# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПУЗЫРЬКОВОГО ПОТОКА В КРИТИЧЕСКОМ СЕЧЕНИИ СОПЛА ГИДРОПАРОВОЙ ТУРБИНЫ

*М.В. Кирсанов, Институт Геотехнической механики им. Н.С. Полякова, Украина*

Выполнено обоснование равенства давлений фаз с учётом капиллярного давления в пузырьковом потоке сопла гидропаровой турбины. Получены выражения для скорости звука в пузырьковой среде с фазовым переходом, протекающим в адиабатических и неравновесных условиях, критической скорости в пузырьковом потоке и уравнения для определения параметров вскипающего потока в критическом сечении сопла. Исследование проведено с цель обоснования параметров сверхзвукового режима течения в сопле гидропаровой турбины.

**Постановка проблемы** связана с решением актуальной задачи полезной утилизации вторичных энергоресурсов (ВЭР) шахтных энергетических комплексов на основе применения установок с гидропаровой турбиной (ГПТ) [1] для дополнительной выработки электроэнергии. Сущность рабочего процесса установки с ГПТ заключается в том, что в конфузорной части сопла при понижения давления нагретой воды происходит её вскипание и образование пузырькового потока (ПП), который затем преобразуется в капельный поток (КП) с несущим паром. Таким образом, тепловая энергия нагретой воды в сопле ГПТ преобразуется в полезную механическую, которая в свою очередь может обеспечить привод электрогенератора с помощью некоторых конструктивных решений. Всё оборудование находится в вакуумной камере с давлением порядка 10 кПа. В обеих схемах вал, на котором находится колесо, проходя через уплотнение в стенке вакуумной камеры, обеспечивает привод электрогенератора.

Для утилизации ВЭР характерен невысокий перепад температурного потенциала и, следовательно, невысоким будет термодинамический КПД любого процесса преобразования тепловой энергии в полезную механическую. Поэтому проблема выбора для сопла ГПТ оптимального режима течения, который даст реальный КПД установки максимально близким по значению к термодинамическому КПД в условиях заданного перепада температур является актуальной. Максимальную степень преобразования тепловой энергии в полезную механическую для сопла ГПТ можно обеспечить при организации течения двухфазного потока с его переходом на некотором участке в сверхзвуковой режим. Следовательно, для обоснования параметров вскипающего потока в сопле ГПТ необходимы выражения для скорости звука в пузырьковой среде и критической скорости пузырькового потока.

При соблюдении условия о равновесном характере фазового перехода, выражение для скорости звука в пузырьковой среде с фазовым переходом получено в [2,3]. При допущении о равенстве давлений фаз выражение для скорости звука $U_{wpt}$ в пузырьковой среде без фазового перехода получено в [3]. В самом общем виде (без допущения о равенстве давлений фаз) для пузырьковой среды выражение скорости звука в зависимости от частоты получено в фундаментальной монографии [4]. При этом результат получен на основе линеаризованной системы дифференциальных уравнений, в которой относительное движение фаз не рассматривалось. В монографии [5] скорость звука отождествляется с критической скоростью, которая обеспечивает равенство нулю определителя системы дифференциальных уравнений, моделирующих динамику ПП. В исследованиях авторов [5] учитывалось относительное движение фаз и принималось равенство их давлений.

Анализируя результаты [4] приходим к выводу, что допущение о равенстве давлений фаз справедливо, когда частоты изменения параметров ПП много меньше частоты $\Omega_C$, связанной со сжимаемостью воды. При изменении радиуса пузырька а от 1 мкм до 70 мкм, $p_0$ = $p_s$(383°K) = 143260 Па [6] частота $\Omega_C$ [4] меняется в пределах $22{,}53\cdot10^6$ – $3{,}22\cdot10^5$ Гц. Стандартные расчёты в одномерном гидравлическом приближении для участка сопла ГПТ без вскипания показывают, что при изменении давления на входе в конфузор в пределах 3 – 90 атм частота входного сигнала снижения давления лежит в пределах 1878 – 2423 Гц. Таким образом, обосновано допущение о равенстве давлений фаз в пузырьковом потоке сопла ГПТ.

Следует понимать, что в равенстве давлений фаз необходимо учитывать капиллярную составляющую давления на пузырьке.

На основе выполненного анализа последних исследований и публикаций [2-5] при допущении о равенстве давлений фаз определена **цель доклада**:

-получить выражения для скорости звука в пузырьковой среде с фазовым переходом, протекающим в адиабатических и неравновесных условиях, и для критической скорости в пузырьковом потоке;

-получить уравнения для определения параметров вскипающего потока в критическом сечении сопла.

Для достижения поставленной цели используем систему дифференциальных уравнений, которая моделирует изменение давления, массового $X$ и объёмного $\varphi$ паросодержаний в пузырьковой среде:

$$\left(1-\varphi/C_1^2\right)\cdot dp_1+\left(\varphi/C_2^2\right)\cdot dp_2+(0)\cdot dX-\rho_1\cdot d\varphi=d\rho\ , \tag{1}$$

$$(0)\cdot dp_1+\left(\varphi/T_2\cdot\rho\right)\cdot dp_2+\left(L/T_{1a}\right)\cdot dX+0\cdot d\varphi=0\ , \tag{2}$$

$$(0)\cdot dp_1+\left(\rho\cdot\varphi/C_2^2\right)\cdot dp_2-\rho^2\cdot dX+\rho\cdot\rho_2\cdot d\varphi=\rho_2\cdot\varphi\cdot d\rho\ , \tag{3}$$

$$(-1)\cdot dp_1+dp_2+(0)\cdot dX+\left(\Sigma/3\cdot\varphi\cdot a\right)\cdot d\varphi=\left(-\Sigma/3\cdot a\right)\cdot d\rho\ , \tag{4}$$

где $C_1$ – скорость звука в несущей фазе (вода); $C_2$ – скорость звука в паре; $\rho_1$ – плотность воды; $\rho_2$ – плотность пара; $T_{1a}$ – температура воды на границе с пузырьком; $L(T_{1a})$ (Дж/кг) – теплота фазового перехода; $a$ – радиус пузырька.

Уравнение (1) представляет собой дифференциал от истинной [3,7] плотности $\rho(\varphi,\rho_1,\rho_2)$ смеси

$$\rho=\rho_1\cdot(1-\varphi)+\rho_2\cdot\varphi\ ,$$

уравнение (2) – условие внешней адиабатичности пузырьковой среды, которое определяет рост массовой концентрации паровой фазы по мере снижения давления, (3) – известное соотношение [3] между дифференциалами $dX$ и $d\varphi$, (4) – дифференциал от равенства давлений фаз с учётом капиллярного и известного соотношение [4,5] между $d\varphi$ и $da$.

Решая систему линейных алгебраических уравнений (1) – (4) относительно дифференциала $dp_1$ давления несущей фазы, получаем с учётом неравенств $\rho_2 \ll \rho_1$; $2\cdot L\cdot T_2\cdot\Sigma\cdot\rho_2 \ll 2\cdot W_2\cdot\rho_1$; $3\cdot a\cdot\rho_1\cdot(C_2)^2 \ll \Sigma$ дифференциальное соотношение

$$dp=\left(U_{npt}\right)^2\cdot d\rho\ , \tag{5}$$

где $U_{npt}$ – обозначает скорость звука в пузырьковой среде с фазовым переходом, протекающим в адиабатических и неравновесных условиях,

$$U_{npt}=\left[\frac{C_1^2\cdot\left(1+\frac{\varphi\cdot\rho_1}{\rho}\right)}{1-\varphi\cdot\left(1+\frac{3\cdot C_1^2\cdot a\cdot\rho_1}{\Sigma}-\frac{3\cdot W_2\cdot C_1^2\cdot a\cdot\rho_1}{W_2+\Sigma\cdot C_2^2\cdot T_{1a}-\Sigma\cdot L(T_{1a})\cdot T_2}\right)}\right]^{0.5}, \qquad (6)$$

$$W_2=3\cdot C_2^2\cdot L(T_{1a})\cdot T_2\cdot a\cdot\rho_2 .$$

Для организации пузырькового потока в сверхзвуковом режиме необходимо определять параметры потока в критическом сечении. Рассмотрим в этой связи уравнение сохранения импульса несущей фазы:

$$\rho_1\cdot(1-\varphi)\cdot V_1\cdot\left(\frac{dV_1}{dz}\right)=-\left(\frac{d\sigma(z)}{dz}\right)-\left(\frac{\xi(\varphi)\cdot\rho_1\cdot V_1^2}{4\cdot R(z)}\right), \qquad (7)$$

где обобщённое давление в пузырьковой среде [8]:

$$\sigma(z)=p_1(z)+0.5\cdot\rho_1\cdot\varphi(z)\cdot(V_1(z)-V_2(z))^2 ,$$

коэффициент трения пузырькового потока о стенку сопла [4,9]:

$$\xi(\varphi)=(3.48+4\cdot\log(R(z)/\delta))^{-2}\cdot(1-\varphi)^{-0.75} ,$$

где $\delta$ – средняя высота микронеровностей поверхности сопла;
и уравнение сохранения импульса дисперсной фазы

$$\frac{dV_2(z)}{dz}=-\left(\frac{3}{\rho_1\cdot V_2}\right)\cdot\left(\frac{d\sigma(z)}{dz}\right)+\left(\frac{3}{a}\right)\cdot(K_{12}-1)\cdot\left[V_2\cdot\left(\frac{da}{dz}\right)+\left(\frac{3\cdot\nu_1}{a}\right)\right], \qquad (8)$$

где: $K_{12}=V_1/V_2$ – отношение скоростей фаз; $\nu_1$ – кинематическая вязкость воды.

В уравнениях (7) и (8) заменяем производную давления несущей фазы на её выражение (5), дифференциал плотности dρ на $(-\rho\cdot dV/V)$ в соответствии с уравнением неразрывности. После этих преобразований уравнения (7), (8) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно производных от скоростей фаз. Равенство нулю детерминанта системы уравнений (7), (8) импульсов фаз определяет выражение для значения числа Маха $M_C=(V_{1,C}/U_{npt,C})$ в критическом сечении пузырькового потока

$$M_C=\left\{(1-\varphi_C)\cdot(1+2\cdot\varphi_C)/\left[1+\varphi_C\cdot\left(0.5-K_{12,C}^{-1}\right)+\varphi_C^2\cdot\left(1.5-2\cdot K_{12,C}^{-1}\right)\right]\right\}^{0.5} . \qquad (9)$$

Расчёт пузырькового потока в сопле ГПТ заключается в последовательном выполнении нескольких этапов:

-от точки с координатой $z_s$, где давление потока достигает значение давления насыщения, до точки с координатой $z_n$, где завершается образование зародышей;

-от точки с координатой $z_n$ до минимального сечения сопла, заданного координатой $z_m$;

-от точки с координатой $z_m$ до критического сечения сопла, заданного координатой $z_C$;

-от точки с координатой $z_C$ до точки с координатой $z_{bd}$, где происходит превращение пузырьковой структуры потока в капельнопаровую.

На каждом этапе переход от дифференциальных уравнений (7), (8) к алгебраическим уравнениям для расчётов выполнен интегрально-интерполяционным методом [10].

Используя (5), (6) и (9) в уравнении импульса несущей фазы (7) получаем уравнение

$$\frac{V_{1,C}^2 - V_{1,m}^2}{U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2} = (\varphi_C - \varphi_m) - \sigma_{C,m} + \\ + \left( \frac{\xi(\varphi_C) \cdot V_{1,C}^2}{4 \cdot R(z_C)} + \frac{\xi(\varphi_m) \cdot V_{1,m}^2}{4 \cdot R(z_m)} \right) \cdot \left( \frac{z_C - z_m}{U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2} \right), \qquad (10)$$

где

$$\sigma_{C,m} = \left[ \frac{\varphi_C \cdot V_{1,C}^2 \cdot f_C^2 - \varphi_m \cdot V_{1,m}^2 \cdot f_m^2 \cdot}{2 \cdot \left( U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2 \right)} \right],$$

$$f_C = \left( K_{12,C} - 1 \right) / K_{12,C} ,$$

$$f_m = \left( K_{12,m} - 1 \right) / K_{12,m} .$$

Аналогичным путём из уравнения импульса дисперсной фазы (8) получаем уравнение

$$\frac{V_{1,C}^2 \cdot K_m^{-2} - V_{1,m}^2 \cdot K_m^{-2}}{3 \cdot \left( U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2 \right)} = (\varphi_C - \varphi_m) - \sigma_{C,m} + \left( \frac{f_C \cdot V_{1,C}}{\sqrt[3]{\varphi_C}} + \frac{f_m \cdot V_{1,m}}{\sqrt[3]{\varphi_m}} \right) \times \\ \times \left( \frac{\sqrt[3]{\varphi_C} - \sqrt[3]{\varphi_m}}{U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2} \right) + (4 \cdot \pi)^{2/3} \cdot \left[ \left( \frac{n_C}{\varphi_C} \right)^{2/3} + \left( \frac{n_m}{\varphi_m} \right)^{2/3} \right] \cdot \left[ \frac{\nu_1 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot (z_C - z_m)}{U_{npt,C}^2 + U_{npt,m}^2} \right]. \qquad (11)$$

В систему уравнений для определения параметров вскипающего потока в критическом сечении сопла необходимо включить уравнение неразрывности для пузырькового потока в целом

$$\rho_1 (1 - \varphi_C) \cdot V_{1,C} + \rho_2 \cdot \varphi_C \cdot \left( V_{1,C} / K_{12,C} \right) = G , \qquad (12)$$

где $G$ – циркуляция рабочей среды через установку.

Совместное решение уравнений (10) – (12) позволяет вычислить для критического сечения пузырькового потока объёмную концентрацию паровой фазы $\varphi_C$, коэффициент отношения скоростей фаз $K_{12,C}$ и саму координату $z_C$ критического сечения.

**Выводы:**

1 Выполнено обоснование допущения о равенстве давлений фаз в пузырьковом потоке сопла ГПТ. Это допущение использовалось при выводе выражение $U_{npt}$ для скорости звука в пузырьковой среде с фазовым переходом, протекающим в адиабатических и неравновесных условиях.

2 Значение $U_{npt}$ при изменении $\varphi$ в пределах 0,001 – 0,01 на 4% больше, чем значение известного выражения $U_{wpt}$ [3] для скорости звука в пузырьковой среде без фазового перехода. Для φ порядка 0,1 значения $U_{npt}$ и $U_{wpt}$ становятся равными. В интервале φ 0,2 – 0,7 значение

$U_{npt}$ на 10% меньше, чем $U_{wpt}$

3 Близость значений $U_{npt}$ и $U_{wpt}$ при изменении φ в пределах 0,001 – 0,01 свидетельствует о сходстве в указанном интервале акустических свойств пузырьковой среды с фазовым переходом, протекающим в адиабатических и неравновесных условиях, с акустическими свойствами пузырьковой среды с неконденсирующимся газом т.е без фазового перехода.

4 В аналитическую структуру выражения для $U_{npt}$ входит $L(T_{1a})$, которая учитывает влияние фазового перехода на акустические свойства среды и указывает на качественное различие в поведении $U_{npt}$ и $U_{wpt}$ в зависимости от объёмного паросодержания при значениях φ больше, чем 0,2.

5 Значение числа Маха $M_C$ в критическом сечении пузырькового потока близко к единице, но не равно строго этому числу. Большее значение на величину $M_C$ оказывает коэффициент $K_{12,C}$ отношения скоростей фаз.

Список литературы


1.Булат А.Ф. Научно-технические основы создания шахтных когенерационных энергетических комплексов / А.Ф.Булат, И.Ф.Чемерис. – К.: Наук. думка, 2006. – 176 с.

2.Ландау Л.Д. Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 3-е изд, перераб. – М.: Наука, 1986. – 736 с.

3.Накоряков В.Е. Распространение волн в газо-и парожидкостных средах/ В.Е. Накоряков, Б.Г.Покусаев, И.Р. Шрейбер. – Новосибирск.: ИТФ, 1983. – 238 с.

4.Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.II / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – 464 с.

5.Накорчевский А.И. Гидродинамика и тепломассоперенос в гетерогенных системах и пульсирующих потоках / А.И.Накорчевский, Б.И.Басок. – К.: Наук. думка, 2001. – 348 с.

6.Ривкин С.Л.Теплофизические свойства воды и водяного пара / С.Л.Ривкин, А.А.Александров. – М.:Энергия,1980. – 424 с.

7.Кириллов.П.Л. Гидродинамические расчёты / П.Л. Кириллов, Ю.С.Юрьев. – М.: ИздАТ, 2009. – 216 с.

8.Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.I / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – 464 с.

9.Кутателадзе С.С. Экспериментальное исследование пристенных турбулентных течений / С.С. Кутателадзе, Б.П. Миронов, В.Е. Накоряков и др – Новосибирск: Наука, 1975. – 165 с.

10.Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – 2-е изд, исправ. – М.: Наука, 1983. – 615 с.