

## **О ФРИКЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ ГИБКИХ ТЕЛ**

Впервые установлены экспериментальные зависимости силы и коэффициента трения гибкого тела от нормальной реакции между телами при скольжении по неподвижному блоку.

Вперше встановлені експериментальні залежності сили і коефіцієнта тертя гнучкого тіла від нормальної реакції між тілами при ковзанні по нерухомому блоку.

First established experimental dependence of the force and the coefficient of friction of the flexible body from the normal reaction between bodies in sliding on the fixed block.

Трение тел - чрезвычайно сложное явление. Человечество начало сталкиваться с удобствами и проблемами от использования трения на заре своего существования, задолго до понимания его законов.

Еще Аристотель в 5 веке до н. э. указывал о влиянии на силу трения между телами при скольжении нормальной силы прижатия между ними. Позже, первые научные рассуждения и результаты экспериментов по трению твердых тел обнаружены в записях Леонардо да Винчи (1452 – 1519). В работах указано на прямую пропорциональность между силами трения и прижатия тел (нормальной реакцией) при скольжении, что составляло содержание установленно-го закона. Он считал, что отношению силы трения к нормальной реакции между телами, названное коэффициентом трения, не зависит от площади контакта.

Поскольку прогрессивные изыскания Леонардо да Винчи опережали работы исследователей, его современников, то полученные им знания о трении твердых тел были забыты. Поэтому через 180 лет (в 1699 году) закон был заново открыт французским исследователем Амонтоном.

Несколько позже в 1779 году французский исследователь Кулон экспериментально установил новый закон трения твердых тел, господствующий до настоящего времени. Аналитическая интерпретация полученной зависимости силы трения между телами от нормального прижатия тел (нормальной реакции между телами) с достаточной для практики точностью связаны между собой линейной двухпараметрической функцией. Позднее такие данные получали и получают другие исследователи.

Следовательно, согласно представлениям философов и ученых все действовавшие и господствующий в настоящее время законы о трении твердых тел совпадают между собой в части влияющих факторов, а именно включают силу трения и нормальную реакцию между телами, которые связаны между собой линейно посредством коэффициента трения.

Однако, для гибких тел, которые являются твердыми телами, указанная выше общность влияющих факторов действующих законов не соблюдается.

В 1775 году Леонард Эйлер аналитически описал скольжение гибкого тела по неподвижному блоку (невесомой, нерастяжимой и абсолютно гибкой нити) системой дифференциальных уравнений равновесия и получил ее решение

– закон трения гибких тел (уравнение или формула Эйлера). Расчетная схема задачи приведена на рис. 1.

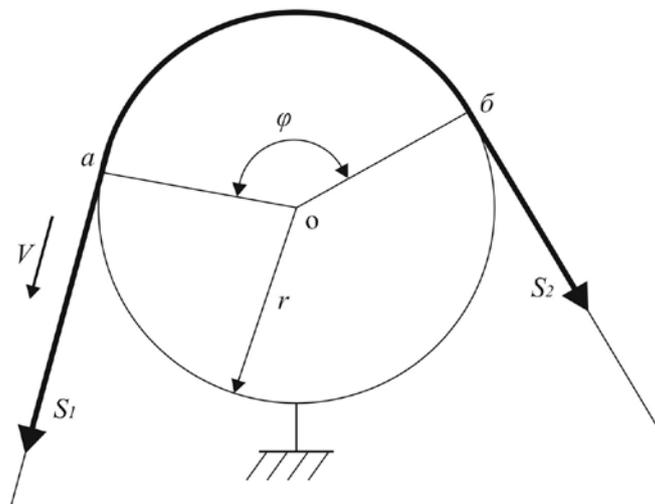


Рис. 1. Расчетная схема:  $S_1$ ,  $S_2$  – натяжения в сбегающей и набегающей на барабан ветвях гибкого тела;  $r$  – радиус барабана;  $\varphi$  – угол обхвата барабана гибким телом.

Согласно выводу Эйлера идеальная нить под действием приложенных к ее концам сил  $S_1$  и  $S_2$  скользит по неподвижному блоку в направлении большей силы, превышающей другую силу на величину суммарной силы трения  $F$ , которая возникает между нитью и неподвижным блоком, а отношение большей силы к меньшей силе равно:

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu\varphi}$$

где  $S_1$  и  $S_2$  – натяжения в сбегающей и набегающей на барабан ветвях гибкого тела (меньшее и большее натяжение в ветвях);  $\varphi$  – угол обхвата барабана гибким телом;  $\mu$  – коэффициент трения скольжения между гибким телом и блоком.

Сила трения (тяговое усилие) при скольжении гибкого тела по блоку в соответствии с уравнением Эйлера определяется следующим образом:

$$F_{н-с} = S_1 - S_2 = S_2 \cdot e^{f \cdot \varphi} - S_2 = S_2 \cdot (e^{f \cdot \varphi} - 1).$$

где  $F_{н-с}$  – расчетное тяговое усилие конвейера при скольжении.

Откуда уравнение указывает на пропорциональную связь силы трения и меньшего усилия натяжения гибкого тела в набегающей на барабан ветви. Коэффициент пропорциональности – так называемый тяговой фактор равняется основанию натурального логарифма в степени произведения коэффициента трения на угол обхвата минус единица. Т. е. общепризнанная для трения твердых тел нормальная реакция между гибким телом и блоком в законе трения гибких тел (уравнении Эйлера) не фигурирует, хотя в представлениях о трении гибких тел декларируется. По этой причине в практике нормальная реакция при трении гибких тел прямым методом никогда не определялась, поскольку по

решению Эйлера находится косвенно и зависит от фрикционных свойств гибкого тела - коэффициента трения.

При сцеплении сила трения (тяговое усилие по блоку) гибкого тела по блоку, используемая при расчете тягового усилия транспортных машин, описывается уравнением:

$$F_{н-з} = S_2 \cdot (e^{f \cdot \varphi} - 1) \cdot k_T.$$

где  $F_{н-з}$  – расчетное тяговое усилие по блоку при скольжении гибкого тела;  $k_T$  – коэффициент запаса тяговой способности.

Для ленточных конвейеров расчетный запас тяговой способности достигает 40% ( $k_T = 1,4$ ), а для шахтных подъемных машин еще больше – 230% ( $k_T = 2,3$ ) [1,2]. Вместе с тем, известно, что сила трения сцепления между твердыми телами больше силы трения скольжения, т.к. коэффициент трения покоя всегда больше коэффициент трения скольжения, рис. 2:

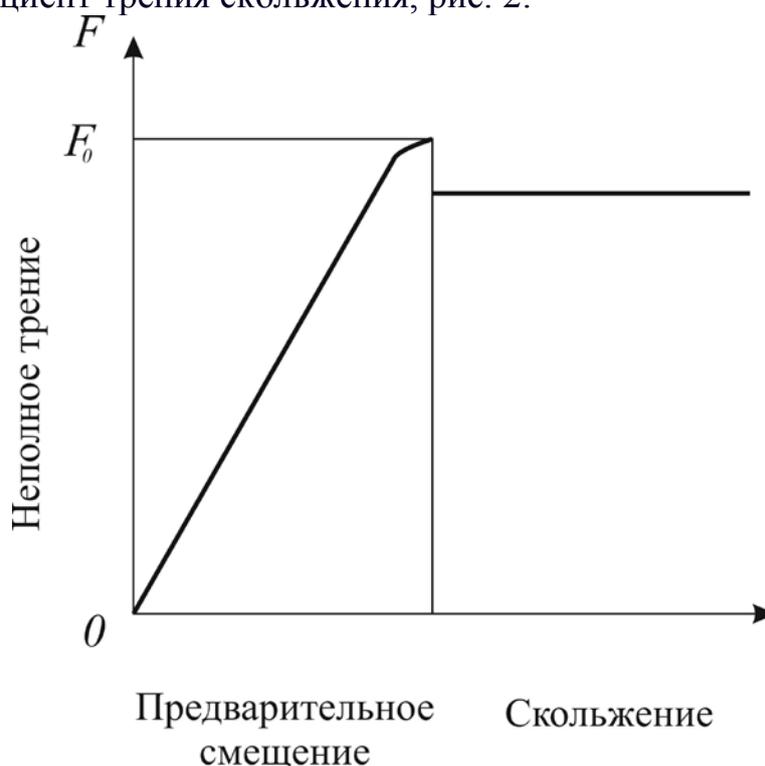


Рис. 2. Значение силы трения в зависимости от относительного смещения трущихся тел при сдвиге (сцепление), переходящем в скольжение

Поэтому действительный запас тяговой способности машин будет еще больше расчетного.

При этом в расчетных уравнениях не учитывается большее натяжение гибкого тела в сбегующей с барабана ветви, от которой в совокупности с меньшим натяжением ветви зависит усилие прижатия (нормальная реакция) между парой трения, а следовательно и тяговое усилие конвейера.

Известно также, что уравнение Эйлера, лежащее в основе используемых расчетов, отличается от данных экспериментов. В практике принято считать, что коэффициент трения между конвейерной лентой и барабаном, определен-

ный косвенно на цилиндрической поверхности в соответствии с уравнением Эйлера, до 30% выше действительного коэффициента трения, определенного прямым методом на плоской поверхности в соответствии с законом трения тел Кулона и Амонтона [3].

Несмотря на это и многочисленные работы выдающихся ученых М. Кретца, М. Т. Уразбаева, Гростофа, М.К. Демьянова, Н.П. Петрова, Н.Е. Жуковского, О. Кеммерера, А. Фебера, А. Фридриха, Е.А. Иванова, В.А. Добровольского, Е.М. Гутьяра, Хамеля, М.В. Цепляева, В.С. Полякова, Е.Г. Глухарева, П.М. Огибалова, А.Л. Рабиновича, М.Н. Федотова, Б.Л. Давыдова, Чжу-Ши-юй, Г.М. Бартенева, В.И. Чуканова, Л.В. Андреева, Л.И. Колчина, А.Ю. Ишлинского в том числе сотрудников НГУ, Днепропетровского национального университета и Института геотехнической механики АНУ: К. Полякова, В.И. Мосаковского, И.Г. Штокмана, Н.Я. Биличенка, В.К. Смирнова, Р.В. Кирия и многих др. в области уточнения решения Эйлера в задаче о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку и определения фрикционных характеристик конвейерных лент его решение для идеального гибкого тела по-прежнему считалось самым совершенным [3].

Однако, в 2007 г. в Национальном горном университете предложен новый вывод результатов решения классической задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку. Указанное решение учитывает представления о трении твердых тел – закон трения твердых тел Кулона и последнюю редакцию закона сохранения механической энергии в замкнутой механической системе сформулированную в 40 годах 19 века [4,5]. Новое уравнение свидетельствует о двухпараметрической линейной зависимости между силой трения и нормальной реакцией между гибким телом и блоком при скольжении. Уравнение согласуется с общепризнанными представлениями о трении твердых тел - опосредованно содержит силу и нормальную реакцию между гибким телом и блоком, молекулярную составляющую силы трения, которые связаны между собой линейно посредством коэффициента трения [4,5]:

$$F = F_c + tg\beta \cdot \left( \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2 - 2qv^2}{2} \right) = \\ = F_c + tg\beta \cdot N = \left( \frac{F_c}{N} + tg\beta \right) \cdot N;$$

где  $F$  – сила трения между телами;  $F_c$  – сила трения между гибким телом и блоком при нормальной реакции между телами равной нулю;  $tg\beta$  – тангенс угла наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами;  $v$  – скорость скольжения гибкого тела;  $q$  – линейная масса гибкого тела;  $N$  – нормальная реакция между гибким телом и блоком.

Кроме того, указанное уравнение может быть представлено с использованием коэффициента трения - традиционного и широко используемого в практике параметра, который ввел Леонардо да Винчи (Амонтон) [4,5]:

$$F = \mu \cdot \frac{(S_1 + S_2 - 2 \cdot q \cdot v^2) \cdot \varphi}{2} = \mu \cdot N.$$

Таким образом, при помощи коэффициента трения двухпараметрическая зависимость силы трения от нормальной реакции между телами при скольжении по неподвижному блоку искусственно переводится в пропорциональную зависимость. По этой причине коэффициент трения является не постоянной, а переменной величиной, который обратно пропорционален нормальной реакции между телами:

$$\mu = \left( \frac{F_c}{N} + \operatorname{tg}\beta \right).$$

Изменяемость коэффициента трения практически сказывается при малых значениях нормальной реакции между телами. При средних и больших значениях нормальной реакции коэффициент трения будет слабо зависимым от нормальной реакции, который асимптотически приближается к величине  $\operatorname{tg}\beta$ .

Однако, в настоящее время в литературе отсутствуют данные по экспериментальному определению зависимости силы и коэффициента трения гибких тел по блоку от нормальной реакции между телами при скольжении.

Следовательно, для подтверждения правильности нового вывода результатов решения задачи о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку проведем эксперимент.

Экспериментальное определение зависимости силы и коэффициента трения между гибким телом и неподвижным блоком от нормальной реакции между телами при скольжении осуществляли на испытательном стенде, рис. 3.

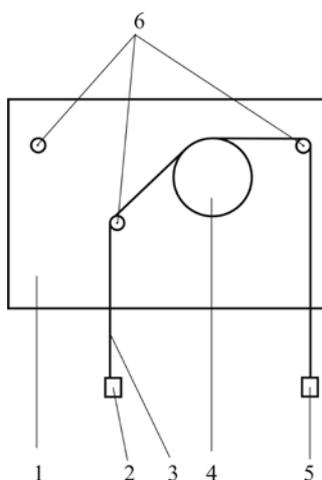


Рис. 3. Кинетическая схема испытательного стенда для определения силы трения между нитью и неподвижным барабаном от нормальной реакции между телами при скольжении по неподвижному блоку: 1 – основание; 2 – груз; 3 – нить; 4 – неподвижный барабан; 5 – груз; 6 – отклоняющие блоки

В качестве гибкого тела использовалась хлопчатобумажная нить 3 толщиной 0,5 мм, которая была перекинута через неподвижный барабан 4. Барабан 4 закреплен на основании (плите) 1, и ориентирован в вертикальной плоскости. К концам нити 3 прикреплены грузы 2 и 5 (из набора лабораторных гирь), создающие усилия натяжения  $S_1$  и  $S_2$ . Отклоняющие блоки 6 на шарикоподшип-

никах с ограждениями на рабочей поверхности предназначены для задания угла обхвата нитью 3 барабана 4. Отклоняющие блоки 6 разнесены в пространстве – расположены в различных вертикальных плоскостях в пределах высоты барабана 4 для того, чтобы нить 3 входила в контакт с барабаном 4 по спирали, а ее витки не касались между собой.

Испытаниям подвергалась пара трения – хлопчатобумажная нить и точечный барабан. Диаметр барабана составлял 75 мм высотой 25 мм. Диаметр отклоняющих блоков - 22 мм. Угол обхвата нитью барабана задавался в диапазоне от 45° до 1080°.

Испытания проводили следующим образом. Для определенного угла обхвата барабана нитью и меньшего усилия  $S_2$ , прикладываемого к одному из концов нити, подбирали большее усилие  $S_1$ , прикладываемое к другому концу нити таким образом, чтобы скорость скольжения нити по барабану была постоянной. Скорость скольжения нити по барабану определяли по времени нескольких оборотов отклоняющего ролика с меткой. Время нескольких оборотов отклоняющего ролика измеряли секундомером. Большее усилие  $S_1$ , прикладываемое к другому концу нити, устанавливали линейной интерполяцией результатов нескольких испытаний при одной скорости скольжения нити по барабану, равной 46 мм/с.

Для заданного угла обхвата нитью барабана и других меньших усилий  $S_2$  (другой нормальной реакции между телами) аналогично определяли большие усилия  $S_1$ .

Нормальную реакцию между гибким телом и барабаном определяли без учета центробежных сил нити из нового решения классической задачи Эйлера, которая, в отличие от известного решения Эйлера, не зависит от фрикционных свойств гибкого тела, по формуле [4]:

$$N = \left( \varphi \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} \right)$$

По известному решению Эйлера нормальная реакция между гибким телом и барабаном зависит от коэффициента трения и определяется по формуле [3]:

$$N = \int_0^{\varphi} S(\alpha) \cdot d\alpha = \int_0^{\varphi} (S_2 \cdot e^{\mu \cdot \alpha}) \cdot d\alpha = \left( \frac{S_2}{\mu} \cdot e^{\mu \cdot \alpha} \right) \Big|_0^{\varphi} = \frac{S_2}{\mu} (e^{\mu \cdot \varphi} - 1).$$

Силу трения между гибким телом и барабаном определяли без учета поперечного сечения нити по формуле [3]:

$$F = S_1 - S_2$$

Коэффициент трения между гибким телом и барабаном впервые определяли прямым методом, как отношение силы трения к нормальной реакции между телами по формуле [4]:

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{2 \cdot (S_1 - S_2)}{\varphi \cdot (S_1 + S_2)}$$

Согласно решению Эйлера коэффициент трения между гибким телом и барабаном определяется косвенным методом по формуле [3]:

$$\mu = \frac{1}{\varphi} \cdot \ln \frac{S_1}{S_2}.$$

В практике коэффициент трения для конвейерных лент, определенный согласно решению Эйлера, до 30% выше в сравнении с его действительным значением.

На рис. 4 приведена полученная зависимость силы трения между нитью и барабаном от нормальной реакции между телами.

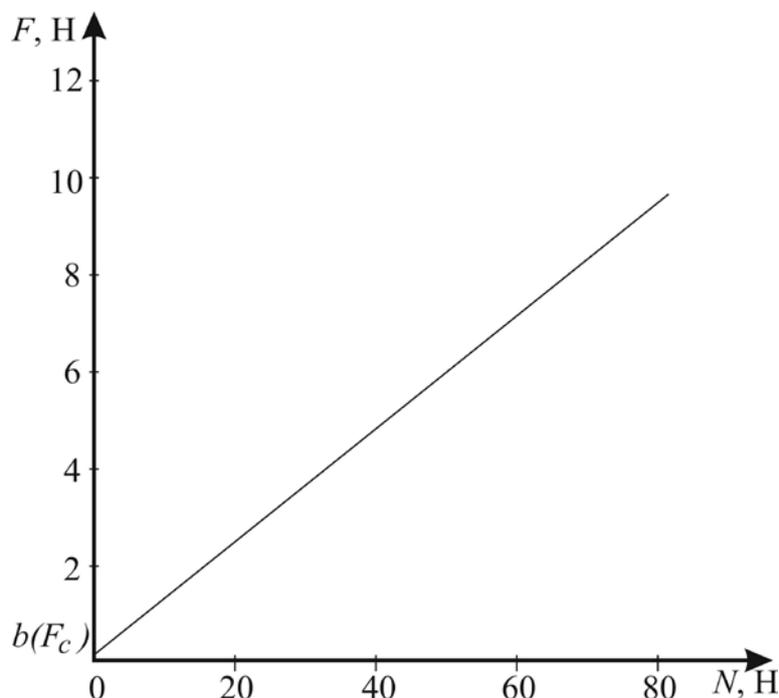


Рис. 4. Зависимость силы трения между нитью и барабаном от нормальной реакции между телами (при скорости скольжения 46 мм/с и угле обхвата нитью барабана, равного  $720^\circ$ )

Анализ экспериментальных данных показал, что зависимость силы трения от нормальной реакции между телами хорошо описывается линейной функцией.

$$F = v + a \cdot N$$

где  $a$  – тангенс угла наклона экспериментальной зависимости  $\operatorname{tg}\beta$ ;  $v$  – *const*, которая является начальной ординатой линейной функции.

Экспериментальная зависимость представляет собой двухпараметрическую линейную функцию с положительными параметрами  $a$  и  $v$  и соответствует закону трения твердых тел Кулона и новому решению задачи Эйлера. Значение параметров  $a$  и  $v$  указывают на величины молекулярной составляющей силы трения между нитью и барабаном и тангенса угла наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами:

$$F = F_c + \operatorname{tg}\beta \cdot N;$$

Линейная аппроксимация экспериментальной зависимости дала значение параметра  $F_c$ , равное  $0,066 \text{ Н}$ , а параметра  $\operatorname{tg}\beta - 0,123$ .

На рис. 5. приведена зависимость коэффициента трения между нитью и барабаном от нормальной реакции между телами:

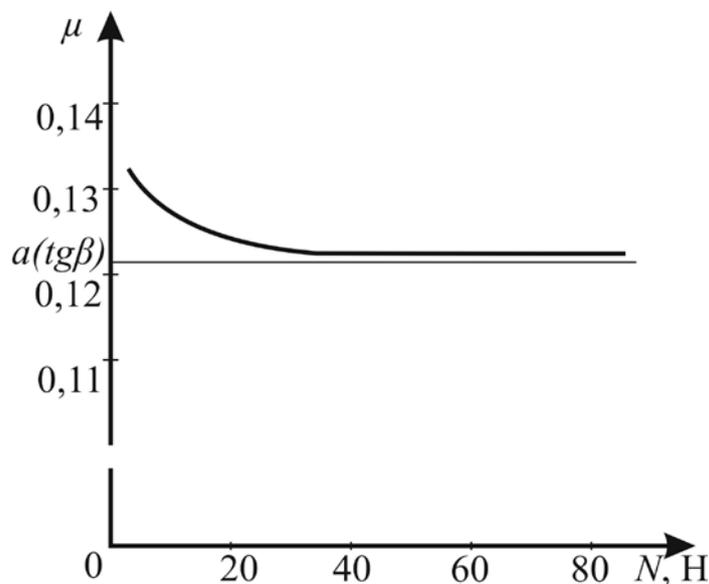


Рис. 5. Зависимость коэффициента трения между нитью и барабаном от нормальной реакции между телами (при скорости скольжения  $46 \text{ мм/с}$  и угле обхвата нитью барабана  $720^\circ$ )

Анализ данных показал, что экспериментальная зависимость коэффициента трения  $\mu$  от нормальной реакции между телами  $N$  при скольжении по неподвижному барабану описывается монотонно убывающей функцией. Скорость убывания зависимости снижается с увеличением нормальной реакции между телами, а коэффициент трения асимптотически приближается к значению параметра  $\operatorname{tg}\beta$ .

Установленная зависимость коэффициента трения отвечает двухпараметрическому закону трения твердых тел Кулона, новому решению задачи Эйлера и накопленным данным практики. Значения параметров зависимости указывают на величины молекулярной составляющей силы трения между телами  $F_c$  и тангенса угла наклона зависимости силы трения от нормальной реакции между телами  $\operatorname{tg}\beta$ , соответственно. Зависимость коэффициента трения хорошо описывается нелинейной обратно пропорциональной двухпараметрической функцией вида:

$$\mu = \left( \frac{b}{N} + a \right)$$

Таким образом, впервые экспериментально получена линейная зависимость силы трения гибкого тела и обратно пропорциональная зависимость коэффициента трения от нормальной реакции между телами при скольжении по неподвижному блоку. Экспериментальные зависимости отвечают действующему в настоящее время закону трения твердых тел Кулона, новому решению

классической задачи Эйлера о скольжении гибкого тела по неподвижному блоку и накопленным данным практики.

Список литературы

1. Біліченко М.Я. Основи теорії та розрахунки засобів транспортування вантажів шахт: Навч. посібник / Біліченко М.Я. – Дніпропетровськ: Національна гірнична академія України, 2002. – 103 с.
2. РТМ 24.093.04-80. Проектирование стационарных ленточных конвейеров общего назначения. - 1980.
3. З Андреев А.В. Передача трением / Андреев А.В. – М.: Машгиз, 1978. – 176 с.
4. Лубенец Н.А. Альтернативный формуле Эйлера закон реализации тягового усилия трением / Лубенец Н.А. // Науковий вісник НГУ. – Днепропетровск, 2008. – № 11.- С. 67 – 70.
5. Лубенец Н.А. Влияние центробежных сил гибкого тела на реализацию тягового усилия трением. / Лубенец Н.А., Лубенец Т.Н. // Науковий вісник НГУ. – Дніпропетровськ, 2012. - № 5. – С. 28 – 33.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ширінім Л.Н.  
Надійшло до редакції 21.10.2014*

УДК 622.232.72:004.942

© А.В. Бубликов, П.Ю. Огєєнко

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ ГІРНИЧИХ МАШИН ОЧИСНОГО МЕХАНІЗОВАНОГО КОМПЛЕКСУ ДЛЯ ВИДОБУТКУ ВУГІЛЛЯ**

У статті пропонується класифікація технологічних взаємозв'язків гірничих машин та їх зв'язків зі зовнішнім середовищем. Розкриваються особливості врахування цих зв'язків за умови створення комплексної моделі очисного механізованого комплексу. Проведені дослідження технологічних зв'язків видобувного комбайну зі зовнішнім середовищем.

В статье предлагается классификация технологических взаимосвязей горных машин и их связей с внешней средой. Раскрываются особенности учета этих связей при создании комплексной модели добычного механизированного комплекса. Проведены исследования технологических связей добычного комбайна с внешней средой.

The classification of technological connections between the coal machines and their connections with environment is proposed in the article. The features of accounting of these connections during creation of model of mining mechanized complex are discovered. The technological connections between shearer and environment are investigated.

**Вступ.** Шахтні підприємства є одними з найбільших споживачів електроенергії в Україні. За рік шахтне підприємство може споживати від 200000 до 300000 тис. кВт·год. В контексті цієї інформації той факт, що Україна витрачає на тонну видобутого вугілля в декілька разів більше електроенергії, ніж розвинуті країни, є дуже гострим питанням.