

Залежність об'єму переєкспавації від горизонтальної потужності покладу m , м, при різних значення довжини кар'єру понизу L , м, являє собою сімейство прямих із різним кутом нахилу. При цьому тангенс кута нахилу прямих дорівнює відношенню об'єму переєкспавації до потужності покладу. Діапазон зміни кутів нахилу прямих залежності об'єму переєкспавації $V_{пер}$ від потужності покладу m при різних значеннях довжини кар'єру понизу L змінюється від $4,3^\circ$ до $43,4^\circ$.

Висновки і рекомендації щодо використання результатів досліджень.

В результаті виконаних досліджень режимів видобувних, розкривних і внутрішньокар'єрних відвальних робіт визначено, що об'єм тимчасового внутрішнього відвалу прямо пропорційний добутку значень допустимого об'єму переєкспавації розкривних порід і глибини етапу та обернено пропорційний різниці кінцевої глибини кар'єру та глибини початку внутрішнього складування порід розкриву, і в залежності від потужності покладу (50–150 м) і довжини кар'єру низом (200–2000 м) знаходиться в межах 0,3–11,5% від загального об'єму розкривних порід у контурах кар'єру. Дана залежність має параболічну форму та визначає границі тимчасового внутрішнього відвалоутворення за глибиною. Також визначена прямолінійна форма залежності об'єму внутрішнього відвалу й максимального об'єму переєкспавації від горизонтальної потужності покладу та довжини кар'єру понизу.

Список літератури:

1. Пшеничный В.Г. Расчетный принцип и метод определения предельно допустимых объемов переэкскавации вскрышных пород при внутреннем отвалообразовании / В.Г. Пшеничный // Моніторинг та мінімізація негативного впливу господарської діяльності залізородних підприємств України на навколишнє природне середовище : міжнар. наук.-техн. конф., 8 жовт. 2010 р. : тези доп. – Кривий Ріг, 2010. – С. 95–97.
2. Технология внутреннего отвалообразования с формированием временного внутреннего отвала / В.Г. Пшеничный, Н.Н. Пыжик // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. – Кривий Ріг, 2014. – Вип. 37. – С. 64–68.
3. Пшеничный В.Г. Патент на корисну модель України № 44540. Спосіб відкритої розробки крутоспадних родовищ корисних копалин з внутрішнім відвалоутворенням / Пшеничний В.Г., Пижик М.М. – u200903439; заявл. 10.04.2009; опубл. 12.10.2009, Бюл. №19.
4. Пшеничный В.Г. Методика оптимизации режимов добычных, вскрышных и внутрикарьерных отвальных работ с учетом их взаимосвязи при разработке крутопадающих месторождений с применением технологии внутреннего отвалообразования / В.Г. Пшеничный, Н.Н. Пыжик // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. – Кривий Ріг, 2014. – Вип. 37. – С. 18–22.

УДК [622.271.33+622.023.42].001.57

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КАРЬЕРНЫХ ОТКОСОВ НА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ МАТЕРИАЛАХ

А.С. Ковров, Национальный горный университет, Украина

*Б.Р. Ракишев, А.У. Кожантов, А.Е. Куттыбаев, Казахский национальный
исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Республика Казахстан*

В работе представлены результаты экспериментальных исследований, связанных с использованием эквивалентных материалов для оценки устойчивости карьерных откосов. Выявлены закономерности возникновения деформаций в откосе и рекомендованы предельно устойчивые углы наклона откоса.

Введение. В настоящее время для изучения сложноструктурных геомеханических объектов широко используется моделирование в лабораторных условиях различных физических процессов горного производства. Применительно к геомеханике открытых горных работ эти методы позволяют выяснить основные качественные элементы механизма процессов сдвижения, деформации и разрушения приоткосной части массива горных пород при отработке месторождения, являясь необходимым этапом при разработке новых гипотез и теорий, а также проверки технических решений, полученных аналитическими методами.

Физические модели позволяют изучать закономерности явлений и процессов, протекающих в реальных объектах, используя математическую аналогию различных процессов, т.е. математическую тождественность основных законов и совпадение дифференциальных уравнений, описывающих эти процессы.

Массив горных пород является весьма сложной средой, в которой при ведении горных работ одновременно происходят процессы деформирования различного характера: упругие, упругопластические смещения и разрушение пород с разрывом сплошности. Поэтому теоретические расчеты деформирования горных пород, прочности и устойчивости горных выработок и различных сооружений в породных массивах часто представляют собой трудно решаемую задачу.

Натурные исследования отличаются значительной трудоемкостью, высокой стоимостью, требуют довольно длительного периода времени. Кроме того, в натуральных условиях обычно весьма ограничены возможности варьирования параметрами системы, технологией и последовательностью ведения горных работ, тогда как при моделировании можно проследить влияние основных параметров в самых широких пределах.

Таким образом, моделирование открывает такие возможности изучения процессов механики горных пород, которые не дают ни аналитические методы, ни наблюдения и измерения в натуральных условиях. В то же время на моделях невозможно воспроизвести все детали моделируемых объектов. Поэтому моделирование позволяет вести изучение процессов с определенной степенью упрощения и схематизации натуральных объектов. Это существенно облегчает интерпретацию результатов натуральных наблюдений и измерений, позволяя с большей степенью обобщения проследить и уточнить механизм процессов и максимально полно изучить влияние на эти процессы действующих факторов.

Формулировка целей и задач. *Целью* работы является выявление условий предельно устойчивого состояния откоса уступа при открытой разработке месторождения на модели из эквивалентного материала, локализация зон деформирования массива и изучение профиля поверхности скольжения.

Задачами работы являются: установление закономерностей разрушения образцов из эквивалентных материалов; выявление условий предельного равновесия в откосе; изучение профиля поверхности скольжения в моделируемом массиве горных пород.

Основные принципы физического моделирования на эквивалентных материалах для изучения устойчивости откосов. Обычно при решении задач механики горных пород методами моделирования испытанию подвергают серию моделей различных масштабов, используя при этом наиболее эффективный для решения конкретной задачи метод. Например, сперва на моделях мелкого масштаба изучают общие закономерности процессов в пределах всего участка массива, подверженного влиянию выработки, а затем на моделях более крупного масштаба детально изучают закономерности процессов в некоторой области массива, в частности, процессов взаимодействия пород с крепью выработки. При этом в модели крупного масштаба воспроизводится лишь некоторая часть массива, а действие всей остальной части компенсируют с помощью пригрузки, осуществляемой нагрузочными приспособлениями рычажного, пружинного или гидравлического типа.

Первые попытки моделирования проявлений горного давления были осуществлены в 1885 г. М. Файоном, который рассматривал слоистые горные породы как ряд несвязанных между собой породных слоев и изучал проявление деформации изгиба горных пород на простейших моделях, состоящих из пачки полос, опирающейся на две опоры. Опыты,

проделанные с различными материалами (железо, куски плоских рудничных канатов, глина, стекло, гипс и др.), показали затухание величин прогиба слоев снизу вверх, что послужило поводом для создания гипотезы свода давления. К методам наблюдений на простых моделях относятся также опыты А. Леона, Ф. Левинсона-Лессинга, М.М. Протодьяконова, Г. Шпаккелера, Ф.А. Белаенко и др.

На сегодняшний день, учитывая сложность механических процессов, происходящих в толще пород при проведении выработки, методы моделирования продолжают оставаться необходимым звеном исследований. Наиболее удобным для исследования проявлений горного давления является метод моделирования на эквивалентных материалах, предложенный Г.Н. Кузнецовым в 1936 г. [1].

Основные положения теории подобия. С учетом специфики горного дела величины, полученные на моделях, нельзя механически переносить на натурные условия простым умножением на соответствующий масштаб.

В основе моделирования физических явлений лежит учение о подобии, основы которого заложены еще И. Ньютоном, сформулировавшим общее понятие динамического подобия механических систем.

При характеристике того или иного процесса механическое подобие может быть определено заданием переходных множителей или масштабов для длин (геометрическое подобие), для времени (кинематическое подобие) и для масс (динамическое подобие).

Условие геометрического подобия для двух подобных систем состоит в том, что все размеры пространства, занятого системой в модели, и размеры отдельных элементов модели изменены в определенное число раз по сравнению с соответствующими размерами натурной системы.

Условие кинематического подобия этих систем состоит в том, что любые сходственные точки (частицы) систем, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отличающиеся постоянным множителем.

Условие динамического подобия систем состоит в том, что массы любых сходственных частиц этих систем отличаются друг от друга постоянным множителем.

При изучении процессов деформирования и разрушения горных пород и подземных выработок широко используется теория прочности Мора, согласно которой определяющими параметрами являются элементы паспорта прочности, т.е. сцепление и внутреннее трение. Таким образом, паспорт прочности для материала модели должен быть геометрически подобен паспорту реальной толщи горных пород. Г.Н. Кузнецов рекомендует при подборе эквивалентного материала для слабых и пластических пород пользоваться следующими соотношениями:

$$R_m = \frac{l}{L} \cdot \frac{\gamma_m}{\gamma_n} \cdot R_n ; \quad (1)$$

$$R'_m = \frac{l}{L} \cdot \frac{\gamma_m}{\gamma_n} \cdot R'_n ; \quad (2)$$

или

$$c_m = \frac{l}{L} \cdot \frac{\gamma_m}{\gamma_n} \cdot c_n ; \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \rho_m = \operatorname{tg} \rho_n , \quad (4)$$

где R_m, R_n – соответственно предел прочности на сжатие материала модели и природы; R'_m, R'_n – пределы прочности на растяжение материала модели и природы; c_m, c_n – коэффициент

сцепления для материала модели и природы; ρ_m , ρ_n – углы внутреннего трения материала модели и природы.

Для моделирования процессов в условиях пластического деформирования (без учета времени) необходимо, чтобы уравнения, связывающие деформации и напряжения, были тождественны как для природы, так и для модели при условии учета их безразмерной формы [2].

Метод эквивалентных материалов. Основные принципы этого метода сводятся к замене в модели естественных горных пород искусственными материалами с физико-механическими свойствами, которые, в соответствии с принятым масштабом моделирования, находятся в определенных соотношениях с физико-механическими свойствами натуральных горных пород.

Одним из преимуществ метода моделирования на эквивалентных материалах является возможность измерения показателей, отражающих НДС массива в интересующих областях, которые в натуральных условиях осуществить практически невозможно ввиду труднодоступности участков массива. При условии удовлетворения всех критериев подобия для эквивалентных материалов и обеспечения геометрического подобия природы и модели, совпадение механических процессов может быть обеспечено при подобии граничных условий [2].

К эквивалентным материалам, имитирующим мягкие горные породы, предъявляются следующие требования:

1. Компоненты материала должны обеспечивать стабильность механических характеристик во времени при незначительных колебаниях температуры и влажности;
2. Компоненты материала должны обеспечивать различный характер деформации, аналогичный породам в природе, а при изменении их количественного состава - изменение свойств в заданных пределах;
3. Простота и удобство изготовления;
4. Небольшая стоимость приготовления эквивалентных материалов.

В качестве инертного материала наиболее подходящим является песок. Его применение обеспечивает небольшую стоимость и простоту изготовления эквивалентного материала. Кроме того, песок является негигроскопичным материалом, что способствует стабильности свойств эквивалентного материала [3].

К недостаткам этого компонента следует отнести большую зернистость, что искажает подобие при моделировании тонкодисперсных глинистых пород, а также небольшие колебания объемного веса, что затрудняет моделирование в пределах одной модели значительно различающихся по объемному весу пород.

Более жесткие требования предъявляются к связующему материалу. Прежде всего, он должен в течение длительного времени обеспечивать постоянство как объема, так и свойств эквивалентных материалов, т. е. должен содержать минимальное количество летучих. Все это предопределяет использование в качестве связующего компонента технических масел и смазок. Основным свойством технических масел и смазок, обуславливающим свойства эквивалентного материала, является их вязкость. Анализ технических масел и смазок по всем перечисленным выше требованиям показывает, что наиболее удовлетворительными являются трансформаторное и веретенное масла. Применение этих масел придает эквивалентному материалу хрупкое разрушение, свойственное суглинкам и четвертичным глинам [3].

Модели изготавливают непосредственно в испытательных стендах, представляющих собой жесткие рамные конструкции. При изготовлении плоских моделей вместо опалубки используют прозрачные ограждающие стенки, стационарно закрепляемые на весь период испытания модели. Для этих целей применяются листовые закаленные стекла, укрепляемые на стыках, которые обеспечивают необходимую жесткость прозрачного бокового ограждения.

После изготовления модели из эквивалентного материала на поверхность моделируемого массива наносится мерная сетка для регистрации картины поля напряжений, деформаций и смещений в период испытания.

Для определения точек сдвижений плоской модели в процессе ее испытания служит метод фотофиксации – периодическое фотографирование боковой поверхности модели с установленными в ней марками и последующие измерения смещений марок на фотоснимках, осуществляемые на компараторе. Метод фотофиксации позволяет быстро и одновременно регистрировать смещения всех точек на боковой поверхности модели, но точность определения смещений точек модели, учитывая масштаб моделирования, оказывается обычно ниже точности определения смещений соответствующих точек при измерениях непосредственно в натуральных условиях.

Моделирование на эквивалентных материалах позволяет с большой степенью детальности проследить механизм процессов в толще пород, особенно процессов деформирования пород с разрывом сплошности, что обычно исключено при других методах моделирования. Вследствие этого метод эквивалентных материалов является наиболее действенным, благодаря чему он получил широкое применение при решении различных задач механики горных пород.

Эксперименты по моделированию проводились в лабораторных условиях. Для этих целей был специально изготовлен плоский стенд размерами 630x545мм, который позволяет моделировать геомеханические процессы, имеющие место в уступах и бортах карьеров. Стенд в собранном виде представляет собой полый лоток, рабочее пространство которого образовано двумя стеклянными перегородками толщиной 6мм. Перегородки прижимаются жестко струбцинами к ограничительной рамке U-образного профиля толщиной 50мм (рис. 1).

Мощность слоя исследуемой загрузки ограничено размерами рамки стенда, расположенной между стеклянными перегородками, и составляет 50мм.

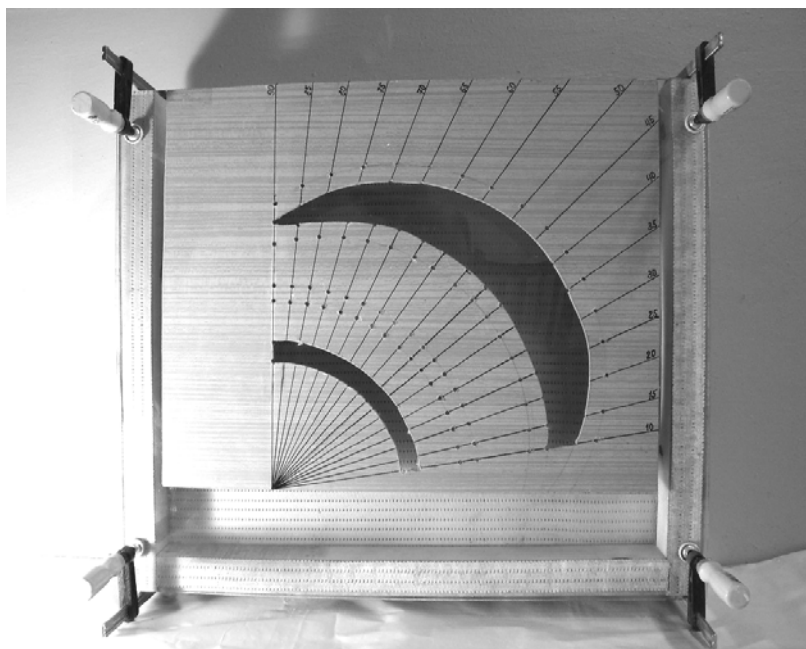


Рис. 1. Стенд для моделирования на эквивалентных материалах

В качестве эквивалентного материала применялась смесь промытого речного песка, просеянного через сито с ячейками 0,5x0,5мм. Используя рекомендации по моделированию геомеханических процессов в откосах, сложенных несвязными сыпучими породами [1], в качестве связующего компонента к исходной смеси добавляли веретенное масло (3% по объему). Это масло обычно применяется в качестве рабочей жидкости для гидросистем

различных машин и механизмов, а также в качестве компонента смазок и для специальных целей. Преимуществом применения жидких смазок в эквивалентных материалах является обеспечение постоянства влажности смеси и подходящих для условий моделирования механических характеристик.

Для расчета прочностных характеристик типовое отношение объемных весов

$$\frac{\gamma_m}{\gamma_n} = 0,7$$

принимается [3]. Однако, это значение может варьировать в диапазоне от 0,6 до 0,8 в зависимости от условий моделирования.

Для расчета прочностных свойств эквивалентного материала принимаем усредненные значения физико-механических характеристик мягких вскрышных пород для условий карьеров Вольногорского ГМК в состоянии естественного увлажнения: сцепление $C=18$ кПа, угол внутреннего трения $\varphi=21^\circ$. Тогда, получаем усредненные прочностные характеристики пород:

$$R_{сж.н} = 2C \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{\rho}{2}\right) = 2 \cdot 18 \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ + \frac{21}{2}\right) = 52 \text{ кПа} ; \quad (5)$$

$$R_{р.н} = 2C \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\rho}{2}\right) = 2 \cdot 18 \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{21}{2}\right) = 25 \text{ кПа} ; \quad (6)$$

Расчет прочностных характеристик материала, эквивалентного вмещающим горным породам, определялся по формулам:

$$R_{сж.м} = \frac{0,4}{20} \cdot 0,7 \cdot 52 = 0,73 \text{ кПа} ;$$

$$R_{р.м} = \frac{0,4}{20} \cdot 0,7 \cdot 25 = 0,35 \text{ кПа} ;$$

$$C_m = \frac{0,4}{20} \cdot 0,7 \cdot 18 = 0,25 \text{ кПа} ;$$

$$\operatorname{tg}\varphi_m = \operatorname{tg}21^\circ = 0,384$$

Учитывая удельные веса (песок – $d_1=2,54$ г/см³; веретенное масло $d_2=0,92$ г/см³) вышеуказанных компонентов, расчет состава смесей по весу в % производится по следующей формуле:

$$a'_i = \frac{a_i d_i}{\sum_{i=1}^n a_i d_i} \quad (7)$$

Состав смеси эквивалентного материала приведен в табл. 1.

Учитывая только внутреннюю полость лотка с внешними размерами 630x545мм и шириной ограничивающих ребер 40мм, общий вес модели составит:

$$P = (l - 2n)(b - n) \cdot m \cdot \gamma_m \cdot k , \quad (8)$$

где P – вес модели, г; l – длина модели, см; b – ширина модели, см; n – толщина ограничивающих ребер; m – мощность слоя, см; γ_m – объемный вес материала, г/см³; k – коэффициент запаса на потери материала при изготовлении, который обычно берется равным от 1,10 до 1,15 [1], принимаем равным 1,10.

Таблица 1 – Состав смеси эквивалентного материала

Компоненты смеси	% по объему	% по весу	по весу, г
Песок, a_1	97,0	98,89	19911,1
Веретенное масло, a_2	3,0	1,11	406,3
ВСЕГО:	100	100	20317,4

Порядок проведения испытаний по обрушению откоса следующий. Изначально стенд располагается в горизонтальном положении. В рабочую область лотка засыпается смесь из эквивалентного материала и аккуратно разравнивается металлическим шпателем размером 150x80мм без уплотнения по уровню ограничивающей рамки. После выравнивания поверхности вырезается профиль откоса, соответствующий натурным размерам моделируемого откоса уступа в масштабе 1:50, и задаются углы по транспортиру с шагом делений в 1°.

После завершения формирования откоса на выровненную поверхность смеси наносилась координатная сетка для документирования механических изменений в откосе. Для этих целей в качестве трафарета использовался лист из жесткого картона с продольными прорезями размером в 3мм и шагом 20мм. Трафарет перед каждым экспериментом располагался на поверхности сформированной модели, и на него наносились последовательно горизонтальные, а затем и вертикальные линии сетки с помощью краски-аэрозоля белого цвета. В течение 10 минут краска высыхала, лоток накрывался лицевой стенкой из стекла, прижимался струбцинами к ограничивающей рамке, и модель медленно поднималась в вертикальное положение. При этом происходил процесс деформации массива и сдвигение призмы обрушения, что можно было визуально наблюдать и фиксировать с помощью фотоаппарата. Перед каждым экспериментом эквивалентный материал подвергали тщательному перемешиванию металлическим шпателем и вновь засыпали в лоток стенда.

Для моделирования устойчивости уступа в лотке стенда формировался откос из эквивалентного материала с различными углами наклона в диапазоне от 40 до 90° с шагом 5°. Задача заключалась в изучении устойчивости уступа при различных углах откоса без вертикальной подрезки, чтобы выявить условия критического состояния массива, когда силы, удерживающие откос, находятся в равновесии по отношению к сдвигающим силам.

Как известно, в плоских моделях возможны погрешности, возникающие за счет сил трения смеси о боковые грани, в результате чего возникает дополнительное сопротивление силам, стремящимся сдвинуть откос. Для уменьшения сил трения на границе взаимодействия эквивалентного материала со стеклом перед засыпкой стенда рабочие поверхности стеклянных перегородок протирались порошком из талька.

После завершения формирования откоса на выровненную поверхность смеси наносилась координатная сетка для документирования механических изменений в откосе. Для этих целей в качестве трафарета использовался лист из жесткого картона с продольными прорезями размером в 3мм и шагом 20мм. Трафарет перед каждым экспериментом располагался на поверхности сформированной модели, и на него наносились последовательно горизонтальные, а затем и вертикальные линии сетки с помощью краски-аэрозоля белого цвета. В течение 10 минут краска высыхала, лоток накрывался лицевой стенкой из стекла, прижимался струбцинами к ограничивающей рамке, и модель медленно поднималась в вертикальное положение. При этом происходил процесс деформации массива и сдвигение призмы обрушения, что можно было визуально наблюдать и фиксировать. Для определения сдвижений точек плоской модели в процессе ее испытания применен метод фотофиксации – периодическое фотографирование боковой поверхности модели.

Деформации массива материала, происходящие в толще модели, анализировались по смещениям линий в координатной сетке. Вся наглядная информация замерялась и

фиксирувалась в журнал моделирования. Испытание моделей проходило при постоянной высоте уступа в масштабе 1:50. После проведения лабораторных испытаний, проводилась обработка результатов моделирования с анализом деформаций массива и появления трещин по фотографиям.

Исходные модели перед каждым экспериментом в горизонтальном положении фиксировались с помощью фотоаппарата, который закреплялся на штативе на уровне 1м от поверхности стенда. Дальнейшая фотофиксация модели в вертикальном положении велась на протяжении каждого этапа моделирования из одной и той же точки.

На рис. 2 показаны ключевые этапы моделирования устойчивости породного уступа с использованием эквивалентных материалов.

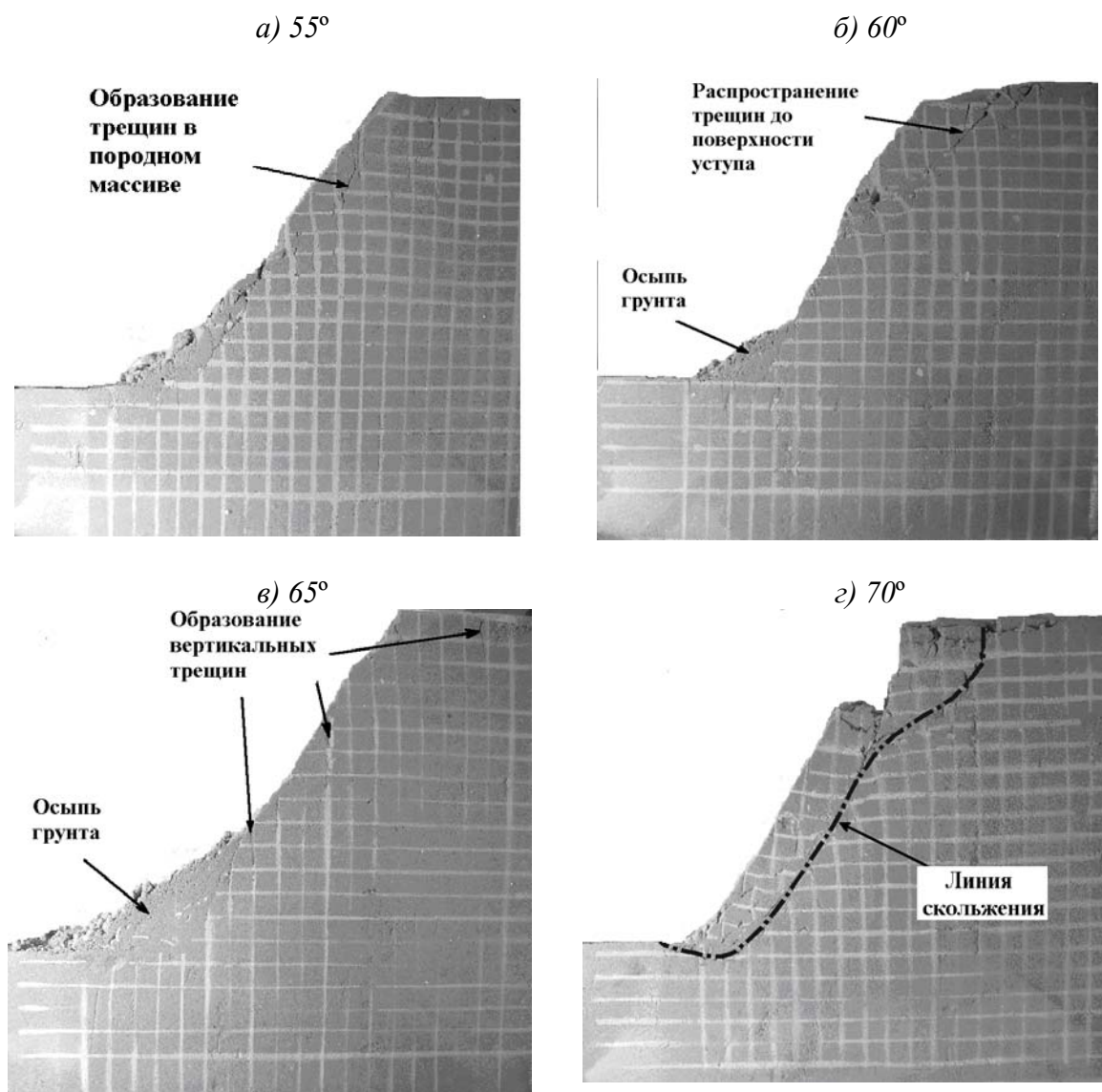


Рис. 2. Результаты моделирования устойчивости породного уступа

Выявлено, что при угле откоса до 50° в структуре откоса не происходит существенных нарушений сплошности материала, однако по линиям координатной сетки наблюдались незначительные деформации массива в виде искривленных линий, как на уровне верхней площадки, так и в нижней части на уровне подошвы. Это свидетельствует о начинающемся процессе деформации массива, но в целом устойчивость откоса сохраняется.

При 55° возникают существенные нарушения целостности массива, что проявляется в виде осыпей, когда отдельные частицы и куски материала отрываются от поверхности откоса

и скатываются к подошве уступа. При этом имеет место расчленение поверхности откоса мелкими вертикальными трещинами.

При ступенчатом увеличении угла наклона откоса до 60-70° возникают глубокие вертикальные трещины с внутренними деформациями массива, что вызывает постепенное смещение призмы обрушения по круглоцилиндрической поверхности. Следует отметить, что при увеличении угла откоса имеют место множественные деформации, затрагивающие более глубокие слои модели. На рис. 2,а видно, что в верхней части уступа сформировалась вертикальная трещина, соответствующая появлению обнажения H_0 . В кровле заметен также ряд вертикальных трещин, одна из которых показывает вероятную поверхность смещения массива. При 70° происходит полная потеря устойчивости откоса и обрушение уступа с четко выраженной вертикальной линией отрыва. Сама линия скольжения имеет выгнуто-выпуклую форму. Процесс сдвижения затрагивает часть пород в основании уступа. Выход линии скольжения имеет место на некотором расстоянии от нижней бровки уступа [4].

Таким образом, метод моделирования позволяет на уменьшенных или увеличенных по отношению к действительности моделях проводить качественные и количественные детальные исследования изучаемого процесса. Полученные результаты моделирования позволяют глубже понять геомеханические процессы имеющие место в приоткосной области массива пород, проанализировать визуально процесс обрушения массива с учетом геометрических параметров, оценить перспективы применения противооползневых мероприятий.

Выводы. Метод моделирования на эквивалентных материалах является в настоящее время наиболее освоенным и широко распространенным в области геомеханики откосов.

Одним из преимуществ метода моделирования на эквивалентных материалах является возможность измерения показателей, отражающих напряженно-деформированное состояние массива в интересующих областях, которые в натуральных условиях осуществить практически невозможно ввиду труднодоступности участков массива.

В лабораторных условиях были выполнены ряд экспериментов по оценке устойчивости откосов, сложенными из эквивалентных материалов. Новизна работы связана с выявлением закономерностей нарушения устойчивости откоса от геометрических параметров при заданных физико-механических характеристиках эквивалентного материала. Практическая ценность результатов исследований заключается в обосновании условий возникновения поверхности скольжения в массиве пород и оценке устойчивости откоса от геометрических параметров.

Результаты лабораторных исследований могут быть использованы в геотехнических расчетах устойчивости откосов уступов и отвалов на карьерах при проектировании элементов технологии открытой разработки месторождений полезных ископаемых.

Список литературы

1. Изучение проявлений горного давления на моделях / Кузнецов Г.Н. и др. / М.: Углетехиздат, 1959. – 283 с.
2. Шашенко О.М. Геомеханика: Учебник для ВУЗов / А.Н. Шашенко, В.П. Пустовойтенко, Е.А. Сдвижкова // К.: Новий друк, 2014. – 430 с. ил.
3. Насонов И.Д., Ресин В.И. Моделирование физических процессов в горном деле. – М.: Изд-во Академии горных наук, 1999. – 343 с.
4. Ковров А.С. Моделирование явления потери устойчивости породных уступов на эквивалентных материалах / А.С. Ковров // Науковий вісник Національного гірничого університету. – 2009. – №9. – С. 27–30.