

**В.И. КРИВОЩЕКОВ**, канд. техн. наук  
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

## **К ОБОСНОВАНИЮ СТРУКТУРЫ ПОТОКА ДЛЯ ПОСЛОЙНОЙ ПЕРЕЧИСТКИ В ПОЛУПРОТИВОТОЧНОМ ГИДРОСЕПАРАТОРЕ**

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.* Одно из направлений улучшения качества товарных концентратов обогащения минерального сырья – повышение эффективности процесса гидравлической сепарации путем создания новых способов и аппаратов с рациональной зоной разделения и низкими удельными затратами энергии, поскольку применяемые для этого цилиндроконические гидроциклоны имеют низкую (37...56% по Ханкоку) технологическую эффективность, обусловленную рядом причин [1]. Поэтому на основе анализа этих причин для повышения эффективности работы классифицирующих устройств с позиций максимально возможной разницы в скоростях движения различных по крупности и плотности минеральных частиц предложен полупротивоточный гидросепаратор [2-4], в котором осуществлена перемешка суспензий посредством разделительных цилиндрических элементов со щелью.

*Анализ исследований и публикаций.* Как известно, причиной отрыва ламинарного пограничного слоя с поверхности цилиндра является повышение давления в диффузорной части потока [5]. Влияние силы трения приводит к потерям кинетической энергии частицами жидкости в пограничном слое и соответственно их торможению. В результате на некотором расстоянии от точки минимума давления вниз по потоку, энергии указанных частиц становится недостаточно для преодоления давления во внешнем течении, что приводит к прекращению движения жидкости [6]. Как следствие этого в нижней части ламинарного пограничного слоя появляется обратное течение, которое отесняет вышележащие слои жидкости от цилиндрической поверхности. Это приводит к отрыву пограничного слоя и образованию вихревых областей течения.

Вихри, отрывающиеся от поверхности цилиндра, представляют неустойчивые структуры, которые реагируют на малейшие изменения условий обтекания. Образование этих вихрей сопровождается дискретным смещением точек отрыва и колебанием гидродинамических сил. В связи с этим, даже при фиксированных значениях чисел Рейнольдса, положение точек отрыва постоянно меняется [7].

Оценить влияние гидродинамических условий обтекания tandemных цилиндров в гидросепараторе [1-4] на характер отрыва потока в первом приближении можно при их пространственном обтекании потоком вязкой жидкости. В этом случае наиболее характерна зависимость положения точек отрыва от числа Рейнольдса и расстояния между цилиндрами [7-9].

Сложный характер отрыва потока вязкой жидкости при обтекании цилин-

## Гравітаційна сепарація

дрических и сферических тел усложняет теоретические исследования указанного явления. Поэтому предпочтение отдается экспериментальным методам исследований [10, 11] и численному моделированию отрывных течений [12, 13].

*Постановка задачи.* Цель данной работы – исследование обтекания цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости.

*Изложение материала и результаты.* Как показали исследования [6, 7], отрыв пограничного слоя при поперечном обтекании цилиндра характерен для чисел  $Re \geq 50$  (число Рейнольдса для цилиндра). Со значения числа Рейнольдса с 60 и до 5000 за цилиндром образуется вихревая дорожка Кармана, состоящая из правильной последовательности оторвавшихся вихрей [6]. При  $Re > 5000$  вихревая дорожка не наблюдается и в спутном следе за цилиндром происходит полное турбулентное перемешивание.

Схемы обтекания потоком вязкой жидкости цилиндра без щели и со щелью (цилиндрический разделительный элемент гидросепаратора) в диапазоне чисел Рейнольдса  $1500 < Re < 20000$  изображены на рис. 1.

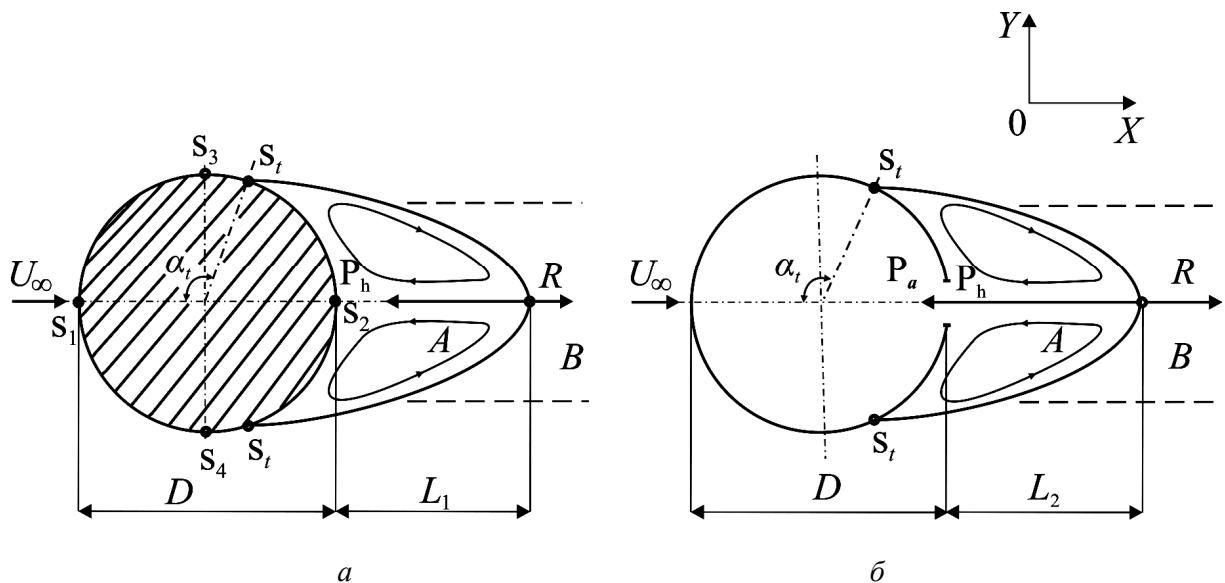


Рис. 1. Схемы обтекания потоком вязкой жидкости цилиндра диаметром  $D = 0,027$  м без щели (а) и цилиндрического разделительного элемента с шириной щели  $h = 0,001 - 0,007$  м (б):  $P_a$ ,  $P_h$  – атмосферное давление и давление жидкости на входе в щель,  $P_a$ ;  $S_1$ ,  $S_2$  – передняя и задняя критические точки;  $S_3$ ,  $S_4$  – точки минимума давления;  $S_t$  – точка отрыва пограничного слоя;  $\alpha_t$  – угол отрыва, град;  $A$  – водоворотная зона протяженностью  $L_1$  и  $L_2$ , м;  $R$  – точка реверса;  $B$  – спутный след

При образовании вихревой дорожки Кармана коэффициент силы лобового сопротивления определяется по формуле [6]

$$C_x = h_v R^{-1} [2,83u_s U_\infty^{-1} - 1,12u_s^2 U_\infty^{-2}], \quad (1)$$

где  $U_\infty$  – скорость набегающего на цилиндр потока вязкой жидкости, м/с;  $u_s$  – скорость течения в спутном следе за цилиндром, м/с;  $h_v$  – средняя ширина

спутного следа, м;  $R$  – радіус циліндра, м.

При поперечном обтекании циліндра потоком вязкой жидкости происходит образование вихрей, а затем их попеременный отрыв [6]. Так как давление в вихрях ниже, чем в основном потоке, то в момент отрыва одного из них на циліндр будет действовать подъемная сила  $F_y$ , вызванная перепадом давлений  $\Delta P_{1,2} = P_{n1} - P_{n2}$ . Здесь  $P_{n1}$  и  $P_{n2}$  – средние значения полных давлений на поверхности циліндра соответственно выше и ниже оси  $OX$  (рис. 1), определяемые как [5]

$$P_n = 0,5C_p P_\infty + P_c = 0,5C_p \rho U_\infty^2 + P_c, \quad (2)$$

где  $C_p = 1 - 4\sin^2\alpha$  – коэффициент давления;  $P_\infty$  и  $P_c$  – динамическая и статическая составляющие полного давления, Па.

В соответствии с работами [5, 6] для величины коэффициента подъемной силы получим

$$C_y \approx \frac{l \int_0^{\pi R} \mathbf{n}(\Delta P_{1,2}) dx_r}{\rho U_\infty^2 R l} = \frac{\int_0^{\pi R} \mathbf{n}(P_{n1} - P_{n2}) dx_r}{\rho U_\infty^2 R}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность вязкой жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\mathbf{n}$  – орт внешней нормали к поверхности циліндра;  $l$  – длина циліндра, м;  $x_r = \pi R \alpha (180^\circ)^{-1}$  – расстояние между передней критической точкой и точкой отрыва потока, измеряемое вдоль контура циліндра, м.

Для вихрей, отрывающихся от циліндрической поверхности характерны высокие значения продольной и поперечной пульсационных составляющих скорости течения [14, 15]. Эти пульсации передаются спутному следу, где происходит их уменьшение по мере удаления от циліндра. При этом поперечные пульсационные составляющие скорости достигают наибольших значений [15].

Попеременный отрыв вихрей и асимметрия течения в спутном следе за циліндром приводят к периодическому изменению коэффициентов силы лобового сопротивления и подъемной силы [16]. С учетом [15] представим закон изменения осредненных значений этих коэффициентов в виде [17]:

$$\bar{C}_x = C_{x0} [1 + |\sin(2\pi\tau Sh)|] = C_{x0} \left[ 1 + \left| \sin \left( 2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left( 1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right) \right| \right]; \quad (4)$$

$$\bar{C}_y = C_{y0} \sin(2\pi\tau Sh) = C_{y0} \sin \left[ 2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left( 1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\tau = t U_\infty D^{-1}$  – безразмерное время;  $t$  – текущее время, с;  $C_{x0}$ ,  $C_{y0}$  – коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, определяемые по формулам

## Гравітаційна сепарація

(1), (3);  $Sh$  – число Струхалія;  $U_v$  – скорость движения вихря относительно внешнего течения, м/с.

Выполним оценочный расчет коэффициентов  $\bar{C}_x$  и  $\bar{C}_y$  при обтекании одиночного цилиндра пространственным потоком вязкой жидкости.

В качестве исходных данных примем:  $U_\infty = 5$  м/с;  $U_v = 0,66U_\infty$ ;  $D = 0,027$  м;  $u_s = 0,5U_\infty$ ;  $h_v = 1,1D$ ;  $\tau = 0 \div 34$ ;  $\rho = 998,23$  кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha = 0 \div 180^\circ$ ;  $P_c = 10^5$  Па;  $P_{n2} = 0,9P_{n1}$ .

На рис. 2 представлены результаты расчета осредненных значений коэффициентов силы лобового сопротивления и подъемной силы, полученные по формулам (4), (5)

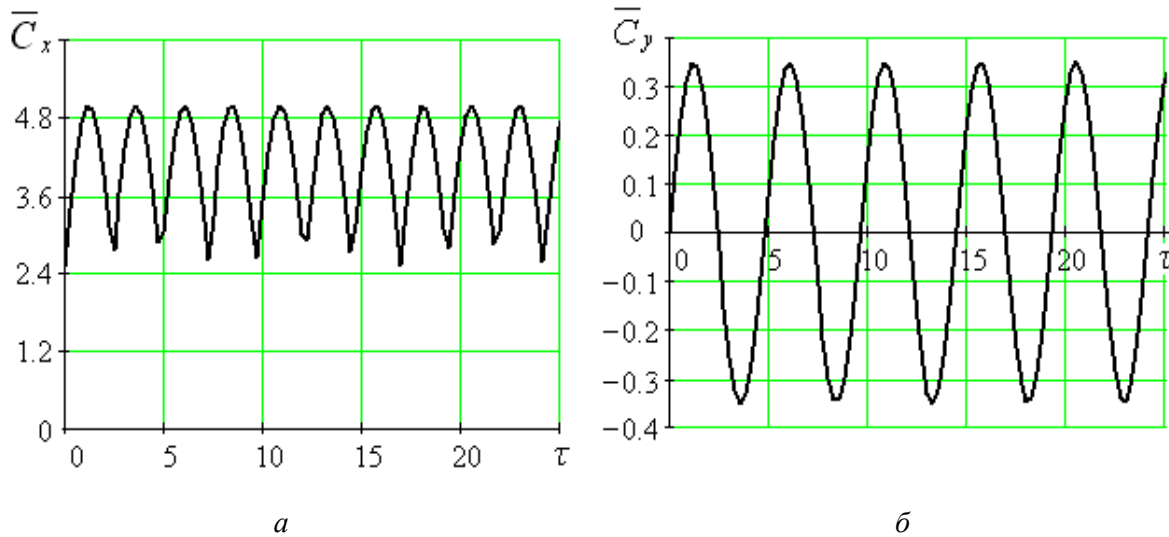


Рис. 2. Графики зависимости осредненной величины коэффициента силы лобового сопротивления (а) и подъемной силы (б) от безразмерного времени

Рассмотрим образование ламинарного пограничного слоя при симметричном обтекании одиночного цилиндра потоком вязкой жидкости (рис. 1,а). Согласно работе [6] при таком обтекании распределение скорости и силы трения в пограничном слое вплоть до точки его отрыва определяются из соотношений:

$$u = 2U_\infty \left[ \frac{x_r}{R} \frac{df_1(\eta)}{d\eta} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left( \frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{df_{2m-1}(\eta)}{d\eta} \right]; \quad (6)$$

$$F = 4\rho U_\infty^2 l x_r \cos\phi \left( \frac{U_\infty R}{\nu} \right)^{-0.5} \left[ \frac{x_r}{R} \frac{d^2 f_1(0)}{d\eta^2} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left( \frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{d^2 f_{2m-1}(0)}{d\eta^2} \right], \quad (7)$$

где  $\frac{df_1(\eta)}{d\eta}$ ,  $\frac{d^2 f_1(0)}{d\eta^2}$ ,  $\frac{df_{2m-1}(\eta)}{d\eta}$ ,  $\frac{d^2 f_{2m-1}(0)}{d\eta^2}$  – производные безразмерных функций, используемых при разложении функции линии тока в ряд Блазиуса;  $\eta = \zeta R^{-1} \sqrt{2U_\infty \nu^{-1} R}$  – значение формпараметра, представляющего собой отноше-

ние сил давления к силам трения;  $\zeta$  – расстояние по нормали от данной угловой точки на поверхности цилиндра до внешней границы ламинарного пограничного слоя, м;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости, м<sup>2</sup>/с;  $\varphi$  – угол между касательной к поверхности цилиндра и направлением вектора скорости набегающего потока, град.

Выражения (6), (7) получены для первых шести членов ряда Блазиуса [6]. Подставляя в соотношение (7) вместо производных второго порядка их численные значения и учитывая, что в точке отрыва ламинарного пограничного слоя сила трения на поверхности цилиндра равна нулю, после преобразований получим [6]

$$6,973 - 2,732 \frac{x_r}{R} + 0,292 \frac{x_r^2}{R^2} - 0,0183 \frac{x_r^3}{R^3} + 0,000043 \frac{x_r^4}{R^4} - 0,000115 \frac{x_r^5}{R^5} = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) дает точку отрыва, характеризуемую углом  $\alpha = \alpha_t = 108,8^\circ$  [6]. Отсюда следует, что соотношения (6) и (7) применимы при условии, когда выполняется неравенство  $0 \leq \alpha < \alpha_t$ . Тогда перепад давлений на участке пограничного слоя между точкой его отрыва и точкой минимума давления вязкой жидкости определяется по формуле

$$\Delta P = P_t - P_{min}, \quad (9)$$

где  $P_t, P_{min}$  – давления вязкой жидкости на поверхности цилиндра в точке отрыва ламинарного пограничного слоя  $\alpha_t = 108,8^\circ$  и в точке минимума давления  $\alpha = 90^\circ$ , Па.

Значения  $P_t, P_{min}$  определяются из соотношения (2).

При возрастании скорости набегающего потока вязкой жидкости происходит увеличение кинетической энергии течения в ламинарном пограничном слое. Предположительно это приводит к смещению точки отрыва в сторону задней критической точки ( $\alpha > \alpha_t$ ).

В реальных условиях обтекания цилиндрических тел наблюдаются колебательные изменения гидродинамических параметров вязкого течения [7], а связь между положением точки отрыва и скоростью набегающего потока не всегда носит однозначный характер. По этой причине рассмотренное смещение точки отрыва, возможно лишь в узком диапазоне чисел Рейнольдса.

Рассмотрим случай, когда точка отрыва не совпадает с теоретическим ее значением ( $\alpha_t^* \neq \alpha_t$ ). По аналогии с выражением (9) запишем:

$$\Delta P^* = P_t^* - P_{min}^*, \quad (10)$$

где  $P_t^*, P_{min}^*$  – давления вязкой жидкости на поверхности цилиндра в точке отрыва  $\alpha_t^*$  и в точке минимума давления, Па.

Пусть скорость набегающего потока  $U_\infty$  изменяется в интервале от  $U_0$  до  $U_n$ .

## Гравітаційна сепарація

Введем следующие допущения:

- точке отрыва ламинарного пограничного слоя  $\alpha_t = 108,8^\circ$  соответствует некоторое фиксированное значение скорости  $U_\infty = U_t$  ( $U_0 < U_t < U_n$ ) и перепада давлений  $\Delta P$ ;

- в случае, когда выполняется неравенство  $U_0 \leq U_\infty \leq U_n$ , между точкой отрыва и скоростью набегающего на цилиндр потока существует прямо пропорциональная зависимость  $\alpha_t^* = f(U_\infty)$ .

Представим связь между перепадами давлений  $\Delta P^*$  и  $\Delta P$  зависимостью вида

$$\Delta P^* = k_1 \Delta P, \quad (11)$$

где  $k_1 = f(\bar{U}_\infty^{-2}, \bar{E}, \bar{I}) > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение энергетических параметров вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое на поверхности цилиндра ( $k_1 = 1$  при  $U_\infty = U_t$ );  $\bar{U}_\infty^{-2} = U_\infty^{-2} U_t^{-2}$  – квадрат безразмерной скорости набегающего потока;  $\bar{E} = u_t^2 u_p^{-2}$  – безразмерная величина кинетической энергии частицы жидкости вблизи границы вязкого подслоя;  $u_t, u_p$  – продольные составляющие скорости частицы жидкости в непосредственной близости от точки отрыва  $\alpha_t$  и в точке минимума давления ( $U_0 \leq U_\infty \leq U_n$ );  $\bar{I} = I_t I_p^{-1}$  – безразмерная величина интенсивности турбулентности в ламинарном пограничном слое;  $I_t, I_p$  – интенсивности турбулентности, соответствующие скоростям  $u_t, u_p$ .

Необходимо учитывать, что в точке отрыва пограничного слоя выполняются условия:  $u_t \approx 0$ ,  $F \approx 0$  и  $\bar{E} \approx 0$ . Это обусловлено потерями кинетической энергии течения вязкой жидкости в ламинарном пограничном слое на участке между точкой минимума давления и точкой отрыва потока.

С учетом выражений (10) и (11) получим

$$P_t^* = k_1 \Delta P + P_{min}^*.$$

Из выражения (2) следует, что

$$\alpha_t^* = 180^\circ - \arcsin \left( \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{P_t^* - P_c}{2\rho U_\infty^2}} \right).$$

Рассмотрим случай, когда отрыв пограничного слоя происходит при  $\alpha = \alpha_t^*$ . Представим соотношения (6) и (7) в виде:

$$u^* = 2k_2 U_\infty \left\{ \frac{x_r}{R} \frac{df_1(\eta)}{d\eta} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left( \frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{df_{2m-1}(\eta)}{d\eta} \right\} + \Delta u; \quad (12)$$

$$F^* = 4k_3 \rho U_\infty^2 l x_r \cos \varphi \left( \frac{U_\infty R}{\nu} \right)^{-0.5} \left[ \frac{x_r}{R} \frac{d^2 f_1(0)}{d\eta^2} - \sum_{m=2}^6 \frac{2m}{(2m-1)!} \left( \frac{x_r}{R} \right)^{2m-1} \frac{d^2 f_{2m-1}(0)}{d\eta^2} \right] + \Delta F, \quad (13)$$

где  $k_2 = f(Re, \bar{\delta}_t, \eta) > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение гидродинамической структуры пограничного слоя ( $k_2 = 1$  при  $U_\infty = U_t$ );  $\bar{\delta}_t = \delta_t R^{-1}$  – безразмерная толщина пограничного слоя в точке отрыва  $\alpha_t$ ;  $\Delta u$  – поправка на величину скорости  $u^*$ ;  $k_3 = f(Re^2, \bar{I}_\infty, \bar{I})$  – эмпирический коэффициент, учитывающий турбулизацию пограничного слоя ( $k_3 = 1$  при  $U_\infty = U_t$ );  $\bar{I}_\infty = I_\infty I_t^{-1}$  – безразмерная величина интенсивности турбулентности набегающего потока;  $\Delta F$  – поправка на величину силы трения  $F^*$ .

В случае обтекания пространственным потоком цилиндра со щелью (рис. 1,б) вместо коэффициентов  $k_2, k_3$  будем соответственно использовать коэффициенты  $k_4$  и  $k_5$ , определяемые как:

$$\begin{cases} k_4 = f(Re, \bar{\delta}_t, \eta, C_p', hD^{-1}); \\ k_5 = f(Re^2, \bar{I}_\infty, \bar{I}, C_p', hD^{-1}), \end{cases} \quad (14)$$

где  $k_4 > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий изменение гидродинамической структуры пограничного слоя и давления за цилиндром ( $k_4 = k_2$  при  $h = 0$ );  $C_p'$  – коэффициент давления в точке отрыва потока;  $k_5 > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий турбулизацию пограничного слоя и изменение давления за цилиндром ( $k_5 = k_3$  при  $h = 0$ ).

Обобщая случаи обтекания tandemных цилиндров без щели и со щелью, представим соотношения (14) в виде:

$$\begin{cases} k_4' = f(Re, \bar{\delta}_t, \eta, C_p', l_x D^{-1}, l_y D^{-1}, HD^{-1}, hD^{-1}, n); \\ k_5' = f(Re^2, \bar{I}_\infty, \bar{I}, C_p', l_x D^{-1}, l_y D^{-1}, HD^{-1}, hD^{-1}, n), \end{cases} \quad (15)$$

где  $k_4' > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий влияние компоновки tandemных цилиндров и ширины щели на изменение гидродинамической структуры пограничного слоя и давления за цилиндром;  $l_x, l_y$  – средние расстояния между ближайшими tandemными цилиндрами в направлении внешнего течения и перпендикулярно к нему;  $H$  – максимальная ширина спутного течения за цилиндром;  $n$  – число tandemных цилиндров;  $k_5' > 0$  – эмпирический коэффициент, учитывающий влияние компоновки tandemных цилиндров и ширины щели на турбулизацию пограничного слоя и изменения давления за цилиндром.

При поперечном обтекании покоящегося цилиндра в качестве основных гидродинамических сил, действующих на него со стороны вязкой среды, рас-

## **Гравітаційна сепарація**

смагивають силу лобового опору і підіймальну силу. Так як коефіцієнт лобового опору набагато більше коефіцієнта підіймальної сили, то перший використовують при дослідженні особливостей обтікання тандемних і одиночного циліндрів [14, 16], а також роздільних елементів щелью в полупротиточному гидросепараторі [1-3].

С збільшенням ширини щелі роздільного елемента відбувається збільшення зони захопту в'язкої рідини щелью, а також зменшення тиску поблизу неї. Це призводить до зміни градієнта тиску во зовнішньому теченні за точкою мінімуму тиску і до зміщенню точки відриву ламінарного пограничного шару в сторону задньої критичної точки.

Указана особливість являється аналогом процесу видалення частинок рідини з ламінарного пограничного шару, затриманих в областях зростання тиску, перш ніж вони встигають викликати відрив потоку від стінки [6].

На рис. 3 зображена миттєва картина ліній тиску в'язкої рідини при обтіканні двох тандемних циліндрів [16].

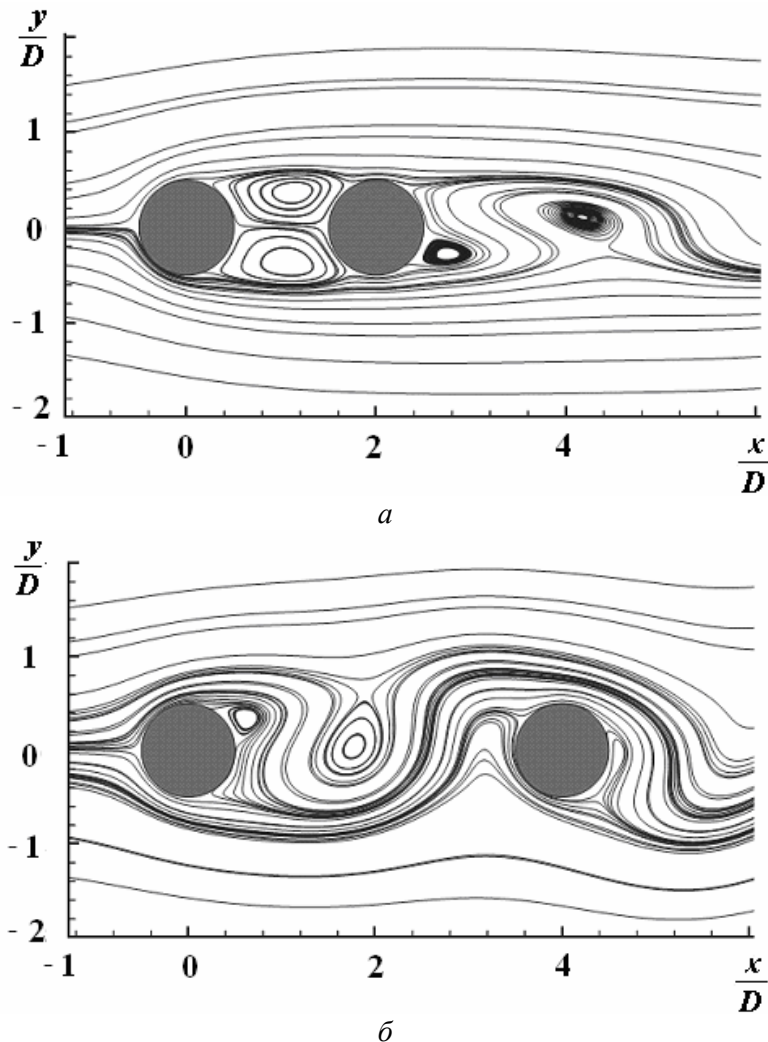


Рис. 3. Картина ліній тиску в'язкої рідини при обтіканні двох тандемних циліндрів з урахуванням відстані між ними  $s = 2D$  (а) і  $4D$  (б)



Из рис. 3,а видно, что при  $s = 2D$  спутный след за первым цилиндром имеет две точки присоединения и две точки отрыва потока на поверхности второго цилиндра. При этом лобовая поверхность второго цилиндра находится в области влияния вихрей за первым цилиндром. В случае, когда  $s = 4D$  (рис. 3,б), поток вязкой жидкости за первым цилиндром имеет асимметричную структуру. Такой характер течения вызван попеременным отрывом вихрей с поверхности первого цилиндра и распространением завихрений на обе стороны спутного следа. Последнее приводит к искажению линий тока и несимметричному распределению скорости и давления вязкой жидкости [15, 16].

Таким образом, для реализации рационального обтекания двух тандемных цилиндров примем и рассмотрим вариант, когда  $s = 3D$  (рис. 4).

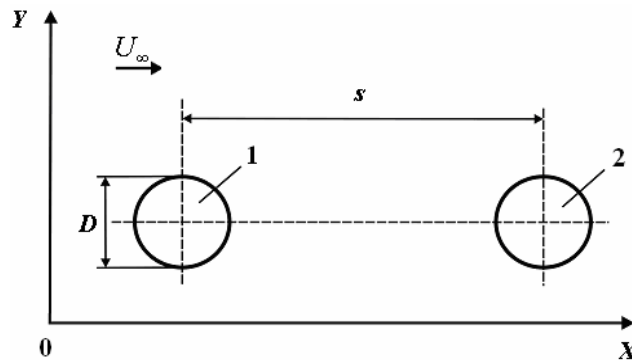


Рис. 4. Схема обтекания двух (1 и 2) тандемных цилиндров с оптимальным вариантом компоновки ( $s = 3D$ ) пространственным потоком вязкой жидкости

Расстояние между тандемными цилиндрами оказывает значительное влияние на осредненную величину коэффициента силы лобового сопротивления [16]. Поэтому в качестве критерия рациональной компоновки тандемных цилиндров рассмотрим минимальное значение осредненных величин коэффициента силы лобового сопротивления (рис. 5).

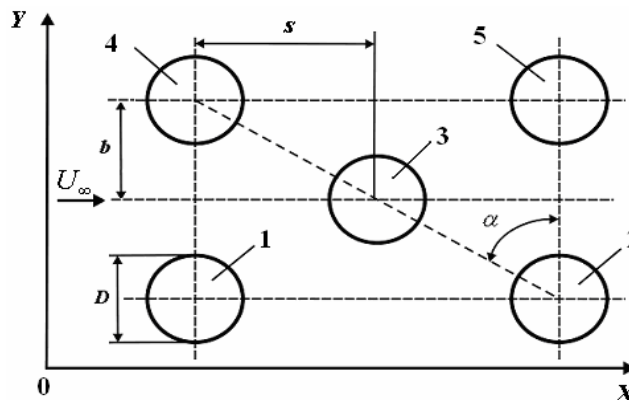


Рис. 5. Схема компоновки пяти тандемных цилиндров в пространственном потоке вязкой жидкости:  $D$  – диаметр цилиндра, м; 1, 2, 4, 5 – крайние и 3 – центральный цилиндры;  $U_{\infty}$  – скорость набегающего потока, м/с;  $s$  и  $b$  – расстояние между центральным и крайними цилиндрами вдоль осей  $OX$  и  $OY$ , м;  $\alpha$  – угол компоновки, град

## Гравітаційна сепарація

При обтекании tandemных цилиндров без щели и со щелью для осредненные значений коэффициентов  $\bar{C}_x$  и  $\bar{C}_y$  получим:

$$\bar{C}_x = k_x C_{x0} \left[ 1 + \left| \sin \left( 2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left( 1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right) \right| \right]; \quad (16)$$

$$\bar{C}_y = k_y C_{y0} \sin \left[ 2\pi\tau \frac{3}{4\pi} \left( 1 - \frac{U_v}{U_\infty} \right) \right], \quad (17)$$

где  $k_x > 0$  и  $k_y > 0$  – эмпирические коэффициенты, учитывающие влияние компоновки tandemных цилиндров на силу лобового сопротивления и подъемную силу, определяемые как:

$$\begin{cases} k_x = f \left( Re, Sh, \bar{I}_\infty, C_p', sD^{-1}, bD^{-1}, h_v D^{-1}, n \right); \\ k_y = f \left( Re, Sh, \bar{I}_\infty, 2\Delta P_{1,2} P_\infty^{-1}, sD^{-1}, bD^{-1}, h_v D^{-1}, n \right). \end{cases} \quad (18)$$

На рис. 6 и 7 представлены результаты расчета осредненных значений коэффициента силы лобового сопротивления и подъемной силы для центрального цилиндра (рис. 5), полученные по формулам (16), (17)

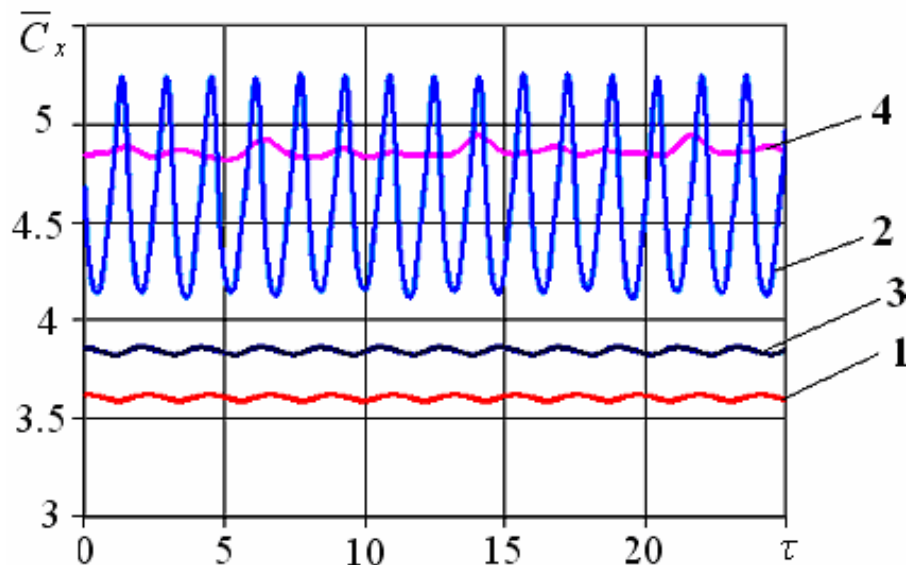


Рис. 6. Графики зависимости осредненной величины коэффициента силы лобового сопротивления центрального цилиндра от безразмерного времени для схемы, изображенной на рис. 5: 1 –  $s = 3D$ ,  $b = D$ ; 2 –  $s = 3D$ ,  $b = 1,5D$ ; 3 –  $s = 2D$ ,  $b = D$ ; 4 –  $s = 2D$ ,  $b = 1,5D$

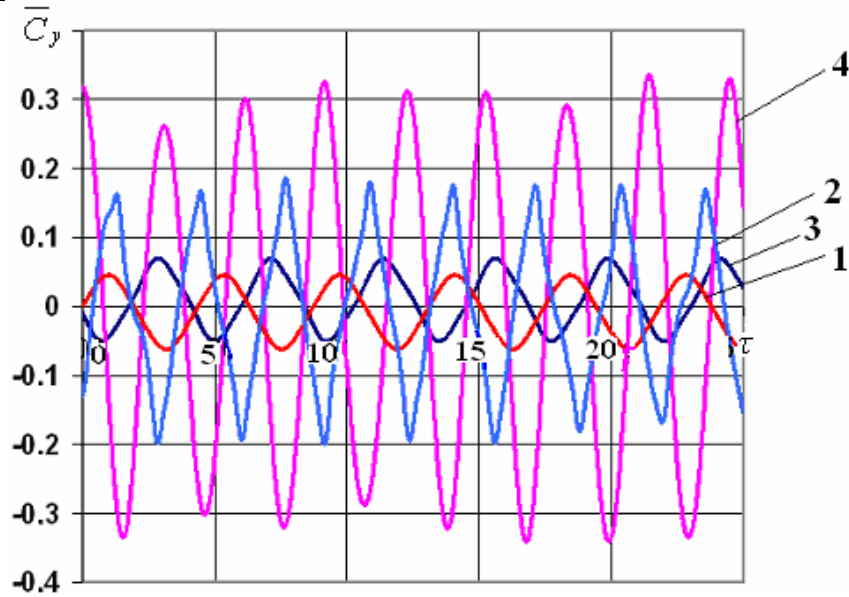


Рис. 7. Графики зависимости осредненной величины коэффициента подъемной силы центрального цилиндра от безразмерного времени для схемы, изображенной на рис. 5: 1 –  $s = 3D$ ,  $b = D$ ; 2 –  $s = 3D$ ,  $b = 1,5D$ ; 3 –  $s = 2D$ ,  $b = D$ ; 4 –  $s = 2D$ ,  $b = 1,5D$

Варианты компоновки пяти тандемных цилиндров и результаты расчета  $\bar{C}_x$  и  $\bar{C}_y$  приведены в таблице.

				s, м							
1,75D				2D				3D			
b, м	$\alpha$ , град	$\bar{C}_x$	$\bar{C}_y$	b, м	$\alpha$ , град	$\bar{C}_x$	$\bar{C}_y$	b, м	$\alpha$ , град	$\bar{C}_x$	$\bar{C}_y$
D	60,3	4,19	0,85	D	63,5	3,80	0,67	D	71,5	3,60	0,46
1,5D	49,4	4,90	0,36	1,5D	53,1	4,85	0,28	1,5D	63,5	4,67	0,18
1,75D	45,0	5,46	0,29	1,75D	48,8	5,39	0,24	1,75D	59,7	5,32	0,13

Из приведенных результатов расчета следует, что вариант компоновки ( $s = 3D$ ,  $b = D$ ,  $\alpha = 71,5^\circ$ ) является наиболее оптимальным, поскольку, осредненная величина коэффициента силы лобового сопротивления достигает своего минимального значения, т.е. 3,60.

На базе уравнений движения двухфазной среды [18] рассмотрены особенности обтекания пространственным потоком вязкой жидкости при  $Re = 2U_\infty R\nu^{-1} = 100$  двух тандемных цилиндров с оптимальным вариантом компоновки ( $s = 3D$ ). Полученные результаты численного моделирования приведены ниже.

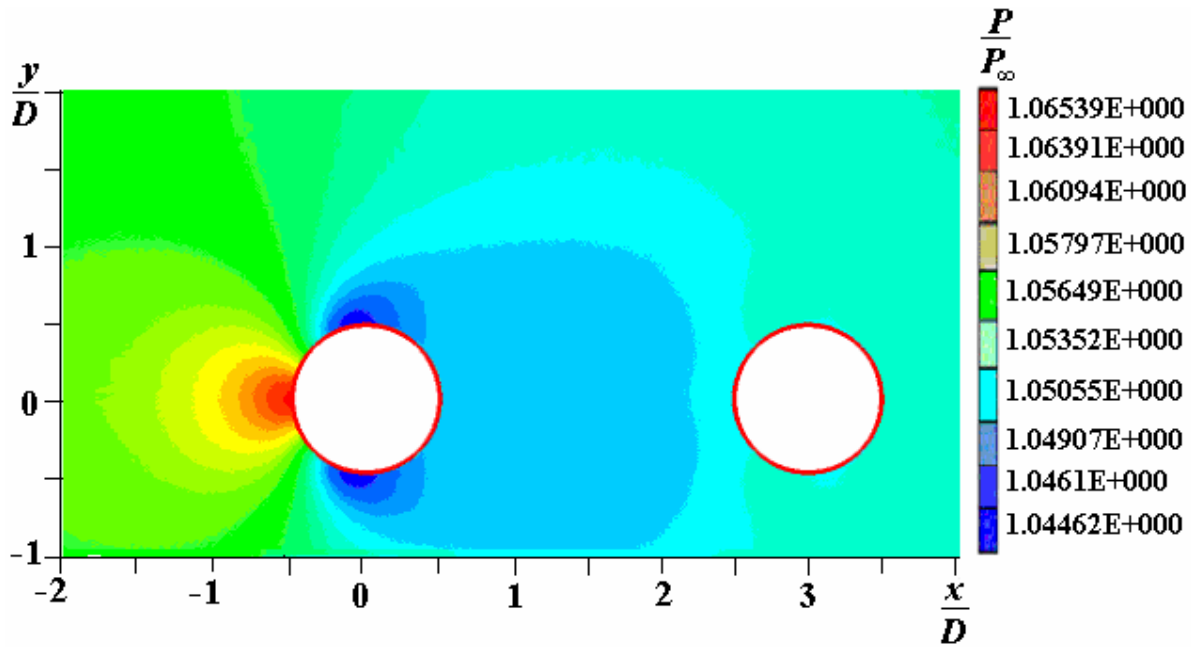


Рис. 8. Распределение давления вязкой жидкости, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

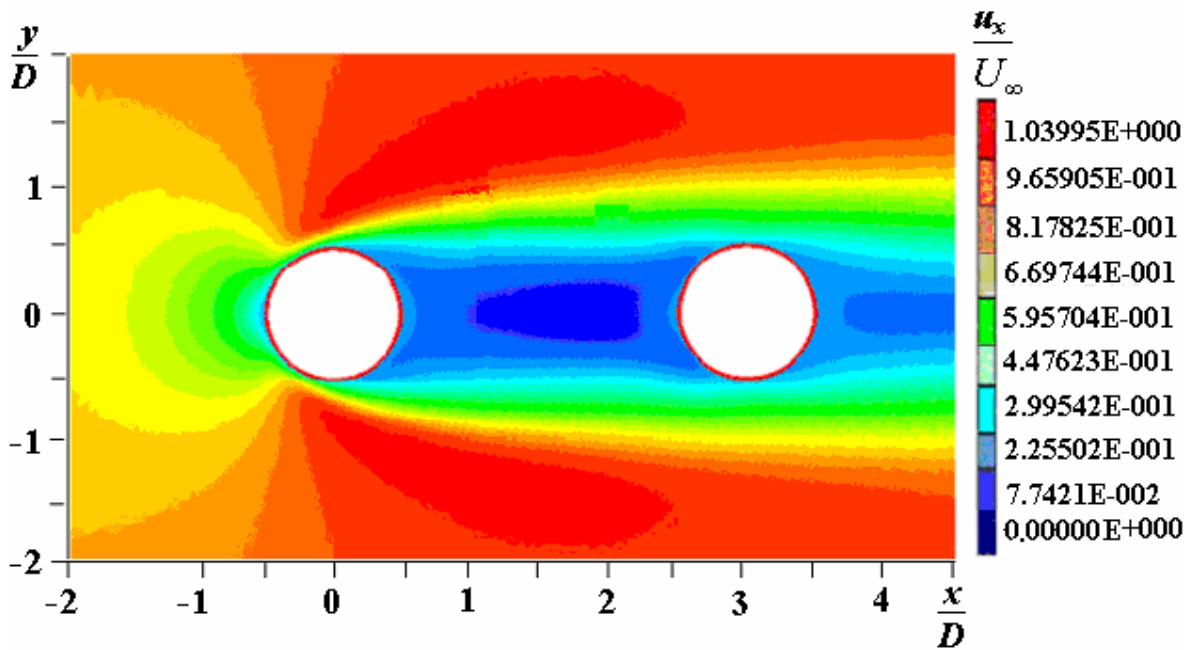


Рис. 9. Распределение продольной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

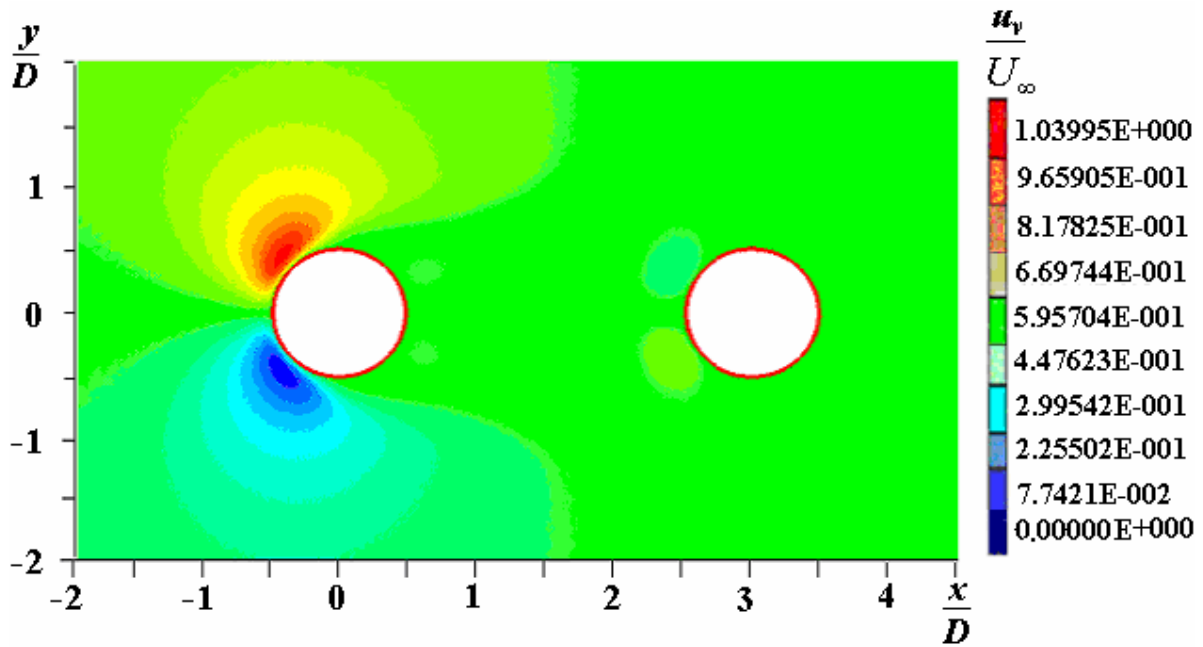


Рис. 10. Распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

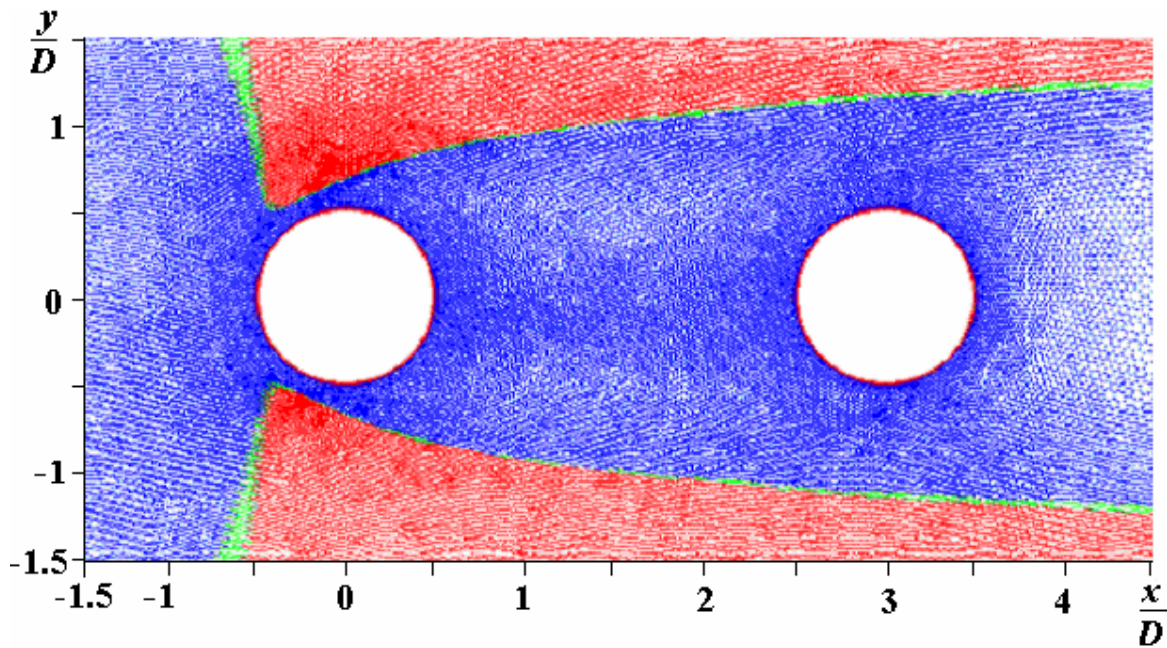


Рис. 11. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости

## Гравітаційна сепарація

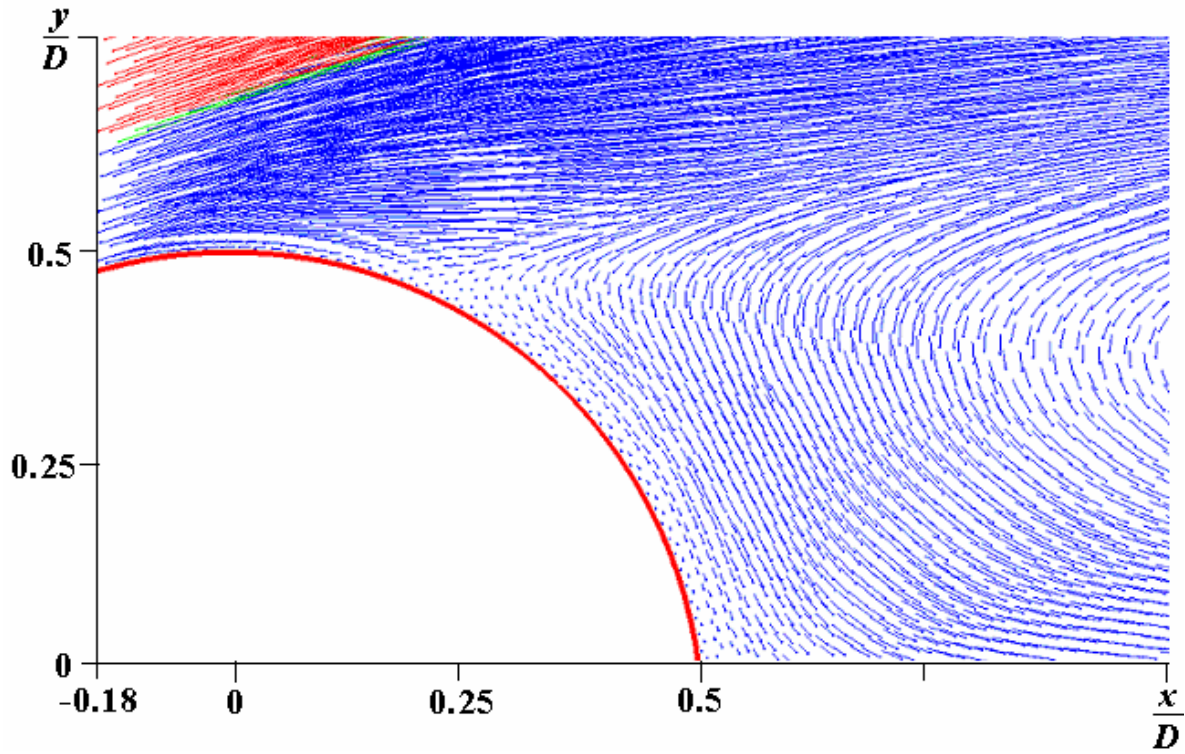


Рис. 12. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости  
вблизи точки отрыва на цилиндре 1

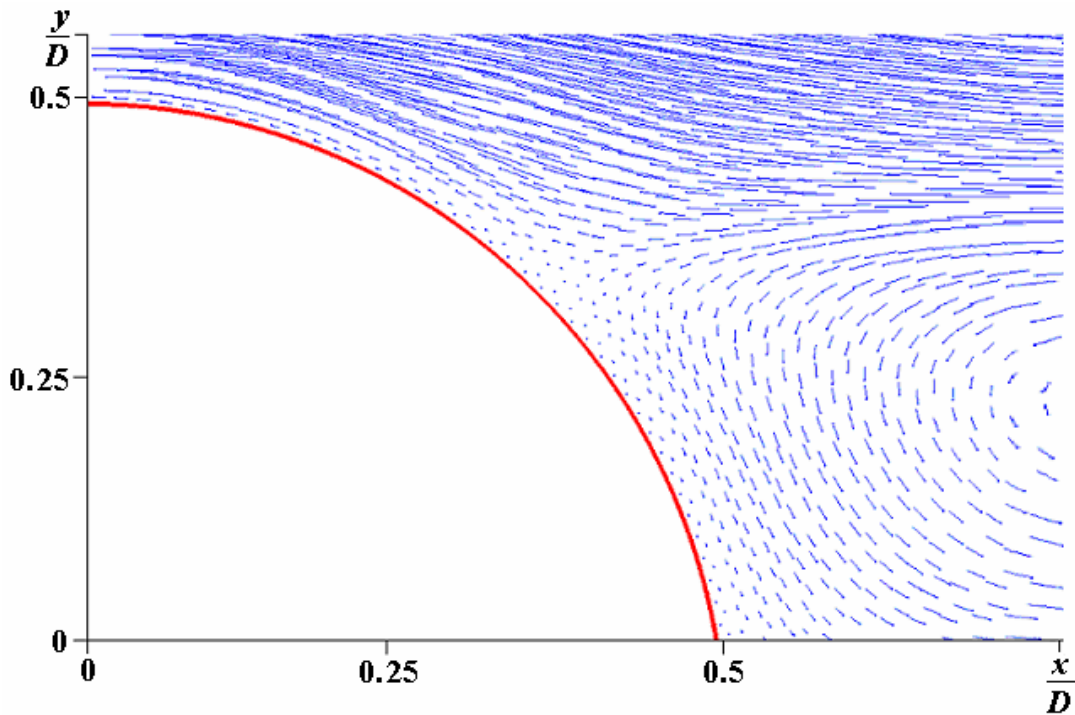


Рис. 13. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости  
вблизи точки отрыва на цилиндре 2

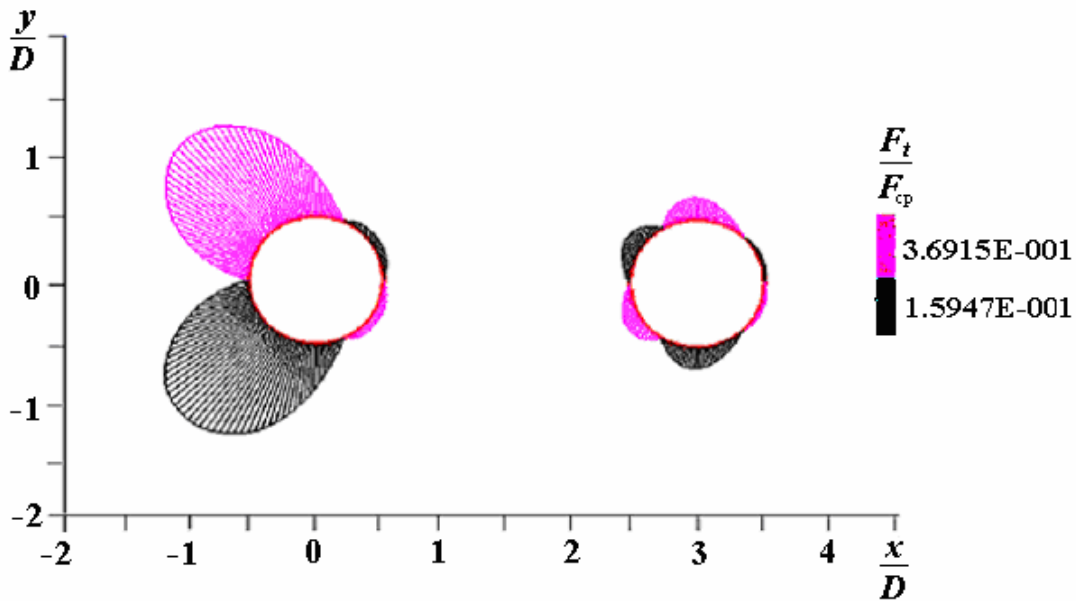


Рис. 14. Общий вид эпюры силы трения вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенной к ее минимальному значению вблизи точки отрыва потока

На базе уравнений движения двухфазной среды [18] рассмотрены особенности обтекания пространственным потоком вязкой жидкости при  $Re = 100$  пяти тандемных цилиндров с оптимальным вариантом компоновки ( $s = 3D$ ,  $b = D$ ,  $\alpha = 71,5^\circ$ ). Полученные результаты численного моделирования приведены ниже.

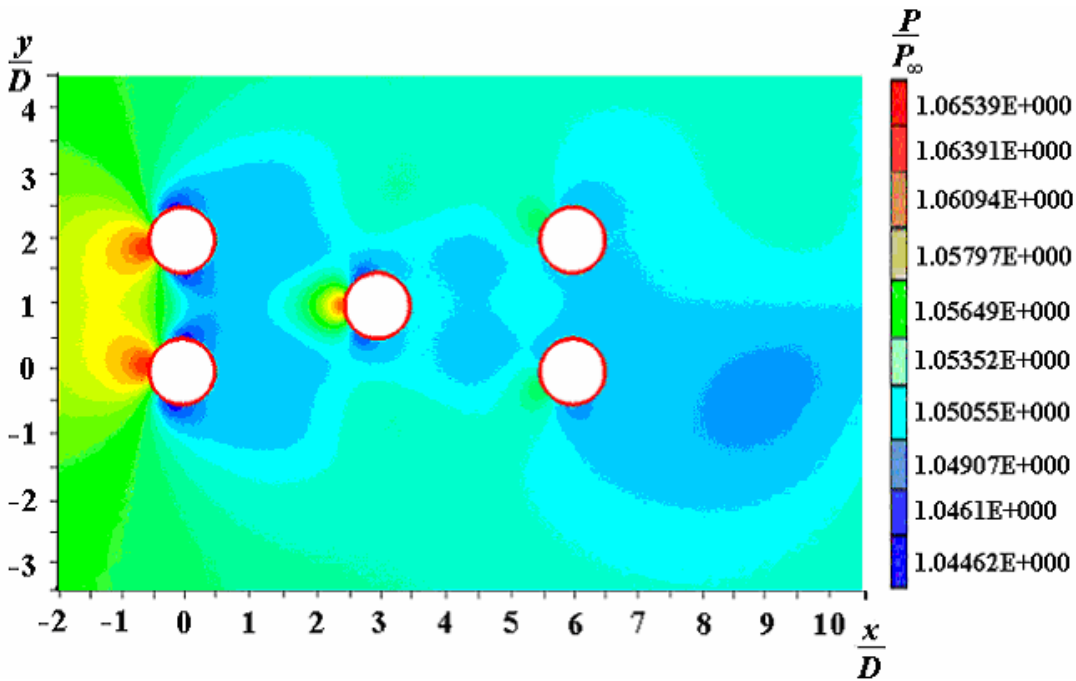


Рис. 15. Распределение давления вязкой жидкости, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

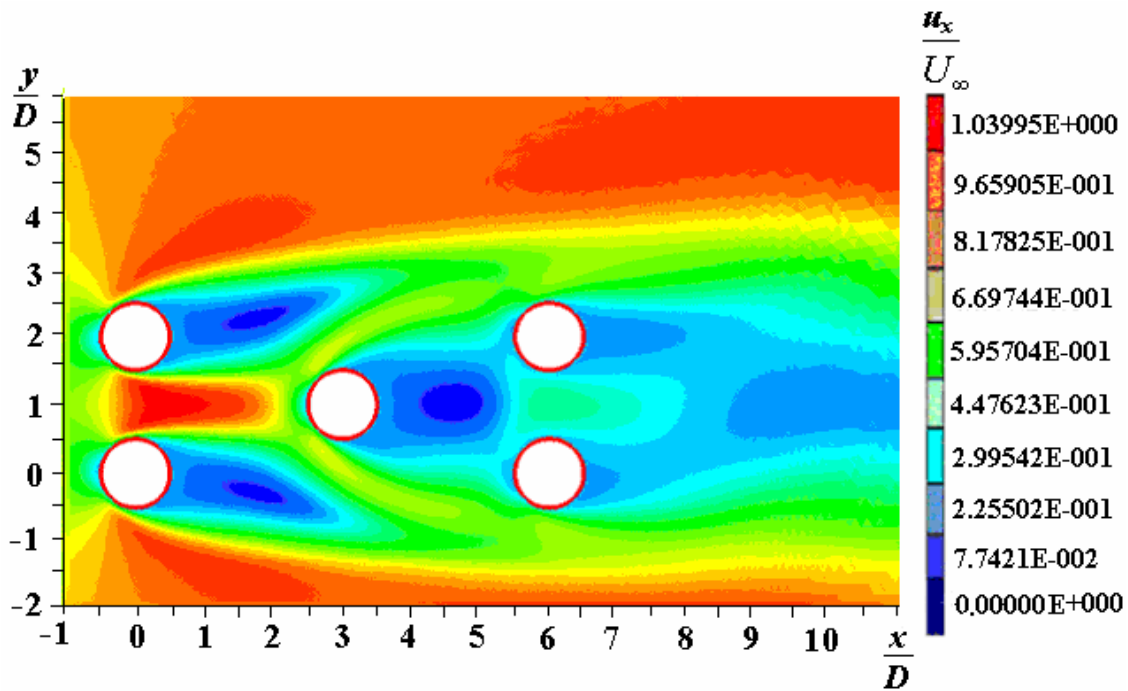


Рис. 16. Распределение продольной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока

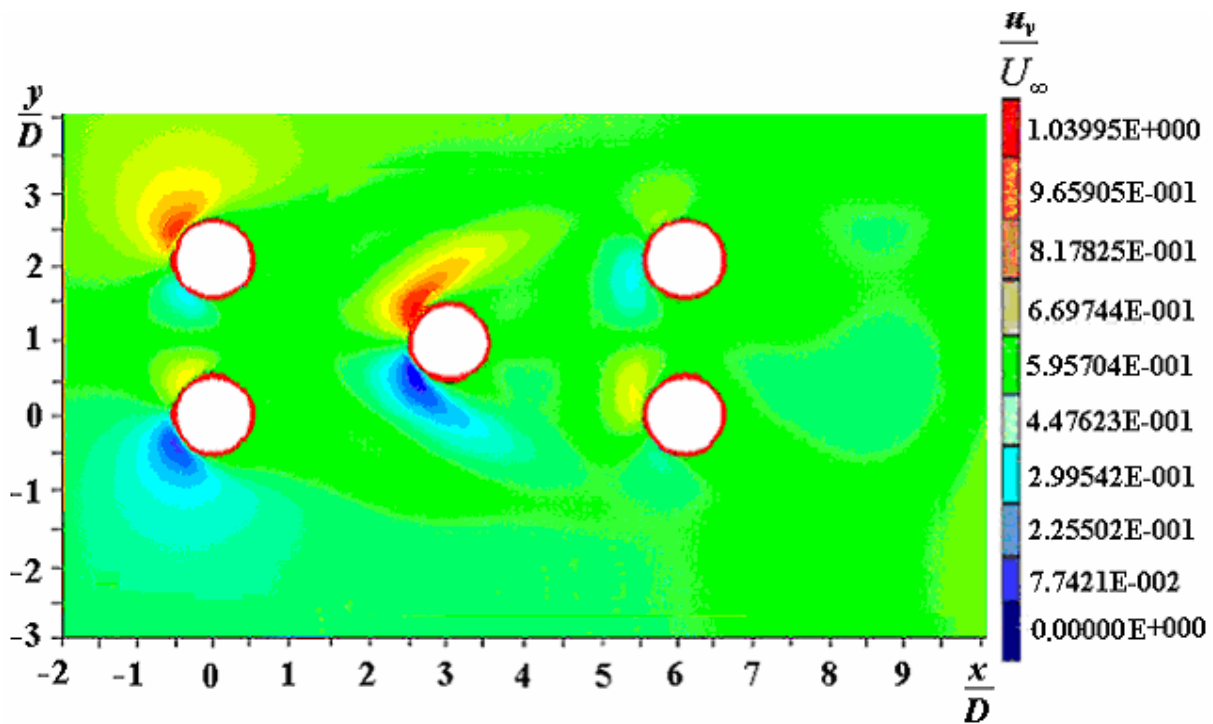


Рис. 17. Распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости, отнесенной к средней скорости набегающего потока



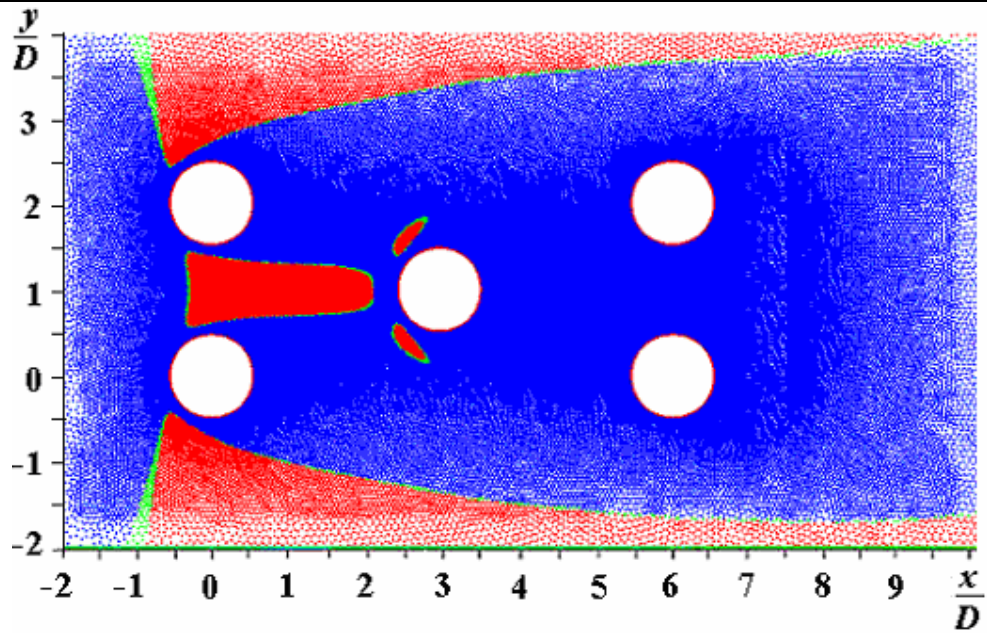


Рис. 18. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости

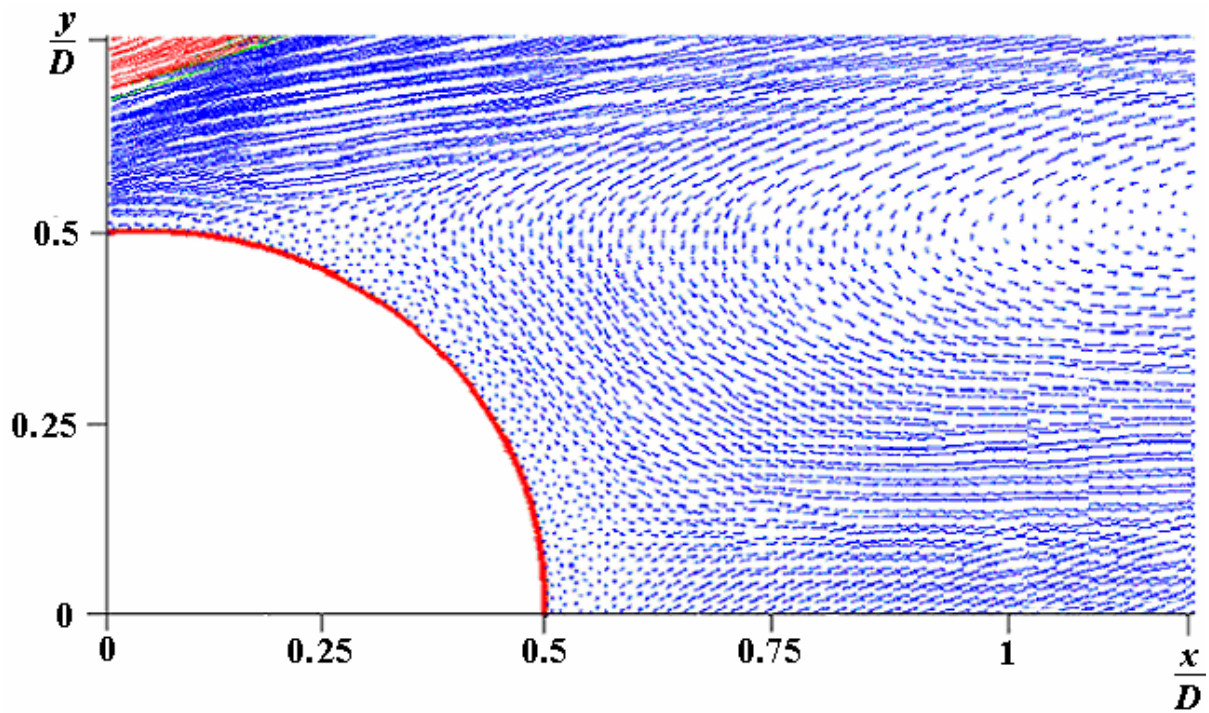


Рис. 19. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости  
вблизи точки отрыва на цилиндре 1

## Гравітаційна сепарація

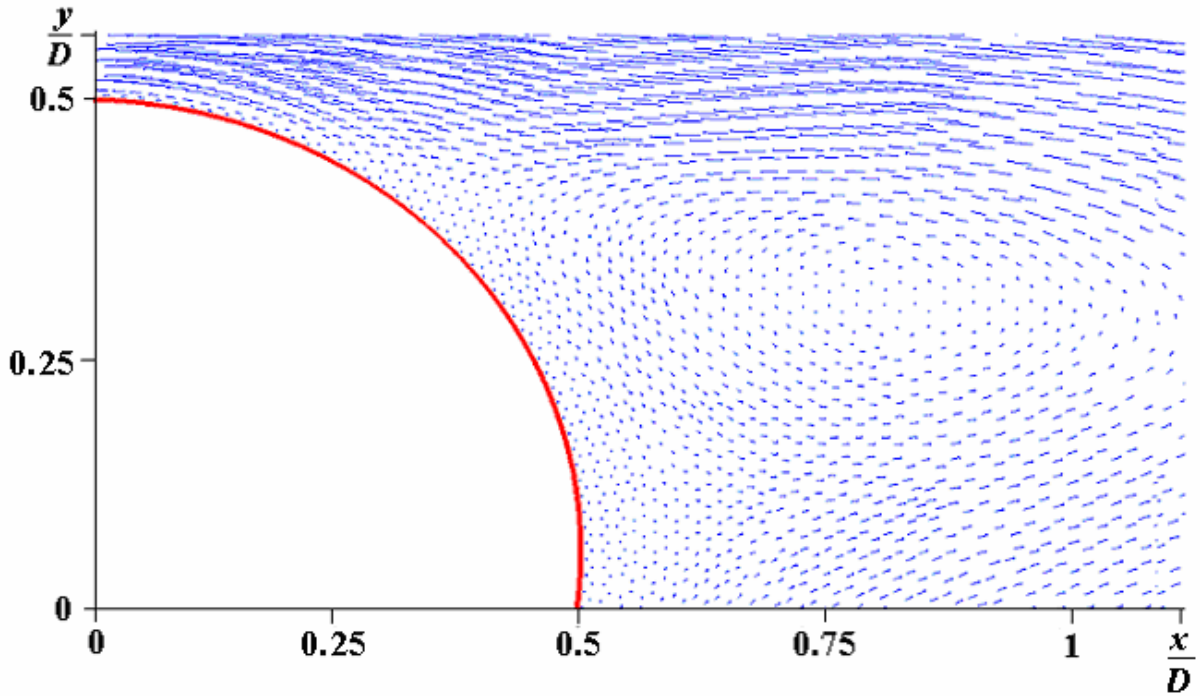


Рис. 20. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости  
вблизи точки отрыва на цилиндре 2

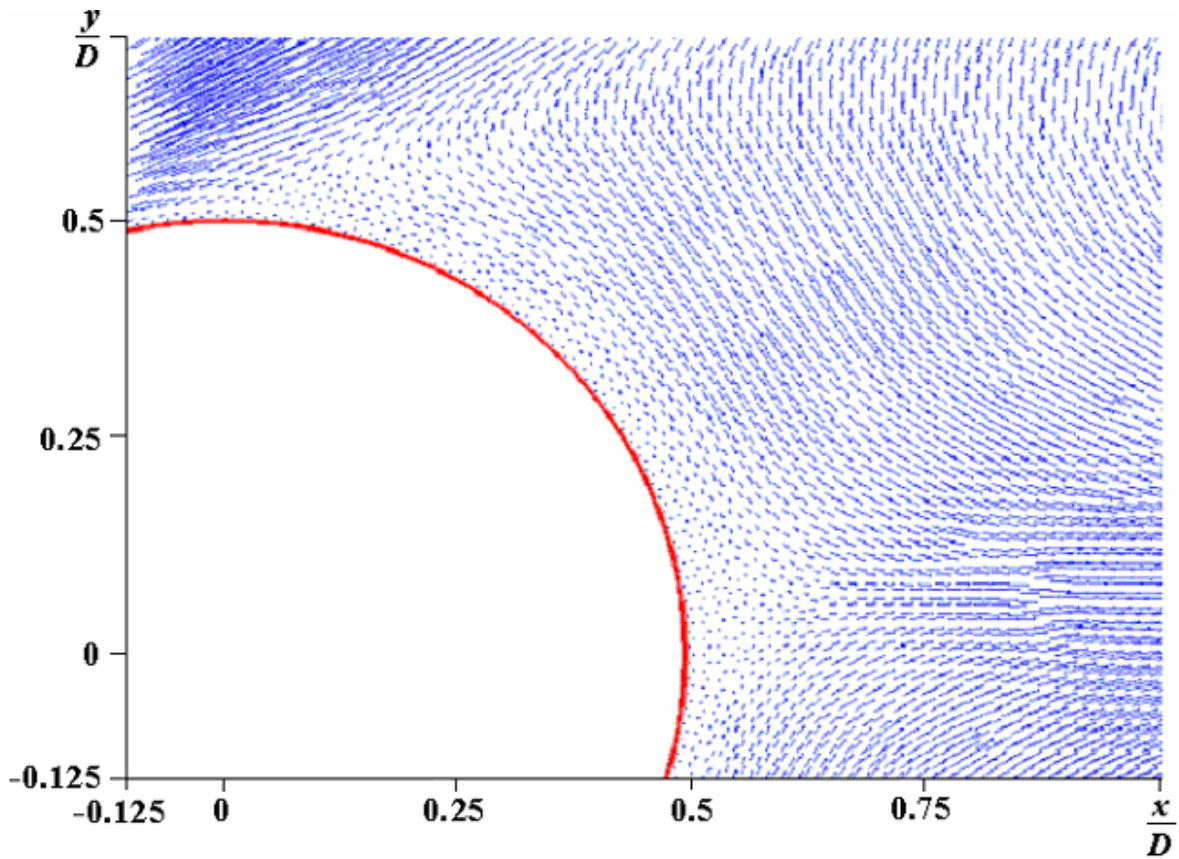


Рис. 21. Поле вектора результирующей скорости вязкой жидкости  
вблизи точки отрыва на цилиндре 3

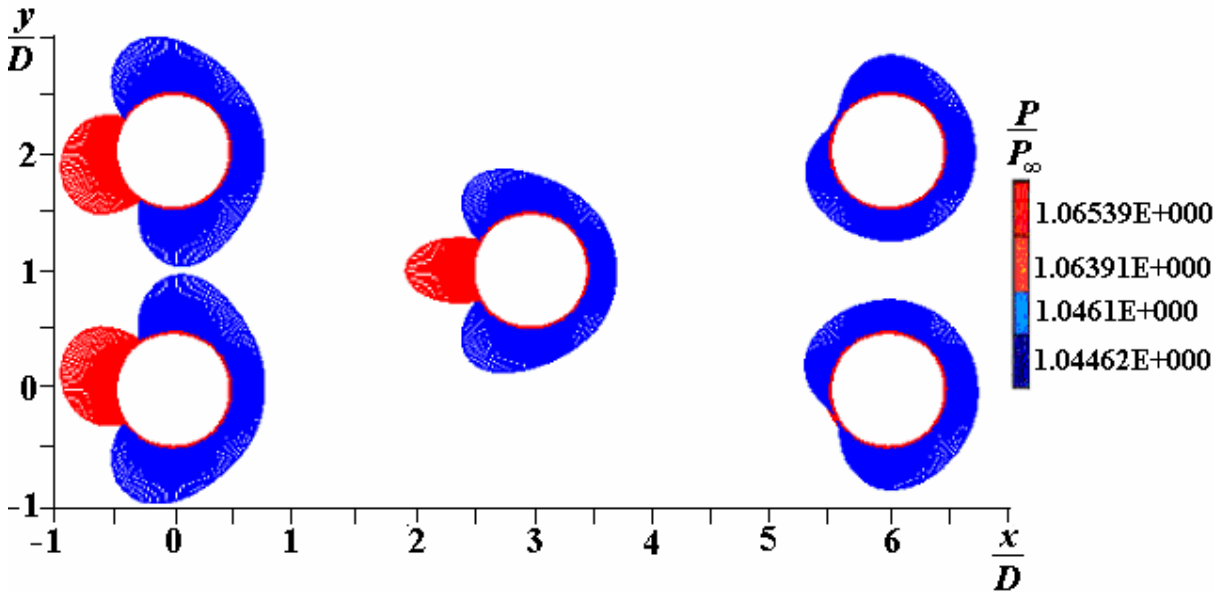


Рис. 22. Общий вид эпюры давления вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенного к среднему давлению набегающего потока

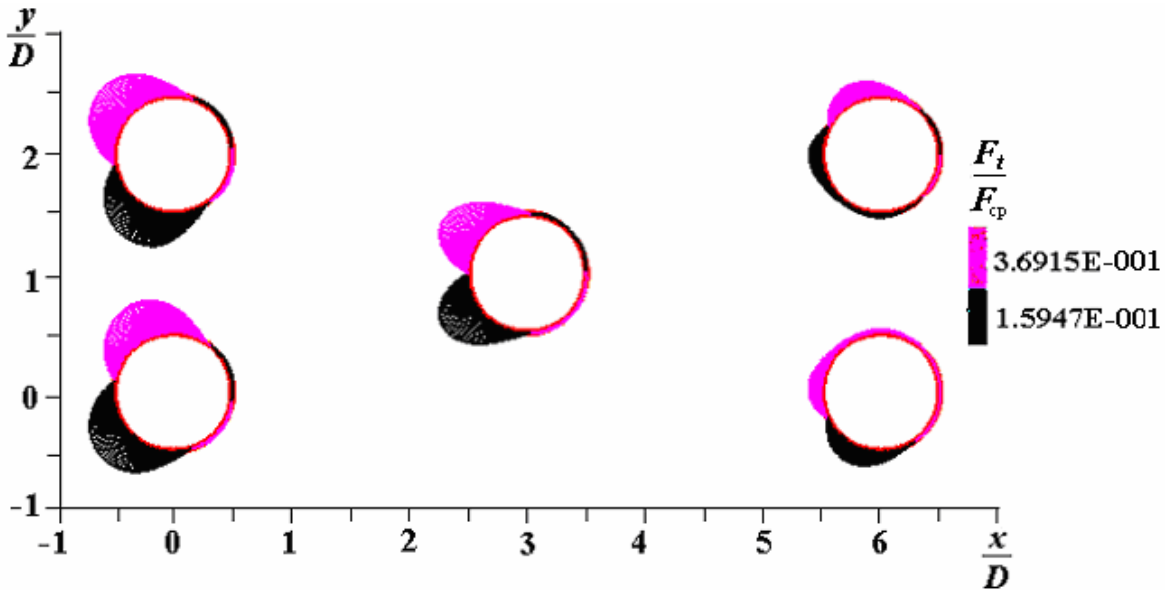


Рис. 23. Общий вид эпюры силы трения вязкой жидкости на поверхности цилиндров, отнесенной к ее минимальному значению вблизи точки отрыва потока

Из рис. 8 следует, что характерное увеличение и уменьшение давления вязкой жидкости наблюдается при обтекании цилиндра 1 и происходит соответственно вблизи передней критической точки и в спутном следе. При обтекании цилиндра 2 распределение давления вязкой жидкости носит однородный характер. Это говорит о выравнивании градиента давления в спутном следе между цилиндрами и уменьшении асимметрии потока.

## **Гравітаційна сепарація**

Анализ рис. 9 показывает, что снижение продольной составляющей скорости вязкой жидкости наблюдается в спутном следе между цилиндрами 1 и 2, а ее увеличение – при  $yD^{-1} \geq 0,5$  и  $yD^{-1} \leq -0,5$ . Вихревая область за цилиндром 1 не разрушается и взаимодействует с цилиндром 2, причем она достигает наибольших размеров, чем за цилиндром 2.

Для распределения поперечной составляющей скорости вязкой жидкости при обтекании цилиндров 1 и 2 (рис. 10) характерны наибольшие значения скорости в верхней части первого цилиндра перед точкой минимума давления.

Наибольшее сближение линий тока вязкой жидкости наблюдается в начале спутного следа за цилиндрами 1 и 2, где происходит смыкание линий тока, а также в окрестности точки отрыва ламинарного пограничного слоя (рис. 11).

Как следует из рис. 12 и 13 за точкой отрыва ламинарного пограничного слоя на цилиндрах 1 и 2 существует область противотока вязкой жидкости, причем отрыв ламинарного пограничного слоя на цилиндре 2 происходит позже. Это объясняется действием вихрей в спутном следе между цилиндрами, что проявляется при совмещении точек присоединения и отрыва потока.

Из рис. 14 видно, что при обтекании цилиндра 1 наибольшие значения силы трения наблюдаются на участке поверхности между передней критической точкой и верхней точкой отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока. Незначительная сила трения возникает между передней критической точкой и нижней точкой отрыва потока, а также между задней критической точкой и верхней точкой отрыва потока. Для цилиндра 2 наибольшая сила трения наблюдается на участке поверхности между передней критической точкой и нижней точкой присоединения потока, между верхней точкой присоединения и отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока. Низкие значения силы трения наблюдаются между передней критической точкой и верхней точкой присоединения потока, между нижней точкой присоединения и отрыва потока, а также между задней критической точкой и нижней точкой отрыва потока.

Ламинарный пограничный слой на цилиндре 2 отрывается позже, чем на цилиндре 1, о чем говорит смещение точки отрыва в сторону задней критической точки. Кроме того, уменьшение скорости набегающего потока в спутном следе за цилиндром 1 приводит к снижению величины силы трения на поверхности цилиндра 2.

Как следует из рис. 15 область высокого давления наблюдается вблизи передней критической точки на цилиндрах 1 и 4, а область низкого давления – в спутном следе за цилиндрами 2 и 5. Последнее связано с диссипацией энергии потока вязкой жидкости в спутном следе, увеличением его ширины и образованием обширной вихревой зоны. Вблизи передней критической точки на цилиндре 3 на участке между  $yD^{-1} = 1,5$  и  $yD^{-1} = 2,5$  давление вязкой жидкости возрастает, что связано с разрушением вихрей и ускорением потока в зазоре между цилиндрами 1 и 4. Кроме того, на поверхности цилиндров 2 и 5 имеется по одной точке отрыва. Причиной этому служит нарушение симметрии набегающего потока.

Рост продольной составляющей скорости вязкой жидкости (рис. 16) наблюдается в зазоре между цилиндрами 1 и 4, а также, начиная с внешней границы спутного следа. В вихревой области за цилиндрами 2 и 5 происходит заметное уменьшение продольной составляющей скорости.

Поперечная составляющая скорости вязкой жидкости равномерно распределена (исключая течение вблизи поверхности цилиндров) по всей области течения (рис. 17). Заметное увеличение поперечной составляющей скорости наблюдается выше передних критических точек на цилиндрах 3 и 4, а ее уменьшение – ниже передних критических точек на цилиндрах 1 и 3. Такой характер изменения поперечной составляющей скорости, возможно, связан с появлением асимметрии потока перед лобовыми точками на цилиндрах 1 и 4, а также с асимметрией потока в спутном следе за ними.

Влияние асимметрии потока в спутном следе за цилиндром 3 на распределение поперечной составляющей скорости вязкой жидкости вблизи цилиндров 2 и 5 выражено незначительно, что связано с падением скорости набегающего потока и отсутствием свободных вихрей перед цилиндрами 2 и 5.

Наибольшее сближение линий тока вязкой жидкости происходит в зазоре между цилиндрами 1, 4 и 2, 5, а также в местах соединения слоев вязкой жидкости за tandemными цилиндрами (рис. 18).

Анализ рис. 19 – 21 показывает, что за точкой отрыва ламинарного пограничного слоя на поверхности цилиндров 1 – 3 наблюдается течение вязкой жидкости в обратную сторону. Кроме того, вихревая область за цилиндром 3 будет больше, чем за цилиндрами 1 и 2, а отрыв ламинарного пограничного слоя происходит раньше. Последнее объясняется достаточно большим, по сравнению с цилиндрами 1 и 2, возрастанием величины давления вязкой жидкости в диффузорной части ламинарного пограничного слоя, а также остаточным влиянием вихрей, оторвавшихся с поверхности цилиндров 1 и 4.

Вблизи поверхности цилиндров 2 и 5 давление вязкой жидкости заметно снижается, что вызвано диссипацией энергии потока в спутном следе, а следовательно, и падением его скорости (рис. 22).

Наибольшие значения силы трения вязкой жидкости на поверхности tandemных цилиндров (рис. 23) наблюдаются выше передней критической точки, а наименьшие – ниже передней критической точки. Для цилиндра 2 высокие и низкие значения силы трения начинаются немного выше передней критической точки, а для цилиндра 5 – немного ниже. Это связано с влиянием асимметрии потока в спутном следе перед цилиндрами 2 и 5. Так как течение в спутном следе имеет колебательный характер [8, 14 – 16], а нарушение симметрии потока наблюдается уже перед лобовыми точками на цилиндрах 1 и 4, то можно предположить, что картина распределения силы трения по поверхности tandemных цилиндров периодически меняется на противоположную.

Общей особенностью в распределении силы трения по поверхности цилиндров 1 и 3 является постепенное возрастание, а затем уменьшение силы трения на участке поверхности между точкой отрыва ламинарного пограничного слоя и задней критической точкой. В указанных точках величина силы трения

## **Гравітаційна сепарація**

принимает нулевое значение. Такой характер изменения величины силы трения связан с появлением обратного течения вязкой жидкости.

Отличительной особенностью в распределении силы трения по поверхности цилиндров 1 и 3 является то, что ниже задней критической точки на поверхности цилиндра 1 вновь начинается плавное возрастание силы трения, тогда как для цилиндра 3 ее величина практически равна нулю.

Эпюра трения ниже задней критической точки на поверхности цилиндра 1 говорит о наличии обратного течения, и, следовательно, о существовании второй точки отрыва. Для цилиндра 3 наблюдается противоположная картина, что свидетельствует о попеременном возникновении точек отрыва.

### *Выводы и направления дальнейших исследований:*

- результаты численного моделирования обтекания tandemных цилиндров пространственным потоком вязкой жидкости свидетельствуют о потенциальной реализации перемешивания зернистых материалов, обеспечивающей повышение эффективности разделения и производительности полупротивоточного сепаратора с минимальным гидравлическим сопротивлением;
- по сравнению с пространственным обтеканием tandemных цилиндров, обтекание разделительных элементов в корпусе полупротивоточного гидросепаратора характеризуется снижением давления во внешнем течении за точкой минимума давления и формированием зоны захвата вязкой жидкости щелью.

Дальнейшие исследования автора будут направлены на установление рациональных гидродинамических и технологических параметров полупротивоточного гидросепаратора с послонной перемешивкой.

### **Список литературы**

1. Кривошеков, В.И. Тонкослойная гидросепарация минеральных зерен [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 8(49). – С. 86 – 90.
2. А.с. 1247094 СССР, МКИ В 04 С 3/06, 5/04. Гидросепаратор для классификации и обогащения полезных ископаемых [Текст] / Н.Г. Бедрань, Н.М. Беляев, В. И. Кривошеков, А. А. Приходько (СССР). – Оpubл. 30.07.86. Бюл. №28.
3. А.с. 1662700 СССР, МКИ С 3/06, 5/04, В 03 В 5/62. Гидросепаратор для классификации и обогащения полезных ископаемых [Текст] / В.И. Кривошеков – Оpubл. 15.07.91. Бюл. №26.
4. Кривошеков, В.И. Новое формирование потока пульпы в гидросепараторе [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2000. – Вип. 9(50). – С. 33 – 36.
5. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкостей и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 906 с.
6. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
7. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям [Текст] / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1975. – 559 с.
8. Ljungkrona L. Free-stream turbulence and tube spacing effect on surface pressure fluctuations for two tubes in an in-line arrangement [Text]/ Ljungkrona L, Norberg C, Sunden B Journal of

Fluids and Structures 1991; 5: P. 701 – 727 .

9. Ohya YO. Wake Interference and Vortex Shedding [Text]/ Ohya YO, Okajima A, Hayashi M. Aerodynamics and Compressible Flow, vol. 8. Gulf Publishing Company: Houston, TX, 1989; P. 322 – 389.

10. Huhe-Aode. Visual studies on wake structure behind two cylinders in tandem arrangement [Text]/ Huhe-Aode, Tatsuno M, Taneda S. Reports of Research Institute for Applied Mechanics, vol. XXXII(99), 1985.

11. Tanida Y. Stability of circular cylinder oscillating in uniform flow or in a wake [Text]/ Tanida Y, Okajima A, Watanabe Y. Journal of Fluid Mechanics 1973; 61: P. 769 – 784.

12. Приходько, А.А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене [Текст] / А.А. Приходько. – К.: Наук. думка, 2003. – 379 с.

13. Niceno B. Available on Internet: <http://www-inma.univ.trieste.it/~nirftc/research/easymesh/easymesh.html>.

14. Чжен, П. Отрывные течения [Текст] / П. Чжен. – М.: Мир, 1972. – Т. 1. – 300 с.

15. Чжен, П. Отрывные течения [Текст] / П. Чжен. – М.: Мир, 1973. – Т. 2. – 279 с.

16. Numerical predictions of low Reynolds number flows over two tandem circular cylinders [Text] / B. Sharman, F. S. Lien, L. Davidson, C. Norberg // International journal for numerical methods in fluids. Mechanics of liquids 2005; 47: P. 423 – 447.

17. Русакова, Т.И. Численное исследование особенностей отрывного обтекания колеблющегося цилиндра [Текст] / Т.И. Русакова, В.И. Карплюк // Вісник Дніпропетровського університету. – 2002. – Вип. 6. – Т. 2. – С. 115 – 123.

18. Кривощек, В.И. Кинетический подход к выводу уравнений движения двухфазной среды в сепарационных аппаратах [Текст] / В.И. Кривощек // Обогащение руд. – 2001. – №6. – С.23-26.

© Кривощек В.И., 2011

*Надійшла до редколегії 04.10.2011 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. Б.О. Блюсом*