

Рис. 2. График определения ошибки

На рисунке 2 σ_d — допустимая ошибка соответствующей оценки — данных при имеющемся τ_0 .

В случае, если геологические данные являются не достоверными или имеют недопустимо высокую погрешность, то в этом случае требуется проведение дополнительных исследований шахтного поля, в частности, бурения дополнительных скважин. Точки расположения дополнительных скважин должны располагаться между скважинами, имеющими наибольшую разность по качеству угля в пластах.

© Анисимов Н.Т., Анисимов В.Н., 2010

*Надійшла до редколегії 19.02.2010 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом*

УДК 622.7

А.М. БЕРЛИН, канд. техн. наук
(Украина, Луганск, ГП "Укрнииуглеобогащение"),

О.Л. ЛЕХЦИЕР, канд. техн. наук
(Украина, Луганск, Восточноукраинский Националь-ный университет им. В.Даля)

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЛАВКОВОГО ДАТЧИКА ПЛОТНОСТИ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Актуальность задачи

В ряде прикладных задач требуется определение части объема сложного пространственного объекта в зависимости от некоторого геометрического параметра (высоты, угла наклона и т.п.). В частности, такие исследования проводятся при создании поплавковых датчиков плотности или уровня, предназначенных для работы в жидких средах, суспензиях и многофазных взвесах. Суще-

Збагачення корисних копалин, 2010. – Вип. 40(81)

Автоматизация та управління процесами збагачення

ственное сокращение трудоемкости вычислений при решении перечисленных задач может быть достигнуто путем использования некоторых положений теории R -функции В.Л.Рвачева, позволяющей формировать уравнения геометрического объекта по его чертежу [1, 2].

С целью создания единого аналитического описания исследуемых геометрических форм в виде элементарной алгебраической функции в аппарате R -функций используются специальные предикатные формы [3], представленные выражениями типа

$$f(x, y, z) = m \quad (1)$$

где m – некоторое численное значение, характеризующее качественно геометрический объект на плоскости или в пространстве.

При этом численное значение параметра m характеризует положение точки пространства $A(x, y, z)$ относительно исследуемого объекта пространства $f(x, y, z)$.

В частности, при $m=0$ точка пространства считается принадлежащей границе плоской области рассматриваемого объекта, при $m<0$ или $m>0$ точка пространства считается лежащей внутри или вне исследуемого объекта.

Использование подобных несложных алгебраических зависимостей позволяет существенно упростить алгоритмы численного анализа пространственных объектов, дает возможность минимизировать трудоемкость и повысить быстродействие вычислительных программ. Успешное решение этой задачи является актуальной в области повышения эффективности алгоритмов прикладных задач, связанных с расчетом объемных тел, погружаемых в жидкие среды.

Постановка проблемы

Ряд суперпозиций системы, имеющих непустое пересечение с каждой ветвью множества R -функций, называют полной системой. Одной из наиболее часто используемых полных систем являются система R_0

$$\bar{x} \equiv -x, \quad (2)$$

$$x_1 \wedge x_2 \equiv x_1 + x_2 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad (3)$$

$$x_1 \vee x_2 \equiv x_1 + x_2 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2}. \quad (4)$$

Приведенная выше система R_0 может быть эффективно использована при анализе и расчете геометрических объектов произвольной формы.

Использование классифицирующих свойств предикатов (1) совместно с методом Монте-Карла [4] позволяет осуществлять расчеты метрических характеристик геометрических объектов, таких, как длина, площадь или объем.

Рассмотрим в качестве примера задачу численного расчета поплавкового

Автоматизация та управління процесами збагачення

датчика плотности жидкой многофазной среды, в результате которого требуется определить зависимость вытесненного объема жидкости от глубины погружения датчика плотности. В качестве такого датчика плотности примем геометрическое тело, изображенное на рисунке 1. Заметим, что коническая форма поплавкового датчика в зависимости от расположения вершины относительно вертикальной оси, способствует повышению или уменьшению чувствительности датчика плотности измеряемой жидкости. Форма поплавкового датчика плотности, изображенного на рис.1, определяется соображениями, обусловленными особенностями технологического процесса, для которого разрабатывается датчик. Условимся считать, что рассмотрение вопроса о форме датчика плотности выходит за пределы темы данного конкретного примера.

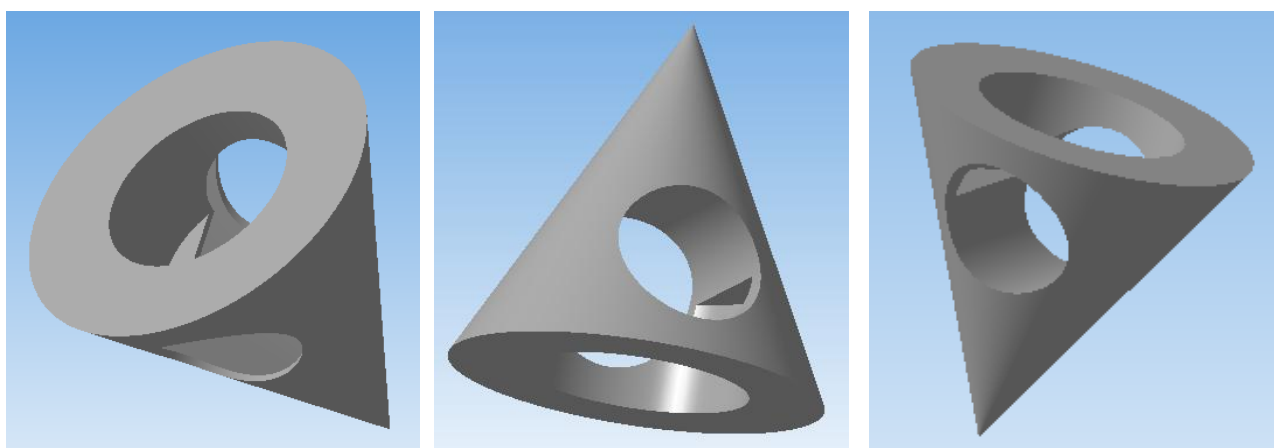


Рис. 1. Различные ракурсы рассматриваемого геометрического объекта

Размеры геометрического объекта, принятого к расчетам, приведены на рис. 2.

Запишем в соответствии с алгоритмом полной системы R_0 уравнения отдельных пространственных элементов рассматриваемого объекта.

Уравнение прямого кругового конуса с радиусом основания R и высотой h представим в виде:

$$\begin{cases} r_h = \frac{(H-h)R}{H}; \\ \Omega_1 = r_h^2 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0; \\ \Omega_2 = x_3(H-x_3) \geq 0, \end{cases} \quad (5)$$

где r_h – текущий радиус сечения конуса, отстоящего на величину h от его основания; R – радиус основания конуса.

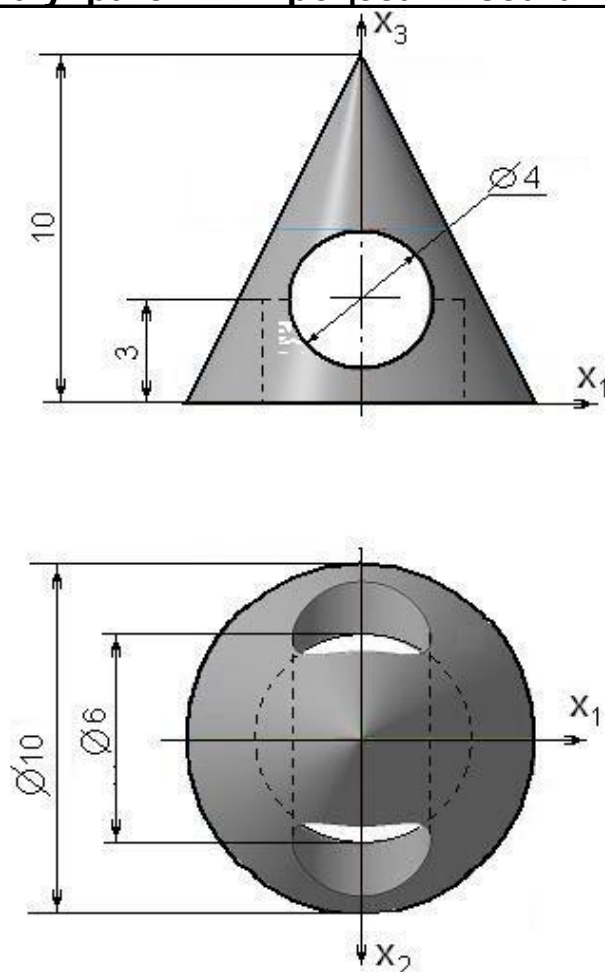


Рис. 2. Исследуемый геометрический объект

Первое уравнение системы (5) представляет зависимость текущего радиуса горизонтального сечения конуса от высоты этого сечения; второе уравнение характеризует окружность горизонтального сечения конуса и, наконец, третье уравнение определяет диапазон действия первых двух уравнений.

Уравнение вертикального цилиндра радиусом r_v и высотой h_v представим в виде:

$$\begin{cases} \Omega_3 = r_v^2 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0; \\ \Omega_4 = x_3 (h_v - x_3) \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Первое уравнение в системе (6) относится к окружности основания вертикального цилиндра, второе уравнение определяет диапазон действия первого уравнения.

Уравнение горизонтального цилиндра радиусом r_g и высотой центра цилиндра над основанием, равной h_g , представим в виде:

$$\Omega_5 = r_g^2 - x_1^2 - (x_3 - h_g)^2 \geq 0 \quad (7)$$

Следующим этапом создания единого алгебраического выражения для рассматриваемого геометрического объекта является объединения отдельных уравнений в соответствии с упомянутой выше системой R_0 (2)-(4).

Вначале, в соответствии с выражением (3), объединим области Ω_1 и Ω_2 из системы (5) в область Ω_{12} :

$$\Omega_{12} = \Omega_1 \wedge \Omega_2 = \Omega_1 + \Omega_2 - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \quad (8)$$

Отметим, что применение современных языков программирования не требует непосредственной подстановки формул из системы уравнений (5) в уравнение (8) и последующего их преобразования. В процессе решения задачи при работе программы вычисляется и фиксируется численное значение каждого рассматриваемого параметра.

В качестве очередного шага объединения элементов объекта Ω_3 и Ω_4 в элемент Ω_{34} выполним операцию конъюнкции применительно к этим областям в системе (6):

$$\Omega_{34} = \Omega_3 \wedge \Omega_4 = \Omega_3 + \Omega_4 - \sqrt{\Omega_3^2 + \Omega_4^2}$$

Учитывая тот факт, что рассматриваемая область характеризует не наличие, а отсутствие объекта (т.е. $\overline{\Omega_{34}}$), к полученному выражению следует применить операцию (2) "отрицания":

$$\overline{\Omega_{34}} = -\Omega_{34}$$

Аналогичные действия выполним по отношению к горизонтальной цилиндрической области Ω_5 , которая также, как и область $\overline{\Omega_{34}}$, характеризует отсутствие объекта (т.е. $\overline{\Omega_5}$):

$$\overline{\Omega_5} = -\Omega_5$$

Объединим области $\overline{\Omega_{34}}$ и $\overline{\Omega_5}$, являющиеся вырезами в объекте:

$$\overline{\Omega} = \overline{\Omega_{34}} \wedge \overline{\Omega_5} = \overline{\Omega_{34}} + \overline{\Omega_5} - \sqrt{\overline{\Omega_{34}}^2 + \overline{\Omega_5}^2}$$

Окончательное объединение перечисленных выше областей произведем с учетом:

$$\Omega = \Omega_{12} \wedge \bar{\Omega} = \Omega_{12} + \bar{\Omega} - \sqrt{\Omega_{12}^2 + \bar{\Omega}^2} \quad (9)$$

Таким образом, получен предикат трехмерного геометрического объекта, позволяющий производить качественную оценку точек пространства с координатами x_1, x_2, x_3 , путем применения системы R_0 аппарата R -функций В.Л.Рвачева. Для оценки принадлежности произвольной точки к исследуемому объекту, изображенному на рис. 2, необходимо координаты исследуемой точки (x_1, x_2, x_3) подставить в уравнение (9) предиката Ω . Знак вычисленной величины $\Omega(x_1, x_2, x_3)$ будет свидетельствовать о том, принадлежит или не принадлежит заданная точка объекту. При принятом виде построения областей объекта положительный знак вычисленной величины $\Omega(x_1, x_2, x_3)$ будет свидетельствовать о том, что исследуемая точка принадлежит геометрическому объекту. Если же величина $\Omega(x_1, x_2, x_3)$ окажется равной нулю, то это явится признаком того, что точка принадлежит поверхности геометрического объекта.

Решение проблемы

Для вычисления искомого объема геометрического объекта воспользуемся методом Монте-Карло. Суть метода заключается в организации датчика псевдослучайных чисел с равномерным законом распределения точек в области существования данного геометрического объекта, в нашем случае в области $-6 \leq x_1 \leq 6$, $-6 \leq x_2 \leq 6$ и $0 \leq x_3 \leq 12$. Затем, по формуле (9) вычисляется предикат Ω . По знаку вычисленного предиката определяется принадлежность каждой из генерируемых точек к геометрическому объекту. В процессе генерации точек производится подсчет точек n_{obj} , принадлежащих объекту и общее количество точек n . Искомая величина объема геометрического объекта будет равна

$$V = \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 \frac{n_{obj}}{N},$$

где $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ – диапазоны изменения координат, $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = 12$; N – число точек, генерируемых датчиком псевдослучайных чисел для вычисления объема для каждой величины уровня погружения (h).

Результаты вычислений сведены в таблицу 1.

Расчетные данные для определения зависимости $V = f(h)$ вытесненного объема жидкости V от глубины погружения объекта h при значении $N=5 \cdot 10^6$

Уровень погружения, см	Вытесненный объем, см ³	Уровень погружения, см	Вытесненный объем, см ³
0	0	5,5	104,467
0,5	23,165	6,0	111,531
1,0	42,691	6,5	117,013
1,5	56,208	7,0	121,130
2,0	65,195	7,5	124,104
2,5	71,286	8,0	126,072
3,0	75,153	8,5	127,257
3,5	80,473	9,0	127,905
4,0	84,971	9,5	128,163
4,5	89,521	10,0	128,172
5,0	95,656		

Графический вид зависимости $V = f(h)$ приведен на рис. 3.

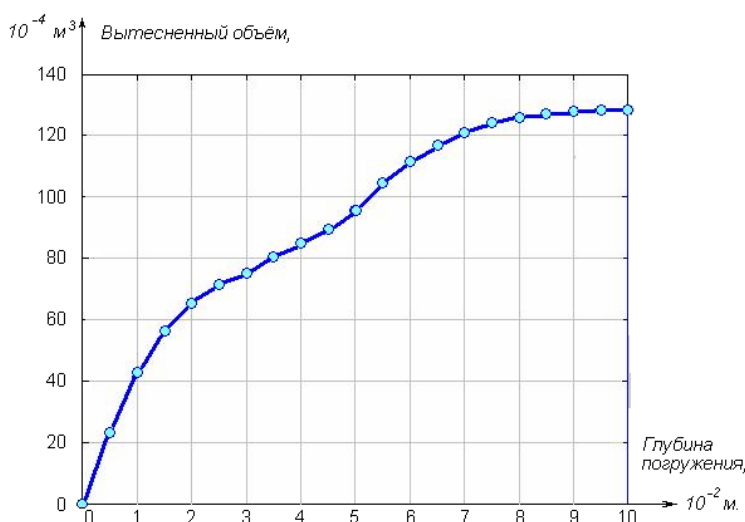


Рис. 3. Графический вид зависимости $V = f(h)$

Следует отметить возможность достижения высокой точности расчетных значений определяемых параметров при использовании предлагаемого алгоритма вычислений. Полученные экспериментальным путем данные, приведенные на рис. 4 в виде графика, свидетельствуют о том, что получение относительной погрешности вычислений, равной 0,05%, может быть обеспечено при относительно небольшом числе N генерируемых точек. Можно утверждать, что предел повышения точности расчетов предлагаемым методом практически не ограничен.

Результирующая ошибка при таких расчетах определяется количеством точек, приходящихся на единицу объема и равномерностью генерации случайных чисел в стандартном диапазоне $[0, 1]$.

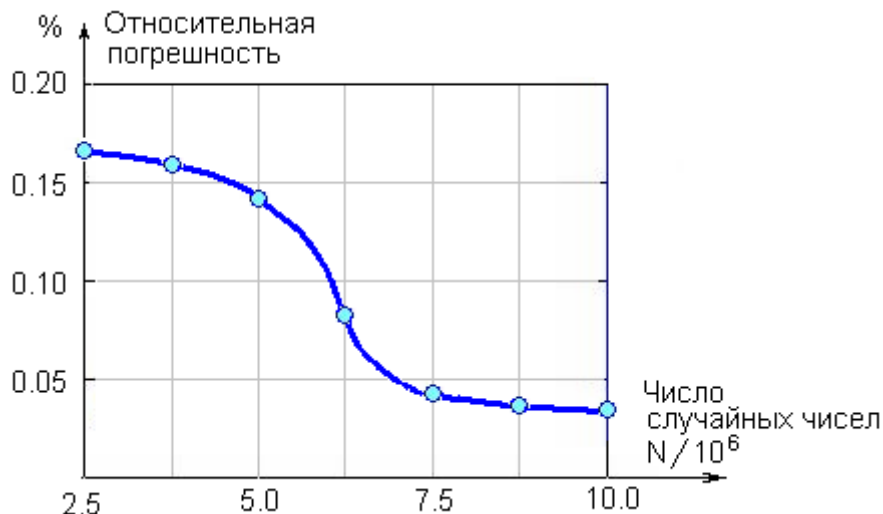


Рис. 4. Графік залежності відносної погрешності вичислення об'єма тел від числа N

Выводы

Рассмотрен вопрос использования R -функций при расчете геометрических параметров поплавкового датчика плотности. Приведен алгоритм зависимости вытесненного объема жидкости от глубины погружения датчика плотности в контролируемую среду. Для численного решения поставленной задачи предложено использовать метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Приведен пример расчета зависимости вытесненного объема жидкости от глубины погружения для конкретного поплавкового датчика плотности. Показана возможность достижения высокой точности полученных результатов.

Список литературы

1. Рвачев В.Л., Слесаренко А.П. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах. – К.: Наукова думка, 1976. – 287с.
2. Рвачев В.Л. Теория R -функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 106 с.
3. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Метод R -функций в задачах теории упругости и пластичности. – К.: Наук. думка, 1990. – 212 с.
4. N. Metropolis, S. Ulam The Monte Carlo Method, – J. Amer. statistical assoc. – 1949. – 44. – № 247. – P. 335 – 341.

© Берлин А.М., Лехциер О.Л., 2010

Надійшла до редколегії 19.02.2010 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом