гц. Міра зосередженості, як видно з наведених рисунків, свідчить про високу добротність середовища поширення (хвилеводу), що наближається до камертона.

4. Основні зміни характеристик поширення сигналу в моделі, пов'язані із зміною пікету (відстані від джерела до приймача) відбиваються лише на вказаних трьох характеристичних частотах, – 2300, 2700 і 2900Гц.

8.2 Шахтні дослідження щодо розповсюдження акустичних коливань у складноструктурному породному середовищі

8.2.1 Розробка методик проведення шахтних досліджень

Розпізнавання геологічних порушень в незайманій області гірського масиву відноситься до класу завдань, що вирішуються методами неруйнівного контролю. Використання параметрів пружних коливань як інформаційних критерій, що поширюються в досліджуваній області, оснований на використанні відомих закономірностей загасання цих сигналів при пересіченні зон порушеності середовища поширення. Для визначення місця розташування таких зон необхідно забезпечити послідовне циклічне проведення вимірів сигналу як мінімум в двох точках прийому відносно його джерела.

Методикою проведення шахтних досліджень передбачалося їх проведення по двох напрямках. По першому з них на шахті «Краснолиманська» записувалася акустична інформація (з подальшим аналізом) звуків в масиві, ініційованих роботою видобувного комбайна по мірі відробки 2-ої західної лави, що характеризується наявністю зон геологічних порушень. Приймальний датчик встановлювався у випереджаючій виробці (вентиляційному штреку) і поетапно переносився у міру посування лави при загальній відстані до межі лави не більш 70 м, як показано на рис. 8.2.1.

Дослідження, що проводяться по другому напрямку мали на меті перевірку можливості визначення координат плікативних і розривних порушень в масиві акустичними методами, з подальшим підтвердженням даних, отриманих в результаті його відробітку, а також виділення із структури шумоподібного сигналу характеристичних ознак, що приймається, шляхом вживання різного програмного забезпечення для організації

У плані розвитку методів діагностики структурної організації вуглепородного масиву акустичними методами на шахті «Дніпровська» був поставлений експеримент, завданням якого була локація зон відзеркалювальних поверхонь попереду відпрацьовуваної лави шляхом її попінетного зондування методом ударної дії уздовж посування. Схема експерименту представлена на рис. 8.2.2.

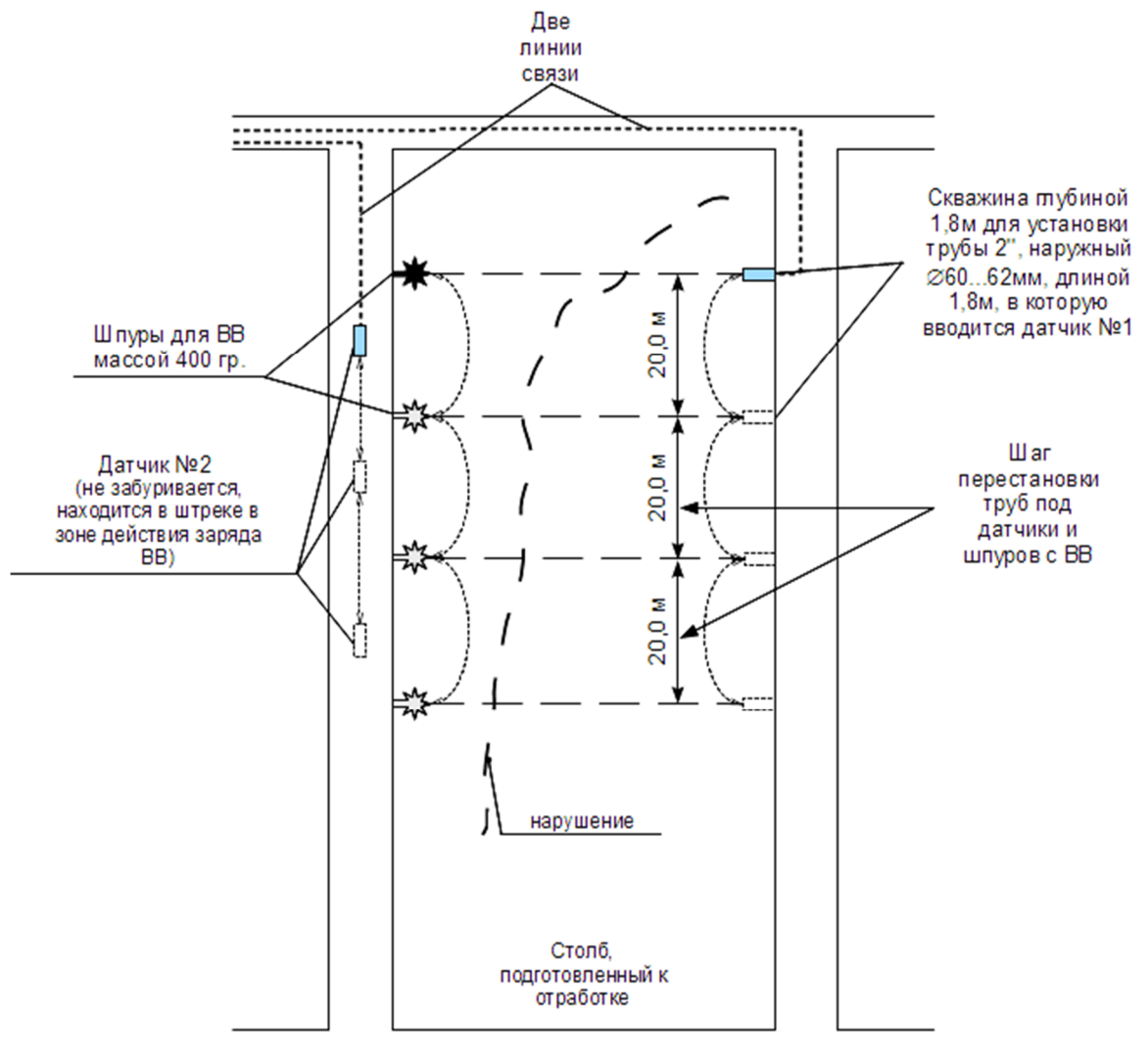


Рисунок 8.2.2 - Схема проведення експерименту акустичним методом на шахті «Дніпровська»

Приймач інформації, що володіє високою акустичною чутливістю (використовувалася апробована апаратура АК-1М), встановлювався по пікетах в шпурі з боку бортового штреку на глибину 0,5 м. Як джерела

сигналів з боку відкатувального штреку планувалося використовувати ударну хвилю, що формується вибухом заряду одиничного електродетонатора.

Методика проведення вимірів полягала в наступному:

До підготовлених пар двох ліній зв'язку підключається два датчики, які попарно послідовно переставляються уздовж всієї довжини лави через рівні інтервали, рівні 20 м. При цьому один датчик встановлювався в свердловину, інший датчик знаходиться в штреку в зоні дії заряду ВР. Шпури з ВР і свердловинами з датчиком розташовані співосно (у розумних допусках) по різні сторони лави (рис. 8.2.2).

Цикл вимірів полягає в наступному:

1. Встановити датчик в свердловину.
2. Зарядити в шпур 400 гр. ВР і розташувати в тій же виробці в зоні дії заряду ВР датчик №2, приєднаний до другої лінії зв'язку.
3. Погоджено з працівником НГУ (на поверхні шахти) зробити підривання заряду ВВ (силами співробітників шахти) і забезпечити запис інформації на поверхневу ПЕОМ.
4. Витягнути датчик №1 з труби. Витягнути трубу зі свердловини і перенести на нове місце установки разом з датчиком №1 і першою лінією зв'язку. Підготувати шпур під наступний заряд ВР і перенести до нього датчик №2 з другою лінією зв'язку.
5. Повторити цикл вимірів.

Результати проведеного експерименту показали, що

- 1) рівень енергії сигналу, зареєстрованого приймачем знаходиться на рівні шумів приймача і є недостатнім для його обробки;
- 2) послідовне нарощування потужності джерела сигналу від вибуху одиничного електродетонатора до вибуху 400 г ВР не дало позитивного результату. При цьому сигнал був виразно зафіксований в повітряному середовищі виробки.

Аналіз результатів проведеного експерименту дозволяє зробити наступні висновки:

1. Експеримент закінчився невдало унаслідок того, що джерело сейсмоакустичного сигналу і приймальний датчик знаходяться в зоні, ізольованій від основного масиву значною кількістю тріщин, що мають значне розкриття, розривний характер і різну довжину, що викликає виключно високе загасання поширенню пружних імпульсів. Наявність зон тріщинуватості, встановленої комплексом виконаних досліджень, підтверджується і безпосередніми спостереженнями в забоях виробок, що проводяться паралельно.

В процесі спостереження зафіксовано, що довкола виробок, не схильних до впливу очисних робіт, формується декілька зон руйнування масиву порід, що вміщає виробка, кожна з яких має ідентичний характер.

В процесі дослідження стану вміщуючого масиву порід були встановлені основні параметри зон руйнування.

Зона порушених порід покрівлі поширюється до ґрунту вище розміщених пластів стійких порід. Контакт між деформованими породами кривлі і непорушеним масивом відсутні. При випуску порушених порід кривлі при перекріплюваннях, завалах і так далі, плоскість оголення непорушених порід кривлі має плоский вигляд «під плиту». Максимальна висота порожнеч над замком зведення досягає 100...150 мм.

У зв'язку із зсувом шарів по вертикалі відносно один одного вони в точках зіткнення зминаються і контакт їх здійснюється по плоскості заввишки до 1,0 м. У останній частині контакт між вертикальними шарами відсутній – вони відокремлені один від одного тріщинами із змінною величиною розкриття.

Як впливає з наведеного вище опису результатів спостережень за станом вміщуючого масиву порід, порожнечі кожною із зон зруйнованих порід роз'єднані один від одного в наступних місцях: у покрівлі виробки на контакті вертикальних шарів з порушеними породами покрівлі; у боках

виробки в місцях контакту вертикальних шарів один з одним і масивом непорушених порід; у ґрунті виробки на контакті непорушених порід з вертикальними шарами деформованих бічних порід.

Результати спостережень за станом вміщуючого масиву наведені на рис. 8.2.3.

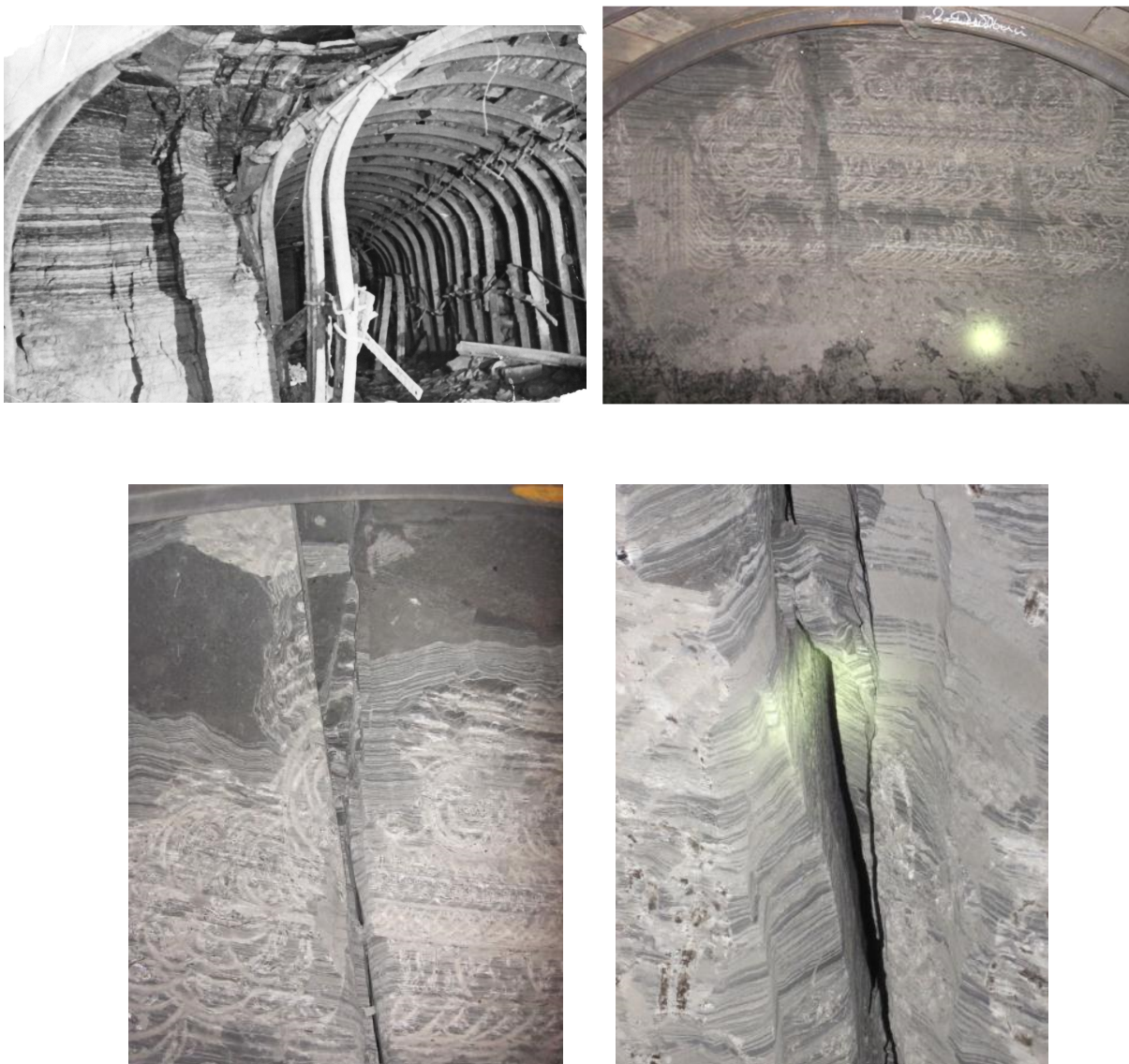


Рисунок 8.2.3 - Результати спостережень за станом вміщуючого масиву

2. Вказані експериментальні дослідження планується продовжити, відкоригувавши методику їх проведення з врахуванням наступних зауважень:

- вийти із зони розривних порушень у бік масиву, для чого

встановлювати приймальний датчик в шпур на глибину біля 2м;

- збільшити площу приймальної антени шляхом відповідного конструктивного оформлення датчика;

- потужність джерела сигналу залишити на рівні 400 г ВР, залишивши умови установки заряду ВР з боку відкатного штреку пройденими, оскільки умови формування пружної хвилі в умовах тріщинуватого масиву з врахуванням нелінійних ефектів не дасть очікуваного виграшу в потужності.

З врахуванням викладених висновків розроблена конструкція і виготовлений приймальний датчик із збільшеним розкриттям антени (рис. 8.2.4 і 8.2.5).

Показана конструкція по черзі закладається в шпур при проведенні вимірів.

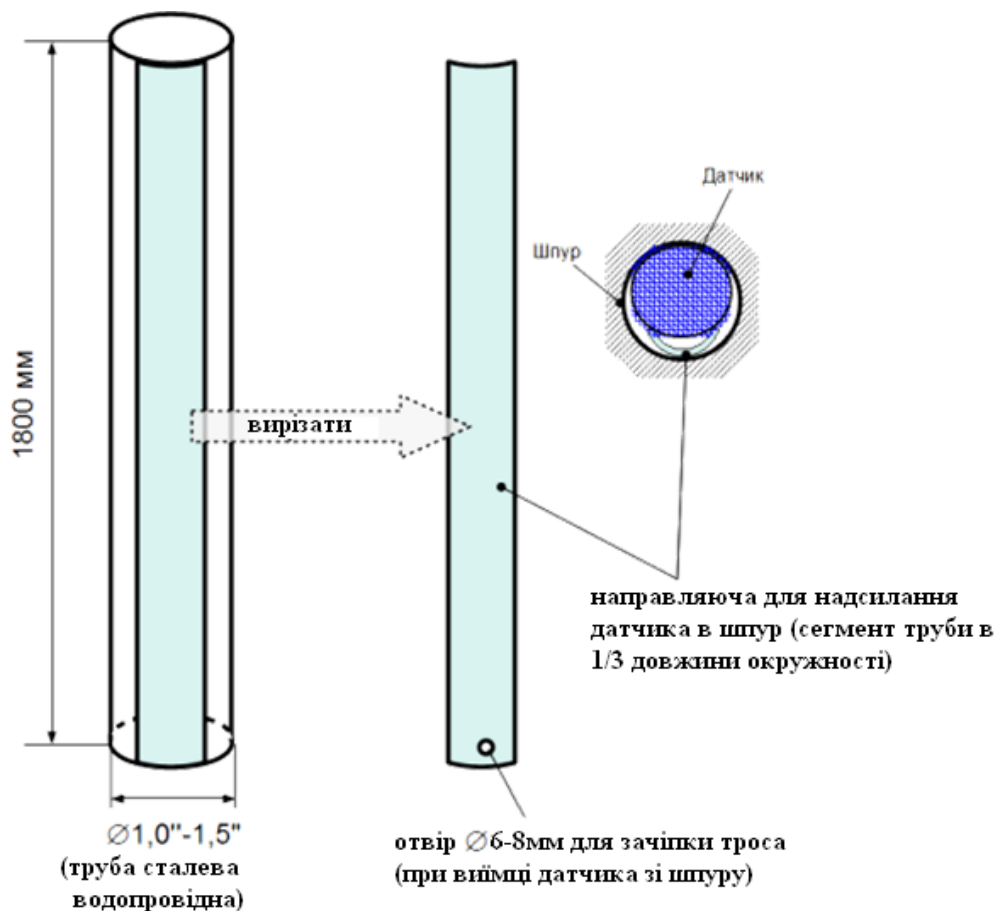


Рисунок 8.2.4 - Нова конструкція приймального датчика



Рисунок 8.2.5 - Конструкція допрацьованого приймального датчика

Для оцінки основних характеристик датчика була проведена перевірка його роботи в лабораторних умовах.

В якості джерела сигналу використовувався удар сталеві кульки масою близько 15г, скинутої на підлогу підвалу головного корпусу НГУ з висоти 1,0м. Відстань від джерела ударної дії до датчика складала 60м, сигнал передавався по фундаменту підлоги.

Отриманий датчиком сигнал записувався і аналізувався. На рис. 8.2.6 представлений запис пружних коливань, зареєстрованих датчиком, підготовленим для проведення досліджень в умовах ПСП «Шахта «Дніпровська».

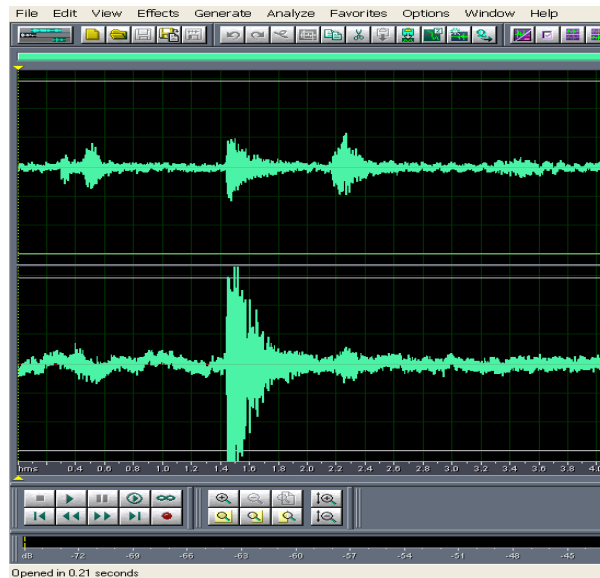


Рисунок 8.2.6 - Запис пружних коливань, зареєстрованих датчиком

Аналіз результатів лабораторного експерименту показав, що з врахуванням очікуваного загасання сигналу в шахті для траси 300м і потужності джерела дії, еквівалентної 400 г ВР, чутливість даного датчика повинна забезпечити якісне проведення запланованих випробувань.

Для здійснення вимірів на шахті «Краснолиманська» при веденні прохідних робіт по конвеєрному ходку 2-ї західної лави застосовувалася апаратура акустичного контролю типа АК-1, що складається з наземного блоку обробки сигналів, розташованого на поверхні в приміщенні АСУП шахти, і підземною капсулою-підсилювачем з виносним геофоном, розташованих на підземній станції виміру. Станцією виміру був шпур $\varnothing 42$ мм і завдовжки 2м, пробурений в породах кривлі на відстані 15-20м від забою, в який встановлювався виносний геофон, підключений до капсули-підсилювача.

Зв'язок надземної і підземної частин апаратури відбувається по штатній лінії зв'язку («відкрита пара») загальношахтної системи АГЗ або внутрішньошахтному зв'язку.

Перехід станції виміру в робочий режим виміру відбувається після закінчення 1-2 діб з моменту установлення підземної частини, які необхідні

для обтискання геофону породним масивом.

По мірі просування забою (у міру збільшення відстані до джерела звуку – видобувного комбайна) на відстань до 50м від геофону, готується наступний шпур, встановлюється другий геофон і надземний блок перемикається на новий геофон. Геофон, що встановлений на попередній станції, витягується і використовується надалі для підготовки наступних станцій.

Надземна частина апаратури аналізує сигнал, що поступає з шахти. Результат аналізу шуму від працюючих механізмів у виробці фіксується на жорсткому диску комп'ютера, встановленого поряд з надземним блоком апаратури АК-1, який встановлений в приміщенні АСУП і відображується у вигляді кривої, відповідної рівню напруги, яка виникає попереду забою штреку в незайманій області гірського масиву.

8.2.2 Методика проведення акустичних спостережень

Фактична методика регламентувала порядок проведення акустичних спостережень з використанням апаратури АК-1.

1. Апаратура АК-1 підключається до окремої лінії зв'язку і встановлюється на службі сейсмопрогнозу шахти (поверхневий блок), блок підземний встановлюється в забоях конвеєрного ходка 2 зах. лави.
2. Оператори служби сейсмопрогнозу роблять поточні відмітки в журналі про час початку-закінчення робіт в забої згідно «Інструкції для операторів...»
3. Начальник служби прогнозу періодично здійснює візуальний контроль за поточними свідченнями блоку поверхневого АК-1.

4. В разі перевищення поточними значеннями критерію «небезпечно», начальник служби прогнозу приймає цю інформацію до уваги і може здійснювати її повторну перевірку нормативними способами.
5. Слюсарі служби сейсмопрогнозу забезпечують періодичну перестановку датчиків, перевірку лінії зв'язку і перемикання датчиків згідно «Інструкції для слюсаря ...».

8.2.3 Проведення поточних спостережень. Обробка і аналіз інформації, зібраної в ході натурних вимірів

Обробка інформації полягала у взаємній ув'язці всіх отриманих даних з метою здобуття цілісної картини процесу зміни напруженого стану масиву і відбору проміжків часу, відповідних роботі механізмів у виробці. Цей відбір здійснювався на підставі даних, отриманих з журналу, що заповнюється операторами служби сейсмопрогнозу шахти за свідченнями часу початку-закінчення робіт в забої з вказівкою вигляду робіт. Крім того, були зібрані дані по службі АГЗ про поточні значення метану у виробці для подальшого аналізу.

Інформація, зібрана протягом календарного періоду проведення спостережень розділяється на два блоки. У першому блоці використовувався виносний геофон на штанзі, встановлений в шпурі на глибині біля 2м. У другому блоці використовувався модифікований геофон, вмонтований в капсулу-підсилювач. Спосіб установки капсули відрізнявся глибиною забурювання і складав біля 0,5м з обов'язковим її розклинюванням.

Отримані результати аналізу записів акустичних сигналів з масиву показали, що інформація, отримана в першому блоці вимірів, виявилася неякісною унаслідок того, що датчик (геофон) встановлений на глибині біля 2м періодично заливався водою. Тому для гірничо-геологічних умов ш.

«Краснолиманська» по пласту L_3 використання вказаного способу установки приймальних датчиків є недоцільним

Дані відносно якості інформації, що приймається, отримані в другому блоці вимірів, дозволяють зробити наступні висновки:

- для забезпечення якісного прийому інформації датчиком, встановленому в капсулі-підсилювачі, досить пробурювати шпур на глибину самої капсули (біля 0,5м) з обов'язковим її розклинюванням;
- гирло шпуру конопатити м для послаблення контакту корпусу капсули з повітряним середовищем;
- шпур забурювати в масив на відстані не ближче 50 метрів від місця ведення робіт;
- допустима відстань по запізнюванню шпура відносно забою виробки, визначуване як періодичність перестановки датчика, узгоджується окремо.

Інформація, зібрана в ході натурних вимірів представлена в наступному вигляді:

1. Графіки (рис. 8.2.7-8.2.8) щодобово відображують значення прогнозної ознаки K (за свідченнями апаратури АК-1М) в породному масиві. Він показує загальну картину зміни показника K (напруженості масиву) в ближній області масиву у міру посування виробки.
2. Зведений графік добових показань прогнозної ознаки K , що дає оцінку загальної ситуації в забої, у вигляді максимальних його значень в спостережуваній добі див. рис. 8.2.10.

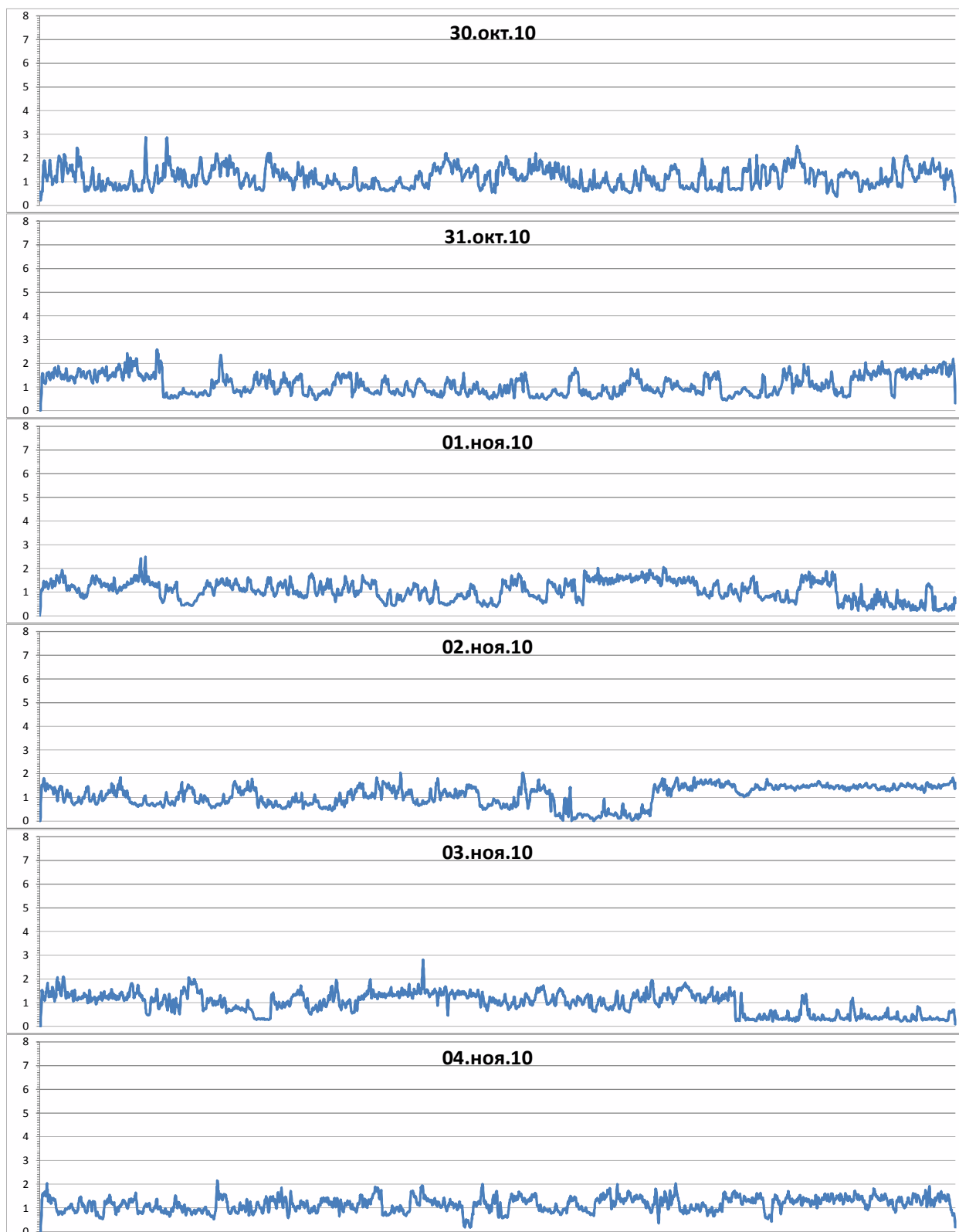


Рисунок 8.2.7 – Значення прогнозної ознаки K (за показаннями апаратури АК-1М)

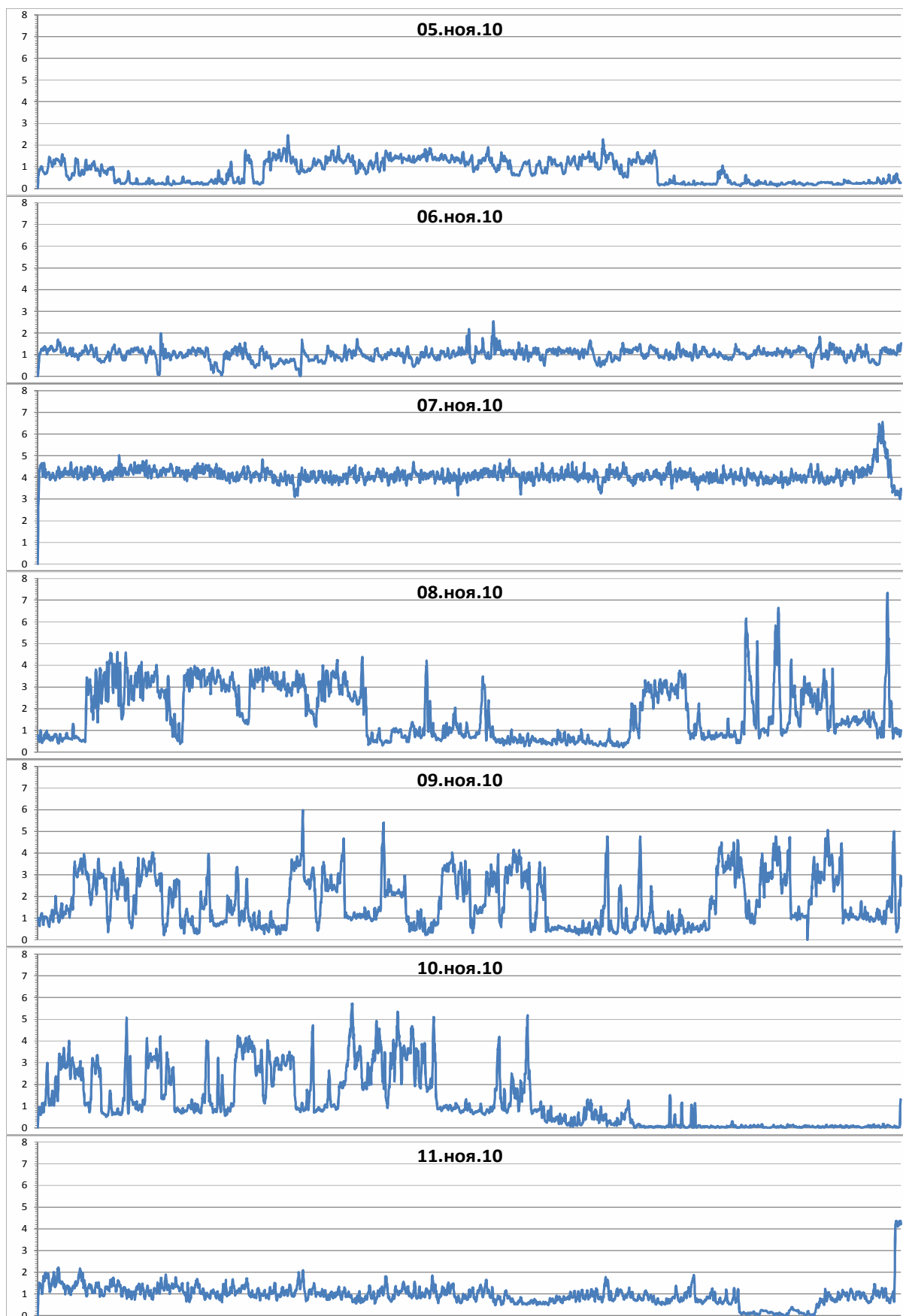


Рисунок 8.2.8 - – Значення прогнозної ознаки K (за показаннями апаратури АК-1М)

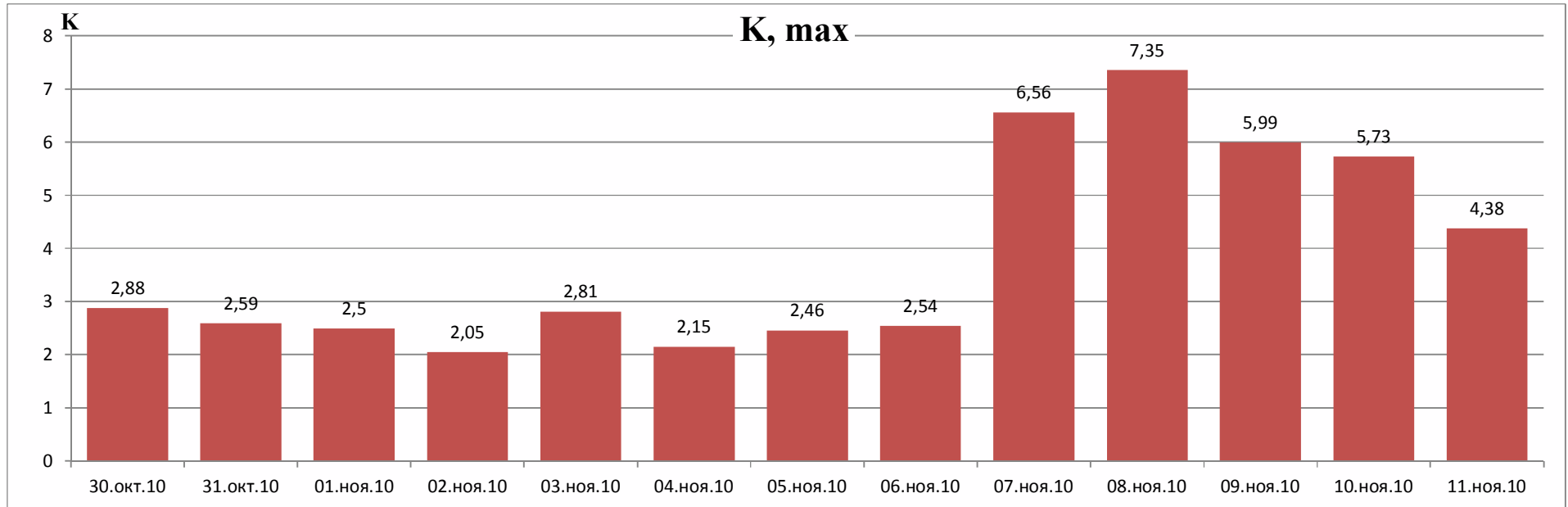


Рисунок 8.2.10 - Зведений графік добових свідчень прогнозної ознаки

За даними геологічної служби ситуація в спостережуваній гірничій виробці станом на 06.11.2010 р. була оцінена таким чином:

«Повідомляю Вас, що забій конв.ходка 2 зах.лави з.ч.пл. І₃ (бр.Быкова) за станом на 06.11.2010 (ГК 92+6,0) знаходиться на відстані 24м від розривного геологічного порушення з $h=006-0,20\text{м}$, $< 42-45^\circ$, що зустрічається при проведенні конв.штрека 2 зах.лави з.ч.пл І₃.

При веденні гірських робіт в зоні впливу даного порушення виникло обвалення порід кривлі і боків підвищене газовиділення, у вигляді суфлярів.

Геолог

п.п.

И.А.Назарова»

06.11.2010, повідомлення №106

Проведення досліджень на шахті «Краснолиманська» при веденні робіт добування по 2-ій західній лаві шляхом запису акустичної інформації роботи комбайна у міру видобутку лави за період з 09.06.2011 р. по 23.09.2011 р. представлена в наступному вигляді:

Вирізка із загального графіка значення прогностичної ознаки, яка щодобово відображує K (за свідченнями апаратури АК-1М) у породному масиві, показана на рис. 8.2.11-8.2.15. Вона показує загальну картину зміни показника K (напруженості масиву) в ближній області масиву у міру посування виробки.

Зведений графік добових показань прогностичної ознаки K , у вигляді максимальних його значень в спостережуваній добі, що дає оцінку загальної ситуації в забої, показаний на рис. 8.2.16 – 8.2.18.

Інтерпольована залежність коефіцієнта $K(t)$ на всьому інтервалі спостережень (з 9.06.2011 р. по 23.09.2011 р.) показана на рис. 8.2.19.

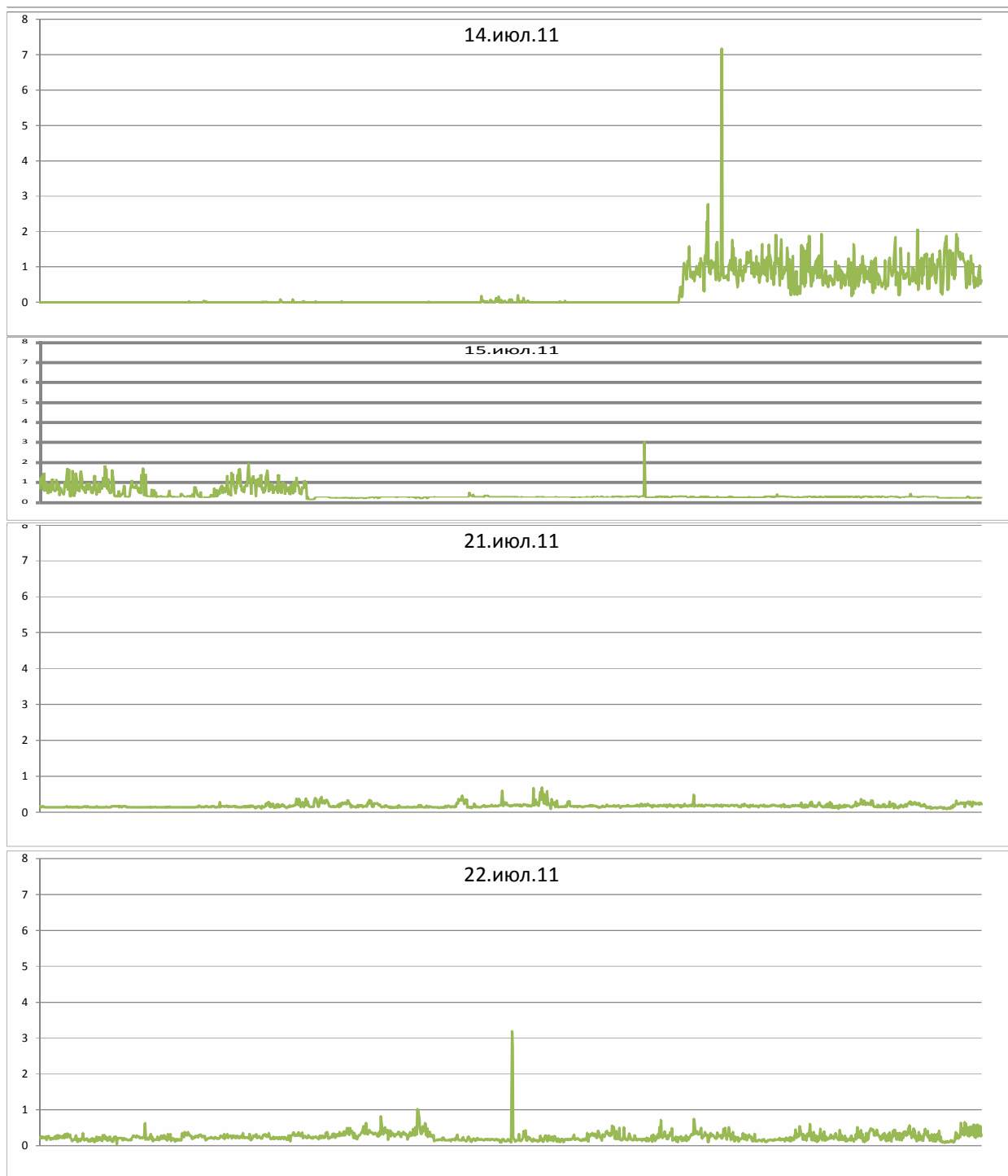


Рисунок 8.2.11 - Вирізка із загального графіка значення прогнозої ознаки, яка щодобово відображує K

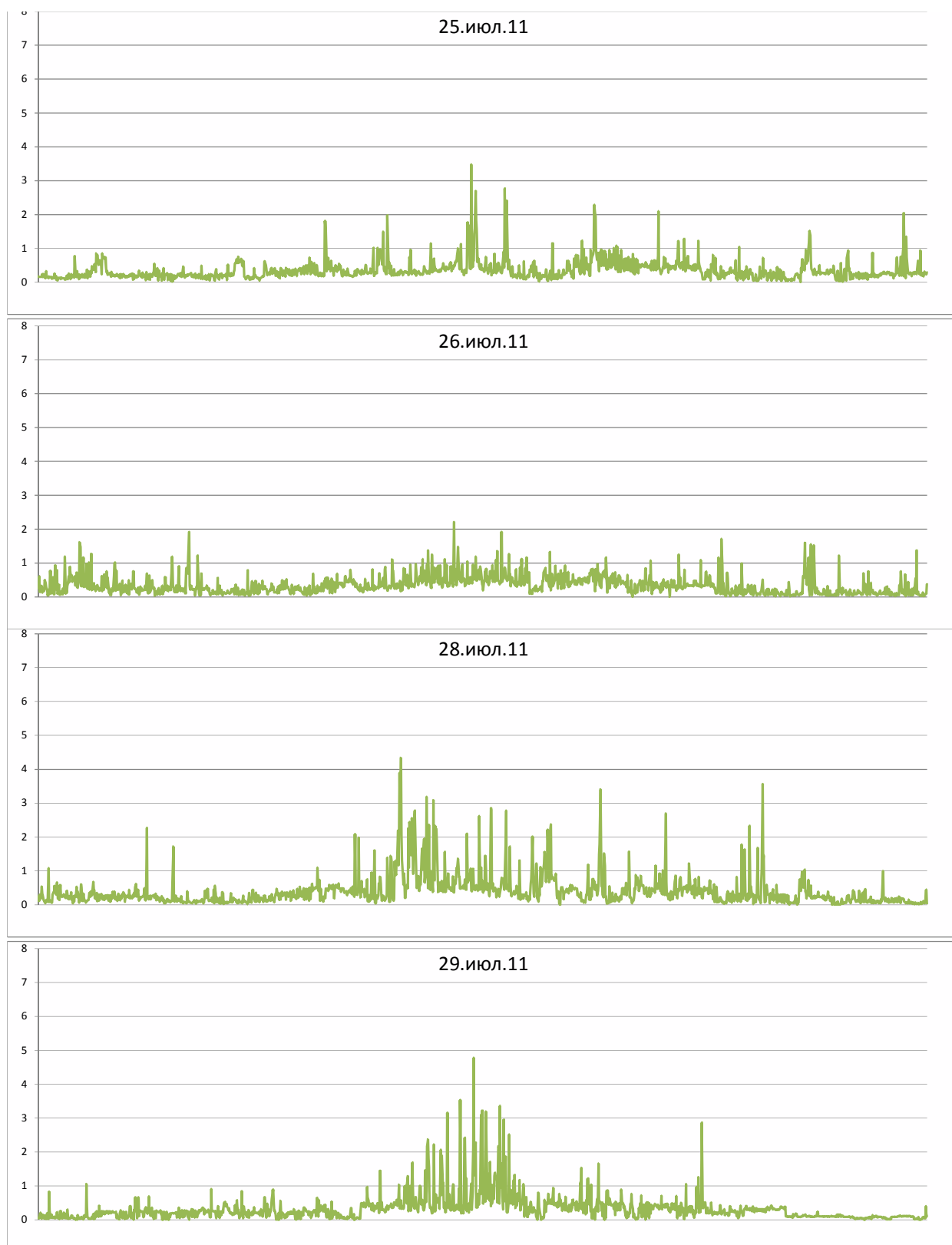


Рисунок 8.2.12 - Вирізка із загального графіка значення прогнозної ознаки, яка щодобово відображує K

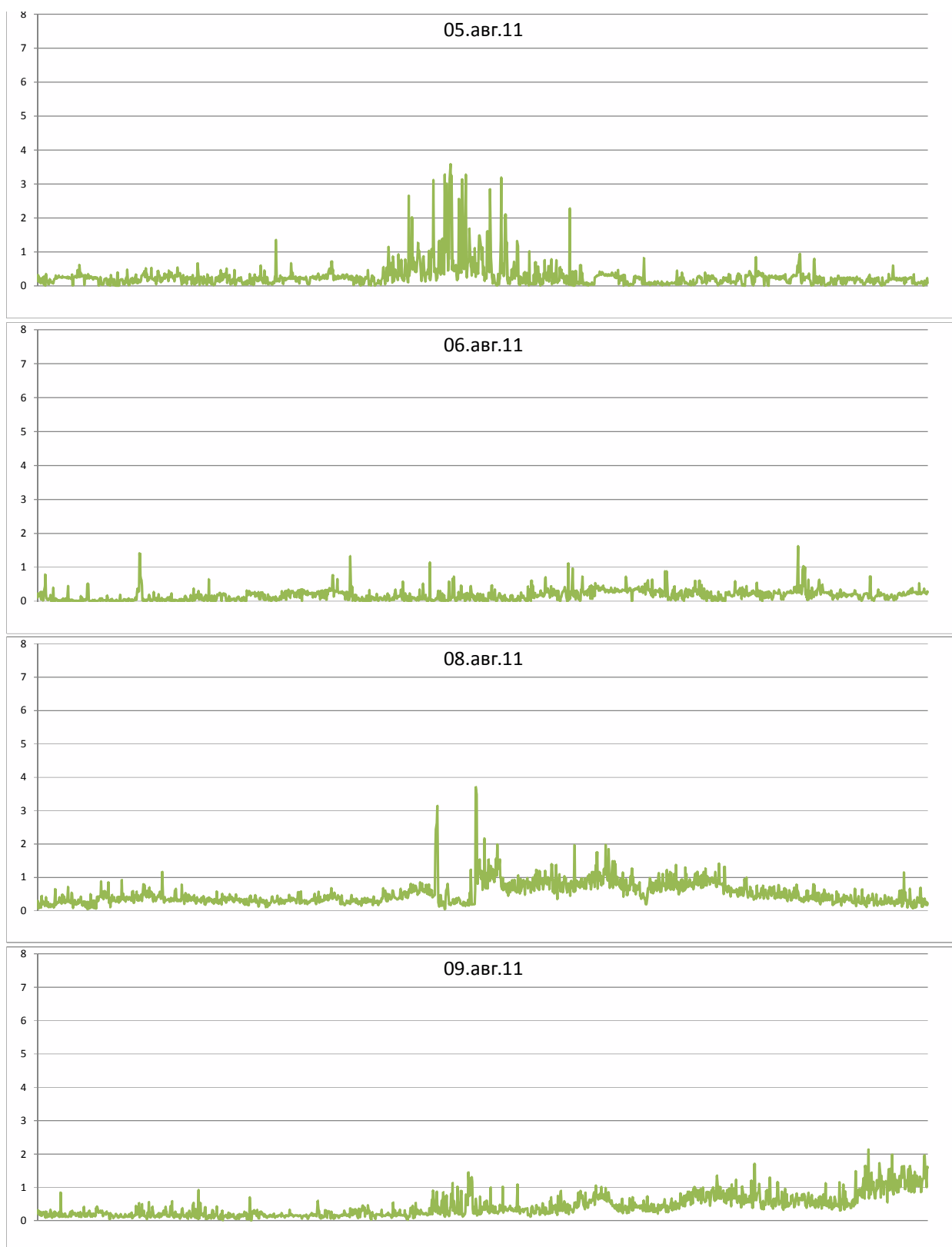


Рисунок 8.2.13 - Вирізка із загального графіка значення прогнозної ознаки, яка щодобово відображує K

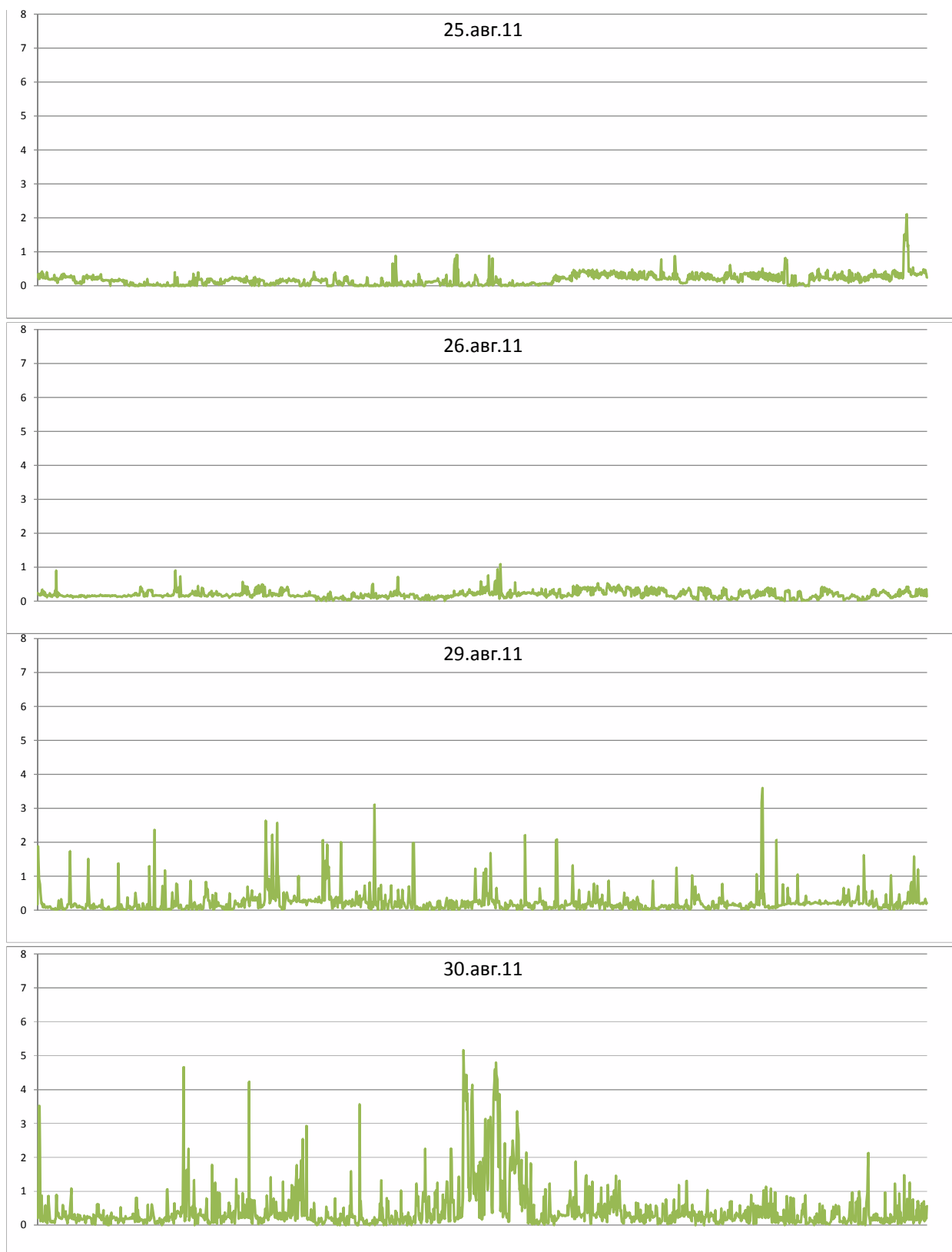


Рисунок 8.2.14 - Вирізка із загального графіка значення прогнозої ознаки, яка щодобово відображує K

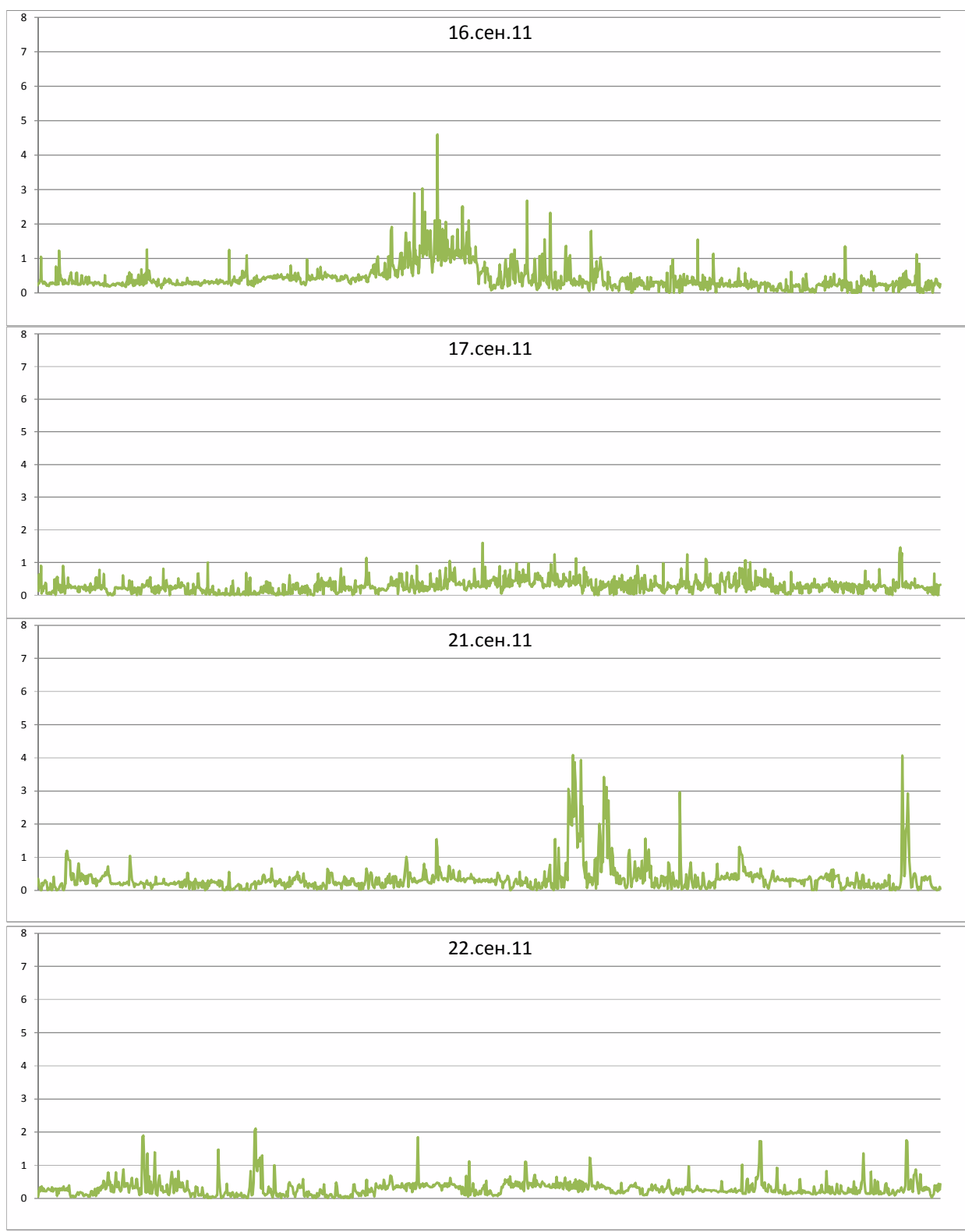


Рисунок 8.2.15 - Вирізка із загального графіка значення прогнозної ознаки, яка щодобово відображує K

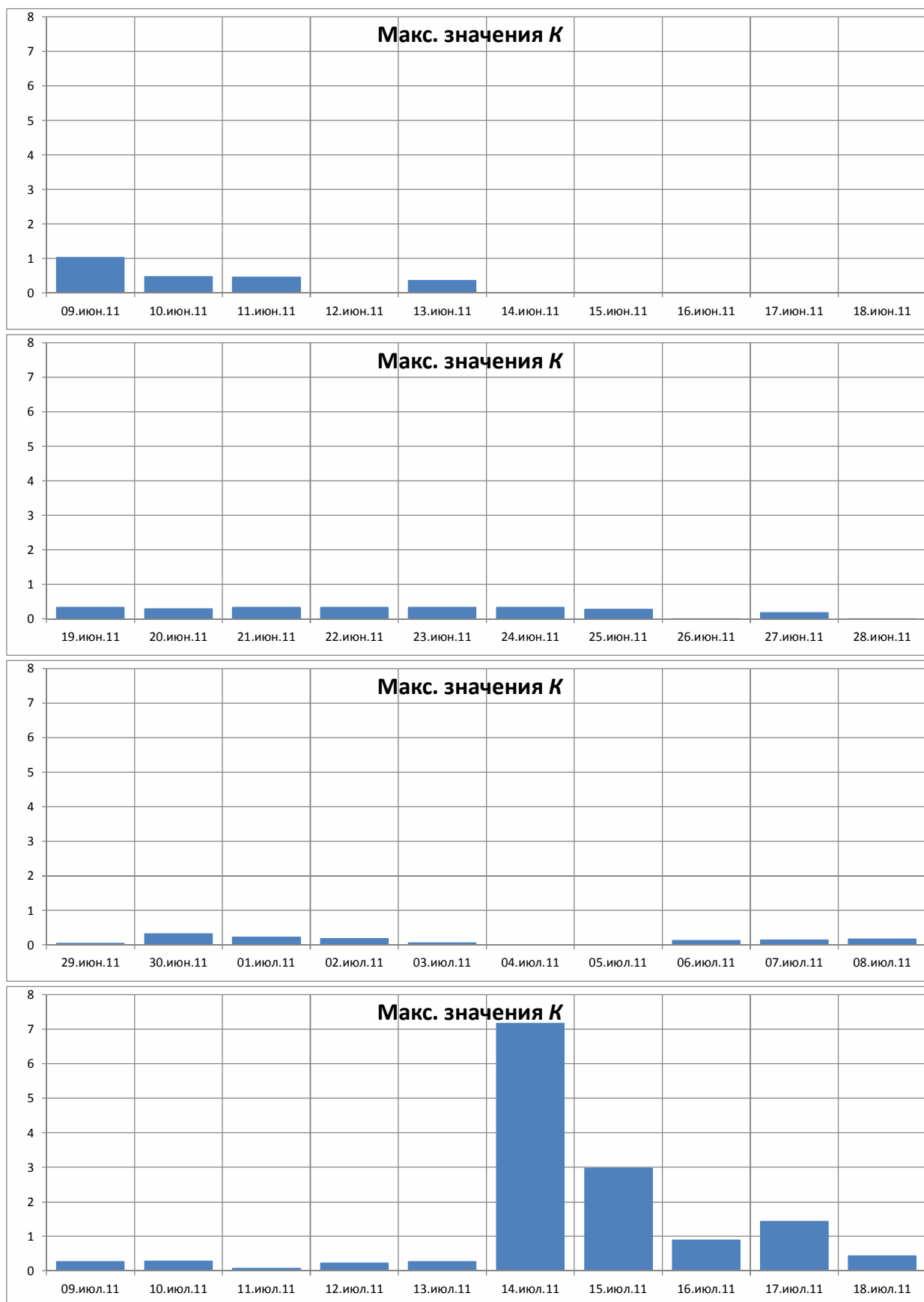


Рисунок 8.2.16 - Зведений графік добових свідчень прогнозної ознаки K

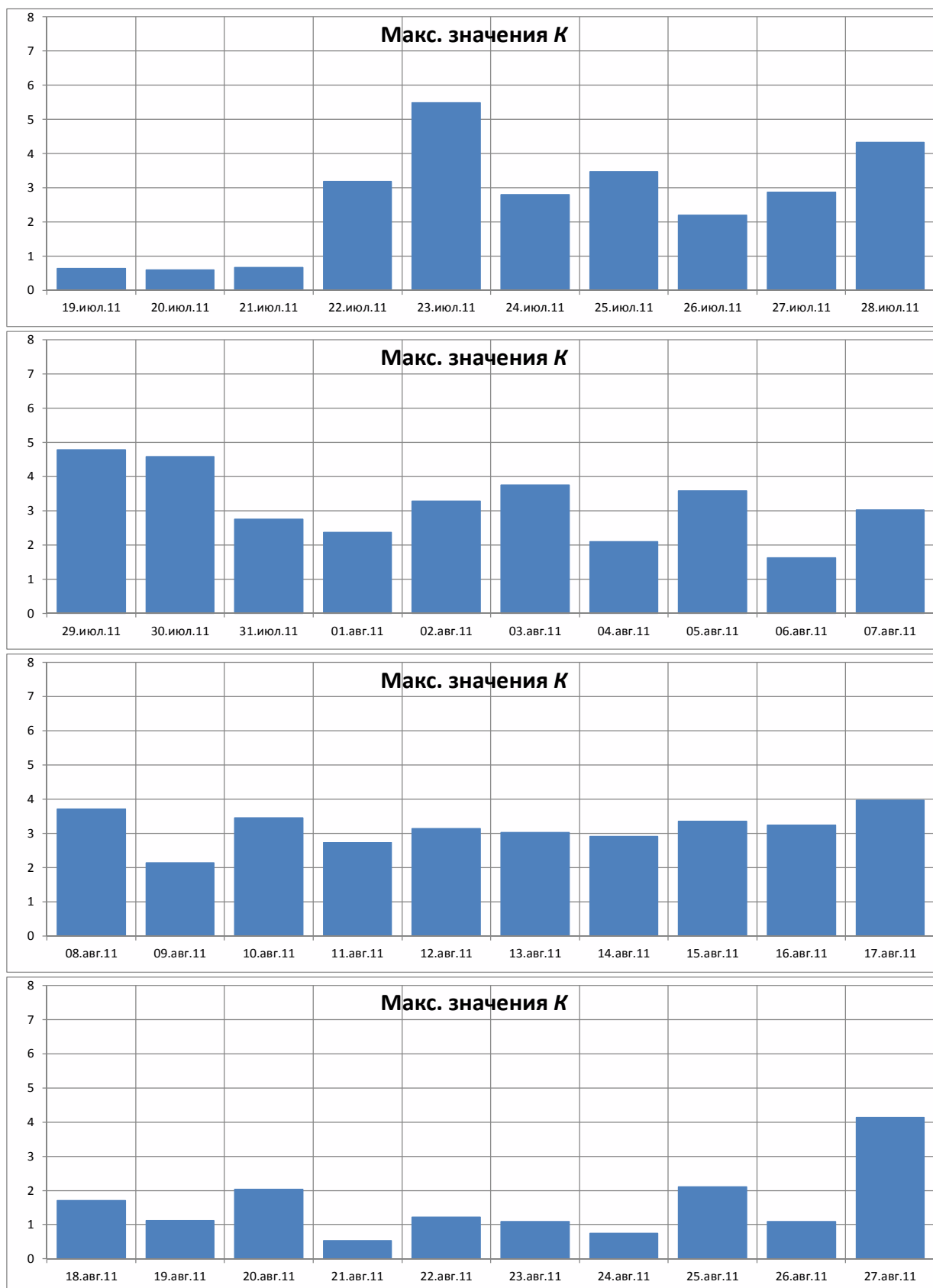


Рисунок 8.2.17 – Зведений графік добових свідчень прогнозної ознаки

K

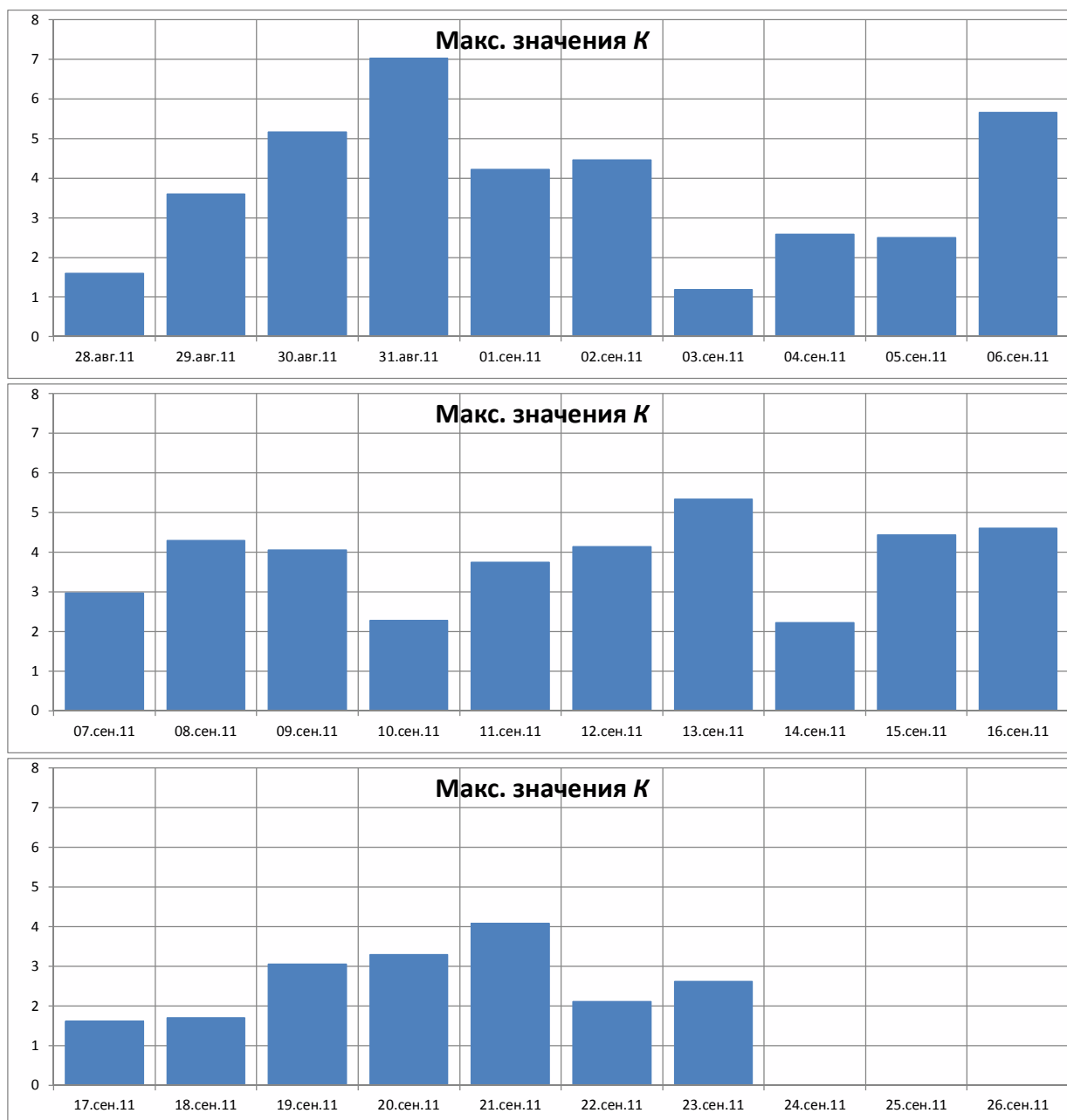


Рисунок 8.2.18 - Зведений графік добових свідчень прогнозної ознаки K

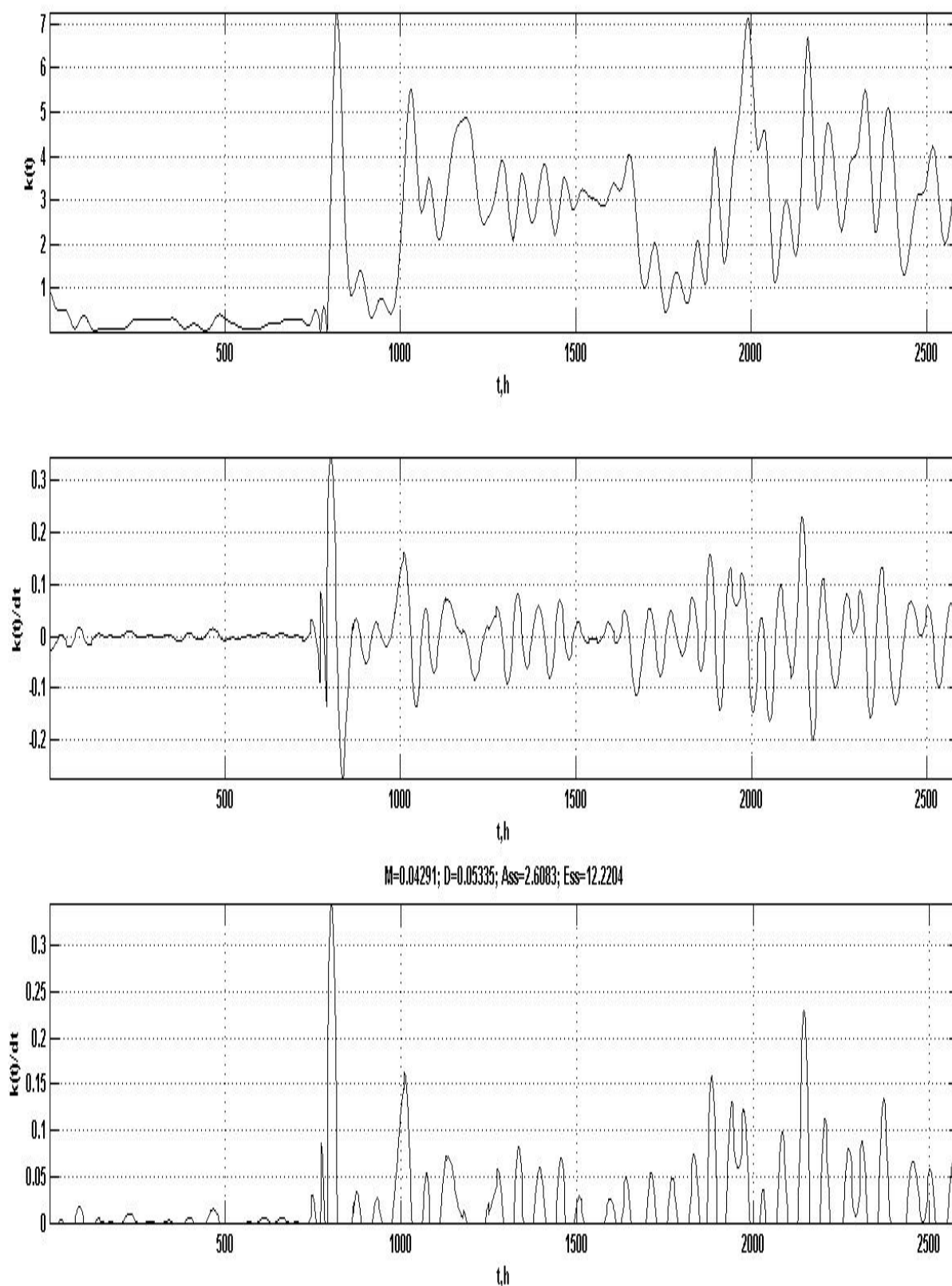


Рисунок 8.2.19 – Інтерпольована залежність коефіцієнта $K(t)$ на всьому інтервалі спостережень (з 9.06.2011 по 23.09.2011) (верхній графік); перша похідна (середній); обробка, над графіком – статистики (ніжній)

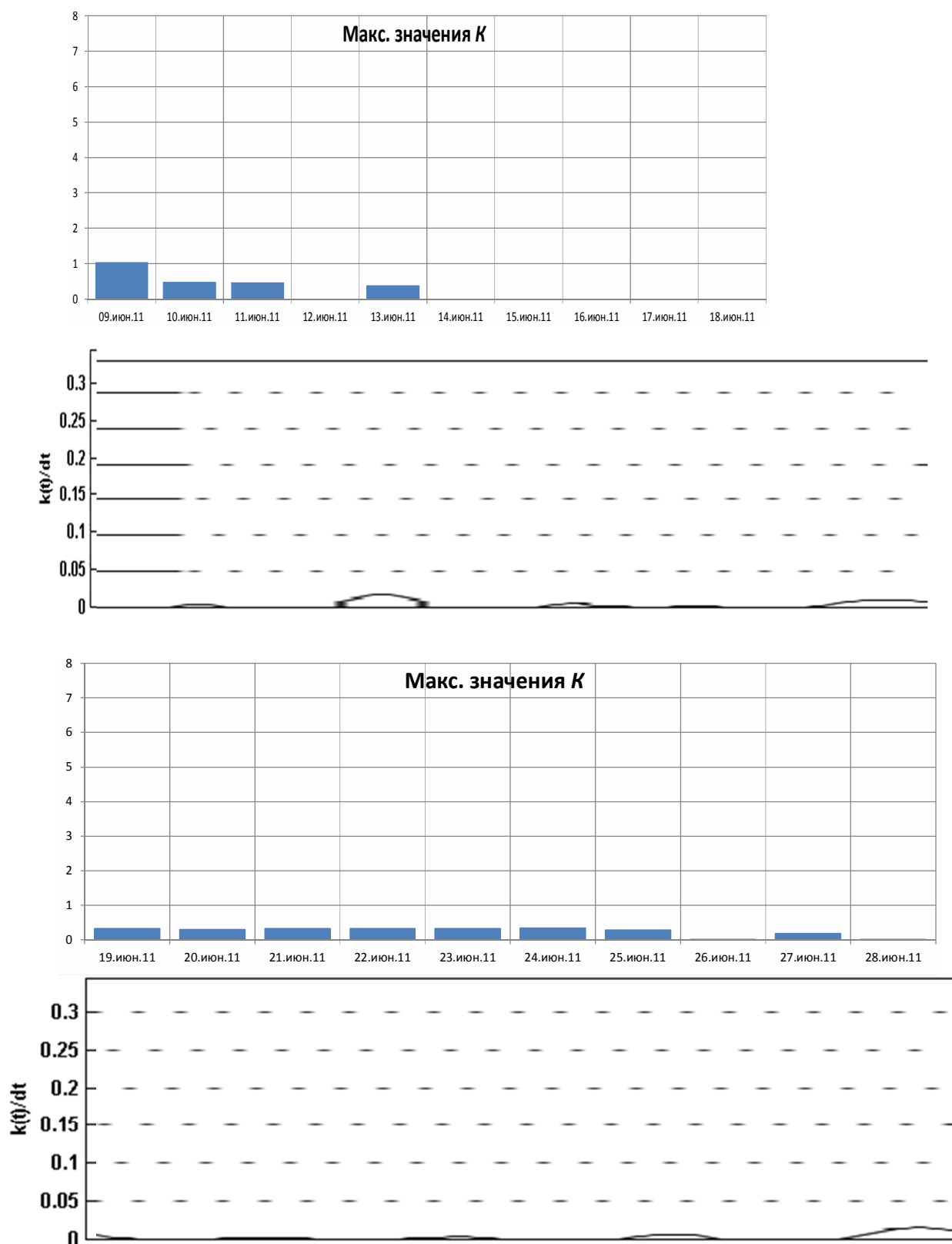


Рисунок 8.2.20 (частина а) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

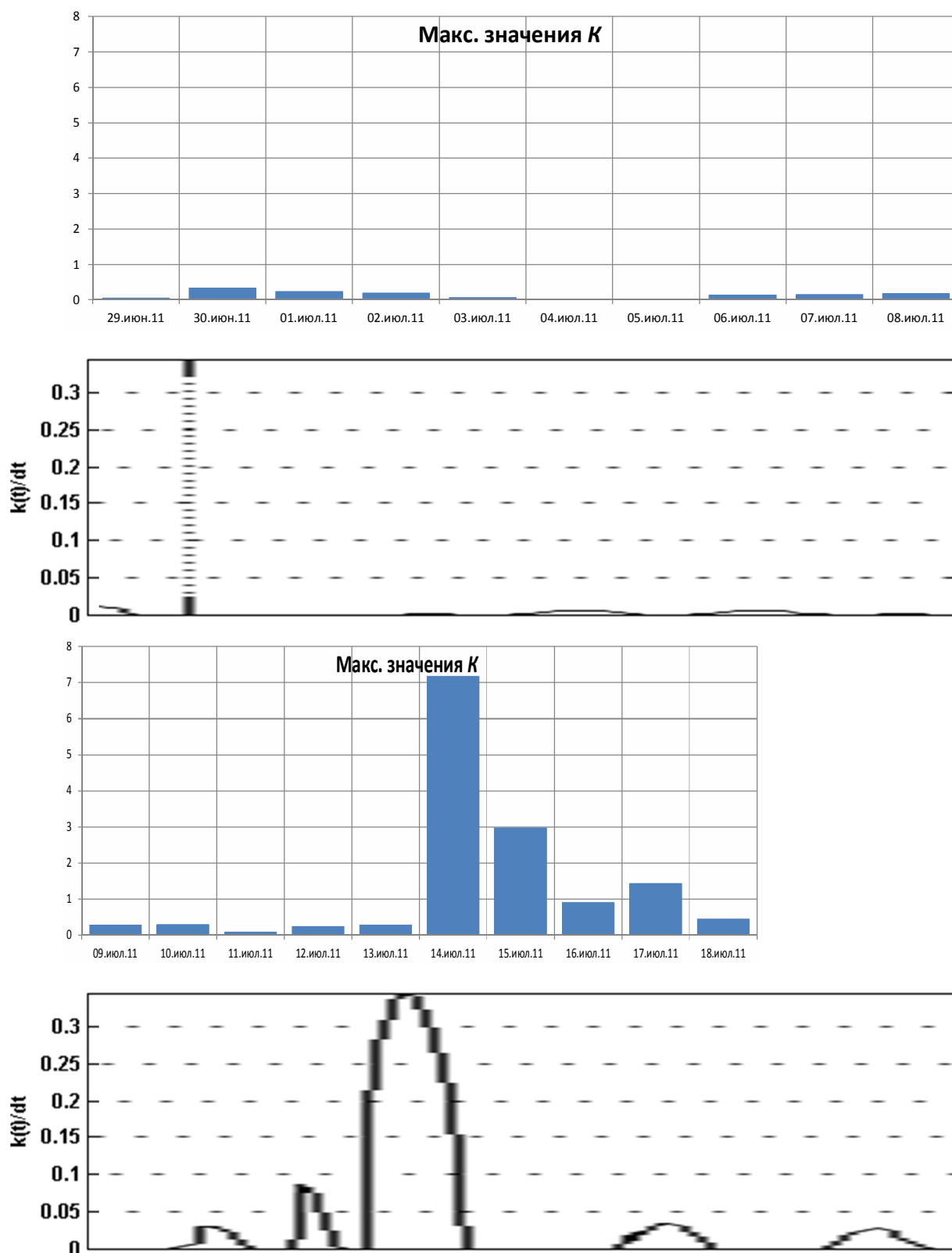


Рисунок 8.2.20 (частина б) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

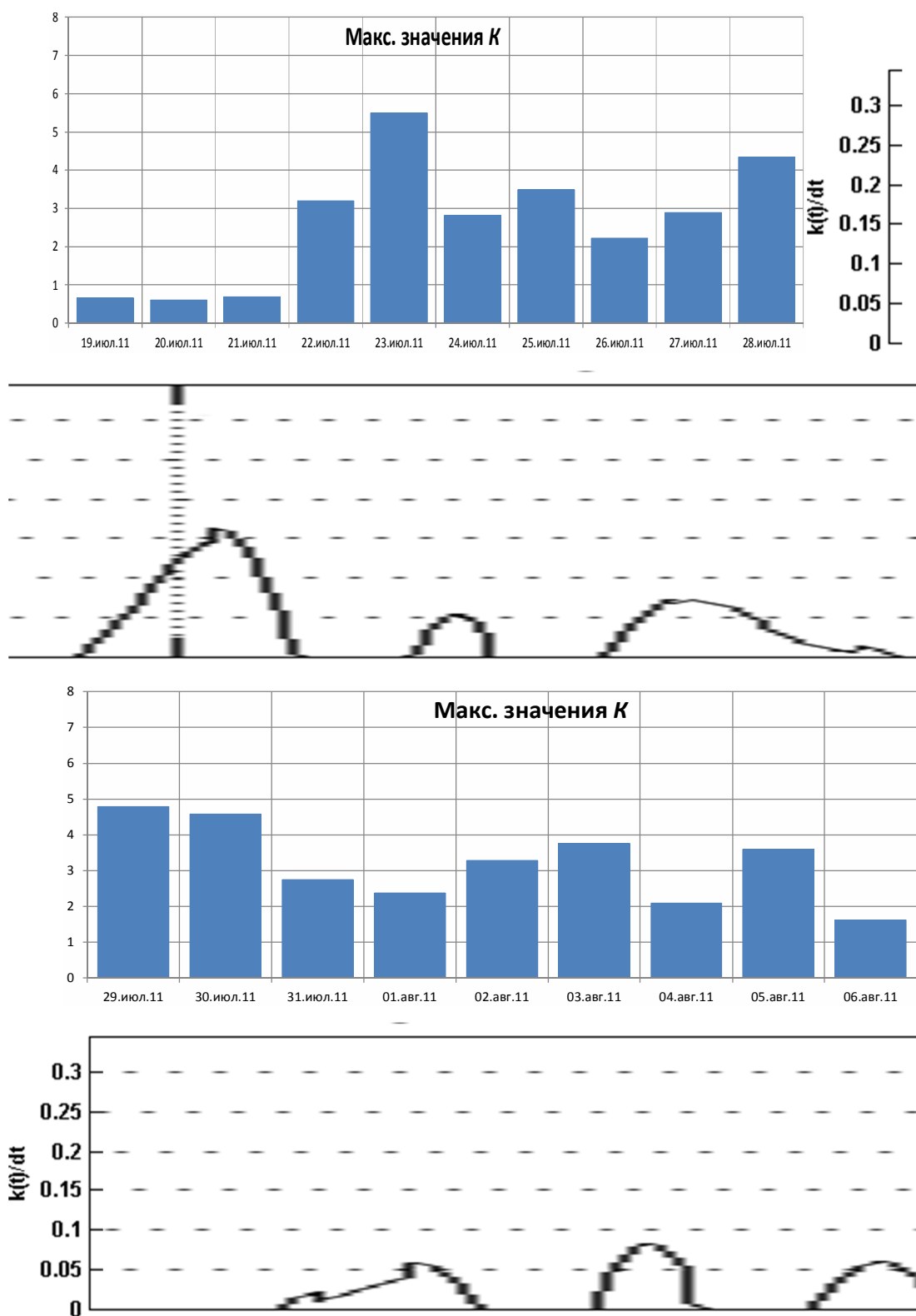


Рисунок 8.2.20 (частина в) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

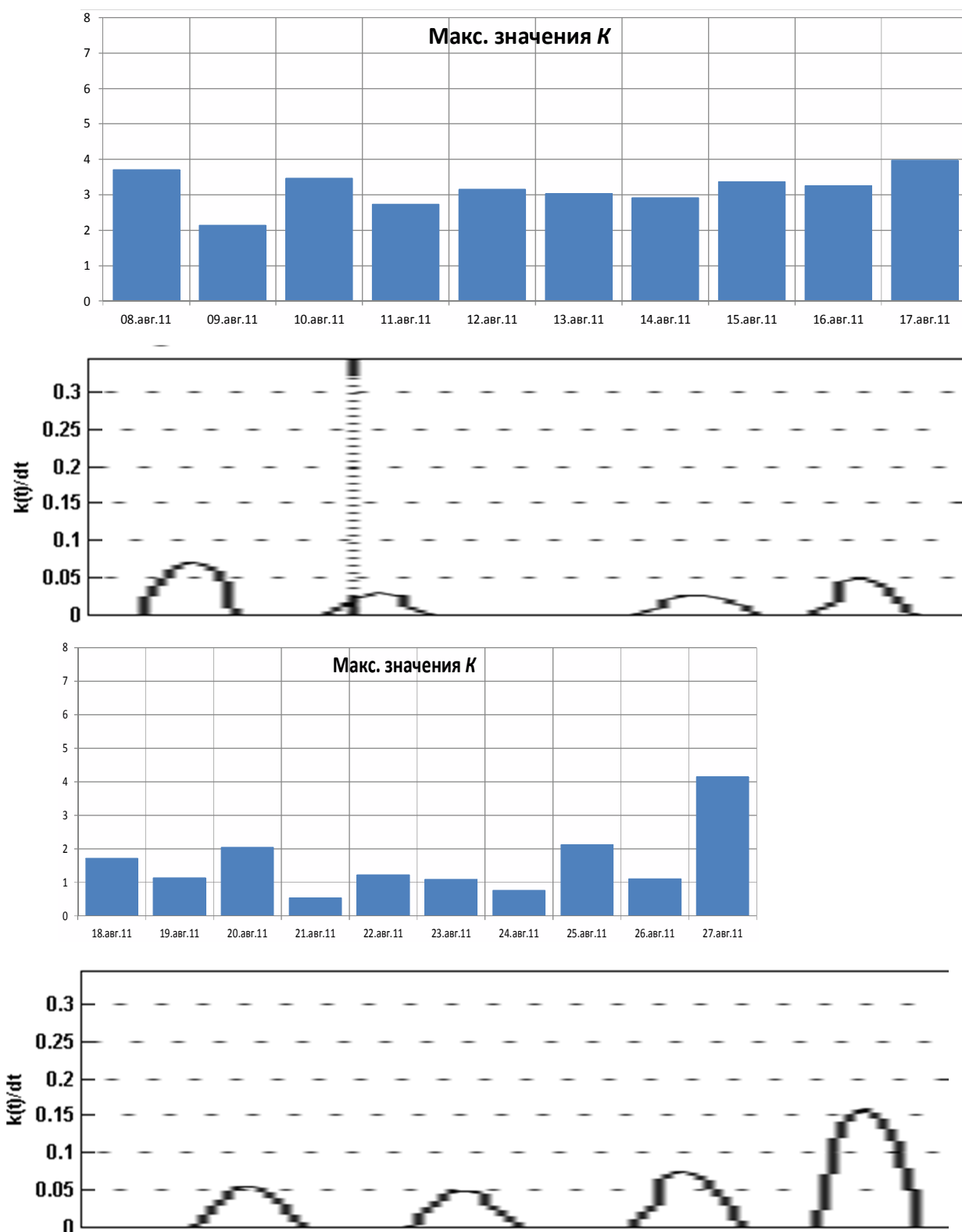


Рисунок 8.2.20 (частина г) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

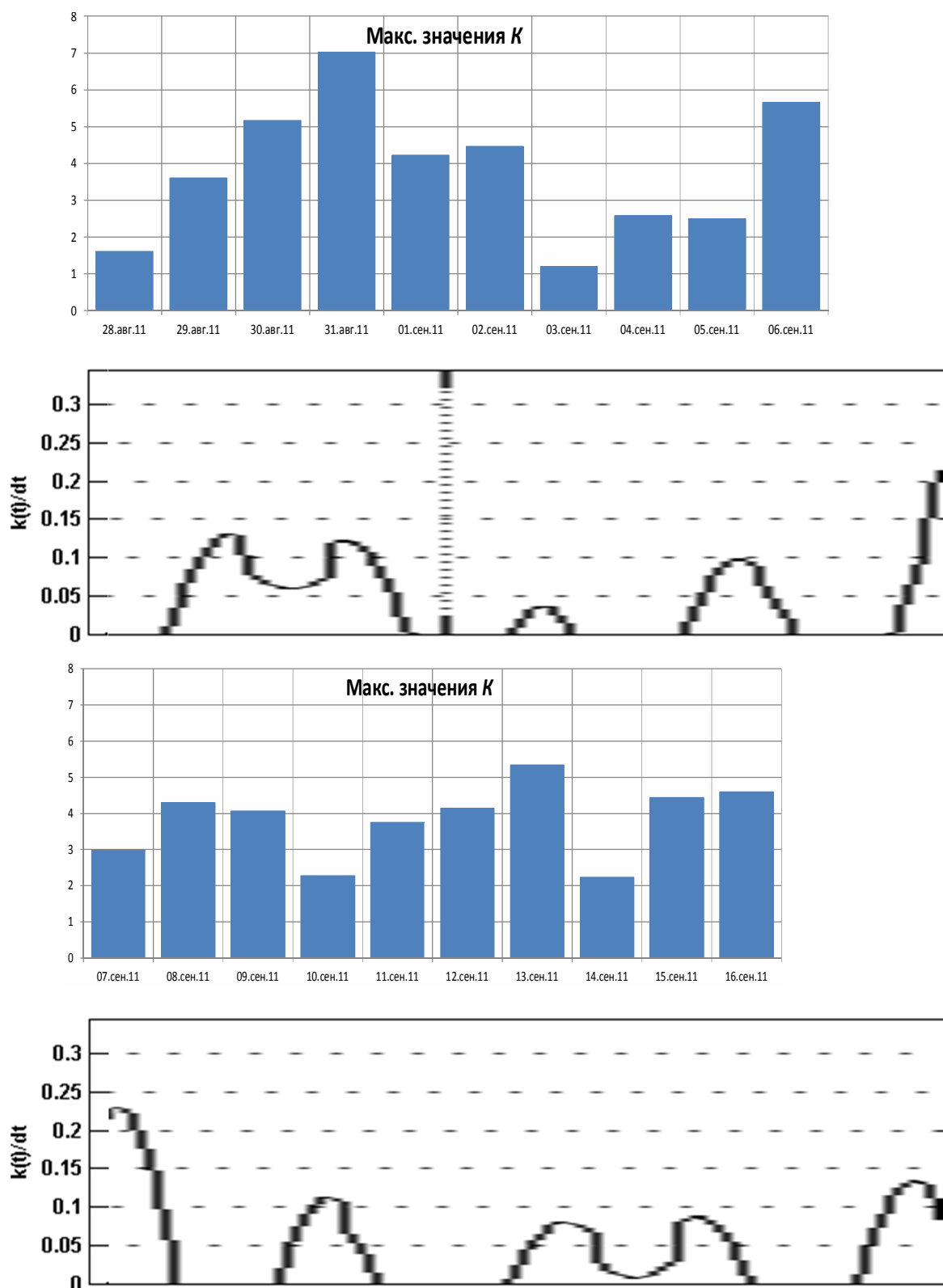


Рисунок 8.2.20 (частина д) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

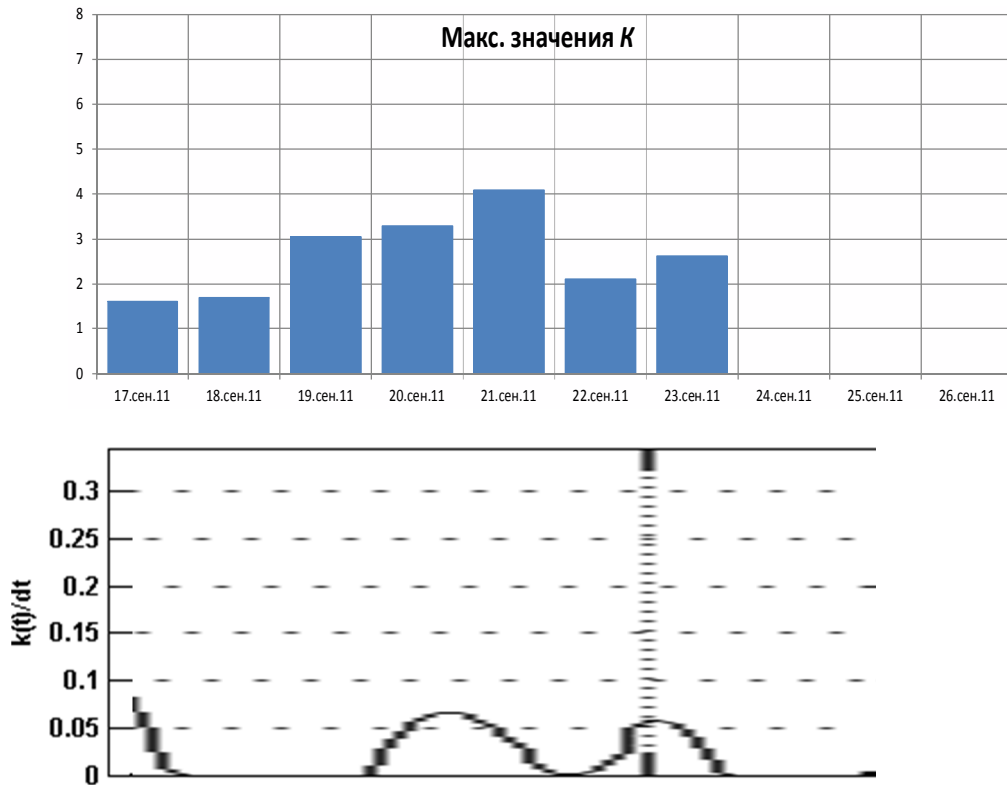


Рисунок 8.2.20 (частина е) - Аналіз результатів обробки акустичної інформації за інтегрованим критерієм за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011 рр.

8.2. 4 Висновки

Аналіз результатів обробки акустичної інформації за весь період спостережень, тобто з 9.06.2011 по 23.09.2011рр., проведений по інтегрованому критерію (на рис. 8.2.20 кожен нижній графік під гистограмою), дозволяє зробити низку висновків про стан (структуру) масиву, що відпрацьован (лави) протягом вказаного періоду у міру її посування:

- 1) Відпрацьовану область масиву можна розділити на ряд зон, акустичні характеристики яких значно розрізняються між собою.
- 2) Відмітними особливостями цих зон є:
 - а) наявність різкого порогу у вимірюваних параметрах при входженні в зону. Це можна інтерпретувати як підхід до геологічного порушення за умови деякої постійності значень інтегрального критерію усередині самої

зони. Вказана зміна відноситься і до моменту виходу із зони порушеності. До таких зон відноситься місце розташування комбайна (джерела сигналу)

- з 14.07.2011 по 17.07.2011г. (1 зона)
- з 22.07.2011 по 17.08.2011г.(2 зона)
- з 30.08.2011 по 2.09.2011г.(3 зона)
- з 6.09.2011 по 23.09.2011г.(4 зона).

б) Обмеження по місцю розташування верхньої межі зони №4, датовані 23.09.2011 є умовними, оскільки реєстрація акустичної інформації з виробки була закінчена саме в цю добу;

в) граничні значення меж зміни акустичних параметрів усередині кожної з розпізнаних зон. Тоді до «найспокійніших» зон можна віднести зону №1 і зону №3. В межах цих зон значення критеріїв оцінки стану масиву можна розглядати як загрозу з точки зору безпеки виникнення ГДЯ. Для зони №3 така безпека могла виникнути лише 31.08.2011г;

г) з точки зору міри неоднорідності вуглепородного масиву усередині пройдених порушень, зону №2 можна характеризувати як стабільно неоднорідну, на відміну від зони №3 і зони №4, які характеризуються наявністю широкого діапазону неоднорідностей.

3) Відсутність ГДЯ за період спостережень, а також попереджувальних ознак, що свідчать про аномалії в поведінці масиву, дають можливість зробити висновок, що виявлені відмінності в стані масиву знаходяться на рівні безпеки значно меншому, ніж необхідно для розвитку раптового викиду вугілля і газу.

4) Підвищення достовірності оцінки поточної ситуації в гірському виробленні може бути досягнуте шляхом використання багатопараметрового методу обробки інформації по різних критеріях.

ВИСНОВКИ

Метою роботи є встановлення критеріїв оцінки напруженого стану складноструктурного породного середовища та головних параметрів амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) акустичного сигналу, що є теоретичною основою контролю та прогнозування граничного напруженого стану масиву навколо виробок шляхом аналізу штучних акустичних коливань і є підставою для розробки методики і апаратури акустичного контролю та прогнозу катастрофічних явищ при підземному видобутку корисних копалин.

Ідея розробки методу оперативного прогнозу зон аномальних напружень, що призводить до катастрофічних проявів гірського тиску під час проведення гірничих робіт, складається на врахуванні НДС в хвильовому рівнянні, що описує розповсюдження пружних коливань в складноструктурному масиві. В основі реалізації ідеї закладені перевірені на практиці залежності параметрів акустичного сигналу (зокрема його АЧХ) від рівня НДС породного масиву.

Основні результати роботи можна узагальнити у вигляді наступних висновків.

1. На підставі аналізу стану проблеми прогнозу граничного напруженого стану складноструктурного масиву доведено, що її вирішення можливо на підставі встановлених критеріїв оцінки геомеханічного стану породного середовища та головних параметрів амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) акустичного сигналу, котрі складають теоретичну основу контролю та прогнозування граничного напруженого стану масиву навколо виробок і є підставою для розробки методики і апаратури акустичного контролю та прогнозу катастрофічних явищ при підземному видобутку корисних копалин на сучасних високопродуктивних гірничовидобувних підприємствах.

2. Виконано розміщення вимірювальних станцій контролю напруженого стану на шахтах «Краснолиманська» та ім. О.О.

Скочинського, що розробляють вугільні пласти в умовах підвищеної вірогідності виникнення газодинамічних явищ.

3. Проведений аналіз отриманих результатів щодо визначення основних параметрів акустичних коливань відносно критеріїв обробки акустичної інформації. Ці критерії є основою для створення конкретних прогностичних ознак щодо оцінки напружено-деформованого стану масиву навколо виробки при проведенні багатофакторного аналізу.

4. Розроблена математична модель розповсюдження коливань у вугільному пласті з урахуванням неоднорідності акустичних властивостей, обумовлених неоднорідним напруженим станом привибійної області масиву.

5. Аналіз отриманого аналітичного рішення дозволив встановити наявність областей в яких амплітуда коливань значно перевищує амплітуду зовнішнього навантаження.

6. Встановлено, що області підвищених амплітуд коливань мають місце як при кінематичному, так і при силовому навантаженні.

7. Визначені частоти при яких має місце підвищення амплітуд й ступеня такого підвищення в залежності від довжини та відносної акустичної жорсткості ділянки неоднорідності.

8. Показано, що зміна довжини та відносної акустичної жорсткості ділянки неоднорідності призводить до зміни амплітудно-частотних коливань, що розповсюджуються в пласті. Побудована математична модель описує процес як задачу про збудження пружного середовища з початковими (можливо не кінцевими) деформаціями. Початковий стан є рішенням стаціонарної задачі (параметри середовища і компоненти тензора початкових напружень – гладкі функції з кінцевим числом розривів першого роду). Збуджені кінематичним навантаженням коливання приймаються малими, а реакція середовища при цьому пружною, що дозволяє далі розглядати

лінеаризовану задачу. Процес описується в змінних актуального (початково-деформованого) стану і (після відділення часу) зводиться до рівняння рівноваги та граничних умов, записаних за допомогою несиметричного тензору другого рангу у свою чергу вираженим через тензор початкових і поточних (додаткових) напружень.

Параметрами задачі, окрім величин, що визначають навантаження, є параметри, що забезпечують зв'язок між тензором напружень і тензором деформацій Гріна (залежать від моделі гірської породи, що приймається) і апроксимуючі значення для коефіцієнтів Ламе в зоні стаціонарного (початкового) стану.

9. Задача про розповсюдження коливань в попередньо напруженому середовищі сформульована як задача для збуджень початково-деформованого стаціонарного стану. Отримані вирази для тензорів деформації і напружень, записані рівняння руху, розглянуті різні види пружного потенціалу. Спрощення отриманої системи диференціальних рівнянь і граничних умов проведене в припущенні гіперпружності середовища і однорідності початкового (деформованого) стану, що дозволяє лінеаризувати задачу, звівши її до рівняння Гельмгольца для переміщень з відповідними граничними умовами.

Аналіз акустичних коливань в геосередовищі у багатьох випадках зводиться до аналізу характеристик їх спектру. Враховуючи цю обставину, доцільно і розрахунки виконувати відразу для спектральних характеристик гармонійних коливань. Тому дане завдання сформульовано відносно функції, що є перетворенням Фур'є для переміщення. Отримане граничне інтегральне рівняння зв'язує невідомі переміщення та їх похідні на одних ділянках межі з відомими тих же величин на інших, причому ядра інтегральних рівнянь виражені через елементарні функції.

У найбільш простому вигляді задача розглядається для стрижня з кусочно-постійним деформованим станом.

10. З метою моделювання особливостей розповсюдження коливань у напруженому середовищі проведено дослідження акустичних характеристик складених стрижневих систем. Складовий стрижень мав декілька скінченних ділянок з різними акустичними властивостями, остання ділянка напівнескінчена. На межах ділянок встановлювались умови неперервності переміщень і напружень, а також пружного контакту з іншим, відмінним від обох поряд розміщених ділянок, коефіцієнтом пружності. Статичне навантаження моделювалося зміною акустичних властивостей ділянок та умов на контактах між ними.

11. Встановлені особливості зміни амплітуд коливань, що виповнені кінематичним навантаженням на торці, при зміні початкового статичного навантаження. Так, отримано, що з збільшенням жорсткості умов на контактах, амплітуди коливань, що розповсюджуються у напівскінченній ділянці, змінюються суттєво по різному залежно від частоти прикладеного навантаження.

12. Верифікація запропонованої моделі поширення пружних коливань в середовищі обмежених розмірів була випробувана в лабораторному експерименті. Проведений аналіз отриманих результатів обробки сигналів показує, що енергія коливань, що пройшли через модель зосереджена у відносно вузькій смузі частот від 2200 до 3100 Гц. У вказаній смузі частот розподіл енергії когерентних сигналів є зосередженим біля постійних частот, значення яких складають 2300, 2700 і 2900 Гц. Основні зміни характеристик поширення сигналу в моделі, пов'язані із зміною пікету (відстані від джерела до приймача) відбиваються лише на вказаних трьох характеристичних частотах – 2300, 2700 и 2900 Гц.

Застосована версія обробки акустичної інформації, отриманої в лабораторному експерименті методом її когерентного накопичення є лінійною операцією. При загальному виграші у відношенні сигнал\шум, тобто підвищенні чутливості системи (приймача), тут здійснюється компенсація віддзеркалень, що заважають. Це дає можливість аналізувати сигнали на малих базах для об'єктів, які прозвучуються або, що те ж, для об'єктів, лінійні розміри яких мало чим перевершують довжину хвилі застосовуваних коливань. У такій постановці питання умови проведення експерименту для моделі, геометричні розміри якої обмежені значеннями 70м по довжині і 3,5м по ширині за наявності великої кількості відзеркалювальних поверхонь (підлога цокольного поверху корпусу №1 НГУ) є справедливими.

13. Враховуючи, що на практиці, як правило, реєструються спектральні характеристики, задача сформульована відносно перетворень Фур'є за часом. Інформацію про параметри напруженого стану газонасиченого вуглепородного масиву можна отримати, досліджуючи функцію варіації частот енергетичного спектру віброакустичного інформаційного сигналу, який випромінюється при технологічній дії робочих частин різального інструменту на забій виробки.

В основі спектральної математичної моделі аналізу інформаційного сигналу лежить метод оборотних перетворень за системою ортогональних функцій. Головна перевага таких перетворень полягає в тому, що вони дозволяють подати аналізований сигнал у вигляді кінцевої суми незалежних детермінованих складових. Виходом з ситуації квазістаціонарності сигналу є віконне спектральне перетворення з рухомою по сигналу віконною функцією. Часовий інтервал сигналу при його великій тривалості розділяється на підінтервали і перетворення Фур'є і виконується послідовно для кожного підінтервалу окремо. Тім самим здійснюється перехід до

частотно-вартового подання інформаційного сигналу, при цьому в межах кожного підінтервалу сигнал повинний бути стаціонарним. Показаний підхід був випробуваний при проведенні шахтних спостережень за станом гірничої виробки протягом тривалого (близько 3 місяців) інтервалу часу. Аналіз результатів обробки акустичної інформації за весь період спостережень дозволяє зробити ряд висновків про стан (структуру) масиву, що відпрацьований (лави) протягом вказаного періоду по мірі її посування:

- відпрацьовану область масиву можна розділити на ряд зон, акустичні характеристики яких значно розрізняються між собою;
- відмітними особливостями цих зон є:
 - наявність різкого порогу у вимірюваних параметрах при входженні в зону. Це можна інтерпретувати як підхід до геологічного порушення за умови деякої постійності значень інтегрального критерію усередині самої зони. Вказана зміна відноситься і до моменту виходу із зони порушеності;
 - граничні значення меж зміни акустичних параметрів усередині кожної з розпізнаних зон;
 - з точки зору міри неоднорідності вуглепородного масиву усередині пройдених порушень, зони можна розподілити між собою на стабільно неоднорідні, та які характеризуються наявністю широкого діапазону неоднорідностей.

Відсутність ГДЯ за період спостережень, а також попереджувальних ознак, що свідчать про аномалії в поведінці масиву, дають можливість зробити висновок, що виявлені відмінності в стані масиву знаходяться на рівні небезпеки значно меншому, ніж необхідно для розвитку раптового викиду вугілля і газу.

14. Результати, отримані в рамках виконання даної роботи, дозволять в подальшому розробити методологію обробки інформації, що отримується з гірничої виробки якісно більш високого рівня, тобто

кінець кінцем підвищити достовірність прогнозування реакції гірського масиву в конкретних умовах техногенної дії на нього.