

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ОТКРЫТЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ

Д. О. Федін, Б. В. Виноградов, Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет", Україна

Представлена новая математическая модель динамики открытой зубчатой передачи барабанной мельницы. Предложен алгоритм расчета динамических нагрузок в зубчатой передаче методами нелинейного программирования. Представлены результаты расчета динамических нагрузок на примере барабанной мельницы МШРГУ 4500х6000. Показана необходимость надежного обоснования динамических параметров зубчатых передач при их проектировании.

Барабанные мельницы находят широкое применение в обогащительном производстве при измельчении руд и прочих материалов. Мощность приводов мельниц достигает сотни и тысячи килоньютон на метр. Надежность работы таких машин существенно зависит от надежности зубчатых передач. При работе зубчатых передач барабанных мельниц возникают значительные динамические нагрузки вследствие неточности изготовления и монтажа, а также вследствие упругих деформаций зубчатых колес под нагрузкой. При определенных условиях возбуждаются вынужденные колебания и возможно возникновение резонанса. При проектировании приводов мельниц большое значение имеет рациональный выбор динамических параметров зубчатых передач.

Исследованию динамики зубчатых передач посвящено большое количество работ. Одним из основных направлений исследований является теоретический расчет действительных усилий, возникающих в зубчатом зацеплении. Полный расчет динамических нагрузок в зубьях – задача очень сложная и до сих пор не решенная А.И. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич [1] при определении силы удара рассмотрели зубчатую пару как систему с одной степенью свободы, состоящую из приведенной массы зубчатого венца и шестерни, и упругой связи с жесткостью, равной жесткости зубчатого зацепления. Такой подход позволил определить связь между скоростью вращения шестерни и динамической силой в зацеплении, описываемую полуэмпирической зависимостью. Полученная зависимость используется в ГОСТ 21354-87 при расчете коэффициента нагрузки на зубья зубчатой передачи.

Несмотря на относительную простоту модели, результаты теоретических расчетов часто значительно отличаются от экспериментальных данных. Например, экспериментальные исследования, проведенные Б.В. Виноградовым [2], показали, что реальные нагрузки в крупногабаритных зубчатых передачах значительно отличаются от рассчитанных по ГОСТ 21354-87. Зазор между зубьями, возникающий вследствие ошибки основного шага зацепления и упругих деформаций колес, приводит к разрыву зацепления и вносит неопределенность в традиционную расчетную схему.

Б.М. Абрамов в работе [3] показал, что раздельное рассмотрение динамики вращательного движения шестерни и колеса до и после удара позволяет более корректно оценить динамические усилия, вызванные ошибкой шага. Весь период зацепления был разделен на участки, для каждого из которых составлялась система дифференциальных уравнений крутильных колебаний зубчатых колес. На каждом участке удалось получить аналитическое решение путем значительных допущений. Однако практическое использование модели затруднено сложностью учета динамических характеристик реальной машины.

Позже с развитием вычислительной техники Yang D.C.H. и Sun Z.S.[4] усовершенствовали крутильную колебательную модель, принятую Абрамовым, и исследовали колебания зубчатых колес вследствие ошибки шага зацепления с учетом изгибной и контактной податливости, а также демпфирования колебаний. Однако, вычислительные сложности, возникающие при использовании данной модели, ограничивают ее практическое применение.

Целью данной работы является разработка математической модели динамики зацепления тяжело нагруженных зубчатых передач, которая учитывает динамические параметры реальной приводной машины, погрешности изготовления и монтажа, а также деформацию элементов передачи под нагрузкой.

Общая динамическая модель привода мельницы (рис. 1, а) может быть представлена ротором электродвигателя 1 и приводной шестерней 2, связанных между собой валом с крутильной жесткостью c_v , а также зубчатым венцом 3, находящимся с шестерней 2 в зацеплении жесткостью $c_{зп}$. На ротор двигателя 1 действует крутящий момент двигателя $M_{дв}$, передаваемый через вал шестерне 2 и далее через зубчатое зацепление зубчатому венцу 3. На зубчатый венец 3, жестко связанный с барабаном мельницы, действует момент сопротивления M_c . Моментом сопротивления шестерни пренебрегают.

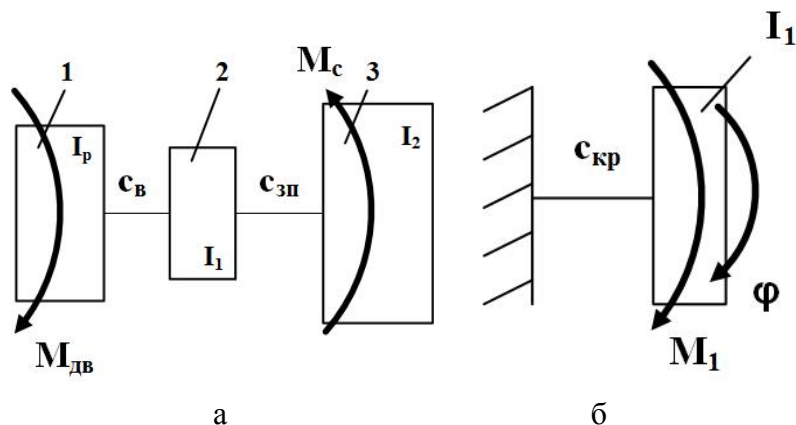


Рис. 1 Динамическая модель привода.

Момент инерции зубчатого венца I_2 , жестко связанного с барабаном, намного выше момента инерции шестерни I_1 . Жесткость зубчатого зацепления $c_{зп}$ намного больше жесткости других элементов привода. Это позволяет перейти к одномассовой динамической модели зацепления, представленной на рис. 1, б. Здесь $c_{кр}$ – крутильная жесткость шестерни, M_1 – момент привода.

Данная система в относительном движении совершает затухающие крутильные колебания относительно положения статического равновесия, которые описываются уравнением

$$\ddot{\varphi} + 2b + k^2\varphi = 0. \quad (1)$$

Здесь коэффициент затухания

$$b = \frac{\mu}{I_1},$$

параметр

$$\mu = \frac{c_{кр}\psi}{2\pi k},$$

круговая частота колебаний

$$k = \sqrt{\frac{c_{кр}}{I_1}},$$

где $c_{кр}$ - крутильная жесткость шестерни.

Решение уравнения (1) имеет вид

$$\varphi = e^{-bt} (C_1 \sin(kt) + C_2 \cos(kt)), \quad (2)$$

$$\dot{\varphi} = e^{-bt} (C_1 k \cos(kt) - C_2 k \sin(kt)) - be^{-bt} (C_2 \cos(kt) + C_1 \sin(kt)), \quad (3)$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования, определяемые из начальных условий.

Благодаря торцевому перекрытию зубьев в идеальной зубчатой передаче каждая последующая пара зубьев входит в зацепление до момента выхода предыдущей пары зубьев из зацепления (рис. 2, а). Время, в течение которого в зацеплении находится два зуба t_{II} , постоянно и определяется коэффициентом перекрытия ε_α . Таким образом обеспечивается неразрывность зацепления. Однако плавным такое зацепление назвать нельзя, поскольку при смене однопарного зацепления двухпарным и наоборот происходит изменение жесткости зацепления (рис. 2, б). Периодическое изменение жесткости является фактором воздействия на зубчатое зацепление. При определенных условиях переменная жесткость может привести к возникновению параметрического резонанса.

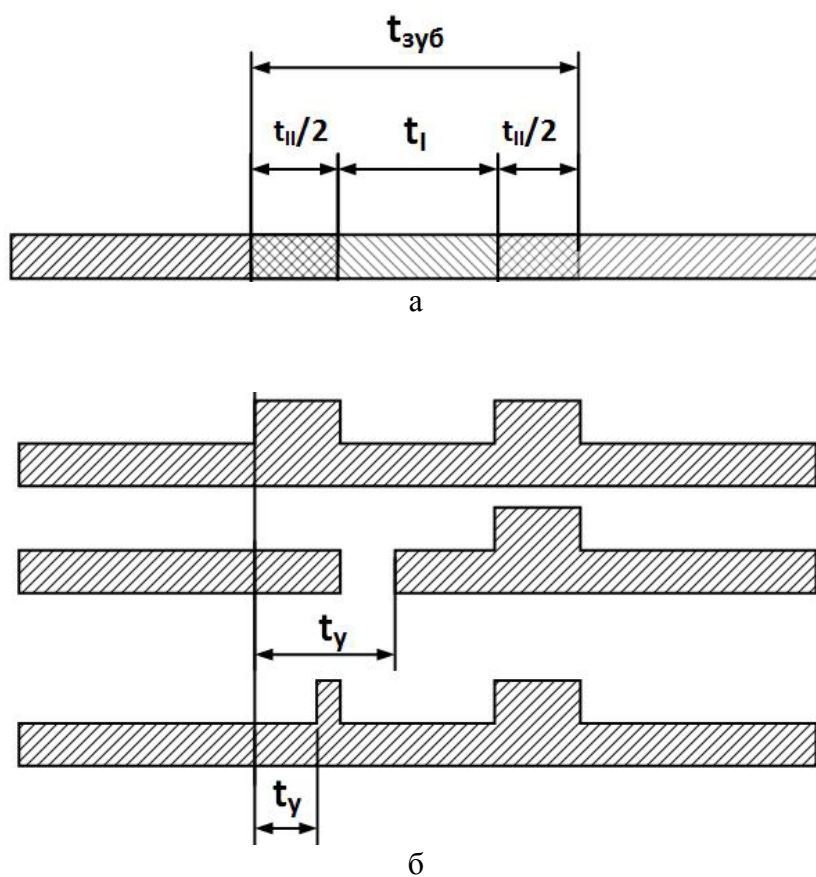


Рис. 2 Схема зацепления зубчатых колес

В неидеальных зубчатых передачах вследствие ошибки основного шага зацепления Δ и деформации элементов передачи последующая пара зубьев войдет в контакт с опозданием. В течение времени t_y зубчатые колеса совершают вращательное движение независимо друг от друга и входят в зацепление с ударом. При малых ошибках шага, когда $t_y < t_{II}/2$, зацепление неразрывно и реализуется неполный срединный удар, так как часть нагрузки передается предыдущей паре зубьев (рис. 2, б). При больших ошибках шага, когда $t_y > t_{II}/2$, зацепление разрывается и реализуется полный срединный удар. В обоих случаях зубья входят в зацепление с некоторой относительной скоростью, величина которой зависит от динамических параметров зацепления, а зубчатые колеса совершают крутильные колебания.

Таким образом, в процессе зацепления зубчатые колеса подвержены крутильным колебаниям, источниками которых является импульсное изменение жесткости и удары вследствие неплавного пересопряжения зубьев. Величина а также периодичность воздействия в общем случае являются переменными величинами. В отличие от кромочного удара, интенсивность которого определяется геометрическими параметрами системы, интенсивность срединного удара определяется динамическими параметрами: присоединенными массами колес, жесткостью зацепления и скоростью вращения колес [Биргер].

Разработанный авторами алгоритм расчета динамики зацепления учитывает, что ошибка зацепления в данный момент времени зависит от величины деформации передачи в конце предыдущего (i-1го) цикла зацепления по условию

$$\delta = \begin{cases} \Delta - \varphi_{\kappa}^{i-1} & \text{если } \varphi_{\kappa}^{i-1} > 0 \cap \varphi_{\kappa}^{i-1} < \Delta \\ 0 & \text{если } \varphi_{\kappa}^{i-1} \geq \Delta \\ \Delta + \varphi_{\kappa}^{i-1} & \text{если } \varphi_{\kappa}^{i-1} < 0 \end{cases},$$

где Δ – номинальная ошибка основного шага зацепления, φ_{κ}^{i-1} - деформация шестерни в конце предыдущего цикла зацепления, а также то, что в период однопарного зацепления жесткость зацепления равна $c_{кр}$, а в период двухпарного зацепления нагрузка между зубьями распределяется равномерно и эквивалентная жесткость может быть определена как

$$c_{кр}^{II} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}.$$

При отсутствии ошибки шага ($\delta=0$) в момент входа в зацепление последующей пары зубьев деформация передачи равна деформации в конце предыдущего цикла зацепления

$$\varphi_0^i = \varphi_{\kappa}^{i-1}, \quad (4)$$

а скорость деформации равна скорости деформации передачи конце предыдущего цикла зацепления

$$\dot{\varphi}_0^i = \dot{\varphi}_{\kappa}^{i-1}. \quad (5)$$

Жесткость зацепления принимает значение $c_{кр}^{II}$ (двухпарное зацепление). Система уравнений (2-3) решается при начальных условиях (4-5) в пределах времени от 0 до $t_{II}/2$. В момент времени $t_{II}/2$ жесткость мгновенно принимает значение $c_{кр}$ и остается таковой до конца цикла зацепления.

Если в начальный момент времени $\delta \neq 0$, то отдельно вычисляется величины время независимого относительного движения зубчатых колес t_y и скорость их относительного движения $\dot{\varphi}_y$ в момент времени t_y , а система (2-3) решается при начальных условиях (4-5) и жесткости $c_{кр}$ до момента времени t_y (если $t_y < t_{II}/2$) (однопарное зацепление). В момент времени t_y жесткость становится равной $c_{кр}^{II}$ (двухпарное зацепление), $\varphi_0^i = \varphi_{\kappa}^{i-1}$;

$\dot{\varphi}_0^i = \dot{\varphi}_{\kappa}^{i-1} + \dot{\varphi}_y$, до момента времени $t_{II}/2$, после чего снова повторяется фаза однопарного зацепления.

Если $t_y > t_{II}/2$, то система (2-3) решается при начальных условиях (4-5) в пределах времени от 0 до $t_{II}/2$, после чего связь в передаче разрывается. В момент времени t_y жесткость принимает значение $c_{кр}$, начальные условия принимают значение

$$\varphi_0^i = -\frac{M_1}{c_{кр}}; \quad \dot{\varphi}_0^i = \dot{\varphi}_{\kappa}^{i-1} + \dot{\varphi}_y,$$

и система уравнений (2-3) решается в пределах времени от t_y до конца цикла зацепления.

Таким образом, алгоритм расчета учитывает влияние изменения ошибки шага зацепления в процессе деформации зубьев и переменной жесткости на динамику зацепления.

Величина относительной скорости зубчатых колес $\dot{\varphi}_y$, возникающей вследствие образования зазора, может быть найдена при рассмотрении относительного движения шестерни и венца как двух твердых тел отдельно.

В период времени, когда в результате ошибки шага образуется зазор, шестерня и зубчатый венец совершают вращательное движение независимо друг от друга. При этом величины абсолютных угловых скоростей и перемещений могут быть найдены как

$$\dot{\varphi}_1 = \varphi_0 + \frac{M_{\text{оэ}}}{I_1} t, \quad \dot{\varphi}_2 = \varphi_0 - \frac{M_c}{I_2} t, \quad (6)$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 t + \frac{M_{\text{оэ}}}{I_1} \frac{t^2}{2}, \quad \varphi_2 = \varphi_0 t - \frac{M_c}{I_2} \frac{t^2}{2}. \quad (7)$$

где φ_0 – номинальная скорость вращения шестерни до момента разъединения с венцом.

Если принять, что до соударения колеса пройдут суммарный путь, равный ошибке зацепления

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \delta,$$

то, с учетом (6-7) время движения и скорость соударения могут быть найдены как

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta}{r_1 \left(\frac{M_{\text{оэ}}}{I_1} + \frac{M_c}{I_2} \right)}}, \quad \dot{\varphi}_y = \sqrt{2\Delta \left(\frac{M_{\text{оэ}}}{I_1} + \frac{M_c}{I_2} \right)}.$$

Поскольку параметры, определяющие интенсивность удара зубьев (величина зазора, скорость удара), являются переменными величинами, произвести расчет динамики зубчатого зацепления возможно только методом нелинейного программирования.

Разработанная модель и алгоритм расчета динамики зубчатого зацепления была использована для определения динамических нагрузок в открытой зубчатой передаче барабанной мельницы МШРГУ 4500х6000.

Таблица 1 – Основные геометрические параметры зубчатой пары

Параметр	Обозначение	МШРГУ 4500х6000	
		Шестерня	Колесо
Число зубьев	z	28	252
Ширина зуба	b , мм	800	800
Начальный диаметр	d , мм	700	6300
Угол зацепления	α , °	20	
Модуль зацепления	m , мм	25	
Межосевое расстояние	a_w , мм	3511	

Таблица 2 – Исходные данные по нагрузке зубчатой передачи мельницы МШРГУ 4500х6000

Параметр	Обозначение	Величина
Частота вращения шестерни	n_1 , об/мин	150
Крутящий момент на шестерне	T_1 , кН·м	159,155
Передаточное число	u	9

Ранее авторами исследованы особенности распределения нагрузки в данной зубчатой передаче при статическом нагружении и определена величина жесткости зубчатого зацепления с учетом податливости элементов зацепления [5].

На рис. 3 представлены результаты расчета динамики шестерни привода мельницы МШРГУ 4500х6000. Номинальная ошибка основного шага $\Delta_{\text{ном}}$ принята в соответствии с ГОСТ 1643-8 принята 90 мкм, коэффициент торцевого перекрытия $\varepsilon_{\alpha}=1,2$. Из рис. 3,а видно, что ошибка шага и упругие деформации складываясь, приводят к неперiodическому нарушению плавности зацепления. Из рис. 3,б видно, что зубья из-за накопления ошибки шага могут входить в контакт с полным и неполным срединным ударом. В результате амплитуда колебаний шестерни становится больше статической деформации, которая для данных условий составляет $2,45 \cdot 10^{-4}$ рад, возникает динамическая нагрузка, вызванная ошибкой шага зацепления.

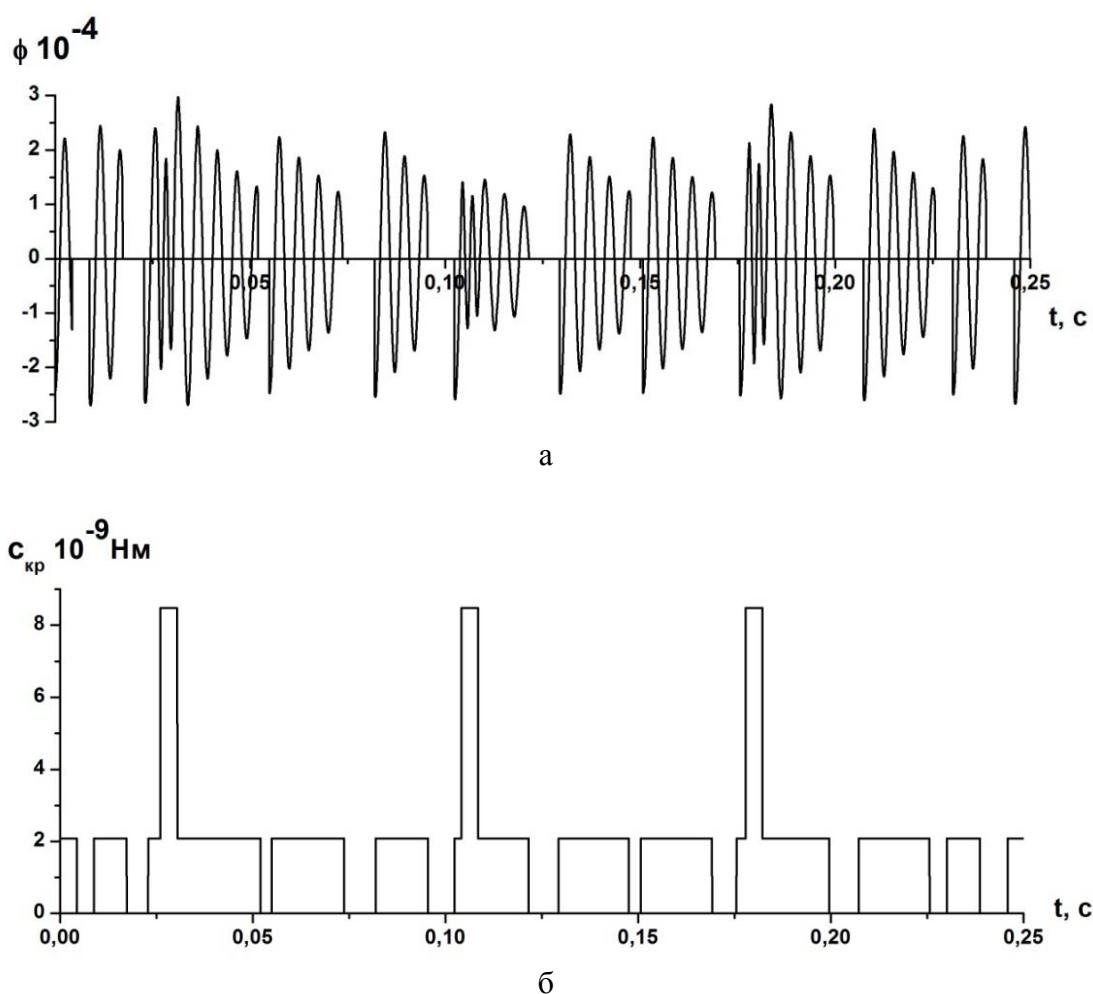


Рис. 3 Динамика шестерни привода мельницы МШРГУ 4500х6000 при $\Delta=90$ мкм: а – колебания шестерни; б – изменение жесткости в процессе зацепления

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента внутренней динамической нагрузки от величины номинальной ошибки шага зацепления Δ для разных скоростей вращения шестерни.

Из рис. 4 видно, что динамическая нагрузка растет с увеличением ошибки шага зацепления и скорости вращения шестерни при прочих равных условиях.

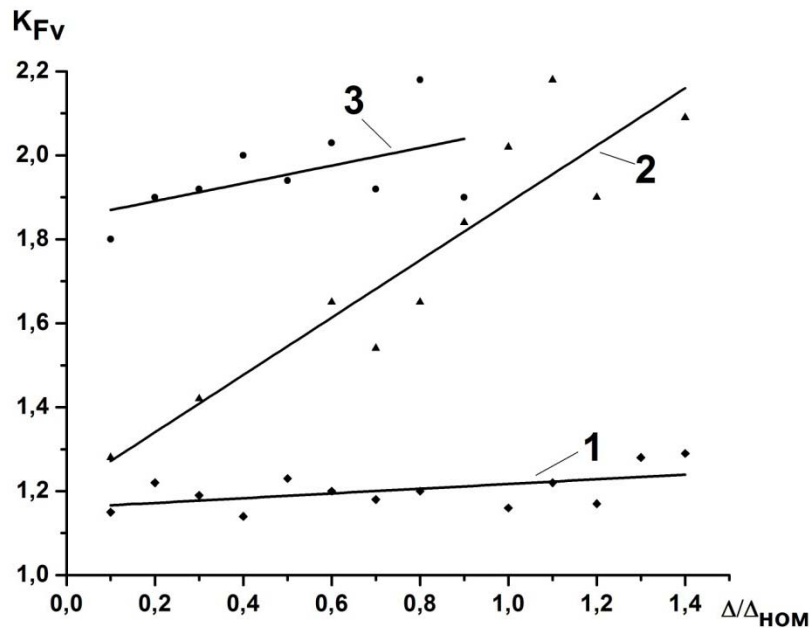


Рис. 4 Зависимость коэффициента динамики от величины ошибки шага зацепления: 1 – 55 об/мин; 2 – 65 об/мин; 3 – 75 об/мин.

Висновки

1. Разработана математическая модель динамики открытой зубчатой передачи барабанной мельницы, учитывающая зависимость динамических нагрузок от ошибки шага зацепления и скорости вращения шестерни.

3. На примере открытой зубчатой передачи барабанной мельницы МШРГУ 4500x6000 показано, что ошибка шага и упругие деформации складываясь, приводят к неперiodическому нарушению плавности зацепления. Зубья могут входить в контакт с полным и неполным срединным ударом, а также возможны разрывы зацепления.

Список літератури

1. Петрусевич А.Н. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами [Текст] / А.Н. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич. // М.: Изд-во АН СССР. – 1956. – 134 с.
2. Виноградов Б.В. Динаміка барабанних млинів: монографія [Текст] / Б.В. Виноградов. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004 – 127 с.
3. Абрамов Б.М. Колебания прямозубых зубчатых колес [Текст] / Б.М. Абрамов. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1969. – 175 с.
4. Yang, D.C.H. A Rotary Model for Spur Gear Dynamics [Text] / D.C.H. Yang, Z. S. Sun // ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. – 1985. – Vol. 107. – P. 529–535.
5. Vinogradov B.V. Stiffness of the Open Gearing of Tumbling Mill [Текст] / B.V. Vinogradov, D.O. Fedin // Scientific Bulletin of National Mining University. – 2016. - №2. – PP. 24-29.