

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА И ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММЫ «НАПРЯЖЕНИЕ-ДЕФОРМАЦИЯ» ПРИ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМЕ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД

*Л.М. Васильев, Д.Л. Васильев, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова
Национальной академии наук, Украина*

Н.Г. Малич, Национальная металлургическая академия, Украина

А.А. Ангеловский, Публичное акционерное общество «Краснодонуголь», Украина

Рассмотрено решение задачи разрушения образцов горных пород на основании критерия прочности Кулона, усовершенствованного учетом контактного трения. Разработан аналитический метод расчета предела прочности образца при знании четырех экспериментальных показателей свойств горных пород: предела сопротивления материала сдвигу, коэффициентов внутреннего и контактного трения, модуля упругости материала и геометрических параметров образца.

Одной из важных информационных характеристик, необходимых для управления напряженно-деформированным состоянием прочности горных пород, является диаграмма «нормальное напряжение – продольная деформация» запредельного разрушения их образцов, которая определяется на специальных прессах, обладающих необходимыми свойствами, при которых напряжения и перемещения в их элементах при заданной нагрузке малы по сравнению с таковыми в образцах. Такие прессы имеются в отдельных НИИ. Но они требуют высококвалифицированного обслуживания и находятся вдали от потребителя, где и как раз нужна оперативная информация о свойствах горных пород. Поэтому имеется необходимость в разработке метода теоретического построения упомянутых диаграмм при знании показателей свойств горных пород, определяемых более простыми способами, доступными для предприятий горно-металлургического комплекса.

Продольное разрушение образцов горных пород, так называемое «парадоксальное разрушение» (по Бриджмену), относится к аномальным видам разрушения, пожалуй впервые получившее физическое толкование в нашей работе [1]. Трудность объяснения этого явления (растрескивание вдоль сжимающей нагрузки) с позиций общей теории деформирования тела заключается в том, что в направлении, перпендикулярном плоскости таких трещин, никаких нормальных растягивающих (как и вообще никаких) напряжений нет. Исследователи по этому поводу высказывают различные предположения. Большинство из них склоняются к мысли, что возникновение продольных трещин обусловлено отрывом, перпендикулярным к направлению продольной нагрузки. Но тогда непонятно, откуда возникают растягивающие напряжения отрыва, когда, наоборот, образец сжимается по торцам силами контактного трения и растягивающей силы нет. Предположение о наличии отрыва пород, происходящего в условиях сжатия, является аномальным и по праву вызывает у многих исследователей недоумение. Согласно принятым представлениям о прочности твердого тела отрыв не должен происходить, если отсутствуют растягивающие напряжения, хотя мнение о наличии отрыва подкрепляют своим авторитетом даже некоторые ученые общей механики деформируемого тела.

Поэтому раскрытие механизма самоорганизации продольной формы разрушения образцов горных пород имеет важное научное значение. Кроме того, по Л.И. Барону продольная форма разрушения в отличие от других форм разрушения, в которых наблюдается скачкообразный вид зависимостей нагрузки от деформации, имеет все время возрастающий характер до полного разрушения.

Мы исходим из положения, что все формы разрушения образцов горных пород по Л. И. Барону [2], в том числе и продольная, формируются максимальными эффективными касательными напряжениями (ТМЭЖН) по критерию Кулона с участием контактного трения [3,4,5]. В данной статье дадим метод расчета и построения диаграммы продольной формы

разрушения без использования концепции отрыва.

Составим схему ТМЭКН при деформировании образца высотой h и длиной a_1 (рис. 1). Известно, что ТМЭКН ξ'_1 и ξ'_2 и ТМЭКН η_1 и η_2 равнозначно развиваются из углов образцов.

Контактные касательные напряжения τ_k направим против поперечной деформации. Для построения ТМЭКН по всему сечению образца центр осей XU расположим в его верхнем левом углу. Принимаем правило знаков касательных напряжений: если внешняя нормаль к площадке не совпадает с направлением одной из осей координат, то положительное касательное напряжение направлено вдоль соответствующей оси, если внешняя нормаль к площадке идет по положительному направлению оси, то положительное касательное напряжение имеет обратное направление. Угол, который составляет направление касательной к ТМЭКН в данной точке и отсчитываемый по часовой стрелке, обозначим через α . Рассмотрим одну ТМЭКН ζ_1 , выходящую из левого угла. ТМЭКН ζ_2 , выходящая из точки a' , является симметричной. Значения знаков τ_k показаны на рис. 1. Вспомним физику действия контактного трения на равновесные треугольники на ТМЭКН ζ_1 при угле α_{ξ_1} ,

большем $\frac{\pi}{2}$ (рис. 2b). согласно статьи [1], в

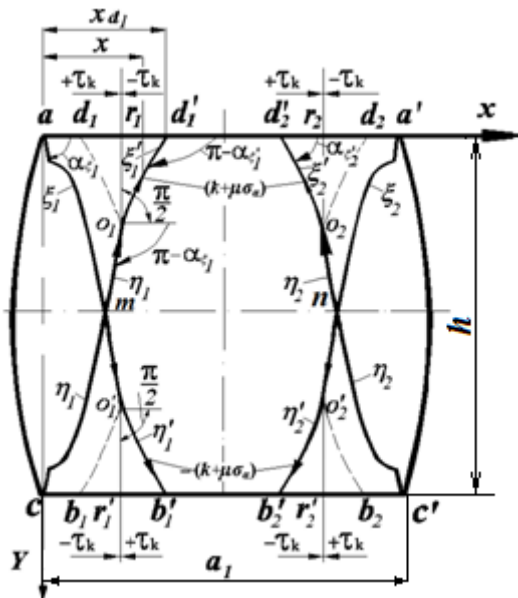


Рис. 1 – Исходная схема формирования ТМЭКН в образце при продольной деформации

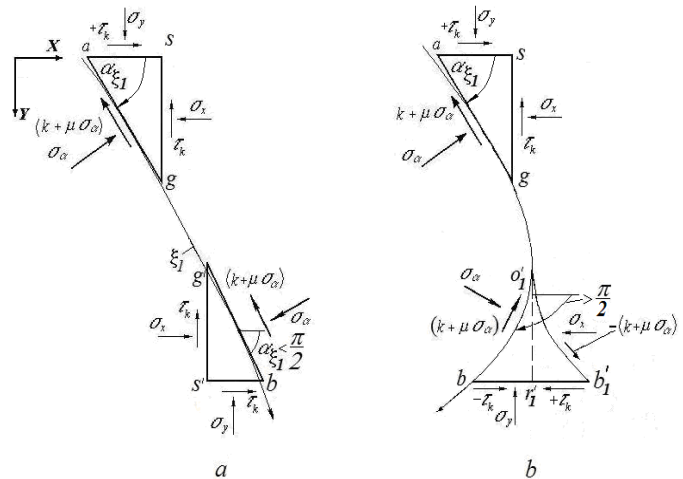


Рис. 2 – Равновесные треугольники на ТМЭКН ζ_1

при : а) -- $\alpha_{\xi_1} < \frac{\pi}{2}$; б) -- $\alpha_{\xi_1} > \frac{\pi}{2}$

которой нами была разработана концепция продольного разрушения образцов на основании критерии прочности Кулона, усовершенствованного нами учетом контактного трения. Было показано, что при $\alpha_{\xi_1} = \frac{\pi}{2}$ в точке o'_1 исчезает влияние контактного касательного напряжения (рис. 2b), так как в ней последнее изменяет направление[1]. Точка o'_1 является особой. При $\alpha_{\xi_1} > \frac{\pi}{2}$ происходит поворот ТМЭКН ζ_1 . В этом случае в нижней левой четверти образца (рис. 2b) контактное трение оттягивает от ТМЭКН ζ_1 треугольник $o'_1 r' b'_1$ к ТМЭКН ζ_1 . в отличие от условия (рис. 2a), где оно прижимает этот треугольник. Вследствие

этого и левая ТМЭКН ξ_l в нижней части поворачивается вправо и переходит на линию $o'_1 b'_1$. На этой линии на равновесный треугольник действует оттягивающее контактное касательное напряжение. Такая ситуация возникает и в верхней части образца на ТМЭКН η_1 . Здесь возникает вопрос: откуда будет развиваться трещина? Трещина будет развиваться, очевидно, в той области, в которой абсолютное значение вертикального нормального напряжения σ_y , необходимое для развития трещины, будет иметь наименьшее значение.

Теперь запишем формулу для определения нормального напряжения σ_y для левых ТМЭКН из работ [3,4,5] с изменениями параметров $b_b, b_d, \beta_b, \beta_d, k_b, k_d$ на параметры b_m, β_m и k_m .

$$\sigma_{y_{\xi_1(\eta)}} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{k_n \cdot \left(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_{\xi_1(\eta)}^2}\right) \cdot \exp(2\mu(\beta_{\xi_1(\eta)} + \beta_m))}{1 - \sin \rho \cdot \sqrt{1 - b_m^2}} - k_m \right]. \quad (1)$$

Здесь важно отметить, что раньше параметры b_b, β_b, k_b вычислялись по значению коэффициента трения в точке b на нижней плоскости или параметры b_d, β_d, k_d в точке d на верхней плоскости. При продольной форме разрушения значения этих параметров определяются касательными напряжениями в точке пересечения разных ТМЭКН. Эти параметры для пересекающихся ТМЭКН являются общими. Поэтому параметры b_m, β_m, k_m обозначим с индексом m , а значения их будем оговаривать соответствующими условиями вдоль линий $d'_1 c$ и $d'_2 c$ при разрушении сверху вниз и вдоль линий ab'_1 и $b'_2 a'$ при разрушении снизу вверх (рис. 1). Будем рассматривать развитие трещины по ТМЭКН η_1 . Применительно к этой траектории обоснованы знаки выражений параметров уравнения (1) в упомянутых работах.

Запишем из работы [5] параметры в общем виде для формулы (1) с последующем уточнением. Угол наклона ТМЭКН η_1 определяется по формуле

$$\alpha_\eta = \frac{3\pi}{4} - \rho/2 - \beta_\eta, \quad (2)$$

где ρ – угол внутреннего трения;

β_η – угол поворота ТМЭКН η_1 от контактного трения,

$$\beta_\eta = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{b_\eta \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_\eta^2}}; \quad (3)$$

$$b_\eta = \frac{f_\kappa \left(1 - \frac{2Y}{h}\right) \cdot \sigma_{y_\eta} \left(1 + \frac{2f_\kappa X}{h}\right)}{k_n + \mu \sigma_{y_{\xi_1}} \left(1 + \frac{2f_\kappa X}{h}\right)}; \quad (4)$$

f_κ – коэффициент контактного трения между образцом и нагрузочной плитой;

Y – значение ординаты вершины трещины;

σ_{y_ξ} – вертикальное напряжение в вершине трещины;

k_n – сопротивление материала на сдвиг;

$\mu = \operatorname{tg} \rho$ – коэффициент внутреннего трения.

Следует подчеркнуть, что коэффициент контактного трения на верхней поверхности имеет знак плюс, на нижней – знак минус.

Чтобы знать параметры, входящие в формулу (1), следует определить условия, когда происходит поворот ТМЭКН от действия контактных касательных напряжений (рис. 2), когда

эти напряжения равны нулю в точках o_1 и o_2 . Точка o_1 формируется согласно формуле (2) при $\alpha_\eta = \frac{3\pi}{4} - \rho/2 - \beta_\eta = \frac{\pi}{2}$, если ТМЭКН развивается вверх из точки c в точку d и выходит в приконтактную область верхней плоскости. Тогда β_{ξ_1} , при котором возникает продольная форма разрушения, будет

$$\beta_\eta = \frac{\pi}{4} - \rho/2. \quad (5)$$

Здесь следует определить b_{η_1} при $\beta_{\eta_1} = \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right)$ из формулы (3.). Из чего получено

$$\operatorname{ctg} \rho = \frac{b_{\eta_1} \cos \rho}{\sin \rho - \sqrt{1 - b_{\eta_1}^2}}.$$

После преобразования имеем

$$b_{\eta_1} = \frac{\cos^2 \rho}{1 + \sin^2 \rho} = \frac{f_\kappa \left(1 - \frac{2Y}{h}\right) \cdot \sigma_{y_{\eta_1}}}{k_n + \mu \sigma_{y_m}}. \quad (6)$$

По выражению (6) можно установить, что продольное разрушение при $\mu=1,0$ наступает приблизительно при $f_\kappa \geq |0,45|$.

Так как в точках o_1 и o_2 (рис. 2) касательное напряжение от трения меняет знак, то в этих точках параметры $b_0=0$, $\beta_0=0$. Это условие снижает нормальное напряжение σ_y , необходимое для образования трещин в точках d_1' и d_2' , если рассматривать их развитие сверху вниз соответственно по ТМЭКН ξ_1' и η_1 и ξ_2' и η_2 или из точек c_1' и c_2' по ТМЭКН η_1' и ξ_1 или η_2' и ξ_2 при развитии трещин вверх. В точках o_1 и o_2 или в точках o_1' и o_2' напряжения и параметры b_0 и β_0 являются общими для разных ТМЭКН ξ_1' и η_1 и ξ_2' и η_2 (рис. 2b).

Итак, при $|\beta_{\xi_1'}| \geq \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right)$ и $Y < 0,5 h$ на ТМЭКН ξ_1' в формуле (1): $b_m=0$; $\beta_m=0$, а

$$k_m = \frac{(k_n + \mu \sigma_{y_{\xi_1'}}) \cdot (1 - \sin \rho)}{(1 + \sin \rho)}. \quad (7)$$

Угол наклона ТМЭКН ξ_1' определяется по формуле

$$\alpha_{\xi_1'} = \frac{\pi}{4} + \rho/2 - \beta_{\xi_1'}. \quad (8)$$

Параметр $\beta_{\xi_1'}$ определяется по уравнению (3), в котором параметр $b_{\xi_1'}$ вычисляется по формуле (4) при отрицательном знаке f_κ , так как касательные напряжения на ТМЭКН ξ_1' поменяли направление с положительного на отрицательное.

$$\text{Для ТМЭКН } \eta_1 \text{ при } |\beta_{\eta_1}| \leq \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right): \quad b_m = \frac{\cos^2 \rho}{1 + \sin^2 \rho}; \quad \beta_m = \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right);$$

Угол наклона ТМЭКН η_1 определяется по формуле

$$\alpha_{\eta_1} = \frac{3\pi}{4} - \rho/2 + \beta_{\eta_1}. \quad (9)$$

Для расчета параметров β_{η_1} , b_{η_1} используются те же скорректированные формулы (3) и (4), а

$$k_m = \frac{(k_n + \mu\sigma_{y_{\eta_1}})(1 - \sin \rho \sqrt{1 - b_{\eta_1}^2})}{(1 + \sin \rho \sqrt{1 - b_m^2}) \exp(2\mu(2\beta_m))}. \quad (10)$$

И наконец нужно определиться, какие значения параметров b_m и β_m следует принять при $Y > 0,5 h$: $\beta_m = \frac{\pi}{4} - \rho/2$ или из условия $b_m = \frac{f_\kappa \cdot \sigma_{y_{\eta_1}}}{k_c + \mu\sigma_{y_{\eta_1}}}$ при $X=0$ в левом нижнем углу.

При $b_{\eta_1} \geq \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right)$ и $y > 0,5 h$ также формируется ТМЭКН ζ_l , так как в этом случае необходимое для разрушения напряжение σ_y будет наименьшим по сравнению с ТМЭКН η_l .

Итак, при $\beta_{\xi_1} \geq \left(\frac{\pi}{4} - \rho/2\right)$ и $Y > 0,5 h$: $b_m = \frac{f_\kappa \cdot \sigma_{y_{\xi_1}}}{1 + \sin^2 \rho}$.

Формулы (3), (4) сохраняют прежний вид, а

$$\alpha_{\xi_1} = \frac{\pi}{4} + \rho/2 + \beta_{\xi_1}. \quad (11)$$

Таким образом, представлены все выражения, необходимые для определения нормальных напряжений на левых ζ_1 и η_1 по уравнению (1). В силу симметричности эти же значения напряжения будут и с правой стороны на ТМЭКН ζ_2 и η_2 . Кроме того, та же картина будет при решении задачи снизу вверх. Тогда получим комплексную траекторию эффективных касательных напряжений в виде (рис. 1) при их образовании сверху вниз и снизу вверх. Трещины будут развиваться сверху и снизу навстречу друг другу.

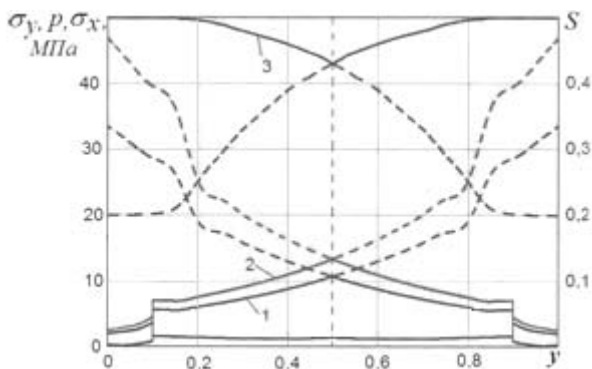


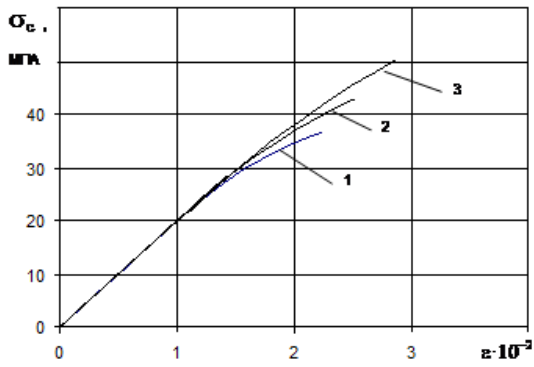
Рис. 3 Зависимости напряжения σ_y (1) в вершине трещин, удельного усилия p (2) и относительной площадки S (3) от оси ординат при $p=45^\circ$, $f_\kappa=0,5$, $\kappa_n=1,0$ МПа

Относительная несущая площадка определяется по левым и правым ТМЭКН по формуле

$$S = \frac{a_1 - 2(X_{d'_1} - X)}{a_1}. \quad (12).$$

На рис. 3 приведены зависимости напряжений σ_y , σ_x , p , S вдоль линии d'_1c и d'_2c' . Зависимости σ_y , σ_x , p имеют возрастающий характер, а S — убывающий, причем интенсивность относительной площадки в начальный период невысокая. Теперь надо определить удельное усилие с учетом выхода части образца из-под нагрузки и построить диаграмму «напряжение-деформация». Удельное усилие определяется по формуле согласно распределению контактных нормальных напряжений по Л. Прандлю для всего образца с учетом симметричных ТМЭКН при их развитии сверху вниз по формуле

$$p = 2\sigma_{y_{\xi(\eta)}} \left(\left(0,5a_1 + 0,25a_1^2 \frac{f_\kappa}{h} \right) - \left(X_{d'_1} + X_{d'_1}^2 \frac{f_\kappa}{h} \right) + \left(X + X^2 \frac{f_\kappa}{h} \right) \right) / \left(a_1 - 2X_{d'_1} + 2X \right). \quad (13)$$



1 – $\rho = 40^\circ$, 2 – $\rho = 45^\circ$, 3 – $\rho = 50^\circ$

Рис. 4 – Запредельные кривые диаграммы «напряжение–продольная деформация» при продольном разрушении при $\kappa_n = 1,0$ МПа и $f_k = 0,5$

Относительная деформация определяется по закону Гука

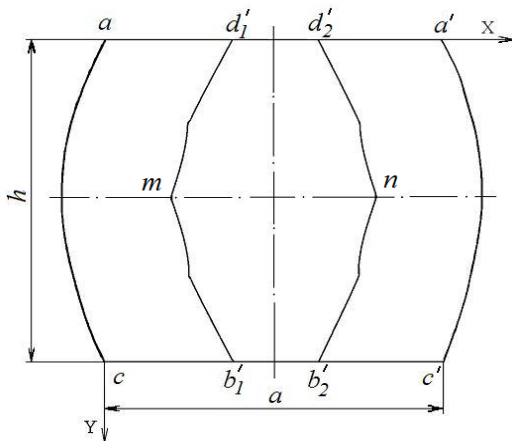
$$\varepsilon = \frac{P}{E}, \quad (14)$$

а нормальное напряжение на запредельной кривой

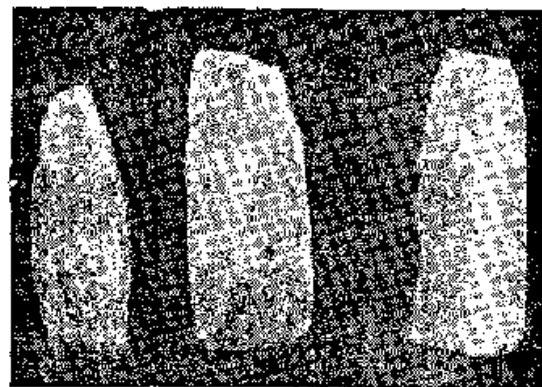
$$\sigma_c = p \cdot S. \quad (15)$$

На рис. 4 представлены расчетные диаграммы «нормальное напряжение–продольная деформация» до середины образца, так как образец разделяется на части встречно развивающимися трещинами. Запредельные кривые диаграммы «напряжение –продольная деформация» имеют все время возрастающий характер до полного

разрушения образца (рис. 4), что и наблюдал при экспериментальных исследованиях Л. И. Барон [2]. Поскольку напряжения σ_c имеют возрастающий характер и превышают напряжения, необходимые для развития трещин, то все четыре трещины идут навстречу друг другу, вероятно, поочередно, так как горные породы не имеют абсолютно одинаковых значений показателей физико-механических свойств. Возрастающая закономерность напряжения σ_c объясняется низкой интенсивностью выхода части образца из-под нагрузки, т.е. малым изменением параметра S в начальный период (рис. 3). При развитии четырех трещин d'_1m , b'_1m , d'_2n , b'_2n попарно навстречу друг другу (рис. 1) образец раскалывается на три части (рис. 5a). Центральный осколок имеет форму вытянутого эллипса с удлиненной полуосью. Для сравнения приведем результаты экспериментальных наблюдений Л.И. Барона [2], которые качественно подтверждают верность изложенных теоретических положений (рис. 5b).



a – аналитически полученные части разрушения образца



b– экспериментально полученные центральные осколки образцов по Барону А.И. [2]

Рис. 5 – Центральные части образцов при продольной форме разрушения

Выводы

Вскрыт механизм самоорганизации продольной формы разрушения образцов горных пород на основании критерия максимальных эффективных касательных напряжений Кулона,

усовершенствованного учетом контактного трения. Разработан метод расчета и построения диаграммы «напряжение – продольная деформация». Показано, что нормальное напряжение запредельной кривой имеет возрастающий характер вплоть до полного разрушения образцов на три части, что подтверждено экспериментальными исследованиями Л. И. Барона [2]

Список литературы

1. Васильев, Д.Л. Механизм разрушения образцов горных пород вдоль одноосной сжимающей нагрузки / Д.Л. Васильев // Науковий вісник національного гірничого університету. – Днепропетровск, 2004. – № 5. – С. 51-57.
2. Барон, Л.И. Экспериментальное определение коэффициентов крепости горных пород по шкале М.М. Протоdjаконова путем испытания буровых кернов на раздавливание // Разрушение угля и горных пород / Л.И. Барон [и др.]. – М.: Углетехиздат, 1958. – С. 103-125.
3. Васильев, Л. М. Учет контактного трения в задаче о разрушении горных пород сжатием / Л. М. Васильев, Д. Л. Васильев // ФТПРПИ. – 2015. – № 3. – С. 48-56.
4. Васильев, Л. М. Аналитический метод построения диаграмм «напряжение-деформация» образцов горных пород при их клиновой форме разрушения / Л. М. Васильев, Д. Л. Васильев // «Известия ВУЗов. Горный журнал», № 7, 2013 – С. 80-87
5. Васильев, Л. М. Аналитическое построение диаграмм «напряжение–деформация» образцов горных пород при их усечено-клиновой форме разрушения / Л. М. Васильев, Д. Л. Васильев, О. А. Усов // Металлургическая и горнорудная промышленность. Днепропетровск, № 6, 2013 – С. 81-84.

ОСОБЛИВОСТІ РОЗПОДІЛУ ЩІЛЬНОСТІ ЕНЕРГІЇ ПО ПЕРЕТИНУ ЛАЗЕРНОГО ПРОМЕНЮ

*А.В. Чернай, В.В. Соболев, А.С. Романова, Державний вищий навчальний заклад
«Національний гірничий університет», Україна*

Встановлено, що велика частина випромінювання на довжині хвилі неодимового (1,06 мкм) і рубінового (0,69 мкм) лазерів відбивається від зразків ВР, а на довжині хвилі СО₂ лазера ($\lambda = 10,6$ мкм) ситуація має зворотний характер. Випромінювання з довжиною хвилі 10,6 мкм ослабляється в значно більшому ступені, ніж випромінювання з довжинами хвиль 1,06 та 0,69 мкм. Експериментальні дані свідчать про важливу роль процесів розсіювання випромінювання в зразках ВР, які залежать від чистоти, густини та дисперсності матеріалу. Знайдена функція розподілу інтенсивності випромінювання у лазерному пучку.

Сучасні вимоги до безпеки і прецизійності ведення вибухових робіт у ряді галузей промисловості обумовлюють необхідність створення неелектричних систем ініціювання зарядів вибухових речовин (ВР) з великим фізико-технічним потенціалом, безпечних у поводженні та під час монтажу підривної мережі, систем, які базуються на нових фізичних принципах. Однією з таких систем, що мають високу стійкість до різноманітних електромагнітних дій, є оптична система ініціювання зарядів вибухових речовин, перший експериментальний зразок якої розроблено у Національному гірничому університеті.

При лазерному ініціюванні забезпечується високий рівень ізоляваності оптичного детонатора від псевдо імпульсів, що передаються по лінії зв'язку з імпульсним лазером тому, що в оптичному діапазоні відсутні випадкові джерела з потужністю, що достатня для підривання детонатора. Оптичні детонатори нечутливі до електромагнітних наведень і зарядам статичної електрики. Одним із основних елементів мережі лазерного ініціювання є світлочутливі вибухові речовини, що входять у оптичний детонатор як первинні ініціюючі вибухові речовини.

За даними літературних джерел та патентної інформації поки що подібна система не існує