

настройки не более 300м, что свидетельствует о практической целесообразности и эффективности применения данного подхода для регулирования степени заполнения мельниц.

#### Список литературы

1. Марюта А.Н., Качан Ю.Г., Бунько В.А. Автоматическое управление технологическими процессами обогатительных фабрик [Текст] : Учебник для вузов. М., Недра, 1983.-277с.
2. Автоматизация технологических процессов на горнорудных предприятиях [Текст] : Справочное пособие / Под ред. В.С. Виноградова. - М., Недра, 1984-167с.
3. Солодовников В.В., Шрамко Л.С. Расчет и проектирование аналитических самонастраивающихся систем с эталонными моделями. М., Машиностроение, 1972.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Слесаревим В.В.  
Надійшла до редакції 05.06.2014*

УДК 681.5.015

© В.Л. Соседка, Р.А. Мазур

### **ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Z-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

Рассмотрена прямая задача: по известным передаточным функциям определены переходные функции. Показано как на базе этого алгоритма с помощью принципиально не сложных арифметических вычислений решается обратная задача - получение передаточной функции объекта по известным ординатам его переходной характеристики.

Розглянуто пряму задачу: за відомими передавальними функціями знайдено перехідні характеристики. Показано як ґрунтуючись на цій алгоритм за допомогою арифметичних обчислювань, що не є принципово складні, вирішується зворотна задача – отримання передавальної функції об'єкту за відомими ординатами його перехідної характеристики.

The direct task is examined. The transition functions are found on the basis of the known transfer functions. The inverse problem is solved on the basis of the fundamentally simple arithmetic calculations. The technique of the transfer function calculation by the known ordinates of the transient response is grounded.

Набор в поисковой системе Google фразы «параметрическая идентификация» возвращает более 65 тыс. результатов. Но, несмотря на большое количество посвященных параметрической идентификации работ, до сих пор актуальна основная проблема идентификации – «построение хорошей и надежной модели ценой посильных трудозатрат» [1]. Под трудозатратами в [1] понимаются ресурсы, необходимые для выполнения четырех основных этапов: планирование эксперимента, выбор модели, выбор критерия (метода) идентификации, оценка степени достоверности полученной модели.

Рассмотрим основные этапы идентификации применительно к линейному стационарному объекту. Под планированием эксперимента понимается выбор

измеряемых входных и выходных сигналов, определение интервала выборки  $T_s$  и количество выборок  $N$ . Очевидно, что наименее трудоемким на практике представляется определение временных характеристик исследуемого объекта, причем наиболее предпочтительно получение переходной характеристики [2–3]. Выбор модели не представляет сложности, поскольку в уже упомянутой фундаментальной работе [1] отмечается, что наиболее естественным способом описания линейного стационарного объекта является его представление в виде передаточной функции. Таким образом, применительно к линейному стационарному объекту, целью идентификации является выбор метода, обеспечивающего получение максимально достоверных параметров модели объекта - коэффициентов передаточной функции. Известно множество основанных на анализе переходных процессов и частотных характеристик методов, рекуррентные методы поиска параметров (адаптивное предсказывание) и т.д. Эти методы обеспечивают высокую достоверность получаемой модели, однако характеризуются значительным объемом вычислений и требуют большое количество выборок измеряемых сигналов.

Целью данной работы является обоснование метода, позволяющего аналитически рассчитать параметры передаточной функции, используя минимальное количество выборок измеряемых входных и выходных сигналов переходной характеристики исследуемого линейного стационарного объекта или системы.

В одних случаях структура объекта известна и, следовательно, известен вид передаточной функции и идентификация сводится к определению значений коэффициентов этой передаточной функции. В других случаях структура объекта точно не известна и следует не только определить коэффициенты передаточной функции, но и предложить саму передаточную функцию объекта. Теоремы о начальном и конечном преобразовании Лапласа связывают предельные значения переходной характеристики с ее изображением. Согласно этим теоремам начальные значения переходной характеристики определяются участком высоких частоте ее частотной характеристики, а конечные значения - участком низких частот. Средний участок переходной характеристики определяется участком частотной характеристики, лежащей в области частот среза. Связи между переходной характеристикой и ее изображением следует учитывать при синтезе передаточной функции объекта. Дело в том, что измеряемые точки переходной характеристики, по которым работает метод идентификации, могут быть выбраны произвольно. Поэтому от выбора точек на переходной характеристики зависит, в некоторой степени, какой частотный спектр наиболее полно будет представлен синтезируемой передаточной функцией.

Для примера рассмотрим случай, когда структура объекта известна. Цель идентификации – определить коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  передаточной функции второго порядка

$$W(p) = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \quad (1)$$

где  $p$  – оператор дифференцирования Лапласа.

При подаче на вход объекта с передаточной функцией (1) ступенчатого воздействия изображение ее переходной характеристики примет вид

$$H(p) = \left\{ \frac{1}{p} \right\} W(p) = \frac{1}{a_2 p^3 + a_1 p^3 + p}. \quad (2)$$

Преобразуем выражение (2) к виду фильтра по убывающим степеням  $p$

$$H(p) = \frac{p^{-3}}{a_2 + a_1 p^{-1} + p^{-2}}. \quad (3)$$

В соответствии с [4], непрерывным операторам вида  $p^{-k}$  соответствуют  $z$ - передаточные функции

$$\begin{cases} p^{-1} = \frac{T_s(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})}; \\ p^{-2} = \frac{T_s^2(1+10z^{-1}+z^{-2})}{12(1-z^{-1})^2}; \\ p^{-3} = \frac{T_s^3(z^{-1}+z^{-2})}{2(1-z^{-1})^3}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $z$  – комплексная переменная.

Подстановка (4) в (3) позволяет осуществить переход от непрерывной передаточной функции к ее дискретному эквиваленту

$$H(z) = \frac{6T_s^3(z^{-1}+z^{-2})}{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3}}, \quad (5)$$

где коэффициенты  $A_0 = 6a_1 T_s + 12a_2 + T_s^2$ ;  $A_1 = -6a_1 T_s - 36a_2 + 9T_s^2$ ;  $A_2 = -6a_1 T_s + 36a_2 - 9T_s^2$ ;  $A_3 = 6a_1 T_s - 12a_2 - T_s^2$ .

Известно, что операторы  $z$  и  $p$  связаны соотношением  $z = e^{T_s p}$ , откуда  $p = \frac{1}{T_s} \ln z$ . То есть для определения ординат дискретной решетчатой функции

необходимо выражение (5) умножить на коэффициент  $\frac{1}{T_s}$ , и разделить числитель на знаменатель. В результате выполнения данных математических операций получается ряд дискретных отсчетов, определяющих ординаты переходной характеристики

$$h(z) = \frac{6T_s^2}{A_0} z^{-1} + \frac{6T_s^2(A_0 - A_1)}{A_0^2} z^{-2} + \frac{6T_s^2(-A_2 A_0 - A_0 + A_1)}{A_0^3} z^{-3} + \dots \quad (6)$$

Анализ (6) показывает, что ординаты переходной характеристики в дискретные моменты времени однозначно связаны с параметрами передаточной

функции объекта  $a_1$  и  $a_2$ . То есть, для определения искомых параметров исследуемой в примере передаточной функции необходимо экспериментально снять две точки переходной характеристики и, пользуясь выражениями (5) и (6), составить систему алгебраических уравнений.

Например, пусть в результате эксперимента получены значения переходной характеристики для первого  $h(1T_s)$  и второго  $h(2T_s)$  интервалов дискретности. В этом случае основанная на (6) система алгебраических уравнений примет вид

$$\begin{cases} h(1T_s) = \frac{6T_s^2}{6a_1T_s + 12a_2 + T_s^2}; \\ h(2T_s) = \frac{6T_s^2(12a_1T_s + 48a_2 - 8T_s^2)}{(6a_1T_s + 12a_2 + T_s^2)^2}, \end{cases}$$

откуда искомые параметры передаточной функции

$$\begin{cases} a_1 = \frac{3T_s}{8} \left( \frac{4h(1T_s) - h(2T_s)}{h(1T_s)^2} - 2T_s \right); \\ a_2 = \frac{T_s^2}{12} \left( \frac{3(h(2T_s) - 2h(1T_s))}{h(1T_s)^2} + 5 \right). \end{cases} \quad (7)$$

Анализ полученного результата показывает, что с одной стороны имеются значения  $h(1T_s)$  и  $h(2T_s)$ , определяемые ординатой переходной характеристики в дискретные моменты времени, а, со второй – имеются алгебраические соотношения (7), которые связывают искомые коэффициенты передаточной функции  $a_1$  и  $a_2$  с экспериментально полученными значениями. Необходимо отметить, что, так как с помощью ряда (6) можно вычислить ординаты в любой точке переходной функции, то имеется возможность повысить точность идентификации в интересующем исследователя диапазоне частот.

В выражение (7) кроме двух значений ординат переходной характеристики входит интервал выборки  $T_s$ . Величина  $T_s$  существенно влияет на точность расчета параметров  $a_1$  и  $a_2$ . Как отмечается в [1], с одной стороны величина  $T_s$  должна быть достаточно малой, а с другой стороны обеспечивать «достаточную информативность экспериментальных данных». Там же даются рекомендации по выбору значения  $T_s$  соизмеримого с интересующими исследователя параметрами объекта. Проблемой в данном случае является то, что исследователю не известны параметры объекта, идентифицировать которые ему только предстоит. В этом случае авторам видится целесообразным ориентироваться на длительность переходного процесса (время регулирования) переходной характеристики.

Корректность формулы (7), адекватность идентифицируемой модели объекта, влияние интервала измерений  $T_s$  на точность идентификации исследовались методами имитационного моделирования. Результаты измерений и расчетов для ряда передаточных функций приведены в табл. 1.

Таблица 1

## Результаты идентификации

<b>h(1Ts)</b>	<b>h(2Ts)</b>	<b>Ts</b>	$\tilde{a}_1$	$\tilde{a}_2$	$\delta a_1, \%$	$\delta a_2, \%$	<b>SSerr</b>	$\bar{h}$	<b>SStot</b>	<b>R2</b>
Параметры исследуемого объекта: a1=2, a2=3. Длительность переходного процесса tp=25 с.										
0,1315	0,4046	1	1,8827	2,4638	5,87	17,87	0,01282	0,92	1,591	0,9919
0,03715	0,1315	0,5	1,9482	2,6945	2,59	10,18	0,000977	0,92	1,591	0,9994
0,009843	0,03714	0,25	1,3858	2,8409	0,71	5,39	0,000872	0,92	1,591	0,9995
0,006371	0,02433	0,2	1,9823	2,8716	0,88	4,28	0,000592	0,92	1,591	0,9996
0,001629	0,006371	0,1	1,9741	2,9369	1,30	2,10	0,000275	0,92	1,591	0,9998
0,000412	0,001629	0,05	2,0181	2,9672	-0,90	1,09	0,000104	0,92	1,591	0,9999
Параметры исследуемого объекта: a1=3, a2=2. Длительность переходного процесса tp=20 с.										
0,1548	0,3995	1	2,6881	1,3546	10,40	32,27	0,01481	0,85	1,384	0,9893
0,04891	0,1548	0,5	2,8260	1,5929	5,80	20,36	0,004822	0,85	1,384	0,9965
0,0138	0,04891	0,25	2,9089	1,7745	3,03	11,28	0,001347	0,85	1,384	0,9990
0,009055	0,03285	0,2	2,9326	1,8144	2,25	9,28	0,000796	0,85	1,384	0,9994
0,002378	0,009053	0,1	2,9688	1,9039	1,04	4,81	0,000186	0,85	1,384	0,9999
0,000609	0,002378	0,05	2,9332	1,9539	2,23	2,31	0,000481	0,85	1,384	0,9997
Параметры исследуемого объекта: a1=0.2, a2=0.03. Длительность переходного процесса tp=2.5 с.										
0,1314	0,4043	0,1	0,1885	0,0247	5,77	17,82	0,001247	0,92	0,1591	0,9922
0,0371	0,1314	0,05	0,1941	0,0270	2,96	9,95	0,000371	0,92	0,1591	0,9977
0,009826	0,03711	0,025	0,1943	0,0285	2,86	4,96	0,000146	0,92	0,1591	0,9991
0,006362	0,02431	0,02	0,1959	0,0288	2,06	4,03	0,000101	0,92	0,1591	0,9994
0,001629	0,006362	0,01	0,2101	0,0293	-5,06	2,38	0,000227	0,92	0,1591	0,9986

В табл.1 в первой и второй колонках записаны результаты измерений ординат переходной характеристики в моменты времени Ts и 2Ts. В третьей колонке – величина интервала дискретности Ts. В четвертой и пятой колонках – рассчитанные по (7) параметры исследуемой передаточной функции. В шестой и седьмой колонках – относительные погрешности рассчитанных параметров относительно фактических  $\delta a_1 = \frac{a_1 - \tilde{a}_1}{a_1} 100\%$  и  $\delta a_2 = \frac{a_2 - \tilde{a}_2}{a_2} 100\%$ . В восьмой

колонке - суммарный квадрат ошибок между фактической и моделируемой переходными характеристиками  $SS_{err} = \int_0^{t_p} (h(t) - \tilde{h}(t))^2 dt$ . В девятой колонке –

среднее значение измеряемой переходной характеристики  $\bar{h} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} h(t) dt$ . В

десятой колонке – суммарное квадратичное отклонение  $SS_{tot} = \int_0^{t_p} (h(t) - \bar{h})^2 dt$ .

В одиннадцатой колонке – коэффициент детерминации  $R^2 = 1 - \frac{SS_{err}}{SS_{tot}}$ .

Анализ табл.1 показывает высокую достоверность идентифицированной модели исследуемого объекта – коэффициент детерминации для всех выбранных интервалов дискретности превышает значение 0.98. На точность идентификации существенное влияние оказывает величина интервала дискретности. При неудачно выбранном интервале дискретности относительная погрешность в определении параметров может превышать 30 % (см. первую строку данных табл.1 для объекта с передаточной функцией  $W(p) = \frac{1}{2p^2 + 3p + 1}$ ). Но даже в

этом случае обеспечивается высокий коэффициент детерминации и высокая точность идентифицированной модели, что иллюстрирует рис.1. Чтобы обеспечить практически полное совпадение временных и частотных характеристик исследуемого и идентифицированного объектов авторы рекомендуют выбирать интервал дискретности порядка  $T_s \approx \frac{t_p}{100}$ .

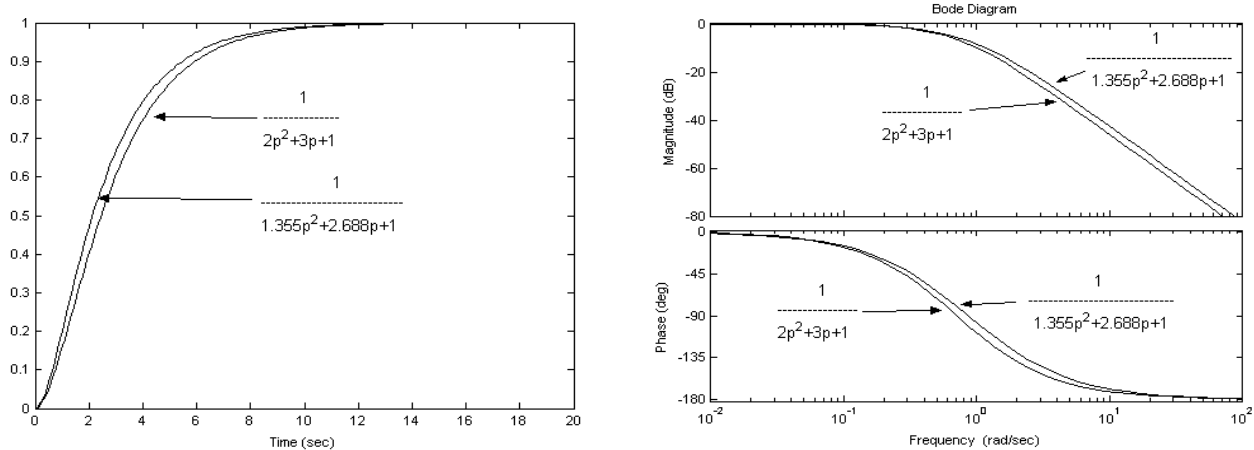


Рис.1. Пример переходной и логарифмических частотных характеристик исследуемого и идентифицированного объектов

Не вызывает сомнений, что в случае усложнения исследуемого объекта возрастет количество неизвестных параметров передаточной функции, необходимо будет брать большее количество членов ряда (6), коэффициенты этого ряда будут выражаться более громоздкими отношениями, возрастет количество алгебраических уравнений, но алгоритм идентификации не изменится. Для упрощения идентификации передаточных функций более высокого порядка можно применить отличные от описанного в этой статье методы перехода от непрерывных к z-передаточным, но это требует проведения дополнительных исследований.

Таким образом, по результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

- получено аналитическое выражение, позволяющее получить по ординатам двух точек переходной характеристики параметры передаточной функции объекта второго порядка;

- обоснован выбор величины интервала дискретности, который обеспечивает близкий к единице коэффициент детерминации идентифицированной модели объекта;

- показано, что данный метод может быть применен для идентификации параметров любого линейного стационарного непрерывного объекта, причем минимально необходимое количество ординат получаемой экспериментально переходной характеристики должно как минимум равняться количеству идентифицируемых параметров;

- перспективным направлением дальнейших исследований является оптимизация методов перехода от непрерывной к z-передаточной функции с целью упрощения аналитических выражений, позволяющих рассчитать параметры идентифицируемого объекта или системы.

#### Список литературы

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. [Текст] / Л. Льюнг. – М.: Наука. – 1991. – 432 с.
2. Сергиенко М.П. Идентификация динамических характеристик измерительных преобразователей колебательного типа [Текст] / М.П. Сергиенко, Н.А. Мартынова // Системы обработки информации: Зб. наук. праць. – Харьков. – 2011. – Вып.4(94). – С. 65 – 67.
3. Захаров И.П. Определение параметров передаточных функций линейных систем [Текст] / С.П. Захаров, М.П. Сергиенко // Системы обработки информации: Зб. наук. праць. – Харьков. – 2004. – Вып. 12(40). – С. 73 – 78.
4. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: пер. с англ. [Текст] / Б. Куо. – М.: Машиностроение. – 1986. – 448 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ткачовим В.В.  
Надійшла до редакції 08.09.2014*

УДК 004.932.4

© І.М. Удовик

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ САМООРГАНІЗУЮЧОГО ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОГО МЕТОДУ З ВИКОРИСТАННЯМ СИНГУЛЯРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ**

В роботі досліджені інформативні можливості методу цифрової інтерферометрії, які можна бути використовувати для аналізу будь-якої інформації, що має топологічні властивості та можливість інтерпретації у вигляді слабконтрастного зображення.

В работе исследованы информативные возможности метода цифровой интерферометрии, которые используются для анализа любой информации, имеющей топологические свойства и возможность интерпретации в виде слабконтрастного изображения.

This paper investigated the method of digital interferometry, which can be used to analyze any information that has topological properties and the ability to interpretation in view weaklycontrastive image.