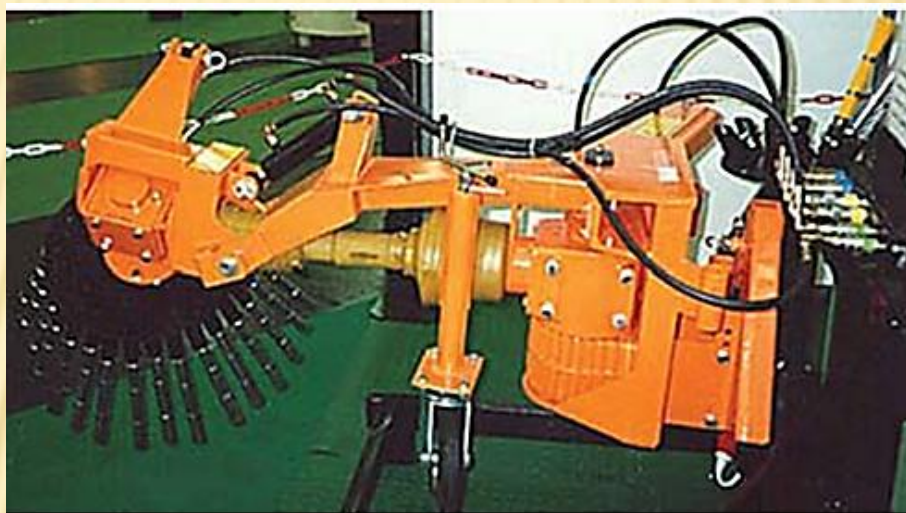


МІНІСТЕРСТВО ВИЩОЇ ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ДОЛГОВ О.М.

МЕХАНІКА МАШИН



ДНІПРО - 2018
НТУ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

УДК 621.01

Д 64

Затверджено вченою радою Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» як підручник для здобувачів вищої освіти за галуззю знань 14 Електрична інженерія спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (протокол № 11 від 18.09.2018 р.).

Рецензенти:

О.С. Бешта, член-кореспондент НАН України, д.т.н, професор кафедри електроприводу Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»;

О.Б. Іванов, к.т.н., професор, директор інституту електроенергетики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»;

Долгов О. М.

Механіка машин [Електронний ресурс] : електронний підручник / О. М. Долгов ; Міністерство освіти і науки України, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка» . – Дніпро , 2018. – 224 с.

Зміст електронного підручника відповідає освітньо-професійній програмі підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, зокрема – дисципліні «Механіка машин». Розглянуто базові питання структури, кінематики і динаміки механізмів і машин. Наведено загальні відомості про зубчасті і кулачкові механізми.

Dolgov A. M.

Mechanics of Machines [Electronic resource] : electronic textbook / A. M. Dolgov ; Ministry of Education and Science of Ukraine, National Technical University «Dnipro Polytechnic». – Dnipro, 2018. – 224 pp.

The content of the electronic textbook corresponds to the educational and professional program of training for higher education applicants in specialty 141 Electric power engineering, Electrotechnics and Electromechanics, in particular - discipline "Mechanics of machines". The basic questions of structure, kinematics and dynamics of mechanisms and machines are considered. The general information about tooth gears and cam mechanisms is given.

УДК 621.01

© О.М. Долгов, 2018

© НТУ «Дніпровська політехніка», 2018

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ. СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ.8	
1.1. ПОНЯТТЯ ПРО МАШИНУ. ВИДИ МАШИН.....	8
1.2. ВИДИ ПРИВОДІВ.....	12
1.3. МЕХАНІЗМИ ТА ЇХ ВИДИ.....	14
1.4. ВИДИ ЛАНОК МЕХАНІЗМІВ.....	19
1.5. КІНЕМАТИЧНІ ПАРИ.....	23
1.6. КІНЕМАТИЧНІ ЛАНЦЮГИ.....	30
1.7. СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ.....	32
1.8. МЕХАНІЗМИ З НИЖЧИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ.....	34
1.9. КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ (ККД) МЕХАНІЗМУ.....	36
1.10. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 1.....	38
2. ВАЖІЛЬНІ МЕХАНІЗМИ. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ.....	40
2.1. КЛАСИФІКАЦІЯ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	40
2.2. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	43
2.3. СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	49
2.4. УМОВА ІСНУВАННЯ КРИВОШИПА У ЧОТИРИЛАНКОВИХ МЕХАНІЗМАХ.....	52
2.5. ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	54
2.6. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПРОСТІЙШИХ МЕХАНІЗМІВ.....	57
2.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 2.....	69

3. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.	71
3.1. ЗАДАЧІ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ.....	71
3.2. РІВНЯННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ І ПРИСКОРЕНЬ.....	73
3.3. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ГРУП АССУРА ІІ КЛАСУ 1 ВИДУ.....	75
3.4. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ГРУП АССУРА ІІ КЛАСУ 2 ВИДУ.....	88
3.5.ПРИБЛИЗНИЙ КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ КРИВОШИПНО-ПОВЗУНКОВОГО МЕХАНІЗМУ.....	93
3.6. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 3.....	97
4. ВВЕДЕННЯ У ДИНАМІКУ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ.....	98
4.1. КЛАСИФІКАЦІЯ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ.....	99
4.2. МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИГУНА.....	101
4.3. СИЛОВІ ФАКТОРИ ІНЕРЦІЇ.....	105
4.4. ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ МЕХАНІЗМІВ.....	109
4.5. КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ МЕХАНІЗМУ. ЗВЕДЕННЯ МАС У МЕХАНІЗМАХ.....	112
4.6. ЗВЕДЕННЯ СИЛ У МЕХАНІЗМАХ.....	117
4.7. РІВНЯННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ В КІНЦЕВІЙ ФОРМІ.....	119
4.8. РІВНЯННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІЙ ФОРМІ.....	122
4.9. РЕЖИМИ РУХУ МЕХАНІЗМУ.....	124
4.10.КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ СКЛАДНОГО МЕХАНІЗМУ.....	127
4.11. НЕРІВНОМІРНІСТЬ ХОДУ МЕХАНІЗМУ.....	131
4.12. ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИХ МАС.....	136
4.13. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ РОЗМІРІВ МАХОВИКА.....	140
4.14. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 4.....	142

5. СИЛОВИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ.....	145
5.1. ЗАДАЧІ І МЕТОДИ СИЛОВОГО АНАЛІЗУ.....	145
5.2. ПОСЛІДОВНІСТЬ СИЛОВОГО АНАЛІЗУ.....	146
5.3. СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМУ ТРАНСПОРТЕРА.....	147
5.4. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 5.....	161
6. УРІВНОВАЖУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ.....	162
6.1. ЗАДАЧІ УРІВНОВАЖУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ.....	162
6.2. ВИДИ НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ РОТОРІВ.....	164
6.3. СТАТИЧНА НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ РОТОРІВ.....	166
6.4. МОМЕНТНА НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ РОТОРІВ.....	167
6.5. ДИНАМІЧНА НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ РОТОРІВ.....	168
6.6. БАЛАНСУВАННЯ ВИГОТОВЛЕНИХ РОТОРІВ.....	169
6.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 6.....	172
7. ВСТУП ДО ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ З ВИЩИМИ ПАРАМИ.....	173
7.1. ТЕОРЕМА ПРО ВИЩУ КІНЕМАТИЧНУ ПАРУ.....	174
7.2. ПОЛЮС І ЦЕНТРОЇДИ.....	175
7.3. ОСНОВНА ТЕОРЕМА СПРЯЖЕННЯ.....	178
7.4. МЕХАНІЗМИ З ВИЩИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ.....	180
7.5. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 7.....	185

8. ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	186
8.1. ГЕОМЕТРИЧНІ ЕЛЕМЕНТИ ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА.....	187
8.2. ЕВОЛЬВЕНТА ОКРУЖНОСТІ.....	191
8.3. ЕВОЛЬВЕНТНЕ ЗАЧЕПЛЕННЯ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ.....	193
8.4. ПРОСТІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	194
8.4.1. ПРОСТОРОВІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	198
8.4.2. ПЛОСКІ ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	200
8.5. СКЛАДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	204
8.5.1. ОДНОРЯДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	205
8.5.2. БАГАТОРЯДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	207
8.5.3. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	209
8.5.4. ПЛАНЕТАРНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ.....	211
8.6. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 8.....	212
9. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ.....	214
9.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ.....	214
9.2. ВИДИ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ.....	217
9.3. СПОСОБИ ЗАМИКАННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ.....	220
9.4. ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ.....	222
9.5. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 9.....	223
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	224

ВСТУП

Дисципліна «Механіка машин» є складовою частиною комплексної загальноінженерної підготовки студентів технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Основними завданнями дисципліни є освоєння методів і алгоритмів аналізу та синтезу механізмів і машин, а також технічних систем, розроблених на їх основі.

«Механіка машин» базується на механіко-математичній підготовці, що забезпечується курсами: «Вища математика», «Фізика», «Нарисна геометрія та інженерна графіка», «Теоретична механіка», «Інформатика».

У підручнику викладено загальні положення, що стосуються аналізу структури, кінематики, кінетостатики і динаміки механізмів і машин, а також наведено основні положення передатних зубчастих і кулачкових механізмів.

Матеріал дисципліни тісно пов'язаний з такими загальноінженерними та спеціальними курсами як «Деталі машин», «Теорія коливань і стійкість руху», «Основи робототехніки» тощо.

Після вивчення дисципліни майбутні фахівці мають:

- знати основні закони кінематики та динаміки механізмів і машин та їх комплексів;
- володіти загальними методами аналізу різних типів механізмів;
- знати принципи реалізації руху за допомогою механізмів, взаємодії механізмів у машині, які обумовлюють кінематичні та динамічні властивості механічної системи;
- вміти реалізувати системні підходи до проектування простих механізмів;
- знаходити кінематичні та динамічні характеристики машин за допомогою сучасних аналітичних та графоаналітичних методів;
- визначати раціональні параметри механізмів і машин за заданими умовами їх експлуатації.

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ. СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ

Механіка машин (ММ) - це дисципліна, що вивчає загальні методи проектування і дослідження механізмів і машин.

Мета ММ - аналіз і синтез типових механізмів і машин, а також систем, створених на їх основі.

Завдання ММ - розробка загальних методів синтезу і аналізу структури, кінематики і динаміки типових механізмів і машин, а також систем, створених на їх основі.

1.1. ПОНЯТТЯ ПРО МАШИНУ. ВИДИ МАШИН

Механізми або машини розглядаються як *технічні системи*.

Технічна система - це обмежена область реальної дійсності, що здійснює взаємодію з навколишнім середовищем.

Кожна система призначена для виконання певних функцій і має власну структуру. Структура технічної системи складається з деталей, вузлів, ланок і типових механізмів.

Деталь - це елемент структури системи, що не має внутрішніх зв'язків.

Вузол - це сукупність кількох деталей, пов'язаних між собою.

Модель - це пристрій (або образ) будь-якого об'єкта чи явища, що адекватно відображає його властивості. Моделі механізмів або машин використовуються в якості їх заміників у наукових або в інших цілях.

Модель будь-якого механізму або машини складається за критеріями подібності, що формулюються в залежності від прийнятих припущень.

Основними поняттями дисципліни є *машина* і *механізм*.

Машина - це технічна система, що виконує механічний рух для перетворення енергії, матеріалів і інформації.

Всі існуючі машини можна розділити на чотири види.

1. *Енергетичні машини* - це машини, що перетворюють енергію одного виду в енергію іншого виду.

До енергетичних машин відносяться двигуни і генератори.

Двигуни - це енергетичні машини, що перетворюють будь-який вид енергії у механічну енергію (наприклад, електродвигуни перетворюють електричну енергію, двигуни внутрішнього згоряння перетворюють енергію розширення газів при згорянні у циліндрі).

Генератори - це енергетичні машини, що перетворюють механічну енергію в енергію іншого виду (наприклад, електрогенератор перетворює механічну енергію парової або гідравлічної турбіни в електричну енергію).

2. Робочі машини - це машини, що використовують механічну енергію для здійснення роботи з переміщення і перетворення об'єктів або матеріалів.

До робочих машин відносяться транспортні та технологічні машини. Транспортні машини - це робочі машини, що використовують механічну енергію для зміни положення об'єктів або матеріалів.

Технологічні машини - це робочі машини, що використовують механічну енергію для перетворення форми, властивостей, розмірів і стану об'єктів або матеріалів.

3. *Інформаційні машини* - це машини, призначені для обробки і перетворення інформації.

До інформаційних машин відносяться математичні та контрольно-керуючі машини.

Математичні машини - це інформаційні машини, що перетворюють вхідну інформацію у математичну модель досліджуваного об'єкта.

Контрольно-керуючі машини - це інформаційні машини, що перетворюють вхідну інформацію (програму) у сигнали управління машинами інших видів.

4. *Кібернетичні машини* - це машини, що управляють машинами інших видів, які здатні змінювати програму своїх дій залежно від стану навколишнього середовища.

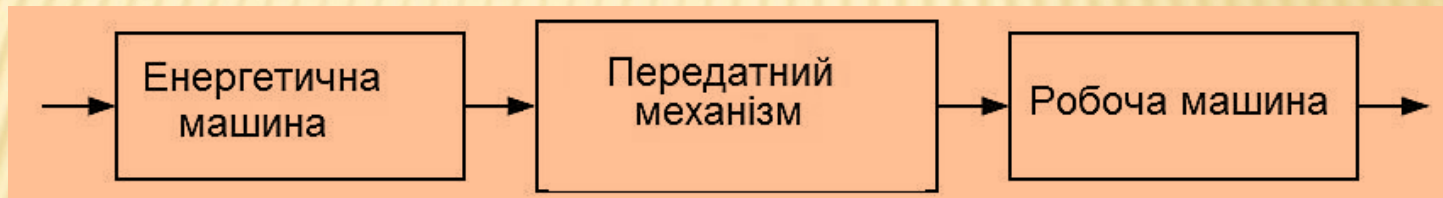
До них відносяться машини, що володіють елементами штучного інтелекту.

1.2. ВИДИ ПРИВОДІВ

Сукупність декількох машин утворює *привод*.

Привод - це система взаємопов'язаних пристроїв, яка призначена для приведення у рух однієї або декількох ланок, що входять до складу механізму або машини.

Функціональна схема приводу



Всі приводи можна розділити на три основних види:

- *гідравлічний*;
- *пневматичний*;
- *електричний*.

Гідропривод - це вид приводу машин, у якому для перетворення руху використовується механічна енергія рідини.

Пневмопривод - це вид приводу машин, у якому для перетворення руху використовується механічна енергія газу.

Електропривод - це вид приводу машин, у якому для перетворення руху використовується електрична енергія.

Електропривод включає до свого складу такі елементи:

- *електродвигун* - механічний пристрій, призначений для перетворення електричної енергії в механічну енергію;
- *обслуговуючу і керуючу апаратуру.*

1.3. МЕХАНІЗМИ ТА ЇХ ВИДИ

Всі машини складаються з *механізмів*, які забезпечують виконання необхідних функцій. Залежно від складності схеми машини можуть містити кілька механізмів одночасно.

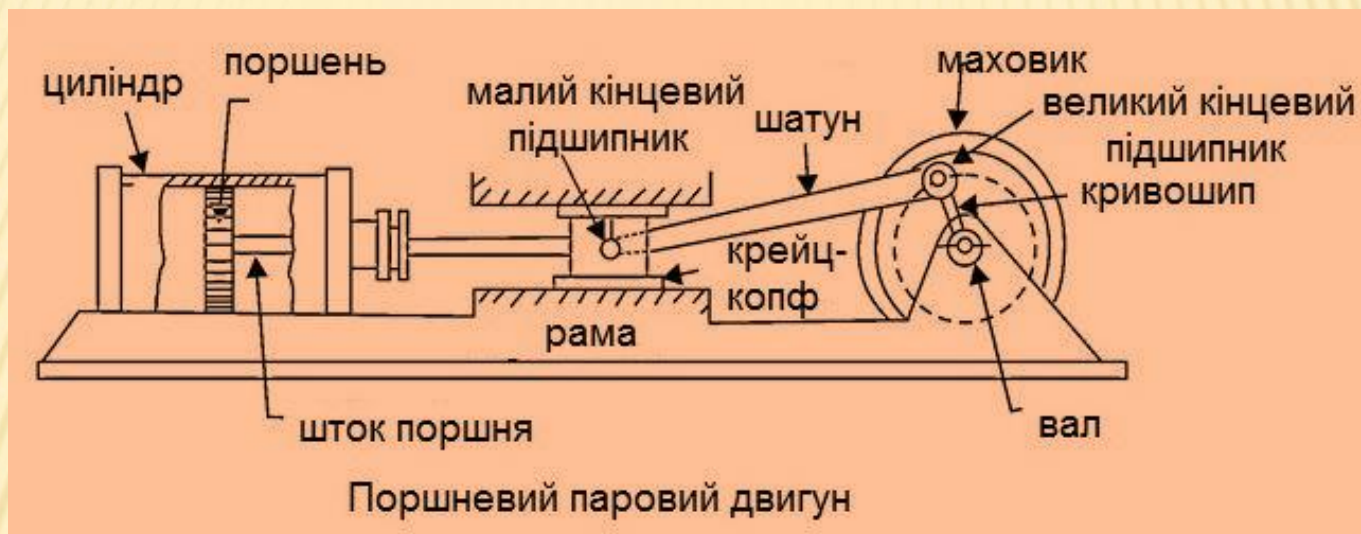
Механізмом називається система тіл, об'єднаних зв'язками і призначених для перетворення руху *вхідних ланок* у необхідний рух *вихідних ланок*.

Механізм - це технічна система, що складається з *рухомих ланок*, *стійки* і *кінематичних пар*, що утворюють *кінематичні ланцюги*.

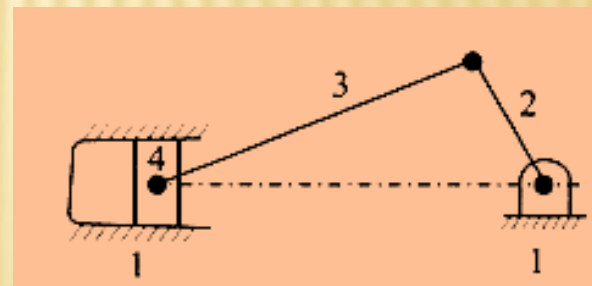
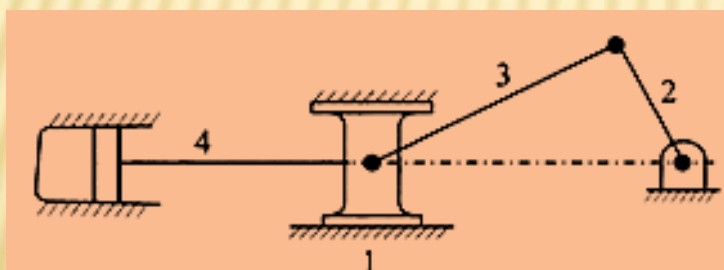
Ланка - це рухливе тіло, що входить до складу механізму.

Стойка - це ланка механізму, умовно прийнята нерухомою.

Кінематична пара - це з'єднання двох ланок, що допускає їх відносний рух.



Кінематичні схеми механізму



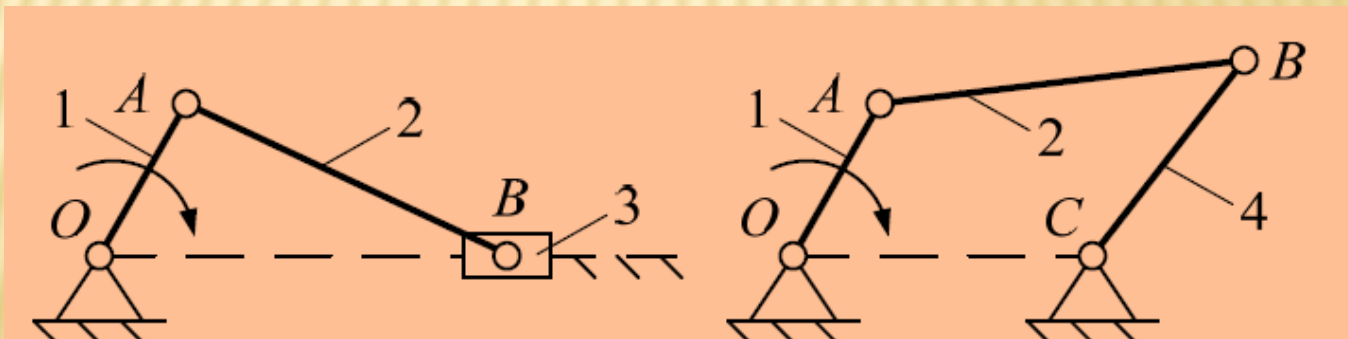
За рухом і розташуванню ланок у просторі механізми підрозділяються на *плоскі*, *просторові* і *сферичні*.

Плоскі механізми - це механізми, ланки яких здійснюють рух в одній або в паралельних площинах.

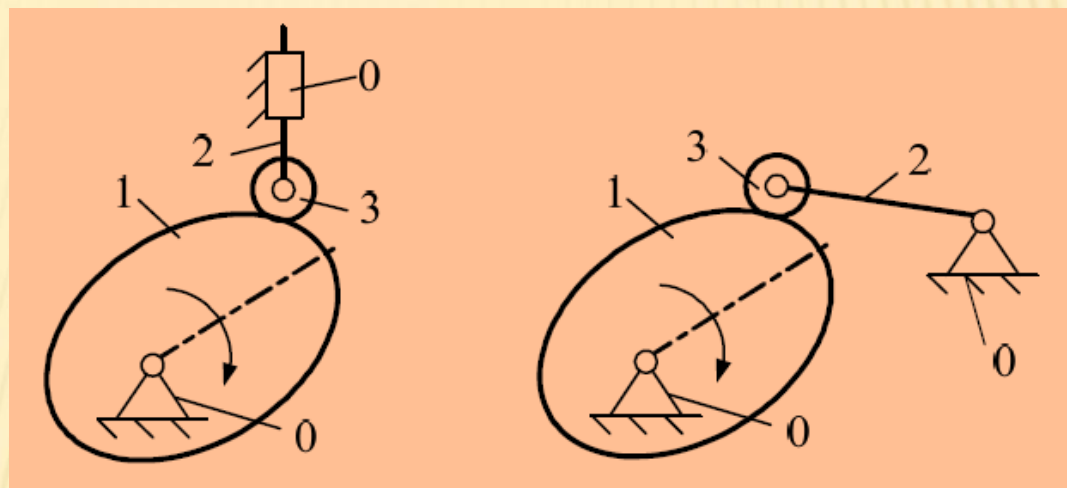
Просторові механізми - це механізми, ланки яких здійснюють рух у перпендикулярних площинах.

Сферичні механізми - це механізми, в яких хоча б одна з ланок здійснює рух у декількох площинах одночасно.

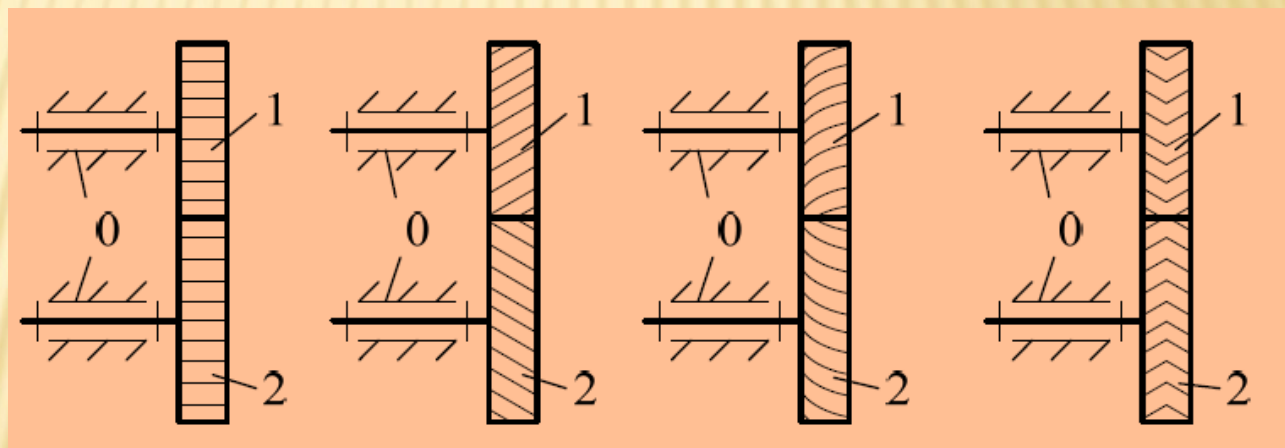
Залежно від конструкції ланок виділяють механізми:
- *важільні*



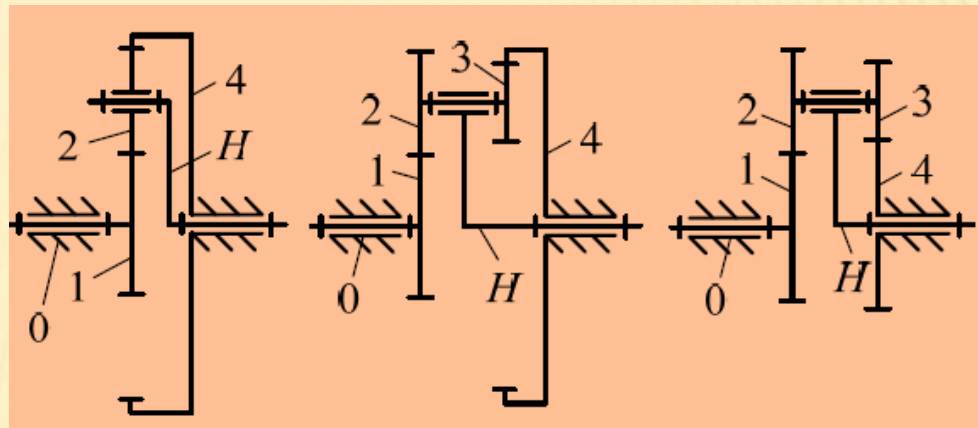
- кулачкові



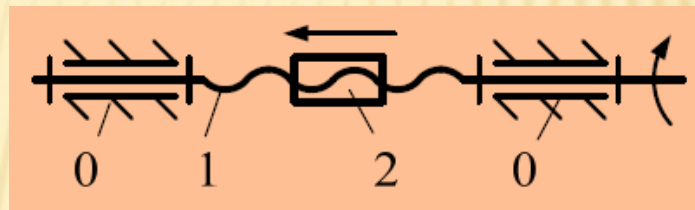
- зубчасті



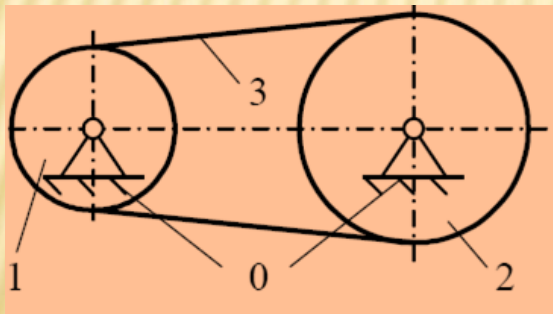
- епіциклічні



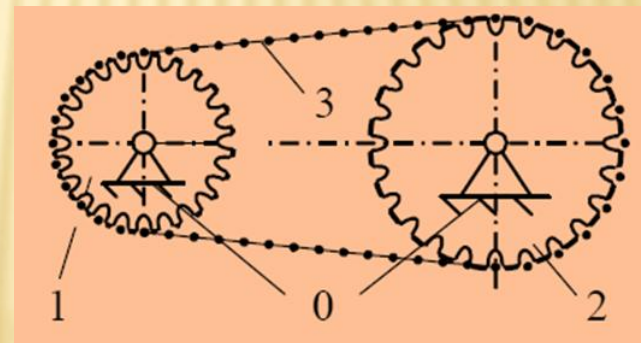
- ГВИНТОВІ



- пасові



- ланцюгові



- комбіновані.

1.4. ВИДИ ЛАНОК МЕХАНІЗМІВ

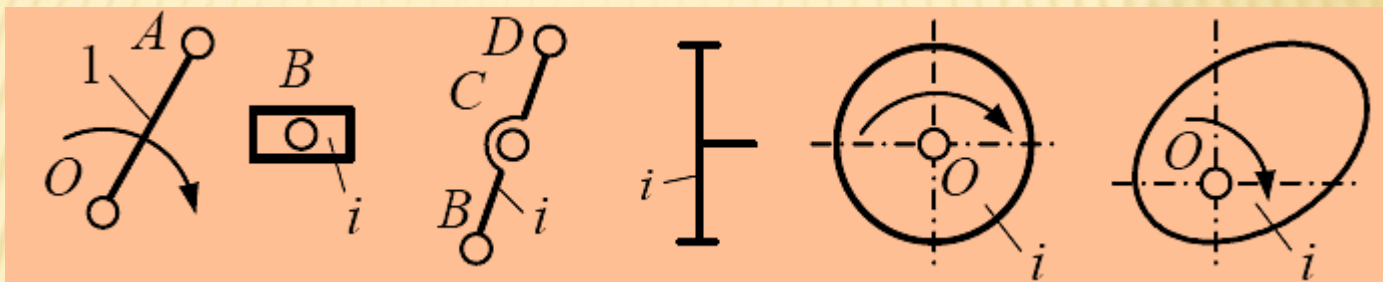
Ланка (контур) - це тіло або система жорстко пов'язаних тіл, що входять до складу механізму.

За структурним станом відрізняють:

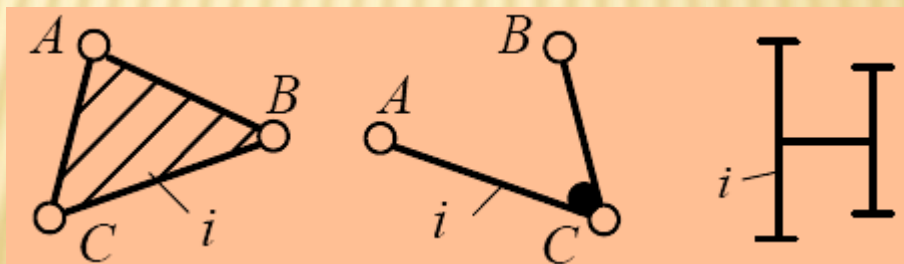
- *тверду ланку* - це ланка, пружна деформація якої не вносить суттєвих змін у роботу механізму;
- *пружну ланку* - це ланка, пружна деформація якої вносить істотні зміни у роботу механізму (пружини, мембрани та ін.);
- *гнучку ланку* - це ланка, що володіє здатністю зміни форми робочих поверхонь для забезпечення функціонування механізму (паси, ланцюги, канати та ін.);
- *рідку ланку* - ланка, що має рідку структуру (вода, масло та ін.);
- *газоподібну ланку* - ланка, що має газоподібну структуру (газ, повітря).

За конструктивною схемою ланки бувають *прості* та *складні*.

Проста ланка (одно- або двохвершинна) - це ланка, що входить до складу двох і більше кінематичних пар, через геометричні центри яких можливо провести одну пряму.



Складна або складова ланка (трьох- і більш вершинна) - це ланка, що входить до складу трьох і більше кінематичних пар, через геометричні центри яких неможливо провести одну пряму.



Прості ланки на схемах механізмів зображують у вигляді ліній або кривих, а складні, або складові, ланки позначаються у вигляді замкнутих і незамкнутих геометричних фігур.

Складні, або складові, ланки утворені нерухомим з'єднанням декількох простих ланок, які не можуть здійснювати рухи відносно один одного, проте можуть переміщатися разом як одне ціле, тобто як одна ланка.

За службовим призначенням ланки бувають *початковими і веденими*.

Початкова ланка - це ланка, координата якої прийнята за узагальнену координату.

Під узагальненими координатами розуміються незалежні один від одного параметри механізму, що однозначно визначають можливі положення його ланок у просторі або на площині у даний момент часу.

Ведена - це ланка, яка не є початковою або ведучою ланкою.

За перетворенням руху та силових факторів ланка може бути *вхідною, вихідною і проміжною*.

Вхідна, або ведуча, ланка - це ланка механізму, якій задають необхідний рух і відповідні силові фактори (сили і моменти пар сил).

Вихідна ланка - це ланка механізму, на якій отримують необхідний рух і необхідні силові фактори.

Проміжна ланка - це ланка механізму, розташована між вхідною і вихідною ланками і призначена для передачі руху та перетворення силових факторів.

За кінематичним станом виділяють:

- *рухому ланку* - це ланка механізму, що має можливість здійснювати будь-який рух;
- *стійку* - це ланка механізму, умовно прийнята при її аналізі і синтезі за нерухому.

1.5. КІНЕМАТИЧНІ ПАРИ

У процесі руху механізму ланки взаємодіють одна з одною, утворюючи рухливі з'єднання. Рухомі з'єднання ланок називаються *кінематичними парами (КП)*.

Кінематична пара - це рухоме з'єднання двох дотичних ланок, що допускає відносні рухи.

Залежно від конструкції, призначення і видів руху ланок усі кінематичні пари класифікують за такими ознаками:

1) за відносним рухом ланок:

- *обертальні;*
- *поступальні;*
- *гвинтові;*
- *площинні;*
- *сферичні;*

2) за видом контакту ланок:

- *нижчі* - це кінематичні пари, в яких контакт ланок здійснюється по площині або по поверхні;
- *вищі* - це кінематичні пари, в яких контакт ланок здійснюється по лінії або в точці;

3) за способом забезпечення контакту ланок, що утворюють кінематичні пари:

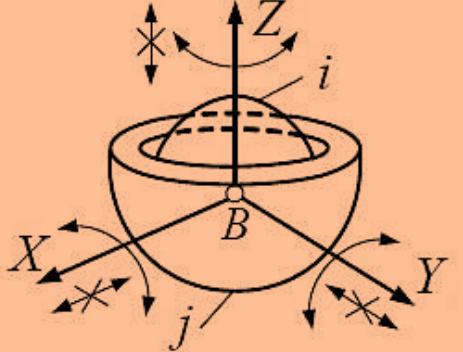

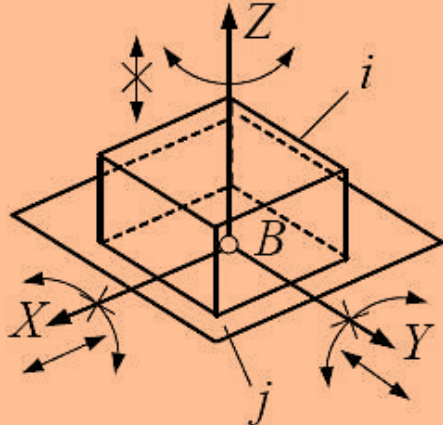
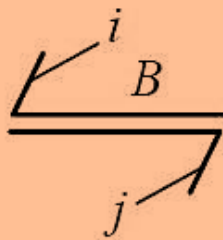
- *силові* - це кінематичні пари, в яких постійність контакту ланок забезпечується за рахунок дії сил тяжіння або сили пружності пружини;
- *геометричні* - це кінематичні пари, в яких постійність контакту ланок реалізується за рахунок конструкції робочих поверхонь ланок;

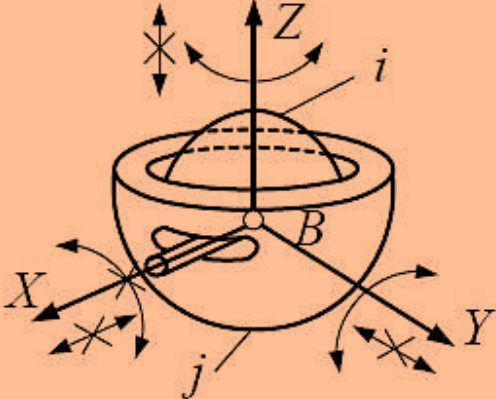


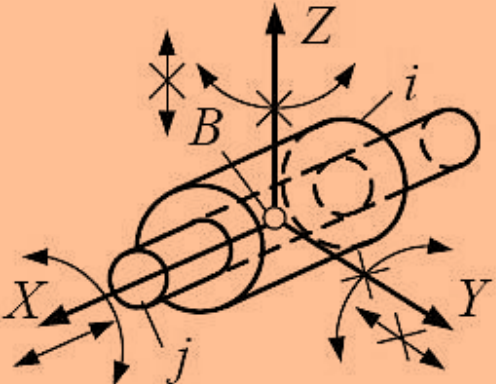

4) за кількістю в'язів, накладених на відносний рух ланок, що утворюють кінематичну пару (число умов зв'язку визначає *клас кінематичної пари*);

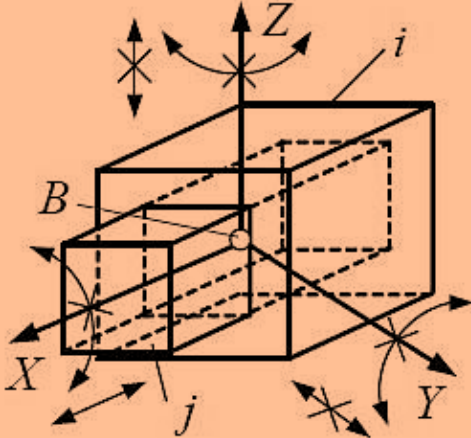
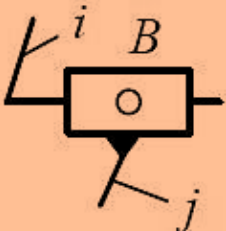
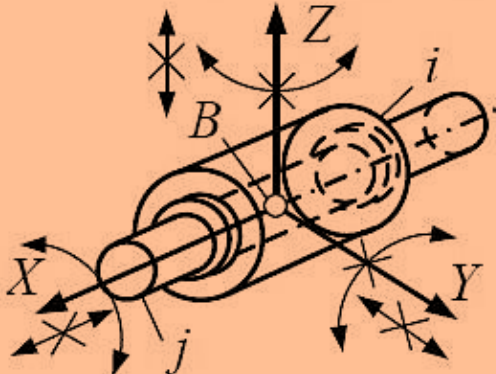
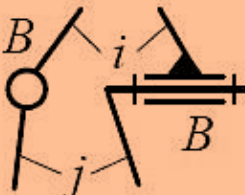
5) за кількістю рухомостей у відносному русі ланок.

Розглянемо дві останні ознаки класифікації кінематичних пар.

Клас	Число в'язів	Рухомість	Просторова схема	Вид контакту	Умове позначення
Шар-площина					
1	1	5		Точка, вища	
Циліндр-площина					
2	2	4		Лінія, вища	

Клас	Число в'язів	Рухомість	Просторова схема	Вид контакту	Умовне позначення
3			Сферична		
	3	3		Поверхня, нижча	
			Площинна		
3	3		Площина, нижча		

Клас	Число в'язів	Рухомість	Просторова схема	Вид контакту	Умовне позначення
4	4	2		Поверхня, нижча	
	Циліндрична			Поверхня, нижча	
	4	2		Поверхня, нижча	

Клас	Число в'язів	Рухомість	Просторова схема	Вид контакту	Умовне позначення
Поступальна					
5	5	1		Поверхня, нижча	
Обертальна					
5	5	1		Поверхня, нижча	

Клас	Число в'язів	Рухомість	Просторова схема	Вид контакту	Умовне позначення
5	Гвинтова				
	5	1		Поверхня, нижча	

Стрілки координатних осей X , Y , Z на просторових схемах показують можливі обертальні та лінійні відносні переміщення ланок. Якщо стрілка перекреслена, то дане незалежне переміщення у кінематичній парі відсутнє, тобто на нього накладена в'язь.

1.6. КІНЕМАТИЧНІ ЛАНЦЮГИ

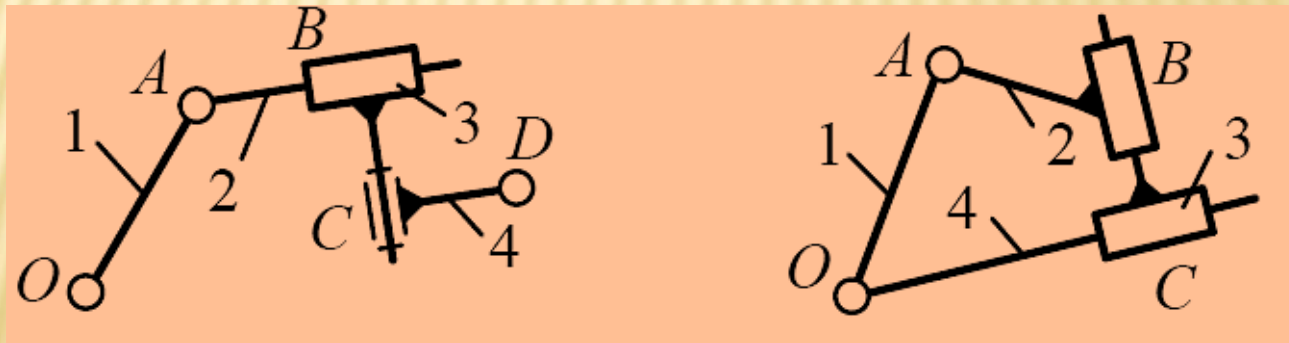
Усі механізми складаються із сукупності ланок, що утворюють кінематичні пари, які становлять *кінематичні ланцюги*.

Кінематична ланцюг - це система ланок, які утворюють між собою кінематичні пари.

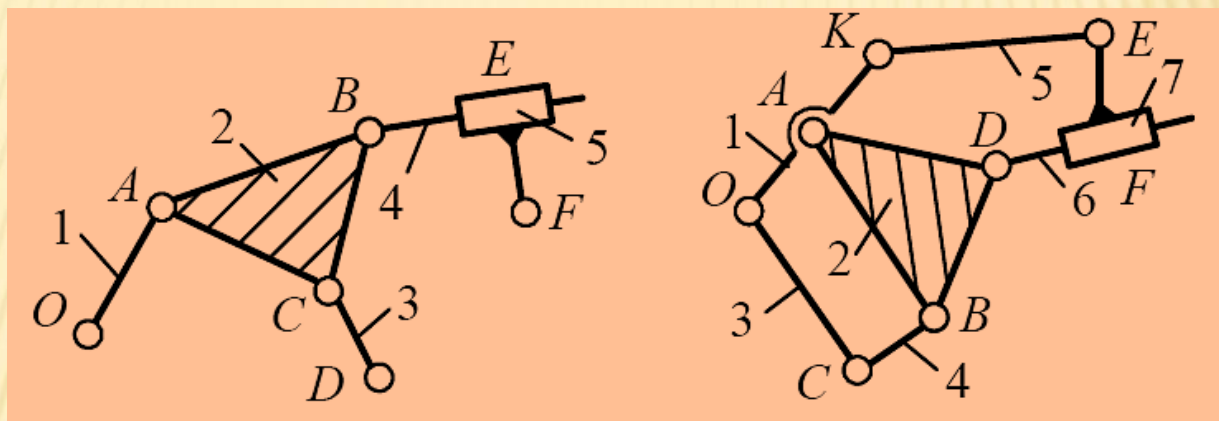
Кінематичні ланцюги поділяються:

1) за конструктивним виконанням:

- *простий* - кінематичний ланцюг, кожна ланка якого входить до складу не більше двох кінематичних пар, тобто містить тільки одно- або двухвершинні ланки;



- *складний* - це кінематичний ланцюг, що має ланки, які входять до складу трьох і більше кінематичних пар, тобто містить хоча б одну ланку з трьома або більше вершинами;



2) за взаємодією ланок:

- *розімкнений* - кінематичний ланцюг, у якому хоча б одна ланка має вільний елемент, який не взаємодіє з іншими ланками і не утворює з ними кінематичних пар;

- *замкнений* - кінематичний ланцюг, кожна ланка якого входить до складу як мінімум двох кінематичних пар.

З'єднання кінематичних ланцюгів зі стійкою утворюють механізми.

1.7. СТРУКТУРА МЕХАНІЗМІВ

Вивчення механізмів починається з аналізу їх структури. Структура механізму у загальному випадку визначається функціонально пов'язаною сукупністю ланок і відносинами між ними.

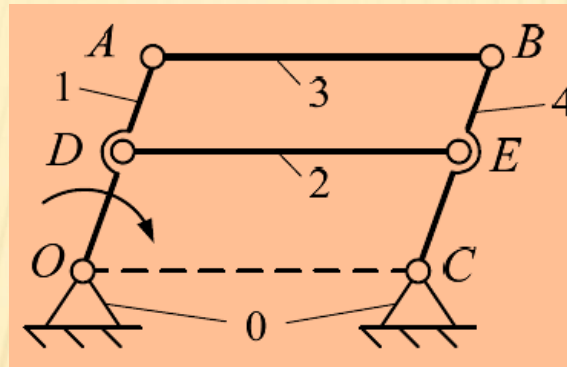
Під відносинами, відповідно, маються на увазі рухомі та нерухомі з'єднання.

Структура механізму - це сукупність ланок, що утворюють рухомі та нерухомі з'єднання.

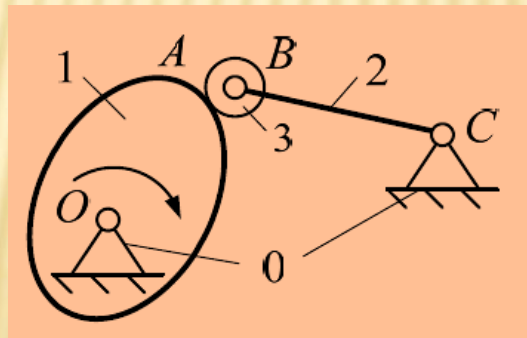
Структурна схема - це графічне зображення механізму, виконане без дотримання масштабів з використанням умовних позначень.

Усі типові механізми мають раціональну структуру, проте більшість дійсних механізмів містить *надлишкові*, або *пасивні зв'язки*, а також, так звані, *місцеві рухливості*.

Надлишкові, або пасивні - це зв'язки в механізмі, які повторюють зв'язки, вже існуючі за даною координатою і тому не змінюють рухливості механізму.



Місцеві рухливості - це рухливості механізму, які не впливають на його передатну функцію, а введені до складу механізму з цілями іншого характеру.

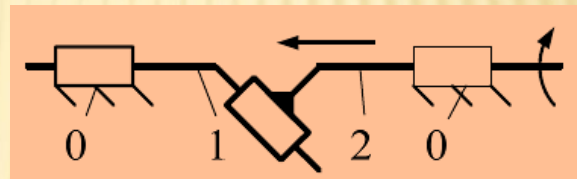


1.8. МЕХАНІЗМИ З НИЖЧИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ

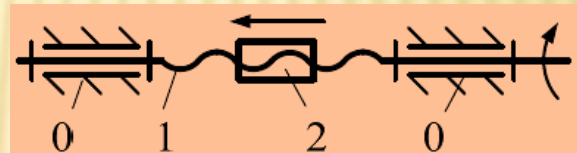
Для отримання механізму з нижчими кінематичними парами необхідно, щоб його ланки утворювали між собою тільки нижчі кінематичні пари.

Все різноманіття механізмів з нижчими кінематичними парами можна звести до наступних груп:

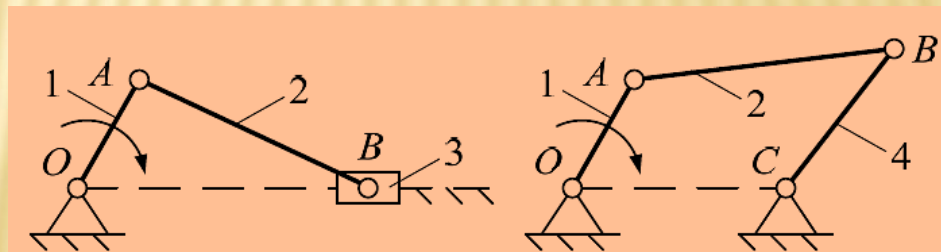
- *клинові*



- *гвинтові*



- *важільні*



Клиновий механізм - це механізм, структура якого містить тільки нижчі поступальні кінематичні пари.

Клинові механізми призначені для передачі руху і силових факторів між ланками з пересічними осями обертання. Усі клинові механізми відносяться до різновиду механізмів, що перетворюють поступальний рух ланки 1 у поступальний рух ланки 2.

Гвинтовий механізм - це механізм, структура якого містить тільки нижчі кінематичні пари, хоча б одна з яких є гвинтовою.

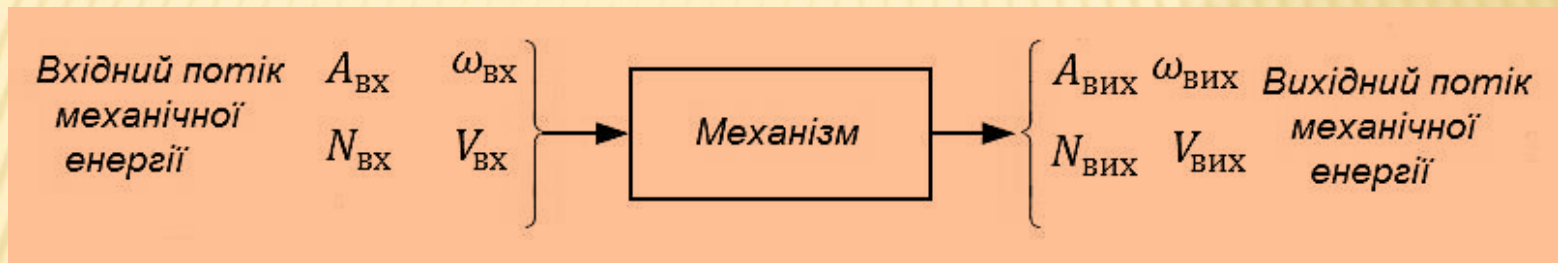
Гвинтові механізми призначені для передачі руху і силових факторів між співісними ланками. Всі гвинтові механізми відносяться до різновиду механізмів, що перетворюють обертальний рух у поступальний.

Рухливими ланками типових гвинтових механізмів є гвинт 1 і гайка 2.

Важільні механізми розглянуті у наступному розділі.

1.9. КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ (ККД) МЕХАНІЗМУ

Ефективність будь-якого типового механізму оцінюється низкою параметрів, основними з яких є *передавальна функція* і *коефіцієнт корисної дії (ККД)*.



Відношення швидкості руху вхідної ланки до швидкості руху вихідної ланки називається *передатним відношенням*:

$$i = \frac{\omega_{\text{ВХ}}}{\omega_{\text{ВИХ}}} = \frac{V_{\text{ВХ}}}{V_{\text{ВИХ}}}$$

Якщо аналіз механізму виконується протягом певного проміжку часу, то замість передатного відношення прийнято розглядати *передатну функцію*: $i = f(t)$.

Кожна машина перетворює вхідний потік механічної енергії у відповідний вихідний потік. При цьому вхідний і вихідний потоки механічної енергії прийнято оцінювати через *роботу*.

Відношення роботи, що виконується на вихідній ланці, до роботи на вхідній ланці називається *коефіцієнтом корисної дії механізму*.

ККД механізму завжди менше одиниці оскільки процес перетворення руху супроводжується втратою механічної енергії:

$$\eta = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} - \xi < 1,$$

де ξ - коефіцієнт втрат.

Ідеальний механізм - це механізм, утворений тільки абсолютно жорсткими ланками, в якому вхідний потік механічної енергії перетворюється у вихідний потік без втрат.

1.10. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 1

1. Сформулювати задачі що розглядає механіка машин.
2. Дати назву технічної системи.
3. Дати визначення деталі, вузла.
4. Що називають механізмом?
5. Сформулювати ознаки плоских, просторових і сферичних механізмів.
6. Що називають машиною?
7. Дати визначення приводу та навести їх види.
8. Навести види машин?
9. Дати визначення двигуна, генератора.
10. Що називається ланкою, які види ланок існують?
11. Дати визначення стійки.
12. Що називають кінематичною парою, як їх класифікують?
13. Дати визначення поняттю класа кінематичної пари, скільки існує класів пар?
14. Визначити обертальну, поступальну, гвинтову, площинну та сферичну пари.

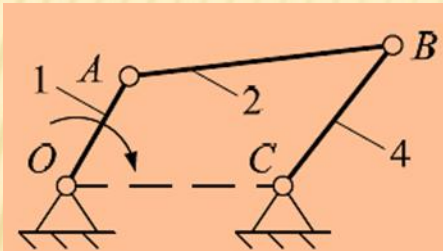
15. Які пари називаються нижчими?
16. Які пари називаються вищими?
17. Навести приклади силових пар.
18. Які пари називаються геометричними?
19. Сформулювати поняття кінематичного ланцюга, навести види кінематичних ланцюгів.
20. Дати поняття про структуру механізму та його структурну схему.
21. Що називають пасивними зв'язками?
22. Надати визначення надлишкових рухливостей механізму.
23. Дати визначення коефіцієнта корисної дії механізму.
24. Що називається передатним відношенням механізму?
25. Визначити передатну функцію механізму.
26. Що називається коефіцієнтом втрат?
27. Дати визначення ідеального механізму.

2. ВАЖІЛЬНІ МЕХАНІЗМИ. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ

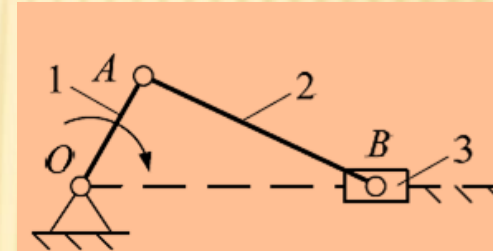
Важільний механізм - це механізм, утворений ланками, виконаними у вигляді стрижневих конструкцій.

2.1. КЛАСИФІКАЦІЯ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

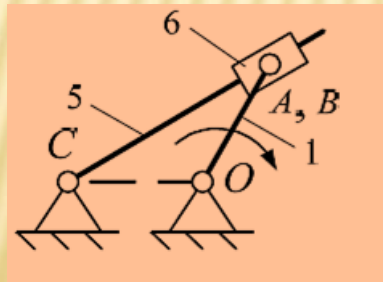
Всі прості важільні механізми є плоскими механізмами, які, у свою чергу, поділяються на основні типові схеми:



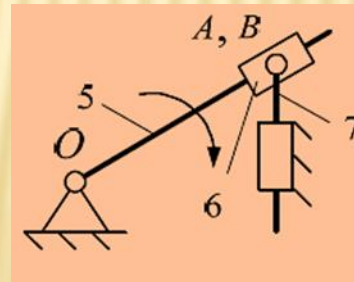
шарнірний механізм



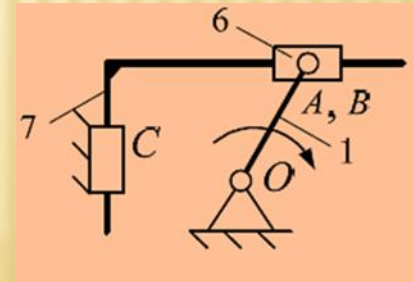
кривошипно-повзунковий механізм



кулісний механізм



тангенсний механізм



синусний механізм

На схемах наведені такі ланки:

Кривошип - ланка важільного механізму, що входить до складу тільки обертальних кінематичних пар і володіє можливістю повороту навколо осі обертання на кут більше 360° (ланки 1).

Коромисло - ланка важільного механізму, що входить до складу тільки обертальних кінематичних пар і володіє можливістю повороту навколо осі обертання на кут менш 360° (ланка 4).

Куліса - ланка важільного механізму, що входить до складу обертальних і поступальних кінематичних пар і володіє можливістю повороту навколо осі обертання на кут менш 360° (ланки 5).

Хитний повзун - це ланка важільного механізму, яка утворює поступальну кінематичну пару зі штоком і обертальну кінематичну пару зі стійкою.

Кривошип у більшості випадків є початковою або ведучою ланкою.

Повзун - це ланка, що створює поступальну кінематичну пару зі стійкою (ланка 3).

Камінь - це ланка, що створює поступальну кінематичну пару з кулісою (ланки 6).

Шток - це ланка, що створює поступальну кінематичну пару з хитним або нерухомим повзуном (ланки 7).

Ланки, що здійснюють складні рухи, є *шатуни*.

Шатун - це ланка важільного механізму, яка не має зв'язків із стійкою та створює кінематичні пари тільки з рухомими ланками (ланки 2).

2.2. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

При дослідженні структури будь-якого важільного механізму розрізняють структурний аналіз і структурний синтез.

Структурний аналіз - це процес дослідження структури механізму, тобто, визначення числа ланок і видів їх руху, виду кінематичних пар, структурних груп, числа рухливостей і наявності дефектів.

Структурний синтез - це процес проектування нової або модернізації існуючої структури механізму, яка має необхідні властивості: задане число рухливостей, мінімум ланок, використання кінематичних пар певного виду.

Структурний аналіз зводиться до вирішення наступних задач:
для просторових механізмів:

- 1) визначення рухливості механізму;
- 2) визначення маневреності механізму.

для плоских механізмів:

- 1) визначення рухливості механізму;
- 2) аналіз структури механізму.

Рухливість механізму - це число незалежних узагальнених координат, що однозначно визначають положення ланок механізму на площині або у просторі у даний момент часу.

Структурні формули для визначення рухливості просторових механізмів були отримані П. І. Сомовим, а для плоских механізмів - П. Л. Чебишевим. В основу обох структурних формул покладені однакові принципи їх побудови, отже, в узагальненому вигляді структурні формули можна представити так:

- для плоских механізмів:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

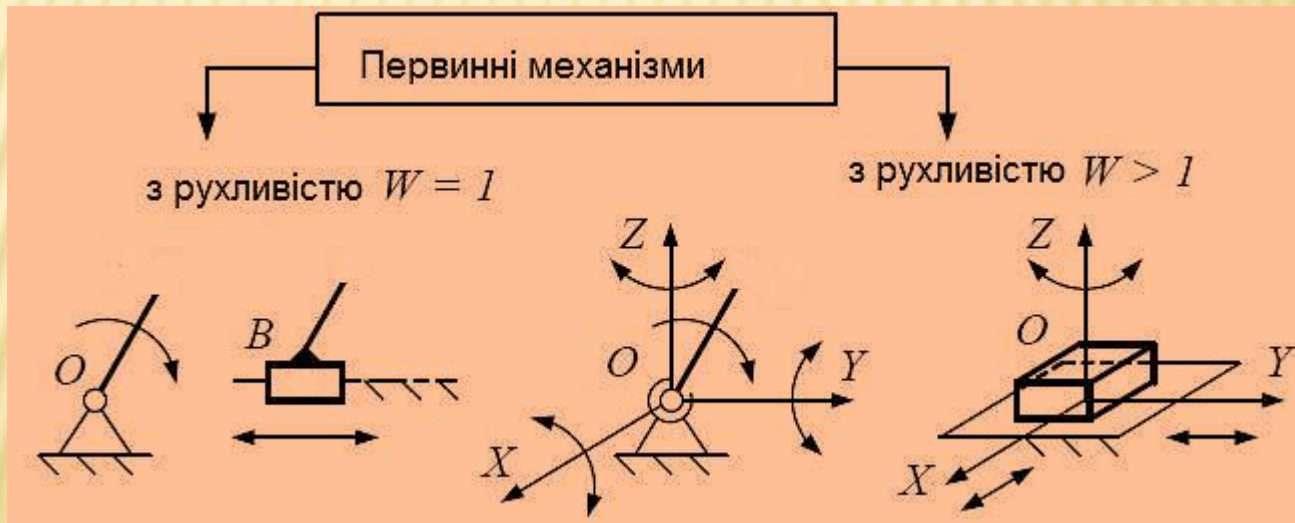
- для просторових механізмів:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1,$$

де p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 - кількість кінематичних пар, відповідно п'ятого, четвертого, третього, другого та першого класу.

Для розв'язання задач аналізу та синтезу важільних механізмів Л. В. Ассуром була запропонована структурна класифікація, згідно з якою механізми, які не мають надлишкових зв'язків і місцевих рухливостей, складаються з *первинних (елементарних) механізмів та структурних груп ланок*.

Первинний механізм (ПМ) - це елементарний механізм, що складається з рухомої та нерухомої ланки, які утворюють кінематичну пару з однією або декількома рухливостями.



Структурна група ланок - це кінематичний ланцюг, що одержує нульову рухливість після приєднання його до стійки і не розпадається на більш прості ланцюги, що володіють подібними властивостями.

В усіх структурних групах кінцеві ланки входять до складу лише однієї кінематичної пари і мають вільний елемент ланки. Подібні ланки називаються *повідками*.

Поводок - це кінцева ланка структурної групи, яка входить до складу однієї кінематичної пари і має другий вільний елемент ланки.

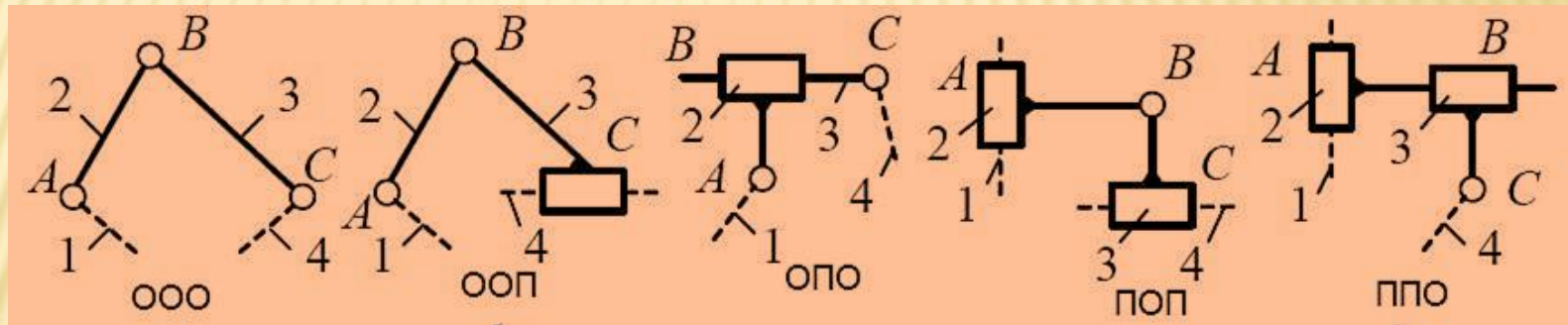
Структурні групи можуть бути утворені тільки парною кількістю рухомих ланок. Ступінь складності структурної групи характеризується її *класом*. *Клас структурної групи* визначається кількістю ланок і кінематичних пар з урахуванням кількості вершин найбільш складної ланки. Складність структурних груп визначає *клас механізму*.

Клас механізму визначається класом найбільш складної структурної групи, що входить до механізму.

У межах класу структурні групи підрозділяються на порядки.

Порядок структурної групи відповідає кількості повідків.

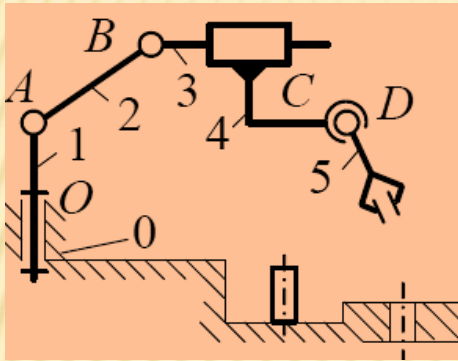
Структурні групи другого класу другого порядку.



Кінематичний ланцюг, що складається з чотирьох ланок і шести пар, може дати структурну групу третього класу третього порядку (тріада), або групу четвертого класу другого порядку.

Найбільш поширеними представниками просторових важільних механізмів є *маніпулятори*.

Маніпулятор - це просторовий важільний механізм, який здійснює дії, аналогічні діям руки людини.



Забезпечення працездатності маніпулятора можливо тільки при виконанні наступної умови:
 $m \geq 1$, де m - маневреність маніпулятора.

Маневреність - це рухливість маніпулятора при нерухомій вихідній ланці.

У наведеному прикладі маневреність дорівнює 1:

$$\begin{aligned} W &= 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = \\ &= 6 \cdot 4 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 1. \end{aligned}$$

2.3. СИНТЕЗ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Синтез механізмів виконується в два етапи. Перший етап називається *структурним синтезом*, а другий - *метричним синтезом*.

Структурний синтез - це процес проектування нової або модернізації існуючої структури механізму, що має необхідні властивості.

Структурний синтез плоских важільних механізмів виконується за структурною класифікацією Л. В. Ассура.

Метричний синтез - це процес визначення основних геометричних розмірів ланок механізму і конфігурацій профілів робочих поверхонь, які найкращим чином задовольняють заданим умовам і забезпечують оптимальне поєднання якісних показників.

Задачами метричного синтезу є:

- 1) синтез кінематичної схеми механізму за заданими положеннями вхідної або вихідної ланки;
- 2) синтез кінематичної схеми механізму за заданими геометричними параметрами;
- 3) синтез кінематичної схеми механізму за заданим законом руху вихідної ланки;
- 4) синтез кінематичної схеми механізму за заданими кінематичними параметрами: середньої швидкості вихідної ланки, коефіцієнту нерівномірності середньої швидкості;
- 5) синтез кінематичної схеми механізму за заданою величиною кута тиску або кута передачі.

При розв'язанні задач метричного синтезу важільних механізмів керуються такими критеріями:

- 1) спроектований механізм має забезпечувати для вхідної або вихідної ланок можливість повороту на кут більше 360° ;

2) спроектований механізм має володіти габаритними розмірами, що укладаються у заданому діапазоні (конструктивні обмеження на габарити механізму);

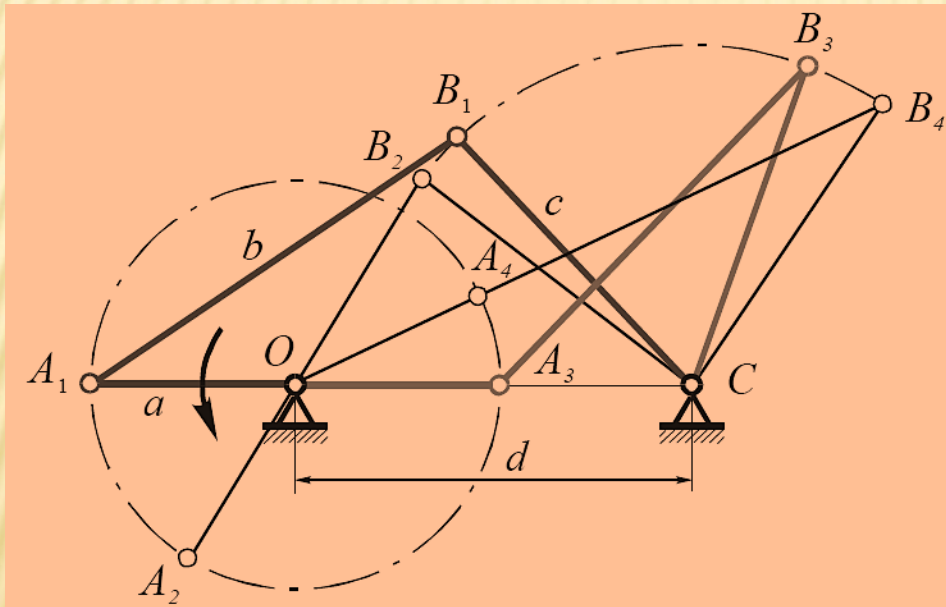
3) спроектований механізм має забезпечувати виконання заданого закону руху або заданих положень ланок з необхідною точністю (точність забезпечення заданого закону руху або заданих положень ланок механізму);

4) поточне значення кута тиску спроектованого механізму не повинно перевищувати допустимої величини (обмеження за умовами передачі силових факторів).

2.4. УМОВА ІСНУВАННЯ КРИВОШИПА У ЧОТИРИЛАНКОВИХ МЕХАНІЗМАХ

При синтезі механізмів важливою умовою є можливість повертання його ланок, тобто наявність в його схемі одного або кількох кривошипів. Це залежить від співвідношення довжин ланок.

Розглянемо чотириланковий механізм з довжинами ланок a , b , c , і d .



Кривошип – це ланка механізму, яка здійснює повний оберт.

Щоб ланка OA могла бути кривошипом, вона має пройти через два крайніх «мертвих» положення: OA_1 і OA_3 . Прийmemo, що розмір a – найменший, а розмір d – найбільший.

Оскільки в трикутнику довжина однієї сторони менша від суми довжин двох інших сторін, справедлива така нерівність:

Для трикутника $A_1 B_1 C$: $d + a < b + c$.

Для трикутника $A_3 B_3 C$: $d - a < b + c$.

Оскільки за умовою $d > a$, то перша нерівність забезпечує виконання другої нерівності незалежно від співвідношення сторін b і c . Якщо найдовшою є ланка AB ($b > c > d$) або BC ($c > b > d$), то перша нерівність тим більше виконується.

Таким чином, *найкоротша ланка шарнірного чотириланкового механізму може бути кривошипом, якщо сума довжин найдовшої і найменшої ланок механізму менша суми довжин інших ланок.*

Положення кривошипа OA_2 і OA_4 відповідають крайнім положенням коромисла CB .

2.5. ЯКІСНІ ПОКАЗНИКИ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

Обмеження і умови метричного синтезу формують показники, за допомогою яких виконується оцінка якості важільних механізмів. Якісними показниками важільних механізмів є:

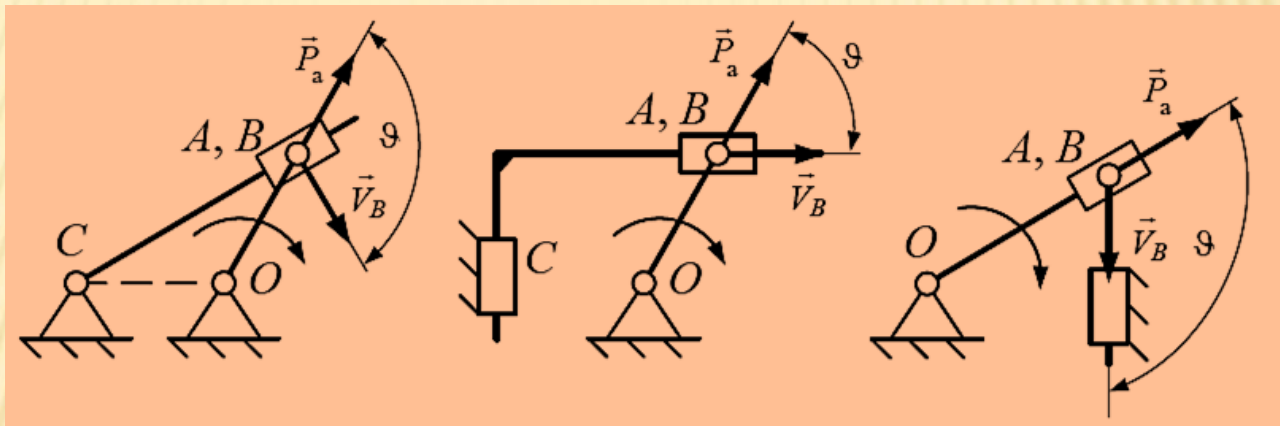
- коефіцієнт корисної дії;
- хід механізму;
- коефіцієнт нерівномірності середньої швидкості;
- кут тиску;
- кут передачі.

Коефіцієнт корисної дії - це безрозмірна величина, що характеризує кількість корисно витраченої механізмом сумарної енергії.

Хід механізму - це відстань між початковим і кінцевим положеннями вихідної ланки.

Коефіцієнт нерівномірності середньої швидкості - це коефіцієнт, що характеризує відношення часу холостого ходу до часу робочого ходу.

Кут тиску - це гострий кут між вектором активної сили, що діє з боку попередньої ланки, і вектором швидкості точки її прикладання.



Значення кута тиску формує умови передачі сил між ланками, визначаючи величину рушійної сили механізму $Q = P_a \cos \vartheta$.

Зменшення кута тиску призводить до зростання значення рушійної сили, а збільшення кута тиску, відповідно, знижує цю силу. У важільних механізмах кут тиску завжди $\vartheta \leq 90^\circ$. При величині кута тиску $\vartheta > 90^\circ$ може виникнути заклинення, або самогальмування.

Самогальмування, або заклинення - це стан механізму, який супроводжується значеннями кутів тиску, що роблять неможливим рух ланок за якому завгодно значенні рушійної сили.

Для виключення подібних ситуацій при синтезі механізмів задаються допустимими значеннями кутів тиску $[\vartheta]$.

При значеннях кута тиску $[\vartheta] = 90^\circ$ механізм знаходиться у так званих «мертвих» положеннях, що в статиці призводить до заклинювання ланок. У русі механізм долає такі положення за рахунок додаткового обсягу кінетичної енергії.

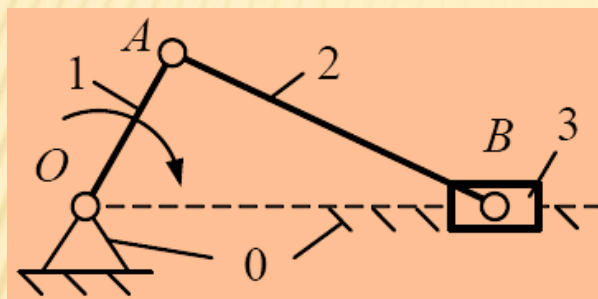
Кут передачі - це кут, що визначає взаємне розташування осей шатуна і коромисла шарнірного механізму.

Значення кутів передачі і тиску взаємопов'язані:

$$\vartheta + \mu = 90^\circ.$$

2.6. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ ПРОСТІЙШИХ МЕХАНІЗМІВ

Виконаємо структурний аналіз кривошипно-повзункового механізму.



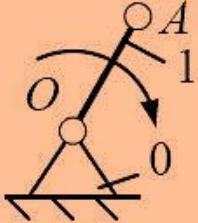
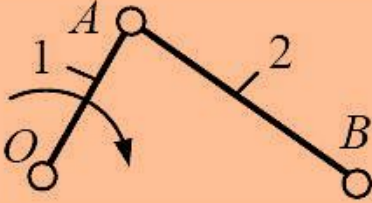
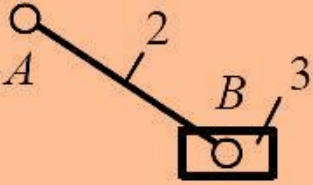
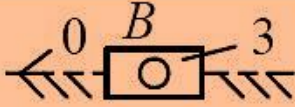
Рухливість кривошипно-повзункового механізму визначається за структурною формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

де p_4 , p_5 - кількість кінематичних пар четвертого і п'ятого класів, n - кількість рухомих ланок кінематичного ланцюга.

Для визначення коефіцієнтів p_4 та p_5 виявимо всі кінематичні пари, що входять до складу механізму. Результати аналізу представлені у таблиці.

Табл.

№ п/п	Пара	Схема	Клас/ рухливість	Вид контакту/ замкнення
1	0 – 1 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
2	1 – 2 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
3	2 – 3 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
4	3 – 0 / поступальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне

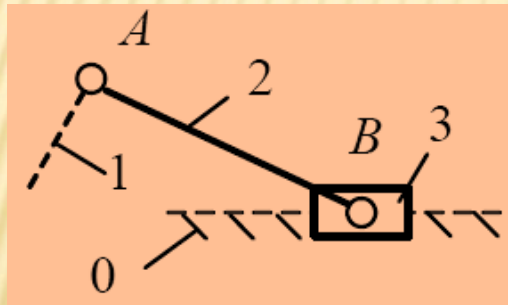
Отже, $p_5 = 4$, а $p_4 = 0$,

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1.$$

Таким чином, для визначення взаємного розташування ланок механізму достатньо однієї узагальненої координати.

Структуру механізму досліджуємо відповідно до принципу побудови механізмів за Ассуром.

Починаючи з вихідної ланки, повзуна 3, розбиваємо схему механізму на групи ланок. При цьому керуємося таким правилом: якщо виділена група ланок має спільно нульову рухливість після приєднання до стійки, то ця група ланок є структурною групою.



Група ланок 3 - 2 складається з двох рухомих ланок: шатуна 2 і повзуна 3 і трьох кінематичних пар п'ятого класу: 1 - 2, 2 - 3 - обертальних пар і 3 - 0 - поступальної пари.

Тоді $n = 2$, $p_5 = 3$, $p_4 = 0$ і

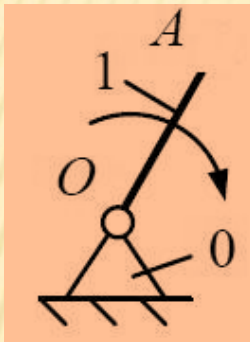
$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0.$$

Отже, група ланок 3 - 2 є структурною групою 2-го класу 2-го порядку 2-го виду, структурна формула якої має вигляд *ООП*.

Група ланок 0 - 1 складається з рухомої ланки - кривошипа 1 і стійки 0, що утворюють одну кінематичну пару п'ятого класу; 0 - 1 оберտальна пара, тоді

$$n = 2, p_5 = 3, p_4 = 0 \text{ і}$$

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 1.$$



Отже, група ланок 0 - 1 не є структурною групою, а являє собою первинний механізм.

З проведеного аналізу випливає, що структура кривошипно-повзунного механізму складається з первинного механізму з рухливістю, яка дорівнює 1, і однієї структурної групи 2-го класу 2-го порядку 2-го виду.

Кривошипно-повзунний механізм з $W=1$

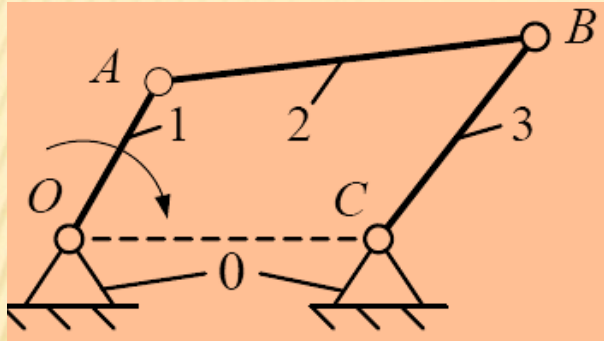
=

ПМ
 $W=1$

+

СГ
другого класу,
другого виду

Виконаємо структурний аналіз шарнірного механізму.



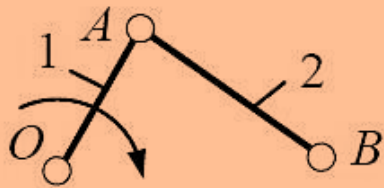
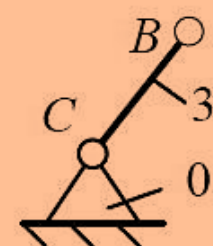
Рішення аналогічне аналізу кривошипно-повзунного механізму. Рухливість шарнірного механізму визначається за формулою Чебишева.

Результати аналізу наведено у таблиці.

Табл.

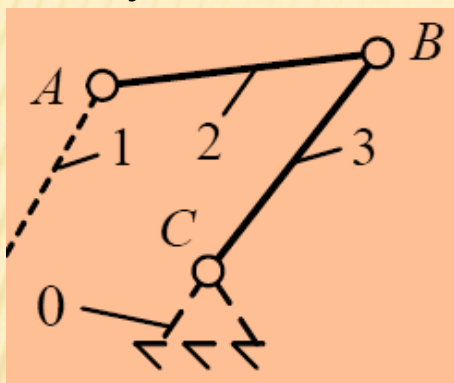
№ п/п	Пара	Схема	Клас/рухливість	Вид контакту/замкнення
1	0 – 1 / Обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне

Продовження табл.

№ П/П	Пара	Схема	Клас/ рухливість	Вид контакту/ замкнення
2	1-2/ обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
3	2-3/ обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
4	3-0/ обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне

Таким чином, $p_5 = 4$, а $p_4 = 0$, $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1$.

Група 3 - 2 складається з двох рухомих ланок: шатуна 2 і коромисла 3 і трьох обертальних кінематичних пар п'ятого класу: 1 - 2, 2 - 3, 3 - 0, тоді $n = 2$; $p_5 = 3$, а $p_4 = 0$.



Отже, $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0$.

Відтак, група ланок 3 - 2 є структурною групою 2-го класу 2-го порядку 1-го виду, структурна формула якої має вигляд 000 .

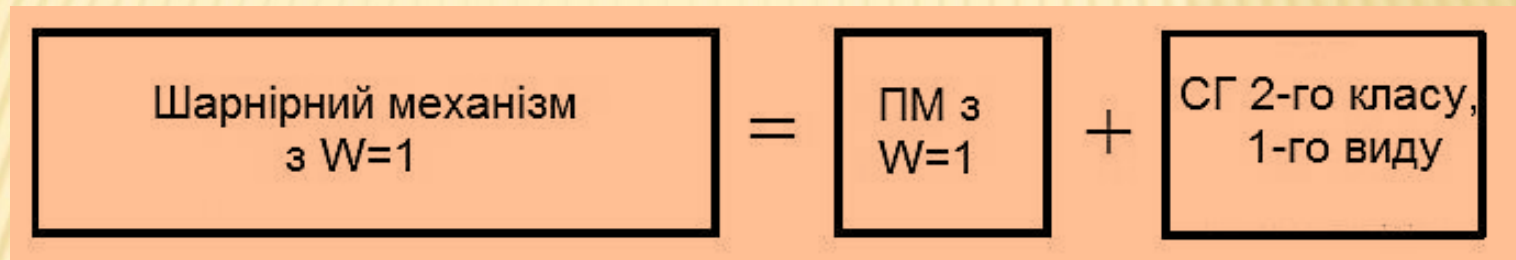
Група ланок 0 - 1 складається з рухомої ланки - кривошипа 1 і стійки 0, які утворюють між собою одну обертальну кінематичну пару: 0 - 1, тоді $n = 1$; $p_5 = 1$, $p_4 = 0$.

Отримаємо $W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 0$.

Відтак, група ланок 0 - 1 не є структурною групою, а являє собою первинний механізм.

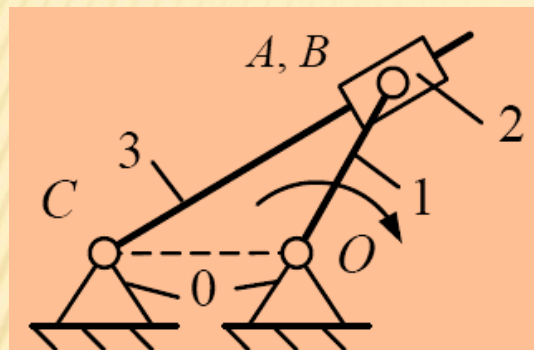


З проведеного структурного аналізу випливає, що структура шарнірного механізму складається з первинного механізму з рухливістю, яка дорівнює 1, і однієї структурної групи 2-го класу 2-го порядку 1-го виду *ООО*.



Отриманий результат показує, що шарнірний механізм є механізмом другого класу і його рухливість, незалежно від кількості структурних груп, визначається рухливістю первинного механізму.

Виконаємо структурний аналіз кулісного механізму.



Розв'язання аналогічне попереднім прикладам.

1 - ланка OA - кривошип, 2 - ланка A - повзун, 3 - ланка BC - коромисло (куліса), 0 - стійка.

При цьому ланки 1 - 3 є рухомими ланками, а стійка 0 є нерухомою ланкою і у складі структурної схеми представлена двома шарнірно-нерухомими опорами з центрами шарнірів у точках O і C . Відтак, $n = 3$.

Рухливість кулісного чотириланкового механізму визначається за структурною формулою Чебишева.

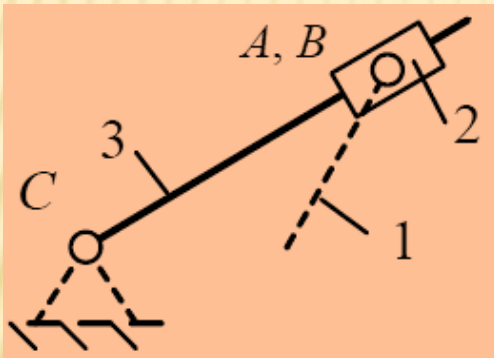
Результати аналізу заносимо у таблицю.

Табл.

№ п/п	Пара	Схема	Клас/ рухливість	Вид контакту/ замкнення
1	0 – 1 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
2	1 – 2 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
3	2 – 3 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне
4	3 – 0 / обертальна		5/1	Поверхня (нижча)/ геометричне

Підставивши знайдені коефіцієнти у структурну формулу Чебишева, отримаємо $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1$.

Структурний склад кулісного механізму визначається відповідно до принципу побудови механізмів за Ассуром. Починаючи з вихідної ланки - коромисла (куліси) 3, розбиваємо розглянуту схему кулісного механізму на групи ланок.



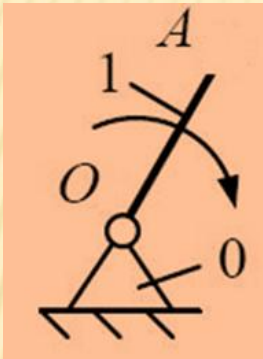
Група 3 - 2 складається з двох рухомих ланок: повзуна 2 і куліси 3, двох обертальних пар: 1 - 2, 3 - 0 і однієї поступальної пари 2 - 3, тобто

$$n = 2, p_5 = 3, \text{ а } p_4 = 0.$$

Тоді отримаємо: $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 0 = 6 - 6 = 0$.

Відтак, група ланок 3 - 2 є структурною групою 2-го класу 2-го порядку 3-го виду *ОПО*.

Група ланок 0 - 1 складається з рухомої ланки - кривошипа 1 і стійки 0, що утворюють між собою одну обертальну кінематичну пару, 0 - 1, тоді $n = 1$, $p_5 = 1$, а $p_4 = 0$.



Підставивши коефіцієнти у структурну формулу Чебишева, отримаємо:

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 - 0 = 3 - 2 = 1.$$

Відтак, група ланок 0 - 1 не є структурною групою Ассура, а являє собою первинний механізм.

З проведеного структурного аналізу випливає, що структура кулісного механізму складається з первинного механізму з рухливістю, яка дорівнює 1, і однієї структурної групи 2-го класу 2-го порядку 3-го виду.

Відтак, кулісний механізм є механізмом другого класу і його рухливість, незалежно від кількості структурних груп дорівнює рухливості первинного механізму.

2.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 2

1. Навести схеми кривошипно-повзунного та шарнірного механізму.
2. Зобразити схеми кулісного, тангенсного та синусного механізмів.
3. Дати визначення кривошипа, шатуна і повзуна.
4. Дати визначення куліси, коромисла, кулісного каменя, хитного повзуна.
5. Сформулювати задачі структурного аналізу механізмів.
6. Дати визначення метричного і структурного синтезу механізмів.
7. Записати умову існування кривошипу у чотириланковому механізмі.
8. Визначити коефіцієнт корисної дії механізму.
9. Що називається ходом механізму?
10. Сформулювати поняття коефіцієнта нерівномірності середньої швидкості.
11. Дати визначення важільного механізму.

12. Визначити кут тиску і кут передачі.
13. Дати поняття явища самогальмування або заклинення.
14. Назвати «мертві» положення механізму.
15. Визначити рухливість (число ступенів вільності плоского механізму).
16. Навести формулу Чебишева.
17. Записати формулу Сомова.
18. Сформулювати задачу структурного аналізу механізму.
19. Що називають групою Ассура?
20. Дати визначення груп Ассура II класу.
21. Що називають первинним механізмом?
22. Чому дорівнює число ступенів вільності (рухливість) первинного механізму?
23. Визначити співвідношення між числом ланок і числом кінематичних пар у групі Ассура.
24. Привести приклади груп Ассура III, IV класу.
25. Чим визначається клас механізму?
26. Дати визначення маніпулятора. Як визначається його рухливість?

3. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

3.1. ЗАДАЧІ КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МЕХАНІЗМІВ

Кінематичне дослідження механізму полягає у вирішенні 3-х задач:

- визначення переміщень ланок і траєкторій їх точок;
- визначення швидкостей характерних точок ланок і кутових швидкостей ланок;
- визначення прискорень характерних точок ланок і кутових прискорень ланок.

До характерних точок ланок відносяться центри кінематичних пар і центри мас ланок.

Кінематичне дослідження механізмів виконують графічним, графоаналітичним і аналітичним методами.

У *графічному методі* кінематичні параметри механізму визначаються тільки шляхом графічних побудов. Цей метод відрізняється наочністю, але не дозволяє одержати точних результатів.

У графоаналітичному методі рівняння руху точок механізму записуються аналітично у векторній формі, а розв'язуються графічним шляхом (побудовою планів швидкостей і прискорень). Метод дозволяє одержати необхідну для інженерних розрахунків точність результатів.

В аналітичних методах рівняння руху точок механізму записуються і розв'язуються аналітично. Аналітичні методи дозволяють одержати результати високої точності, але відрізняються великою складністю і трудомісткістю обчислень.

Розглянемо графоаналітичний метод кінематичного аналізу.

Перша задача кінематичного аналізу механізму у графоаналітичному методі розв'язуються графічно, шляхом побудови кінематичної схеми механізму для ряду положень початкової ланки.

Визначення швидкостей і прискорень характерних точок механізму (*рішення другої і третьої задачі*) починають від початкової ланки (механізму I класу), та виконують по групам Ассура у порядку їх приєднання до механізму I класу.

3.2. РІВНЯННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ І ПРИСКОРЕНЬ

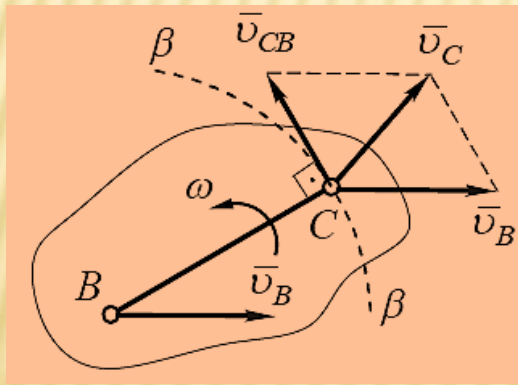
З курсу теоретичної механіки відомо, що плоский рух тіла можна розкласти на два:

- переносний поступальний рух разом з довільно обраною точкою (полюсом) тіла;
- відносний обертальний рух навколо цього полюса.

Так, якщо прийняти за полюс точку B , то на підставі сказаного одержуємо векторне рівняння для швидкості точки C :

$$\bar{v}_C = \bar{v}_B + \bar{v}_{CB},$$

де \bar{v}_{CB} - швидкість точки C в обертальному відносному русі навколо точки B .



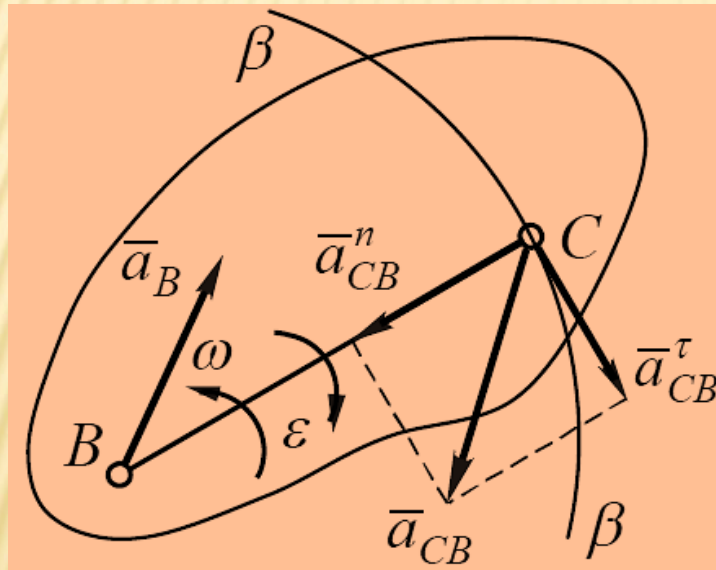
Ця швидкість дорівнює добутку величини кутової швидкості ω тіла на відстань l_{BC} між точками B і C .

При обертанні тіла навколо точки B точка C рухається по дузі кола, описаного з точки B радіусом BC .

Тому, швидкість \vec{v}_{CB} спрямована за дотичною, проведеною у точці C до цієї дуги, тобто вектор \vec{v}_{CB} спрямований перпендикулярно до BC убік, обумовлений знаком кутової швидкості.

Прискорення точки C теж можна скласти з двох прискорень: прискорення точки B і прискорення точки C при обертанні тіла навколо точки B :

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}.$$



При русі точки C по дузі прискорення \vec{a}_{CB} , у свою чергу, теж складається з двох прискорень нормального і тангенціального. Нормальне прискорення спрямоване до центра обертання, тобто від точки C до точки B .

Тангенціальне прискорення, спрямоване за дотичною до дуги $\beta\beta$, тобто перпендикулярно BC убік, обумовлений кутовим прискоренням ϵ .

Таким чином, векторне рівняння для прискорення точки С буде мати вигляд:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau$$

Величини прискорень \bar{a}_{CB}^n і \bar{a}_{CB}^τ можна визначити за формулами:

$$a_{CB}^n = \omega^2 \times l_{BC}, \quad a_{CB}^\tau = \varepsilon \times l_{BC}$$

3.3. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ГРУП АССУРА ІІ КЛАСУ 1 ВИДУ

Рішення векторних рівнянь здійснюють графічним способом, при якому швидкості або повні прискорення всіх точок зображуються на кресленні векторами, побудованими з однієї точки, яку називають полюсом. Ці векторні фігури називаються відповідно *планом швидкостей* і *планом прискорень*.

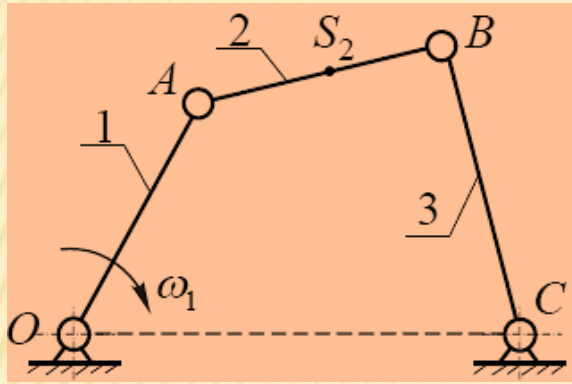
Побудова планів швидкостей та їх аналіз багато в чому спрощується при використанні їх властивостей:

- вектори, що виходять з полюса плану, виражають абсолютні швидкості відповідних точок ланок механізму у масштабі плану швидкостей;
- точки плану швидкостей, що відповідають нерухомим точкам механізму, знаходяться у полюсі;
- вектори, що з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей, виражають величини і напрямки відносних швидкостей;
- вектори відносних швидкостей точок ланки на плані швидкостей утворюють фігуру, подібну до однойменної твердої фігури, що утворюють відрізки, які з'єднують ці точки ланки на плані механізму. Причому фігура на плані швидкостей буде повернута відносно фігури на плані механізму на 90° у бік миттєвого обертання даної ланки.

При побудові планів прискорень також варто використовувати їх властивості, які полягають у наступному:

- вектори, що виходять з полюса, зображають абсолютні прискорення відповідних точок механізму в масштабі плану прискорень.
- Точки плану прискорень, що відповідають точкам механізму, прискорення яких дорівнюють нулю, збігаються з полюсом;
- фігура на плані прискорень, що утворена векторами відносних прискорень, подібна до фігури на ланці, яка утворена відрізками, що з'єднують відповідні точки.

Розглянемо визначення швидкостей і прискорень точок ланок групи Ассура II класу 1 виду, що входить до складу шарнірного механізму.



Для кінематичного дослідження шарнірного механізму необхідно знати розміри його ланок, положення центра мас ланки 2 і значення кутової швидкості та прискорення початкової ланки 1.

У результаті кінематичного аналізу визначаються:

- швидкості і прискорення характерних точок механізму (A , B , S_2);
- величини і напрямки кутових швидкостей та прискорень ланок 2 і 3.

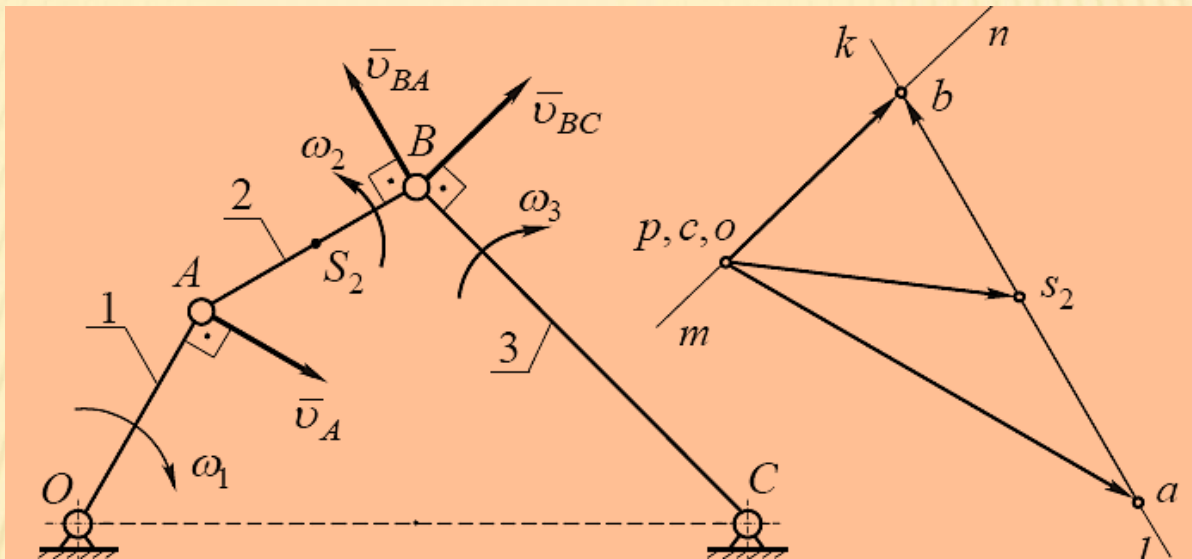
Визначаємо величину швидкості точки A початкової ланки:

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA}.$$

Швидкість \bar{v}_A перпендикулярна OA і спрямована убік кутової швидкості ω_1 .

Вибравши полюс p і величину відрізка \overline{pa} , який буде зображати вектор \bar{v}_A на плані, визначаємо масштабний коефіцієнт плану швидкостей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{(pa)}.$$



Відкладаємо відрізок \overline{pa} , що зображає швидкість точки A , з полюса p плану швидкостей перпендикулярно напрямку OA .

Для визначення швидкості точки B виражаємо її швидкість через швидкості точок A і C .

Для цього скористаємося рівняннями:

$$\left. \begin{aligned} \overline{v}_B &= \overline{v}_A + \overline{v}_{BA}, \\ \overline{v}_B &= \overline{v}_C + \overline{v}_{BC}, \end{aligned} \right\}$$

де \overline{v}_A – швидкість точки A ;

\overline{v}_{BA} – відносна швидкість точки B при її обертанні разом з ланкою навколо точки A ;

\overline{v}_C – швидкість точки C ;

\overline{v}_{BC} – швидкість точки B відносно нерухомої точки C .

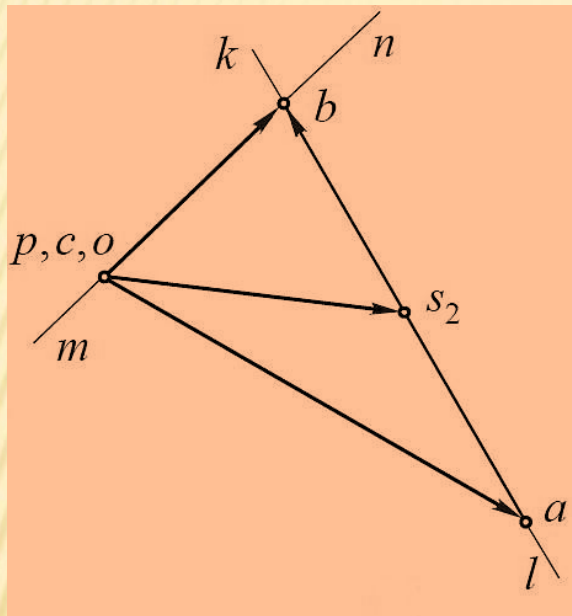
Розв'язуємо графічно перше рівняння системи. Для цього через кінець вектора \overline{pa} , який зображає \overline{v}_A , тобто через точку a , проводимо пряму lk паралельно напрямку відносної швидкості \overline{v}_{BA} (перпендикулярно до ланки AB). Довжина вектора \overline{v}_{BA} поки не відомі.

Розв'язуємо друге рівняння системи. Для цього через точку c , яка збігається з полюсом плану швидкостей, проводимо пряму mn , паралельно напрямку абсолютної швидкості точки B , тобто перепендикулярно до ланки BC .

Швидкість \overline{v}_B визначається вектором \overline{pb} , а швидкість \overline{v}_{BA} – вектором \overline{ab} .

Швидкість центра мас ланки AB визначимо із властивості подібності. Точки a, b, s_2 на плані швидкостей повинні розташовуватися подібно точкам \underline{A}, B, S_2 на ланці, тобто точка s_2 повинна лежати на відрізку ab і поділяти його у тому ж відношенні, у якому точка s_2 поділяє відрізок AB . Складемо пропорцію:

$$\frac{(as_2)}{AS_2} = \frac{(ab)}{AB} \Rightarrow (as_2) = \frac{AS_2 \cdot (ab)}{AB}.$$



З'єднавши точку s_2 з полюсом плану швидкостей, одержимо відрізок, який представляє собою швидкість центра мас ланки.

Величини швидкостей визначають по відрізкам плану швидкостей за формулами:

$$v_B = \mu_v \cdot (pb),$$

$$v_{BA} = \mu_v \cdot (ab),$$

$$v_{s_2} = \mu_v \cdot (ps_2).$$

де μ_v – масштабний коефіцієнт плану швидкостей.

Кутову швидкість другої ланки визначаємо за формулою:

$$\omega_2 = v_{BA} / l_{AB}.$$

Ця швидкість спрямована проти ходу годинникової стрілки, оскільки, якщо перенести вектор відносної швидкості \bar{v}_{BA} у точку B , то він буде обертати ланку 2 відносно точки A проти ходу годинникової стрілки.

Кутова швидкість третьої ланки визначається за формулою:

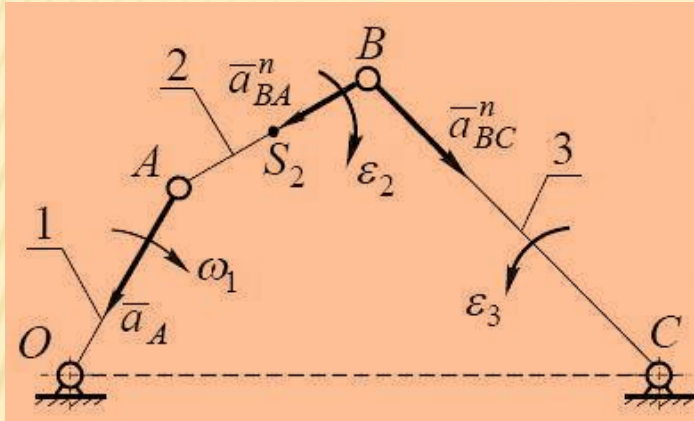
$$\omega_3 = v_B / l_{BC}.$$

Ця швидкість спрямована за ходом годинникової стрілки, оскільки вектор абсолютної швидкості точки B відносно нерухомої точки C прагне повернути ланку 3 за ходом годинникової стрілки.

Як зазначалось вище, при побудові плану прискорень також варто використовувати їх властивості:

- вектори, що виходять з полюса, зображають абсолютні прискорення відповідних точок механізму у масштабі плану прискорень. Точки плану прискорень, що відповідають точкам механізму, прискорення яких дорівнюють нулю, збігаються з полюсом;
- фігура на плані прискорень, утворена векторами відносних прискорень, подібна до фігури на ланці, яка утворена відрізками, що з'єднують відповідні точки.

Визначаємо прискорення характерних точок і кутових прискорень ланок за допомогою плану прискорень.



Знайдемо прискорення точки A початкової ланки. Оскільки ланка OA обертається рівномірно, то точка A має тільки нормальне прискорення, спрямоване по ланці від точки A до центру обертання (точки O).

Величина цього прискорення дорівнює: $a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$.

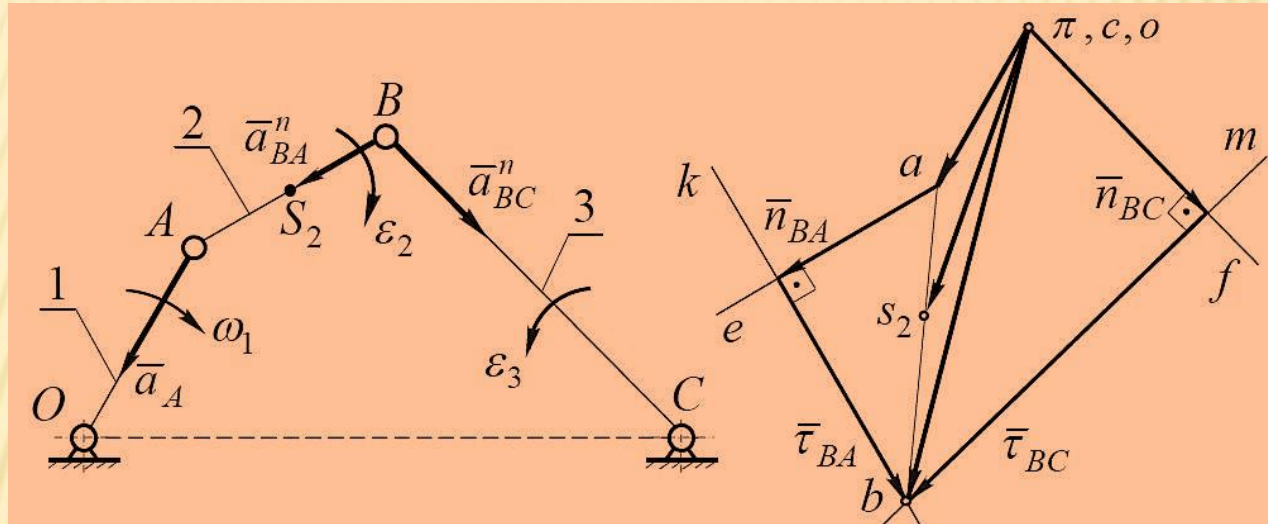
Розглядаючи рух точки B з ланками AB і BC , складаємо векторні рівняння для визначення прискорення точки B відносно точок A і C :

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \\ \bar{a}_B &= \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \\ \bar{a}_B &= \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau. \end{aligned} \right\}$$

Відрізок, який зображає прискорення точки A , відкладається з полюса π плану прискорень паралельно ланці OA .

Вибравши довжину відрізка $\overline{\pi a}$, який буде зображати на плані вектор \overline{a}_A , визначаємо масштабний коефіцієнт плану прискорень:

$$\mu_a = a_A / (\pi a).$$



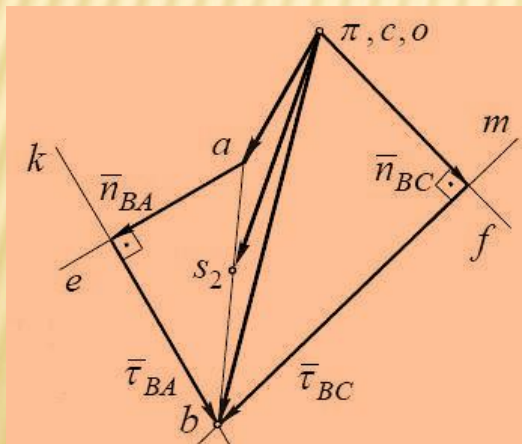
Модулі нормальних прискорень a_{BA}^n і a_{BC}^n можна визначити, оскільки із попереднього розрахунку відомі значення кутових швидкостей ланок:

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{BA}, \quad a_{BC}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC}.$$

Прискорення \overline{a}_{BA}^n спрямоване по осі ланки від точки B до точки A, а прискорення \overline{a}_{BC}^n – по осі ланки від точки B до точки C.

Для відносних тангенціальних прискорень відомі тільки лінії, уздовж яких вони спрямовані. Прискорення \bar{a}_{BA}^{τ} перпендикулярне до ланки AB , а прискорення \bar{a}_{BC}^{τ} – перпендикулярне до ланки CB . Величини і напрямки цих прискорень визначаються при побудові плану прискорень.

Відповідно до першого рівняння системи із точки a плану прискорень (тобто до прискорення \bar{a}_A) проводимо лінію ae паралельно ланці AB і у напрямку від точки B до точки A відкладаємо уздовж цієї лінії відрізок $n_{BA} = a_{BA}^n / \mu_a$, який зображає у масштабі нормальне прискорення \bar{a}_{BA}^n , а з кінця вектора \bar{n}_{BA} проводимо промінь kb перпендикулярний AB , уздовж якого буде спрямоване тангенціальне прискорення \bar{a}_{BA}^{τ} .



Відповідно до другого рівняння системи, з точки c , що збігається з полюсом π , проводимо лінію πf , паралельну BC , і відкладаємо по ній відрізок: $n_{BC} = a_{BC}^n / \mu_c$. Вектор \bar{n}_{BC} зображає у масштабі нормальне прискорення \bar{a}_{BC}^n і спрямований від точки B до точки C .

З кінця вектора \bar{n}_{BC} проводимо пряму mb перпендикулярну BC , уздовж якої буде спрямоване тангенціальне прискорення \bar{a}_{BC}^τ .

У результаті перетину променів kb і mb , одержимо точку b .

Відрізок $\overline{\pi b}$ зображає повне прискорення \bar{a}_B точки B , модуль якого дорівнює: $a_B = \mu_a \cdot (\pi b)$.

Відрізки $\bar{\tau}_{BA}$ і $\bar{\tau}_{BC}$ зображають тангенціальні прискорення \bar{a}_{BA}^τ і \bar{a}_{BC}^τ , а відрізок \overline{ab} – повне відносне прискорення \bar{a}_{BA} .

Для визначення положення точки s_2 на лінії ab плану прискорень складемо пропорцію:

$$\frac{(as_2)}{AS_2} = \frac{(ab)}{AB} \Rightarrow (as_2) = \frac{AS_2 \cdot (ab)}{AB},$$

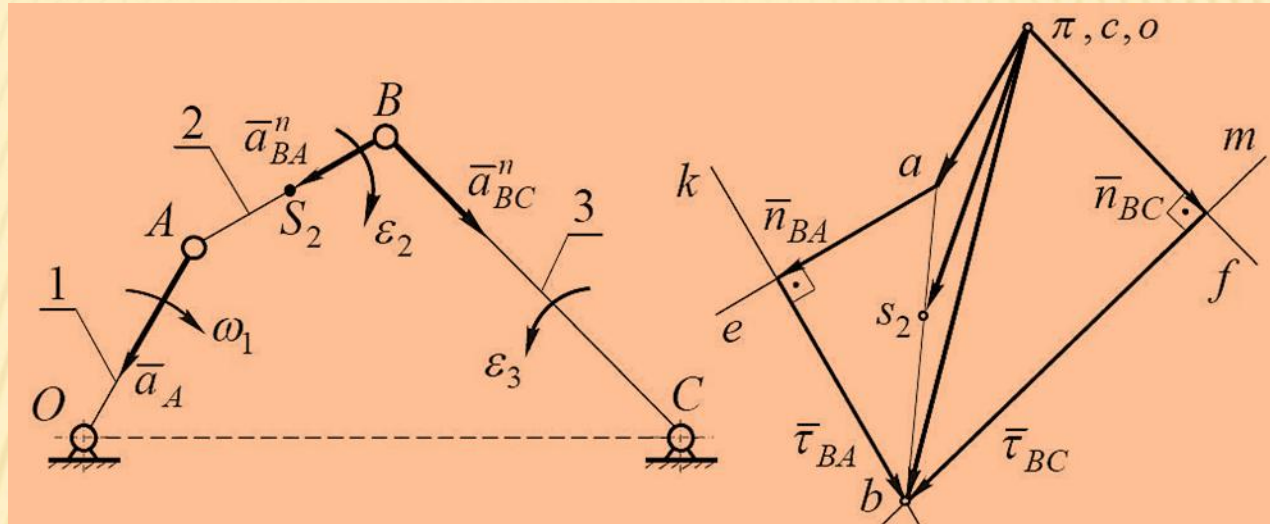
де (as_2) , (ab) – довжини відрізків на плані прискорень;
 AS_2 , AB – довжини відрізків на схемі механізму.

Величини прискорень дорівнюють:

$$a_{BA}^\tau = \mu_a \tau_{BA}, \quad a_{BC}^\tau = \mu_a \tau_{BC}, \quad a_{S_2} = \mu_a \cdot (\pi s_2), \quad a_{BA} = \mu_a \cdot (ab).$$

Визначаємо кутові прискорення ланок. Оскільки початкова ланка 1 обертається рівномірно, то її кутове прискорення дорівнює нулю. Кутові прискорення ланок AB і BC знайдемо за відомими тангенціальними прискореннями:

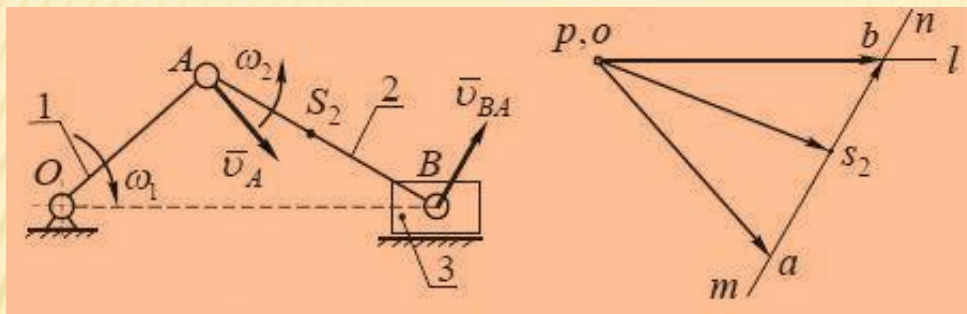
$$\varepsilon_2 = a_{BA}^{\tau} / l_{AB}, \quad \varepsilon_3 = a_{BC}^{\tau} / l_{BC}.$$



Для визначення напрямку кутових прискорень переносимо прискорення \bar{a}_{BA}^{τ} і \bar{a}_{BC}^{τ} у точку B механізму та розглядаємо рух точки відносно точок A і C . Видно, що кутове прискорення ε_2 спрямоване за ходом годинникової стрілки, а кутове прискорення ε_3 – проти ходу годинникової стрілки.

3.4. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ГРУП АССУРА II КЛАСУ 2 ВИДУ

Аналіз проводимо аналогічно 3.3.



Спочатку визначаємо швидкість точки A, кривошипа OA :

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA}.$$

Швидкість \bar{v}_A перпендикулярна OA і спрямована у бік кутової швидкості ω_1 .

Вибравши величину відрізка pa , яким буде зображатися вектор \bar{v}_A , визначаємо масштабний коефіцієнт плану швидкостей:

$$\mu_v = \frac{v_A}{(pa)}.$$

На плані швидкостей відрізок pa відкладається з полюса p перпендикулярно до ланки OA . Далі: $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$.

Точка B , крім того, належить повзуну 3, який рухається поступально в напрямку BO .

Вектор швидкості \bar{v}_{BA} перпендикулярний до AB , а вектор швидкості \bar{v}_B паралельний направляючій повзуна 3 (уздовж BO).

Відповідно до рівняння через точку a плану швидкостей проводимо перпендикулярно AB лінію mn , уздовж якої буде спрямований вектор швидкості \bar{v}_{BA} . Далі, через полюс проводимо лінію pl , паралельно BO уздовж якої спрямована швидкість \bar{v}_B . Точка b перетину ліній mn і pl визначає кінець вектора швидкості точки B .

Виходячи з теореми подібності, знаходимо на плані швидкостей точку S_2 , що відповідає центру мас ланки 2. З'єднавши полюс p з точкою S_2 , одержимо відрізок, який визначає швидкість центра мас ланки 2.

Помноживши вимірянні відрізки \overline{pb} і \overline{ab} на масштабний коефіцієнт μ_v , знаходимо значення відповідних швидкостей:

$$v_B = pb \cdot \mu_v, \quad v_{BA} = ab \cdot \mu_v.$$

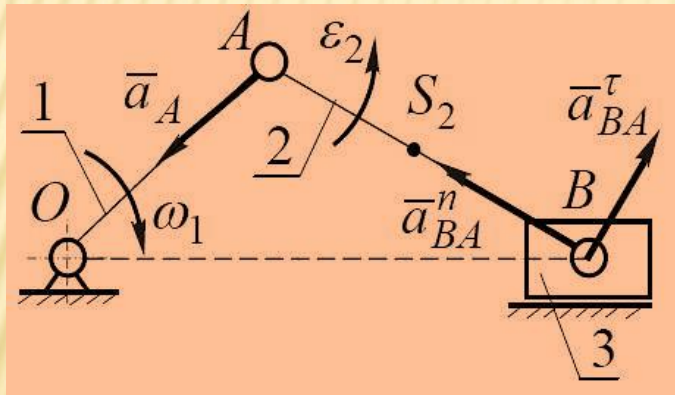
Для визначення напрямку кутової швидкості ланки 2 переносимо вектор \overline{ab} , що зображає швидкість \bar{v}_{BA} , у точку B механізму. У напрямку цього вектора точка B обертається відносно точки A , отже, кутова швидкість ω_2 спрямована проти ходу годинникової стрілки.

Величина кутової швидкості визначається з виразу: $\omega_2 = v_{BA} / l_{AB}$.

Переходимо до визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок механізму.

Визначаємо прискорення точки A . Оскільки ланка OA обертається рівномірно, то точка A має тільки нормальне прискорення, спрямоване по ланці OA від точки A до центру обертання O . Величина цього прискорення дорівнює:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}.$$



Для точки B (повзуна) маємо рівняння:

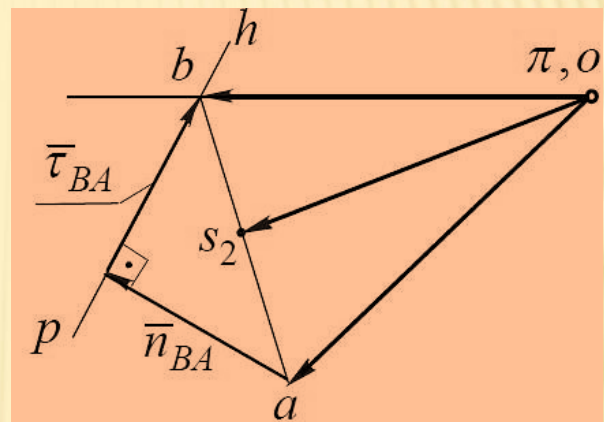
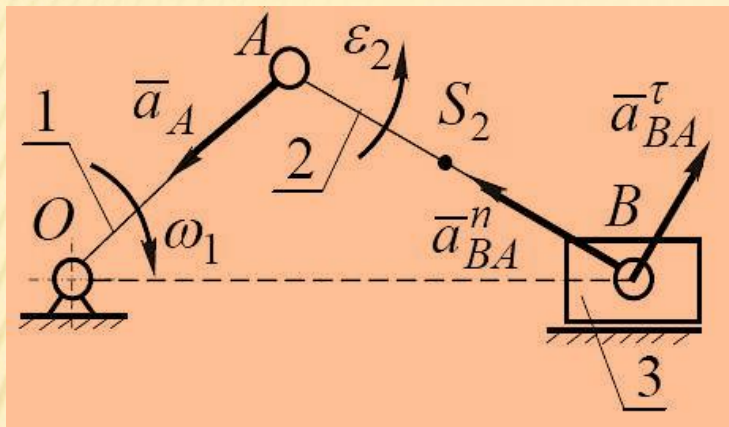
$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA} = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau,$$

де ліва частина рівняння відома за напрямом – уздовж OB . Праворуч

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AB} = v_{BA}^2 / l_{AB}.$$

Це прискорення спрямоване уздовж BA , а прискорення \bar{a}_{BA}^τ - перпендикулярно BA .

Переходимо до побудови плану прискорень.



Відповідно до рівняння, до прискорення точки A , тобто з точки a плану прискорень, паралельно AB , у напрямку від точки B до точки A відкладаємо відрізок \bar{n}_{BA} , що буде зображати у масштабі нормальне прискорення \bar{a}_{BA}^n .

Через кінець вектора \bar{n}_{BA} перпендикулярно до ланки AB проводимо лінію ph , уздовж якої буде спрямоване тангенціальне прискорення \bar{a}_{BA}^τ .

Далі, з полюса π , паралельно лінії BO проводимо лінію πb , уздовж якої буде спрямовано прискорення повзуна (точки B).

Точка b визначає кінець відрізка πb , що відповідає абсолютному прискоренню точки B .

Знаючи положення центра мас ланки 2, знаходимо за правилом подібності відповідну точку на плані прискорень. Відрізок πs_2 визначає величину і напрямок прискорення центра мас ланки 2.

Для визначення напрямку кутового прискорення ланки 2 перенесемо вектор $\bar{\tau}_{BA}$, що зображає тангенціальне прискорення \bar{a}_{BA}^τ , у точку B.

Видно, що кутове прискорення ε_2 спрямоване проти ходу годинної стрілки.

Величина кутового прискорення ε_2 визначається за формулою:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{\tau_{BA} \cdot \mu_a}{l_{AB}}.$$

Кінематичний аналіз групи Ассура II класу 3 виду графоаналітичним методом пропонується розглянути студентам самотійно на прикладі кулісного механізму.

Слід мати на увазі, що у цьому випадку кулісний камінь знаходиться у складному русі.

3.5. ПРИБЛИЗНИЙ КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ КРИВОШИПНО-ПОВЗУНКОВОГО МЕХАНІЗМУ

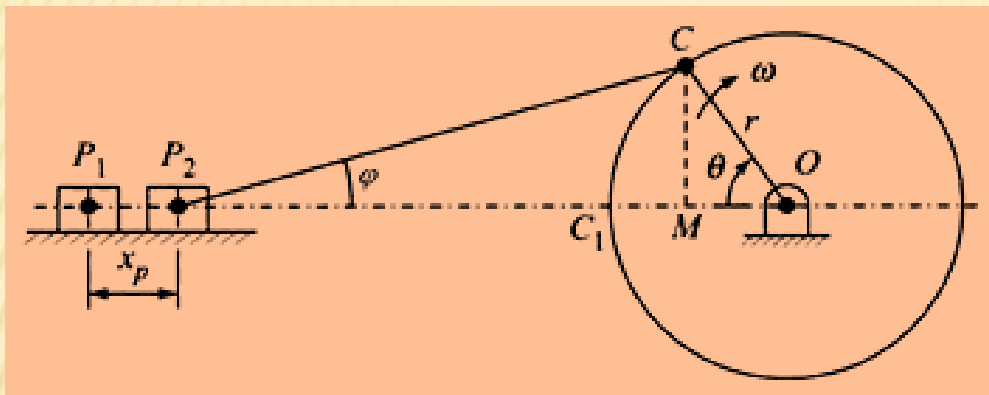
Графоаналітичні методи кінематичного аналізу мають переваги у багатьох випадках, оскільки вони дають краще уявлення про проблему і можуть дати характеристики руху всіх ланок. Це, однак, ускладнюється, коли аналіз потрібно проводити неодноразово для ряду положень ланок механізмів.

Існує три основні переваги алгебраїчних методів кінематичного аналізу плоских механізмів:

1. Їх використання веде до підвищення точності рішень.
2. Вони ідеально підходять для використання комп'ютерів.
3. Після того, як форма рішення була знайдена, необхідні кінематичні характеристики можна оцінити для будь-якого набору розмірів або для різних положень ланок.

Основний недолік полягає у тому, що природа рівнянь може призвести до досить складних алгебраїчних операцій при пошуку форми рішення.

Розглянемо аналітичний метод визначення переміщень, швидкості та прискорення повзуна.



Кривошип OC , довжиною r , обертається з постійною кутовою швидкістю ω . Довжина шатуна $l=nr$.

Коли кривошип займає внутрішнє мертве положення OC_1 , $OP_1 = l + r$.

У будь-якому положенні кривошипа $OP_2 = l \cos \varphi + r \cos \theta$. Тоді:

$$x_p = OP_1 - OP_2 = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \varphi) = r \left[1 - \cos \theta + \frac{l}{r}(1 - \cos \varphi) \right].$$

З прямокутних трикутників $OСМ$ і $МСР_2$ маємо: $СМ = l \sin \varphi = r \sin \theta$ або

$$\sin \varphi = (r/l) \sin \theta, \quad \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \frac{r}{l} \sqrt{(l/r)^2 - \sin^2 \theta} \Rightarrow$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n^2}}. \quad \text{Згадуючи біноміальне розкладання,}$$

$$(1 - x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \dots, \text{отримаємо:}$$

$$\left(1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \theta\right)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2n^2} \sin^2 \theta - \frac{1}{8n^4} \sin^4 \theta - \frac{1}{16n^6} \sin^6 \theta \dots$$

Або $(1 - \cos \varphi) = \frac{1}{2n^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{8n^4} \sin^4 \theta + \frac{1}{16n^6} \sin^6 \theta \dots$ Тоді:

$$x_p = r(1 - \cos \theta) + n \left(1 - \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}\right) r = r(1 - \cos \theta) + \left(n - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}\right) r.$$

Диференціюючи відносно часу, отримаємо:

$$v_p = \frac{dx_p}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{dx_p}{d\theta} = r\omega \left(\sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right).$$

Прискорення дорівнює:

$$a_p = \frac{dv_p}{dt} = \frac{dv_p}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = r\omega^2 \left[\cos \theta + \frac{n^2 \cos 2\theta + \sin^4 \theta}{(n^2 - \sin^2 \theta)^{3/2}} \right].$$

Якщо n – велике, будемо мати:

$$v_p = r\omega \left(\sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2n} \right), \quad a_p = r\omega^2 \left(\cos \theta + \frac{\cos 2\theta}{n} \right).$$

Знайдемо кутову швидкість і кутове прискорення шатуна.

Відомо, що $\sin \varphi = \frac{r}{l} \sin \theta$.

Диференціюючи з обох сторін відносно часу, отримаємо:

$$\cos \varphi \frac{d\varphi}{dt} = \frac{r}{l} \cos \theta \frac{d\theta}{dt}, \quad \text{звідки:} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega_u = \frac{r}{l} \omega \frac{\cos \theta}{\cos \varphi}.$$

Підставляючи $\cos \varphi$, знайдемо: $\omega_u = \frac{r}{l} \omega \frac{n \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} = \frac{\omega \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}.$

Диференціюючи далі, отримаємо кутове прискорення шатуна:

$$\varepsilon_u = \frac{d\omega_u}{dt} = \frac{d\omega_u}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega_u}{d\theta} = \frac{-\omega^2 (n^2 - 1) \sin \theta}{(n^2 - \sin^2 \theta)^{3/2}}.$$

Для великих значень n :

$$\omega_u = \frac{\omega \cos \theta}{n}, \quad \varepsilon_u = -\frac{\omega^2 \sin \theta}{n}.$$

3.6. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 3

1. Сформулювати основні задачі кінематичного аналізу механізму.
2. Назвати методи кінематичного аналізу, у чому полягають переваги і недоліки аналітичного та графічного методів кінематичного аналізу?
3. Записати рівняння, що пов'язують швидкості і прискорення двох точок, які належать одній ланці.
4. Дати поняття плана швидкостей і плана прискорень.
5. Розкрити сутність методу і порядок побудови планів швидкостей та прискорень по групах Ассура.
6. Як знайти масштабні коефіцієнти планів швидкостей і прискорень?
7. Описати хід визначення величини і напрямків кутових швидкостей та прискорень ланок механізму.
8. У яку сторону спрямований вектор нормального прискорення точки ланки?
9. Як, користуючись теоремою подібності, визначити швидкість і прискорення характерної точки ланки механізму?

4. ВВЕДЕННЯ У ДИНАМІКУ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

Динаміка механізмів і машин - це розділ, який вивчає методи і алгоритми аналізу динамічних процесів, що протікають в механізмах і машинах, під дією прикладених до них силових факторів як функцій часу.

Динамічні параметри будь-якої машини (механізму) діляться на дві групи:

силові - сили і моменти сил;

інерціальні - маси і моменти інерції ланок.

Пряма задача динаміки - визначення закону руху механізму при заданому керуючому силовому впливі.

Зворотня задача динаміки - визначення необхідного керуючого силового впливу, що забезпечує заданий закон руху механізму.

4.1. КЛАСИФІКАЦІЯ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ

Силові фактори діляться на *зовнішні, внутрішні і теоретичні*.

Зовнішні силові фактори - це сили і моменти сил, що діють на механізм (машину) з боку зовнішніх систем (механізмів).

До зовнішніх силових факторів належать:

рушійні силові фактори - це зовнішні сили і моменти, які виконують позитивну роботу, тобто енергія механізму під їх впливом збільшується;

силові фактори опору - це зовнішні сили і моменти сил, які виконують негативну роботу, тобто енергія механізму під їх впливом зменшується.

У свою чергу, силові фактори опору діляться:

на *силові фактори корисного опору* - сили і моменти сил опору, що діють на механізм при виконанні цим механізмом свого призначення;

силові фактори тертя - сили і моменти сил опору, що виникають в місцях зв'язків ланок, що утворюють кінематичні пари. Робота силових факторів тертя завжди негативна.

Внутрішні силові фактори - це сили і моменти сил, що діють між ланками механізмів.

Робота внутрішніх силових факторів не змінює обсягу енергії системи.

До внутрішніх силових факторів належать реакції зв'язків кінематичних пар.

До теоретичних силових факторів відносяться:

силові фактори інерції - це сили і моменти сил, які використовуються у силовому аналізі з метою його спрощення;

зведені, або узагальнені силові фактори - теоретичні сили і моменти сил, які виконують роботу по узагальненій координаті, яка дорівнює роботі відповідної реальної сили або моменту сил на еквівалентному переміщенні точки їх прикладання.

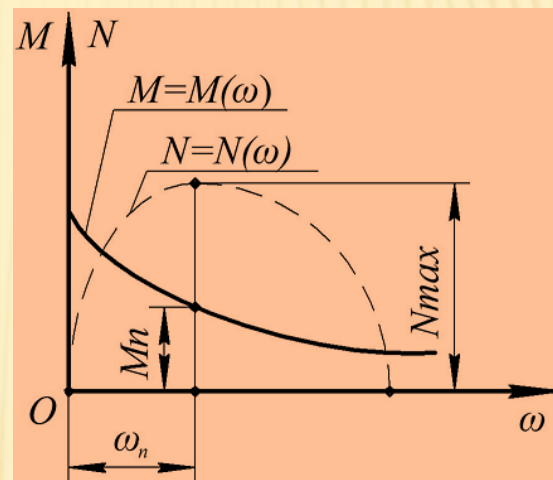
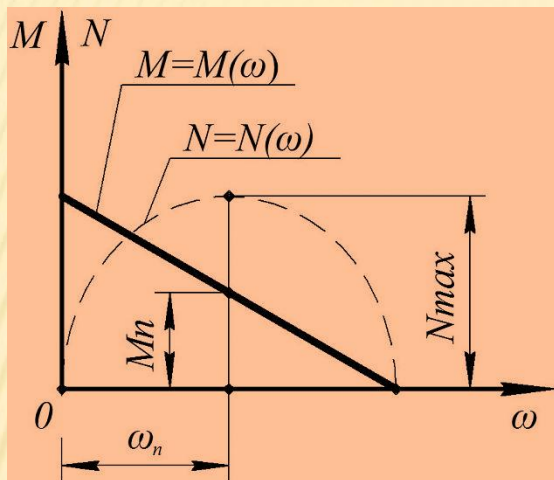
4.2. МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИГУНА

Залежність рушійної сили або сили опору (моментів цих сил,) від кінематичних параметрів, задана аналітично або графічно, називається *механічною характеристикою відповідно двигуна або робочої машини*.

Механічними характеристиками двигуна і робочої машини називаються також залежності від кінематичних параметрів потужностей рушійних сил і сил опору.

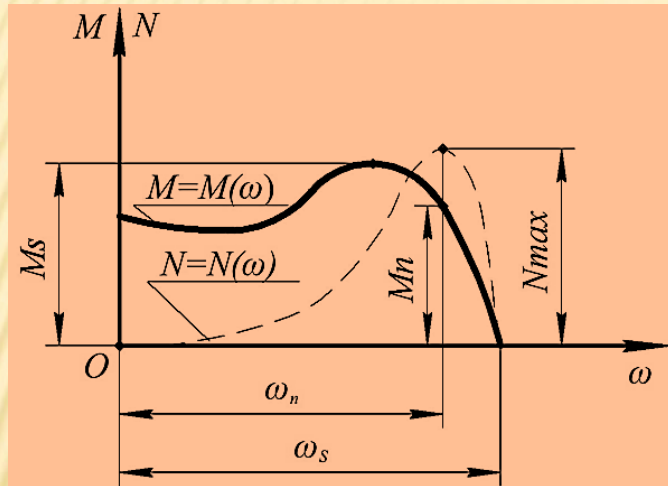
Найчастіше доводиться мати справу з характеристиками виду $M(\omega)$, де ω - кутова швидкість ведучого або веденого валу машини.

Типовими є механічні характеристики електродвигунів постійного струму з паралельним і послідовним збудженням.



Функція $M = M(\omega)$ в обох випадках монотонно убуває, характеристика є спадною кривою. При вказаній залежності двигун працює стійко на всій характеристиці. Збільшення навантаження призводить до такого зменшення кутової швидкості двигуна, при якому двигун здатний подолати нове навантаження за рахунок відповідного збільшення моменту рушійних сил. Навпаки, зменшення навантаження призводить до збільшення кутової швидкості двигуна.

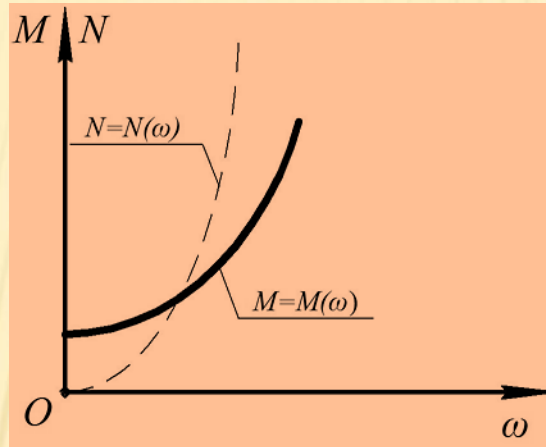
Складнішою є характеристика асинхронного двигуна трифазного струму, яка має висхідну і спадну частини. Областю стійкої роботи двигуна при такій характеристиці є її спадна частина.



Якщо момент опору стає більше максимального моменту рушійних сил, званого *перекидаючим моментом*, то двигун зупиняється (перекидається). Аналогічну характеристику має двигун внутрішнього згорання.

Пунктиром показані характеристики, що виражають залежність потужності двигуна від його кутової швидкості. Кутова швидкість, при якій двигун розвиває максимальну потужність, називається *номінальною кутовою швидкістю* ω_n , а відповідний їй момент M_n - *номінальним моментом* двигуна. Кутова швидкість, при якому $M = 0$, називається *синхронною кутовою швидкістю* ω_s .

Характеристики робочих (виконавчих) машин є здебільшого висхідні криві.

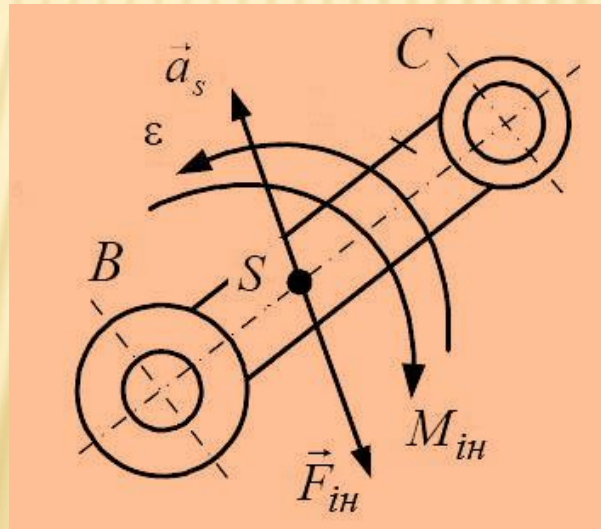


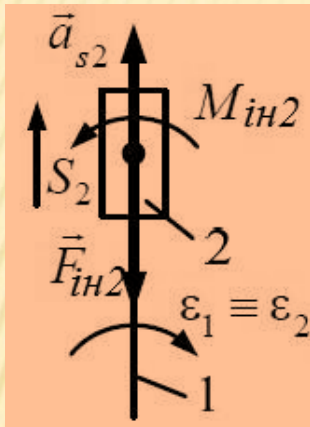
Такий вигляд мають, наприклад, характеристики центробіжних насосів, компресорів та вентиляторів.

4.3. СИЛОВІ ФАКТОРИ ІНЕРЦІЇ

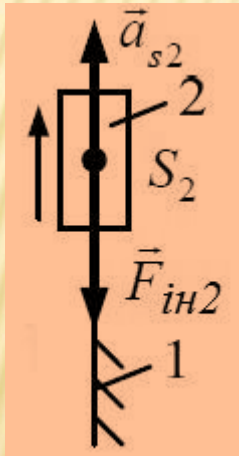
Будь-яка ланка складається з множини точок, які рухаються по власній траєкторії з деяким прискоренням.

Кожна точка цієї ланки, володіючи власною масою, знаходиться під дією сили інерції. Ця система є плоскою довільною системою, яку можна замінити головним вектором $\vec{F}_{iH} = -m\vec{a}_{iH}$, прикладеним до центру мас S ланки та парою сил інерції з моментом $M_{iH} = -I_S\varepsilon$ відносно S . У формулах m – маса ланки, \vec{a}_{iH} – прискорення її центру мас, I_S – момент інерції ланки відносно її центру мас, ε – кутове прискорення ланки.



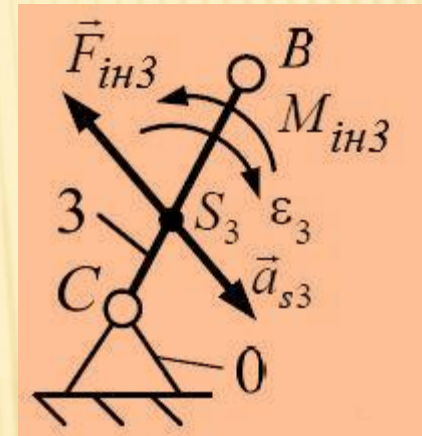


Якщо ланка 2 рухається поступально по рухомій ланці 1, то на неї діє сила інерції, спрямована протилежно вектору прискорення центру мас і момент сил інерції, що діє протилежно напрямку кутового прискорення цієї ланки.



Якщо ланка 2 рухається поступально по нерухомій ланці 1, то центр мас ланки 2 є рухомим, отже, на ланку діє сила інерції, спрямована протилежно вектору прискорення центру мас, а момент сил інерції дорівнює нулю, оскільки кутове прискорення цієї ланки дорівнює нулю.

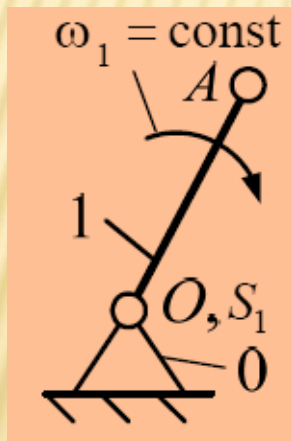
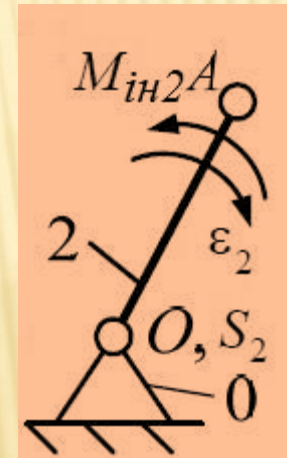
Якщо ланка 3 здійснює обертальний рух з деяким прискоренням, а центр мас цієї ланки не збігається з віссю обертання, то центр мас ланки 3 є рухомим. Отже, на ланку діє сила інерції, спрямована протилежно вектору прискорення центру мас і момент сил інерції, що діє протилежно напрямку кутового прискорення цієї ланки.



Якщо ланка 3 здійснює рівномірний обертальний рух ($\omega = const, \epsilon = 0$), а центр мас цієї ланки не збігається з віссю обертання, то центр мас є рухомим, і на ланку діє сила інерції, спрямована протилежно вектору прискорення центру мас (уздовж ланки 3 бік, протилежний осі обертання, тобто відцентрова сила інерції), а момент сил інерції дорівнює нулю, оскільки кутове прискорення цієї ланки дорівнює нулю.

Ланка 2 здійснює обертальний рух з деяким прискоренням, і центр мас цієї ланки збігається з віссю обертання.

Центр мас ланки 2 нерухомий, отже, на ланку діє момент сил інерції, спрямований протилежно кутовому прискоренню цієї ланки. Сила інерції дорівнює нулю, оскільки прискорення центру мас дорівнює нулю.



Ланка 1 здійснює рівномірний обертальний рух, і центр мас цієї ланки збігається з віссю обертання.

Центр мас ланки 2 є нерухомим, отже, на ланку не діє ні сила інерції, ні момент сил інерції, оскільки прискорення центру мас дорівнює нулю, і момент сил інерції дорівнює нулю, оскільки кутове прискорення ланки дорівнює нулю.

4.4. ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ МЕХАНІЗМІВ

Динамічна модель механізму (машини) - це модель, призначена для дослідження його параметрів у функції часу.

Методи забезпечення еквівалентності динамічної моделі:

енергетичний - це метод забезпечення еквівалентності динамічної моделі по відношенню до стану механізму, заснований на рівняннях енергетичної рівноваги;

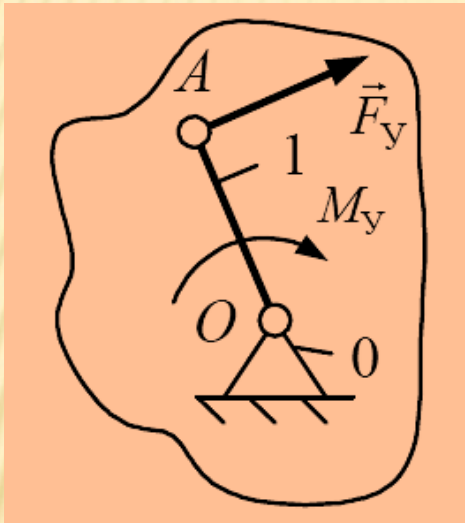
кінестатичний - це метод забезпечення еквівалентності динамічної моделі по відношенню до стану механізму, заснований на рівняннях силової рівноваги.

Відповідно до методів забезпечення еквівалентності динамічної моделі розрізняють два види аналізу:

- *силовий аналіз;*
- *динамічний аналіз.*

Динамічні моделі складаються методами зведення, які дозволяють звести аналіз до більш простої задачі про рух однієї ланки або рухомої точки цієї ланки.

Дана ланка називається *ланкою зведення*, а її рухома точка - *точкою зведення*. В якості ланки зведення, як правило, вибирають ведучу ланку, а за точку зведення приймають рухому точку цієї ланки.



Динамічна модель для силового аналізу складається з використанням кінетостатичного методу, згідно з яким для збереження еквівалентності моделі і механізму достатньо врахувати тільки силові фактори. При цьому всі силові фактори замінюються однією силою, яка називається *урівноважувальною силою*.

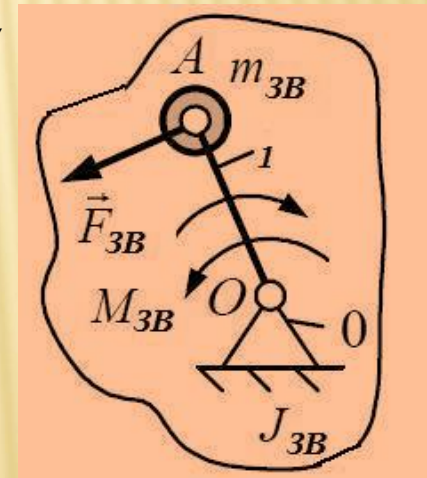
Урівноважувальна сила \vec{F}_y - це теоретична сила, що діє на ланку зведення з метою забезпечення заданого закону руху.

Урівноважувальна сила прикладається до точки зведення, а лінія її дії перпендикулярна до осі ланки зведення. Вектор цієї сили спрямований за рухом ланки зведення.

Урівноважувальна сила є причиною виникнення урівноважувального моменту: $M_y = F_y \cdot l_{зв}$, де $l_{зв}$ - відстань між точкою зведення і віссю обертання ланки зведення (довжина ланки зведення).

Урівноважувальний момент пари сил M_y - це момент теоретичної сили, що діє на ланку зведення з метою забезпечення заданого закону руху.

Динамічна модель для динамічного аналізу складається з використанням енергетичного методу, згідно з яким для збереження еквівалентності моделі і механізму необхідно врахувати силові та інерційні параметри. При цьому всі силові фактори, що діють на відомі ланки механізму (машини), замінюються однією силою, яка називається зведеною.



4.5. КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ МЕХАНІЗМУ. ЗВЕДЕННЯ МАС У МЕХАНІЗМАХ

Кінетична енергія є найважливішою динамічною характеристикою механізму. Позначаючи через T кінетичну енергію всього механізму, а через T_k - кінетическую енергію його ланок, маємо:

$$T = \sum_{k=1}^n T_k, \quad \text{де } n - \text{число рухомих ланок механізму.}$$

Якщо ланки механізму являють собою тверді тіла і здійснюють плоскопаралельні рухи, то

$$T_k = \frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{I_k \omega_k^2}{2},$$

де m_k - маса відповідної ланки; v_k - швидкість її центру мас; I_k - момент інерції ланки відносно центральної осі, перпендикулярної площині її руху; ω_k - кутова швидкість ланки.

Якщо ланка має тільки поступальний рух, то друга складова у виразі її кінетичної енергії обертається в нуль. Якщо ж ланка здійснює лише обертальні рух навколо нерухомої осі, то кінетична енергія ланки визначається за формулою:

$$T_k = \frac{I_k \omega_k^2}{2}, \quad \text{де } I_k - \text{момент інерції ланки відносно осі обертання.}$$

Кінетична енергія всього механізму:

$$T = \sum_{k=1}^n \left(\frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{I_k \omega_k^2}{2} \right).$$

При вирішенні ряду задач динаміки механізм з одним ступенем свободи можна замінити однією, еквівалентною йому матеріальною точкою або тілом, що обертається навколо нерухомої осі. Хоча маса цієї точки і момент інерції цього тіла в загальному випадку є величинами змінними, проте така заміна дозволяє отримати динамічні рівняння руху механізму в більш простому і компактному вигляді і полегшує складення зазначених рівнянь. Для здійснення такої заміни вводимо поняття *зведеної маси і зведеного момента інерції механізму*.

Зведеною до даної точки масою називається зосереджена у цієї точці уявлювана маса, кінетична енергія якої дорівнює кінетичній енергії всього механізму.

Користуючись цим визначенням, для кінетичної енергії механізму отримуємо такий вираз:

$$T = \frac{m_{зв} v^2}{2},$$

де $m_{зв}$ - зведена маса механізму; v - швидкість точки зведення.

В якості точки зведення зазвичай вибирають точку ведучої ланки (наприклад, палець кривошипа кривошипно-повзункового механізму).

З отриманих формул випливає:
$$\frac{m_{36} v^2}{2} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{m_k v_k^2}{2} + \frac{I_k \omega_k^2}{2} \right),$$

звідки
$$m_{36} = \sum_{k=1}^n \left[m_k \left(\frac{v_k}{v} \right)^2 + I_k \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2 \right].$$

Аналогічно зводяться рухомі маси механізму до його ланки, найчастіше ведучої (початкової), що обертається навколо нерухомої осі. У цьому випадку вводиться поняття зведеного моменту інерції.

Зведеним моментом інерції називається такий умовний момент інерції ланки, кінетична енергія якої у кожному розглядуваному положенні механізму дорівнює сумі кінетичних енергій всіх його ланок.

Позначаючи зведений момент інерції через I_{36} , а кутову швидкість ланки зведення – через ω , матимемо:

$$T = \frac{I_{36} \omega^2}{2}, \quad \text{де} \quad I_{36} = \sum_{k=1}^n \left[m_k \left(\frac{v_k}{\omega} \right)^2 + I_k \left(\frac{\omega_k}{\omega} \right)^2 \right].$$

У загальному випадку зведена маса є функцією дугової координати точки зведення, а зведений момент інерції - функцією кутової координати ланки зведення:

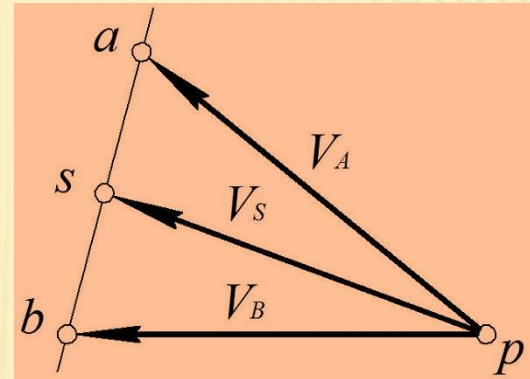
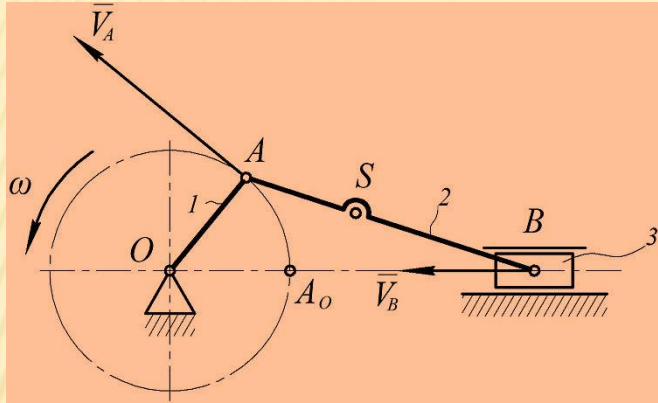
$$m_{3\delta} = F(s), \quad I_{3\delta} = \Psi(\varphi).$$

Для більшості механізмів $m_{3\delta}$ і $I_{3\delta}$ є постійними величинами (наприклад, зубчасті механізми з круглими колесами).

Оскільки у виразах для зведеної маси та зведеного моменту інерції входять відношення швидкостей, то абсолютні величини цих швидкостей не впливають на величини $m_{3\delta}$ і $I_{3\delta}$.

Слід відзначити, що при визначенні зведеної маси або моменту інерції знати закон руху ланки зведення немає потреби. Тобто, маючи схему механізму, можна побудувати його динамічну модель, виконавши зведення мас, а після цього вже знайти закон його руху.

Приклад. Знайти масу кривошипно-повзункового механізму, зведену до пальця A кривошипа 1.



Будуємо для цього механізму план швидкостей, з якого, задаючись швидкістю пальця A , отримуємо швидкість повзуна B і швидкість центра ваги шатуна S . Тоді маємо:

$$m_{3B} = I_1 \left(\frac{\omega_1}{v_A} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_s}{v_A} \right)^2 + I_2 \left(\frac{\omega_2}{v_A} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_B}{v_A} \right)^2.$$

Але $\frac{\omega_1}{v_A} = \frac{1}{l_{OA}}$; $\frac{v_s}{v_A} = \frac{(ps)}{(pa)}$; $\frac{\omega_2}{v_A} = \frac{v_{BA}}{l_{AB}v_A} = \frac{(ab)}{l_{AB}(pa)}$; $\frac{v_B}{v_A} = \frac{(pb)}{(pa)}$.

Таким чином, $m_{3B} = \frac{I_1}{l_{OA}^2} + m_2 \left(\frac{ps}{pa} \right)^2 + \frac{I_2}{l_{AB}^2} \left(\frac{ab}{pa} \right)^2 + m_3 \left(\frac{pb}{pa} \right)^2.$

4.6. ЗВЕДЕННЯ СИЛ У МЕХАНІЗМАХ

При зведенні задачі про рух механізму до задачі про рух матеріальної точки або обертальний рух твердого тіла поряд з поняттями зведеної маси і зведеного моменту інерції вводяться поняття *зведеної сили* і *зведеного моменту*.

Сила називається зведеною до даної точки механізму, якщо вона, будучи прикладеною в точці і спрямованою у напрямку руху цієї точки по дотичній до траєкторії її руху, розвиває таку ж потужність, як і всі діючі на механізм сили разом взяті.

Позначаючи через N сумарну потужність усіх сил і моментів, що діють на механізм, а через N_k - потужність сил і моментів, прикладених до k -тої ланки, маємо:
$$N = \sum_{k=1}^n N_k = P_{зв} v,$$

де $P_{зв}$ - зведена сила, v - швидкість точки зведення, n - число рухомих ланок механізму.

Оскільки всі сили, що діють на ланку механізма, можна звести до однієї сили і одного моменту, для величини N отримуємо такий вираз:

$$N = \sum_{k=1}^n N_k = \sum_{k=1}^n (\overline{P_k} \overline{v_k} + M_k \omega_k),$$

де $\overline{v_k}$ - швидкість точки прикладення сили $\overline{P_k}$; ω_k - кутова швидкість ланки.

Тоді $P_{зв} v = \sum_{k=1}^n (\overline{P_k} \overline{v_k} + M_k \omega_k)$, звідки: $P_{зв} = \sum_{k=1}^n (\overline{P_k} \frac{\overline{v_k}}{v} + M_k \frac{\omega_k}{v})$.

У деяких випадках зручно розглядати зведену до точки силу, що відповідає не всім діючим на механізм силам, а лише певній групі сил або навіть однієї силі. Так, сили рушійні і сили опору зазвичай зводять до даної точки окремо. Тоді загальна зведена сила визначається як різниця зведеної рушійної сили і зведеної сили опору.

Зведеним до даної ланки моментом сил називається уявлюваний момент, який, будучи прикладений до цієї ланки, розвиває таку ж потужність, як і всі діючі на механізм сили і моменти, разом узяті.

Позначаючи через $M_{зв}$ зведений момент, а через ω кутову швидкість ланки зведення отримуємо:

$$N = \sum_{k=1}^n N_k = M_{зв} \omega, \quad \text{де} \quad M_{зв} = \sum_{k=1}^n \left(\overline{P_k} \frac{\overline{v_k}}{\omega} + M_k \frac{\omega_k}{\omega} \right).$$

4.7. РІВНЯННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ В КІНЦЕВІЙ ФОРМІ

Зміна кінетичної енергії механічної системи на деякому переміщенні (за деякий проміжок часу) дорівнює сумарній роботі всіх сил, що діють на цю систему, на тому ж переміщенні (за той же проміжок часу):

$$T - T_0 = A.$$

У застосуванні до механізму це рівняння має вигляд:

$$T - T_0 = A_P - A_{\text{КС}} - A_{\text{ШС}},$$

де T і T_0 - кінетична енергія механізму відповідно в кінці і на початку розглянутого переміщення; A_P - робота рушійних сил на цьому переміщенні; $A_{\text{КС}}$ і $A_{\text{ШС}}$ - абсолютна величина роботи відповідно сил корисних і шкідливих опорів на тому ж переміщенні.

Зводячи маси ланок і сили, що діють на механізм до даної точки механізму або до даної ланки, рівняння руху механізму можна представити у *формі рівняння сил* або у *формі рівняння моментів*.

У першому випадку, позначаючи через P_{3B} зведену силу, а через v - швидкість точки зведення, визначаємо сумарну потужність усіх сил, що діють на механізм, за формулою: $N = P_{3B} v$.

Сумарна елементарна робота зазначених сил дорівнює:

$$dA = N dt = P_{3B} v dt = P_{3B} ds.$$

Повна робота за кінцевий проміжок часу: $A = \int_{s_0}^s P_{3B} ds,$

де s і s_0 - кінцеве і початкове значення дугової координати точки зведення.

Таким чином, рівняння приймає остаточний вигляд:

$$\frac{1}{2} (m_{3B} v^2 - m_{3B}^{(0)} v_0^2) = \int_{s_0}^s P_{3B} ds,$$

де m_{3B} і $m_{3B}^{(0)}$ - зведена маса механізму відповідно в кінці і на початку аналізованого проміжку; v і v_0 - кінцева і початкова швидкість точки зведення.

Аналогічно маємо загальне рівняння руху механізму у формі рівняння моментів:

$$\frac{1}{2} \left(I_{3B} \omega^2 - I_{3B}^{(0)} \omega_0^2 \right) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{3B} d\varphi,$$

де I_{3B} і $I_{3B}^{(0)}$ - зведений момент інерції механізму відповідно у кінці і на початку аналізованого проміжку; ω і ω_0 - кінцева і початкова кутова швидкість ланки зведення; φ і φ_0 - кінцеве і початкове значення кутової координати цієї ланки.

Наведеними рівняннями можна скористатися у випадках, коли сили (моменти), що діють на механізм, є або постійними, або залежать тільки від положення цього механізму (наприклад, двигун внутрішнього згоряння за умови, що опір при роботі механізму залишається майже незмінним).

4.8. РІВНЯННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІЙ ФОРМІ

Рівняння руху механізму в кінцевій формі дає загальне уявлення про динамічні процеси, які спостерігаються у цьому русі. Для знаходження закону руху механізму за заданими силами це рівняння може бути застосоване лише в обмеженій кількості випадків. При вивченні руху механізму у період пуску і зупинки, а також при вивченні періодично нерівномірного руху механізму доводиться замість теореми про зміну кінетичної енергії у кінцевій формі користуватися рівнянням, що виражає цю теорему у диференціальній формі:

$$\frac{dT}{dt} = N.$$

Враховуючи, що $T = \frac{m_{36}v^2}{2}$, отримаємо:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{v^2}{2} \frac{dm_{36}}{dt} + \frac{m_{36}}{2} 2v \frac{dv}{dt}, \quad \frac{dm_{36}}{dt} = \frac{dm_{36}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{dm_{36}}{ds} v.$$

Таким чином, $\frac{dT}{dt} = \left(\frac{v^2}{2} \frac{dm_{36}}{ds} + m_{36} \frac{dv}{dt} \right) v$. З іншого боку, $N = P_{36} v$.

Тоді отримуємо: $\frac{v^2}{2} \frac{dm_{36}}{ds} + m_{36} \frac{dv}{dt} = P_{36}$.

Це рівняння називається *диференціальним рівнянням руху механізму у формі рівняння сил*.

Якщо зведена маса залишається величиною постійною та не залежить від положення механізму, то рівняння набуває вигляду:

$$m_{36} \frac{dv}{dt} = P_{36}.$$

Аналогічно можна отримати *диференціальне рівняння руху механізму у формі рівняння моментів*:

$$\frac{\omega^2}{2} \frac{dI_{36}}{d\varphi} + I_{36} \frac{d\omega}{dt} = M_{36}.$$

Якщо зведений момент інерції постійний та не залежить від положення механізму, то рівняння має вигляд:

$$I_{36} \frac{d\omega}{dt} = M_{36},$$

тобто отримуємо таке ж диференціальне рівняння, як для простого обертального руху твердого тіла.

4.9. РЕЖИМИ РУХУ МЕХАНІЗМУ

Розрізняють три режими руху машини або механізму.

Пуск в хід (розбіг). Швидкість ведучої ланки механізму зростає від нуля до нормальної робочої швидкості. Оскільки на початку пуску $T_0 = 0$, то

$$T = A_p - A_{\text{кc}} - A_{\text{шc}}, \quad \text{або} \quad A_p = T + A_{\text{кc}} + A_{\text{шc}},$$

тобто при пуску механізму в хід рушійні сили не тільки долають корисні і шкідливі опори, але і додають механізму кінетичну енергію. Отже, робота рушійних сил має бути більше сумарної роботи сил опорів. Для скорочення часу пуску або у зв'язку з вимогами технологічного процесу робоче навантаження (корисні опори) знімають (холостий хід). До числа таких машин відносяться, наприклад, металообробні верстати.

Тоді

$$A_p = T + A_{\text{шc}}.$$

Усталений рух. Швидкість ведучої ланки залишається постійною (рівноважний рух) або коливається біля деякого середнього значення (нерівноважний рух). При усталеному русі кінетична енергія механізму у кінці і на початку будь-якого проміжку часу однакова: $T = T_0 = \text{const}$.

Таким чином,

$$A_p = A_{\text{КС}} + A_{\text{ШС}},$$

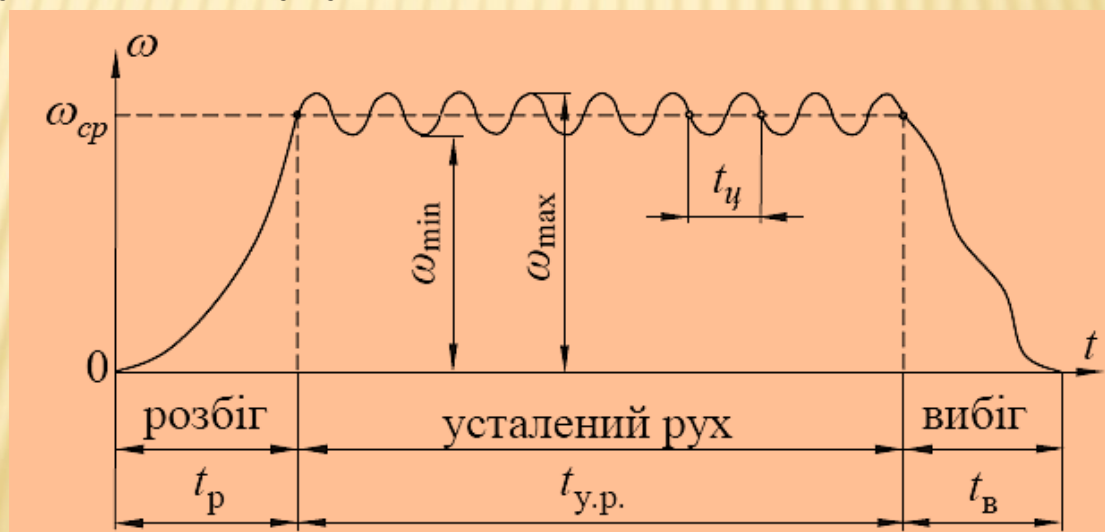
тобто при усталеному русі механізму призначення рушійних сил зводиться тільки до подолання корисних і шкідливих опорів, і тому робота рушійних сил за рівний час або час, кратний періоду, має дорівнювати сумарній роботі опорів. Порушення цього балансу призведе до зміни кінетичної енергії механізму, тобто до порушення усталеного руху. Оскільки завжди мають місце шкідливі опори, то робота рушійних сил має бути більше роботи корисних опорів.

Зупин (вибіг) механізму. Швидкість ведучої ланки механізму зменшується до нуля. Отже, у кінці останову $T = 0$. Крім того, рушійні сили при зупинці вимикають, тому $A_p = 0$. Тоді

$$T_0 = A_{\text{кc}} + A_{\text{шc}}.$$

Таким чином, механізм зупиняється після того, як уся кінетична енергія його ланок витрачена на корисні і шкідливі опори. Для зменшення часу вибігу часто використовують спеціальні гальма.

Розглянуті режими руху можна представити графіком:



4.10. КОЕФІЦІЄНТ КОРИСНОЇ ДІЇ СКЛАДНОГО МЕХАНІЗМУ

Як було показано в 4.9, при усталеному русі механізму має місце співвідношення:

$$A_p = A_{\text{КС}} + A_{\text{ШС}}.$$

Оскільки завжди існують шкідливі опори, то $A_p > A_{\text{КС}}$.

Відношення абсолютної величини роботи (або середньої потужності) корисних опорів до роботи (або середньої потужності) рушійних сил за один повний цикл усталеного руху механізму називається механічним коефіцієнтом корисної дії (ККД) механізму:

$$\eta = \frac{A_{\text{КС}}}{A_p} = \frac{N_{\text{КС}}}{N_p} < 1.$$

Поряд з поняттям ККД користуються поняттям *коефіцієнта втрат*.

Коефіцієнтом втрат називається відношення абсолютної величини роботи (або середньої потужності) шкідливих опорів до роботи (або середньої потужності) рушійних сил:

$$\varphi = \frac{A_{\text{шс}}}{A_p} = \frac{N_{\text{шс}}}{N_p}. \quad \text{Таким чином,} \quad \eta = \frac{A_{\text{кц}}}{A_p} = \frac{A_p - A_{\text{шс}}}{A_p} = 1 - \varphi.$$

Визначимо ККД складного механізму, що складається з n послідовно з'єднаних механізмів, коефіцієнти корисної дії яких відповідно рівні $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$.

Нехай A_p - робота рушійних сил першого механізму; A_1 - корисна робота першого механізму, що є по відношенню до другого механізму роботою рушійних сил; A_2 - корисна робота другого механізму і т.д. тоді

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A_p}, \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}, \dots, \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}.$$

Перемножимо відповідно ліві і праві частини цих рівностей:

$$\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A_p} \frac{A_2}{A_1} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{A_n}{A_p}.$$

Але $\frac{A_n}{A_{рд}}$ - ККД всього механізму. Отже, $\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \prod_{k=1}^n \eta_k$,

тобто ККД складного механізму, що складається з ряду послідовно з'єднаних механізмів, дорівнює добутку окремих ККД.

При паралельному з'єднанні декількох механізмів із загальним джерелом енергії маємо:

$$A_p = \sum_{k=1}^n A_{pk}, \quad A_{кс} = \sum_{k=1}^n A_k.$$

де A_{pk} - робота рушійних сил окремих механізмів; A_k - корисні роботи, що здійснюються цими механізмами. Зважаючи, що

$\eta_k = \frac{A_k}{A_{pk}}$, для ККД всього механізму отримаємо:

$$\eta = \frac{A_{пс}}{A_p} = \frac{\sum_{k=1}^n A_k}{\sum_{k=1}^n A_{pk}} = \frac{\sum_{k=1}^n \eta_k A_{pk}}{\sum_{k=1}^n A_{pk}}.$$

Якщо, $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$, то ККД всієї машини є тим же що і для окремого механізму.

Якщо $A_{p1} = A_{p2} = \dots = A_{pn}$, то $\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \eta_k$,

тобто ККД всієї машини дорівнює середньому арифметичному від ККД окремих механізмів.

Нехай ω_1 і ω_n - кутові швидкості відповідно ведучого і веденого валів механізму, η - його ККД. Позначимо крутний момент на ведучому валу через M_p , а момент корисних опорів на веденому валу - через $M_{кc}$. Тоді $N_p = M_p \omega_1$, $N_{кc} = M_{кc} \omega_n$. Отже,

$$\eta = \frac{N_{кc}}{N_p} = \frac{M_{кc} \omega_n}{M_p \omega_1} = \frac{M_{кc}}{M_p i},$$

де i - передавальне відношення всього механізму. Звідси

$$M_{кc} = \eta i M_p \quad \text{або} \quad M_p = \frac{M_{кc}}{\eta i}.$$

Вважаючи $\eta = 1$, отримаємо залежність між моментом рушійних сил і моментом корисних опорів при усталеному русі ідеального механізму.

4.11. НЕРІВНОМІРНІСТЬ ХОДУ МЕХАНІЗМУ

Режими «розбіг» і «вибіг» супроводжуються перехідними процесами і в залежності від структури, призначення механізму і характеру дії силових факторів протікають у період від декількох часток до десятків секунд. Основним режимом руху є усталений рух, оскільки в цьому режимі здійснюється призначення механізму. У режимі усталеного руху ведуча ланка механізму знаходиться під впливом зовнішніх силових факторів, які в кожен момент часу мають різне значення.

Оскільки як рушійні силові фактори, так і силові фактори опору не є постійними величинами, то швидкість руху ведучої ланки також не є константою. Значення швидкості руху ведучої ланки механізму коливається протягом аналізованого проміжку часу в деякому діапазоні від максимуму до мінімуму і навпаки. Коливання значень швидкості руху ведучої ланки викликають зміну величин реакцій у кінематичних парах, що, як наслідок, є однією з причин виникнення пружних коливань ланок.

Наявність у механізмах пружних коливань - основна причина *нерівномірності руху* ведучої ланки для оцінки якої використовується *коефіцієнт нерівномірності руху*:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{cp}}} = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\text{cp}}},$$

де ω_{\max} , ω_{\min} , ω_{cp} - максимальне, мінімальне та середнє значення кутової швидкості ведучої ланки; V_{\max} , V_{\min} , V_{cp} - максимальне, мінімальне та середнє значення лінійної швидкості точки ведучої ланки.

Нерівномірність руху будь-якої технічної системи (машини) може бути обумовлена:

- 1) розбіжністю законів зміни зведених рушійних силових факторів і зведених силових факторів опору;
- 2) непостійністю значень зведеного моменту інерції.

Перша причина є наслідком наявності двох варіантів співвідношення законів зміни зведених моментів сил.

1. Зведений момент сил опору - функція кута повороту ведучої ланки, а зведений момент рушійних сил - величина постійна.

2. Зведений момент рушійних сил - функція кута повороту ведучої ланки, а зведений момент сил опору - величина постійна.

Перший варіант характерний для механізмів верстатів, поршневих насосів, а другий - для механізмів двигунів внутрішнього згоряння і парових машин.

Друга причина виникнення нерівномірності руху є наслідком мінливості значень кінематичних параметрів механізмів.

Нерівномірність ходу негативно впливає на основні показники працездатності. Для мінімізації впливу нерівномірності руху на роботу механізмів необхідно вирішити задачу регулювання швидкості руху ведучої ланки.

Зміна маси системи на величину додаткової махової маси дозволяє вирішити поставлену задачу. Роль додаткової махової маси виконує махове колесо або маховик, який вводиться у структуру механізму в якості додаткової ланки.

Наявність додаткової махової маси виключає можливість появи несприятливих режимів руху ведучої ланки:

- ведуча ланка рухається з прискоренням, тобто робота рушійних сил перевищує роботу сил опору, отже, махове колесо акумулює приріст кінетичної енергії;
- ведуча ланка рухається з уповільненням, тобто робота сил опору перевищує роботу рушійних сил, отже, махове колесо віддає раніше накопичену кінетичну енергію.

Задача регулювання руху механізму чи машини у період усталеного руху зводиться до підбору такого співвідношення між масами ланок і силами, що на них діють, при якому коефіцієнт нерівномірності руху не перевищував би заздалегідь заданого значення.

Таким чином, оскільки на усталеному режимі руху не можна цілком усунути коливань швидкості початкової (ведучої) ланки, то потрібно по можливості хоча б зменшити розмах цих коливань.

У випадках, коли введення в структуру механізму додаткової ланки неможливо за конструктивних чи інших причин, для реалізації махових мас використовуються ланки, вже існуючі в структурі механізму, які вчиняють тільки обертальні рухи: ротор енергетичної машини, з'єднувальні муфти, зубчасті колеса, кулачки, шківни, зірочки та ін.

Регулювання неперіодичних коливань за допомогою маховика можливо здійснити, якщо вони незначні. При значних неперіодичних коливаннях встановлюють механізми, що називаються регуляторами – які регулюють закони зміни рушійних сил або сил опору.

4.12. ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВИХ МАС

Знайдемо залежність між коефіцієнтом нерівномірності руху δ і зведеним моментом інерції механізму. Будемо вважати, що зведений момент інерції сталий і дорівнює I .

У відповідності з рівнянням руху в кінцевій формі для випадку *сталого зведеного моменту інерції* механізму $I_i^{3B} = I = const$, буде справедливою рівність:

$$\frac{I \cdot \omega_{max}^2}{2} - \frac{I \cdot \omega_{min}^2}{2} = \Delta A_{max} \quad \text{або} \quad \frac{I}{2} (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) = \Delta A_{max}.$$

де ΔA_{max} – максимальна різниця між роботами зведених моментів рушійних сил і сил опору.

Це рівняння дозволяє з'ясувати, від яких параметрів залежить коефіцієнт нерівномірності руху δ . Перетворимо його наступним чином:

$$\Delta A_{max} = I \left[(\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \right] \quad \text{або} \quad \Delta A_{max} = I \left[(\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot \omega_{cp} \right].$$

$$\text{Тоді} \quad \frac{\Delta A_{max}}{I \cdot \omega_{cp} \cdot \omega_{cp}} = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{cp}} = \delta, \quad \text{звідси:} \quad \delta = \frac{\Delta A_{max}}{I \cdot \omega_{cp}^2}.$$

Із формули витікає, що *коефіцієнт нерівномірності руху δ тим менший, чим більший зведений момент інерції і середня кутова швидкість та чим менша величина залишкової максимальної роботи.*

Оскільки кутова швидкість ω_{cp} і залишкова максимальна робота ΔA_{max} визначаються технологічним процесом, що виконується, то потрібний коефіцієнт нерівномірності руху δ можна забезпечити змінивши величину зведеного моменту інерції.

У відповідності із заданим значенням δ :
$$I = \frac{\Delta A_{max}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2}.$$

Підкреслемо, що при виводі цього рівняння прийнято, що впливом зміни кінетичної енергії ланок механізму на зведений момент інерції можна знехтувати.

Як зазначалось вище, задачу регулювання нерівномірності руху машини (збільшення I) вирішують установкою *додаткової*, так званої *махової маси*. Таку масу конструктивно оформлюють у вигляді маховика, який закріплюють на осі ланки, що обертається.

Установлена махова маса накопичує кінетичну енергію на ділянках циклу, коли зведений момент рушійних сил більший ніж зведений момент сил опору, тобто коли швидкість кривошипа зростає. На ділянках циклу із зворотнім співвідношенням цих моментів, тобто, коли швидкість кривошипу зменшується, махова маса віддає накопичену кінетичну енергію. Інакше кажучи, махова маса в машині виконує роль *механічного акумулятора кінетичної енергії*.

Таким чином, маховик використовують для обмеження амплітуди періодичних коливань кутової швидкості кривошипу в межах допустимої нерівномірності руху машини.

Розрахунок моменту інерції маховика спрощується, коли можливо знехтувати впливом зміни кінетичної енергії рухомих ланок механізму на зведений момент інерції та прийняти, що увесь момент інерції механізму зосереджений у маховику, тобто: $I_M = I$.

Тоді отримаємо розрахункову формулу для визначення моменту інерції I_M маховика:

$$I_M = I = \frac{\Delta A_{max}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2}.$$

Отримана формула не враховує вплив на нерівномірність руху зміни зведеного моменту інерції механізму. Основним фактором, який впливає на коефіцієнт нерівномірності руху, в цьому випадку стає різниця робіт рушійних сил і сил опору.

Таким чином, формула дозволяє визначити момент інерції маховика для механізмів, у яких з поворотом кривошипа кінетична енергія рухомих ланок механізму мало змінюється.

Наприклад, у багатоциліндрових двигунів внутрішнього згорання, в силу зміщення циклів одного циліндра відносно другого, кінетична енергія механізму практично не змінюється. Різниця ж робіт зведеного моменту рушійних сил на поршнях і моменту сил виробничого опору на колінчатому валі є основним фактором, який впливає на нерівномірність руху.

4.13. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ РОЗМІРІВ МАХОВИКА

Маховик, який установлюється на одному із валів приводу машини конструктивно оформлюють у вигляді суцільного диска або колеса з важким ободом.

За відомим моментом інерції I_M маховика можна визначити його розміри.

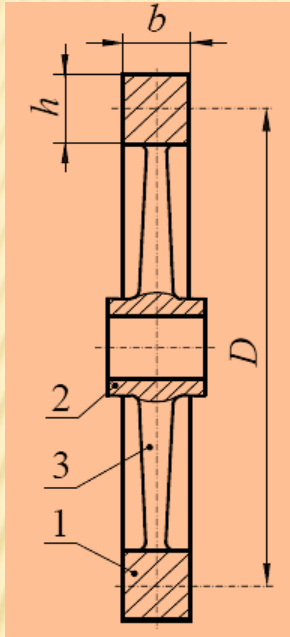
Момент інерції дискового маховика відносно його геометричної осі, яка збігається з віссю обертання, дорівнює:

$m \cdot D^2$, де m - маса диска, D – зовнішній діаметр диска.

Добуток маси маховика на квадрат його діаметра називають *маховим моментом*: $m \cdot D^2 = 8 \cdot I_M$.

Якщо виразити масу через об'єм диска і щільність ρ матеріалу маховика (як правило, це сталь), то одержимо:

$$I_M = \frac{\pi \cdot b \cdot \rho \cdot D^4}{32}, \quad \text{де } b \text{ – ширина диску.}$$



Тоді, діаметр маховика визначається із формули:

$$D = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot I_M}{\pi \cdot b \cdot \rho}}$$

Маховик з важким ободом складається із масивного ободу 1, який з'єднаний з маточиною 2 за допомогою спиць 3 (чи тонким диском).

Основна маса (момент інерції) такого маховика зосереджена в ободі (близько 90%).

При визначенні діаметра маховика з важким ободом приймають, що вся маса маховика рівномірно розподілена по колу з діаметром D .

Тоді момент інерції маховика визначиться за формулою: $I_M = \frac{m \cdot D^2}{4}$.

Виразимо масу обода маховика через його об'єм: $V = \pi \cdot D \cdot b \cdot h$.

Тоді вираз для моменту інерції маховика прийме вигляд: $I_M = \frac{\pi \cdot b \cdot h \cdot \rho \cdot D^3}{4}$.

Цьому виразу можна надати іншого вигляду: $I_M = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \psi \cdot \gamma \cdot D^5}{4}$,

де $\psi = b/D$, $\gamma = h/D$. Звідки $D = \sqrt[5]{\frac{4 \cdot I_M}{\pi \cdot \rho \cdot \psi \cdot \gamma}}$.

4.14. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 4

1. Сформулювати пряму і зворотню задачі динамічного аналізу механізмів.
2. Які сили і моменти діють на ланки механізму?
3. Дати визначення рушійним силам і силам корисного опору.
4. Що називається внутрішніми силовими факторами?
5. Що називається силовими факторами інерції?
6. Дати поняття зведених силових факторів.
7. Визначити механічну характеристику двигуна або робочої машини.
8. Навести механічні характеристики електродвигунів постійного струму з паралельним і послідовним збудженням.
9. Навести механічні характеристики асинхронного двигуна трифазного струму.
10. Дати визначення перекидаючого моменту двигуна.
11. Що називається номінальною, синхронною кутовою швидкістю і номінальним моментом двигуна?

12. Привести приклади визначення силових факторів інерції ланок механізму.
13. Які існують методи аналізу механізмів?
14. Що називається ланкою зведення, точкою зведення?
15. Що називається урівноважувальною силою, урівноважувальним моментом?
16. Дати поняття зведеної маси і зведеного момента інерції механізму.
17. Що називається силою, зведеною до даної точки?
18. Що називається моментом сили, зведеним до даної ланки?
19. Записати рівняння руху механізму у формі сил.
20. Записати рівняння руху механізму у формі рівняння моментів.
21. Навести рівняння руху механізму у диференціальній формі.
22. Дати характеристику режиму пуску машини в хід (розбігу).
23. Характеризувати усталений рух машини.
24. Описати режим вибігу (зупину) машини.
25. Визначити механічний коефіцієнт корисної дії (ККД) машини (механізму).
26. Записати формулу для визначення коефіцієнта втрат.

27. Визначити ККД механізму, що складається з ряду послідовно з'єднаних механізмів.
28. Як визначається ККД при паралельному з'єднанні декількох механізмів?
29. Дати визначення коефіцієнта нерівномірності руху машини.
30. Який параметр є визначальним при поділі руху механізму на усталений і неусталений?
31. Що називається часом циклу руху?
32. Перелічити фактори, що викликають коливання швидкості вхідної ланки механізму.
33. Яка мета установки махового колеса в машині, у яких випадках маховик необхідний і коли він не потрібний?
34. Чим варто керуватися при виборі місця установки махового колеса в машині?
35. У чому полягає задача регулювання руху механізму?

5. СИЛОВИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ

5.1. ЗАДАЧІ І МЕТОДИ СИЛОВОГО АНАЛІЗУ

Задачами силового аналізу є:

- визначення значень і напрямів дії урівноважувальної сили і урівноважувального моменту (силової керуючої дії);
- визначення значень і напрямів дії реакцій зв'язків кінематичних пар.

Методами силового аналізу є:

Статичний - це метод силового аналізу заснований на рівняннях статичної рівноваги.

Кінетостатичний - це метод силового аналізу заснований на принципі Даламбера:

якщо до зовнішніх силових факторів, що діють на ланки механізму додати сили і моменти сил інерції, то дана система буде перебувати у рівновазі і силовий аналіз можна виконувати з використанням рівнянь статички.

5.2. ПОСЛІДОВНІСТЬ СИЛОВОГО АНАЛІЗУ

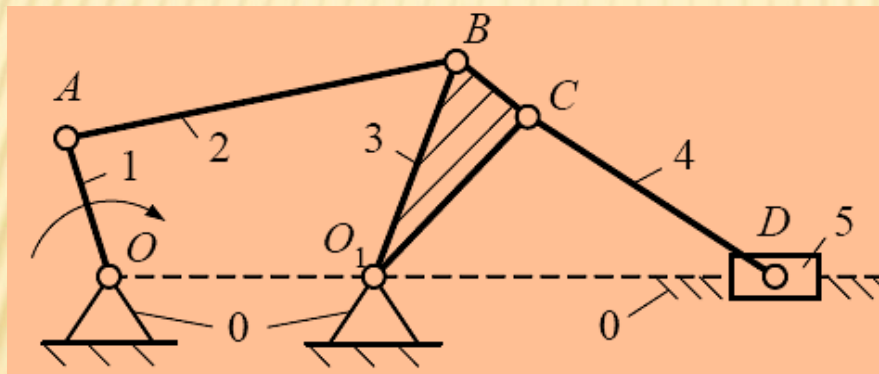
При силовому аналізі механізмів II класу дотримуються наступного порядку.

1. Визначаються всі зовнішні сили, прикладені до ланок механізму.
2. Обирається початкова ланка механізму і розбивається ведений кінематичний ланцюг механізму на групи Ассура.
3. Виконується силовий аналіз кожної групи окремо, виходячи з того, що така група є статично визначним кінематичним ланцюгом. Розрахунок починають з останньої, рахуючи від початкової ланки і закінчують початковою ланкою.
4. Порядок силового аналізу кожної групи Ассура II класу залежить від її виду. При аналізі груп, внутрішня пара яких є обертальною, спочатку складають рівняння моментів для кожної ланки окремо відносно внутрішньої пари, а потім складають рівняння векторної суми сил, що діють на групу в цілому і на одну з ланок. При аналізі ж груп, внутрішня кінематична пара яких є поступальною, розглядають рівновагу кожної ланки окремо, спочатку другої ланки групи, а потім першої. Для другої ланки складають рівняння моментів відносно точки прикладення реакції від стійки на ланку і рівняння векторної суми сил, а для першої ланки – тільки рівняння векторної суми сил.

5.3. СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМУ ТРАНСПОРТЕРУ

Розглянемо кінетостатичний метод на прикладі силового аналізу хитного транспортеру.

Центри мас шатунів 2 і 4 механізму хитного транспортеру лежать посередині цих ланок, а маси цих ланок перебувають у співвідношенні $m_4 = 0,75 \cdot m_2$. Визначити силову керуючу дію, використовуючи кінетостатичний метод, якщо задано:



$$m_2 = 5,2 \text{ кг}, \quad m_1 = 0,35 \cdot m_2,$$

$$m_4 = 0,75 \cdot m_2, \quad m_5 = 0,6 \cdot m_4,$$

$$m_{BO_1} = m_{CO_1} = 0,3 \cdot m_2,$$

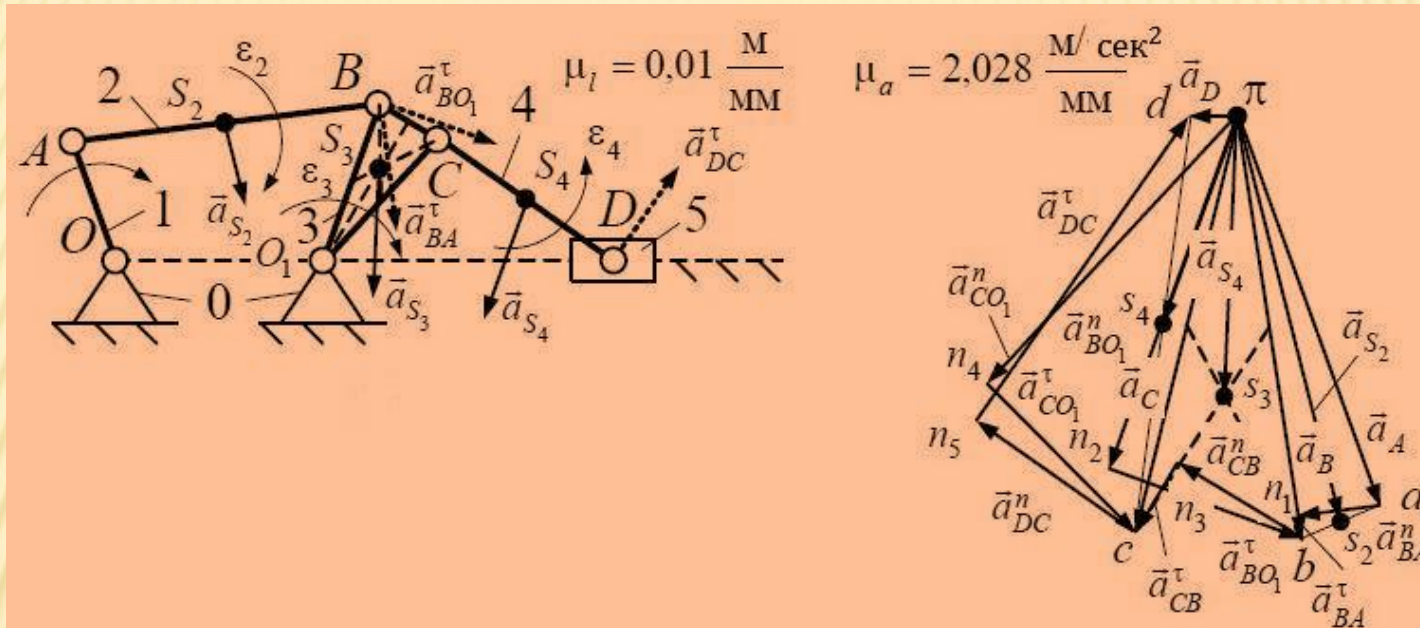
$$m_{BC} = 0,15 \cdot m_2.$$

$$\varphi_1 = 110^\circ, \quad n_1 = 250 \text{ об / хв.}$$

$$l_{OA} = 0,15 \text{ м}, \quad l_{AB} = 0,37 \text{ м}, \quad l_{CD} = 0,26 \text{ м}, \quad l_{BC} = 0,08 \text{ м}, \quad a = 0,25 \text{ м}, \quad l_{BO_1} = l_{CO_1} = 0,2 \text{ м}.$$

Рішення. 1) За заданими геометричними параметрами будемо кінематичну схему механізму хитного транспортеру у масштабному коефіцієнті довжин.

2) Для отриманої кінематичної схеми будемо план прискорень у відповідному масштабному коефіцієнті.



Центр мас кривошипа 1 збігається з центром обертання, точкою O , отже, прискорення центру мас дорівнює нулю, тобто $a_{S_1} = 0$.

Використовуючи теорему подібності, визначимо положення точок S_2 і S_4 на плані прискорень. З'єднавши ці точки з полюсом плану прискорень, точкою π , отримаємо відповідно вектори прискорень центрів мас шатунів 2 і 4, значення яких знайдемо за виразами:

$$a_{S_2} = |\pi s_2| \cdot \mu_a = 50 \cdot 2,028 = 101,4 \text{ м / сек}^2,$$

$$a_{S_4} = |\pi s_4| \cdot \mu_a = 26 \cdot 2,028 = 52,73 \text{ м / сек}^2.$$

Центр мас коромисла 3 лежить на перетині медіан трикутника, у точці S_3 . Замірюючи відрізок $|\pi s_3|$ на плані прискорень, отримаємо:

$$a_{S_3} = |\pi s_3| \cdot \mu_a = 34 \cdot 2,028 = 68,95 \text{ м/сек}^2.$$

Центр мас повзуна 5 збігається з точкою D , отже прискорення центру мас повзуна дорівнює: $a_{S_3} = a_D = |\pi d| \cdot \mu_a = 6 \cdot 2,028 = 12,17 \text{ м/сек}^2$.

3) Визначимо всі силові фактори, що діють на ланки механізму.

Маси ланок дорівнюють:

$$m_1 = 0,35 \cdot m_2 = 0,35 \cdot 5,2 = 1,82 \text{ кг}, \quad m_4 = 0,75 \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9 \text{ кг},$$

$$m_3 = m_{BO_1} + m_{CO_1} + m_{BC} = (0,3 + 0,3 + 0,15) \cdot m_2 = 0,75 \cdot 5,2 = 3,9 \text{ кг},$$

$$m_5 = 0,6 \cdot m_4 = 0,6 \cdot 3,90 = 0,6 \cdot 3,90 = 2,34 \text{ кг}.$$

Сили ваги ланок механізму складають: $G_1 = m_1 \cdot g = 1,82 \cdot 9,81 = 17,85 \text{ Н}$,

$$G_2 = m_2 \cdot g = 5,2 \cdot 9,81 = 51,01 \text{ Н}, \quad G_3 = m_3 \cdot g = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н},$$

$$G_4 = m_4 \cdot g = 3,9 \cdot 9,81 = 38,26 \text{ Н}, \quad G_5 = m_5 \cdot g = 2,34 \cdot 9,81 = 22,96 \text{ Н}.$$

Сили інерції ланок механізму дорівнюють: $F_1^{in} = m_1 \cdot a_{S_1} = 1,82 \cdot 0 = 0 \text{ Н}$,

$$F_2^{in} = m_2 \cdot a_{S_2} = 5,2 \cdot 101,4 = 527,8 \text{ Н}, \quad F_3^{in} = m_3 \cdot a_{S_3} = 3,9 \cdot 68,95 = 268,91 \text{ Н},$$

$$F_4^{in} = m_4 \cdot a_{S_4} = 3,90 \cdot 52,73 = 205,65 \text{ Н}, \quad F_5^{in} = m_5 \cdot a_{S_5} = 2,34 \cdot 12,17 = 28,48 \text{ Н}.$$

Вектора сил інерції прикладаємо до центрів мас ланок, оскільки їх напрямки протилежні напрямкам прискорень їх центрів мас.

Моменти інерції ланок, дорівнюють:

$$I_{S_1} = 0,333 \cdot m_1 \cdot l_{OA}^2 = 0,333 \cdot 1,82 \cdot 0,15^2 = 0,01365 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$I_{S_2} = 0,083 \cdot m_2 \cdot l_{AB}^2 = 0,083 \cdot 5,2 \cdot 0,37^2 = 0,05909 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$I_{S_4} = 0,083 \cdot m_4 \cdot l_{CD}^2 = 0,083 \cdot 3,9 \cdot 0,26^2 = 0,02188 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$\begin{aligned} I_{S_3} &= \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \cdot l_i^2)}{18} = \frac{m_{BO_1} \cdot l_{BO_1}^2 + m_{CO_1} \cdot l_{CO_1}^2 + m_{BC} \cdot l_{BC}^2}{18} = \\ &= \frac{1,56 \cdot 0,2^2 + 1,56 \cdot 0,2^2 + 0,78 \cdot 0,08^2}{18} = 0,00721 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Кутові прискорення ланок механізму дорівнюють: $\varepsilon_1 = \frac{a_{AO}^\tau}{l_{AO}} = \frac{0}{0,20} = 0,$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{BO_1}^\tau}{l_{BO_1}} = \frac{|n_2 b| \cdot \mu_a}{l_{BO_1}} = \frac{25 \cdot 2,028}{0,20} = 253,5 \text{ сек}^{-2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}} = \frac{|n_1 b| \cdot \mu_a}{l_{AB}} = \frac{3 \cdot 2,028}{0,37} = 16,43 \text{ сек}^{-2},$$

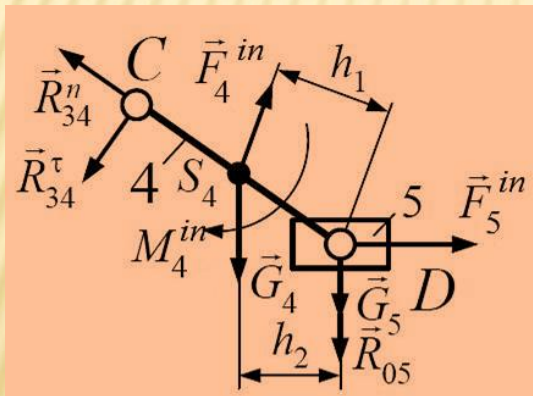
$$\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{l_{CD}} = \frac{|n_5 d| \cdot \mu_a}{l_{CD}} = \frac{45 \cdot 2,028}{0,26} = 351 \text{ сек}^{-2}.$$

Моменти сил інерції ланок дорівнюють: $M_1^{in} = I_{S_1} \cdot \varepsilon_1 = 0,00679 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$,
 $M_2^{in} = I_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = 0,05909 \cdot 16,43 = 0,97 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_3^{in} = I_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = 0,00721 \cdot 253,5 = 1,83 \text{ Н} \cdot \text{м}$,
 $M_4^{in} = I_{S_4} \cdot \varepsilon_4 = 0,02188 \cdot 351,0 = 7,68 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_5^{in} = I_{S_5} \cdot \varepsilon_5 = I_{S_5} \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Напрямки моментів сил інерції протилежні напрямкам відповідних кутових прискорень.

4) З метою визначення реакцій у кінематичних парах розділимо кінематичну схему механізму на структурні групи Ассура.

Розглянемо структурну групу ланок 5-4.



Діючими силовими факторами є: сили тяжіння ланок \vec{G}_4 і \vec{G}_5 , сили інерції \vec{F}_4^{in} і \vec{F}_5^{in} , момент сил інерції M_4^{in} , реакції \vec{R}_{34} і \vec{R}_{05} , що характеризують дії ланок 3 і 0. Для реакції \vec{R}_{05} відомі точка її прикладення і лінія дії. Для реакції \vec{R}_{34} відома тільки точка її прикладення.

Розкладемо реакцію \vec{R}_{34} на складові \vec{R}_{34}^n і \vec{R}_{34}^τ .

Рівняння рівноваги отриманої системи має вигляд:

$$\vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^\tau + \vec{G}_4 + \vec{F}_4^{in} + \vec{G}_5 + \vec{F}_5^{in} + \vec{R}_{05} = 0.$$

Це рівняння містить три невідомих: R_{34}^n , R_{34}^τ і R_{05} , отже, статична невизначеність системи дорівнює двом.

З метою розкриття статичної невизначеності знайдемо значення тангенціальної складової реакції R_{34}^τ .

Для ланки 4 маємо: $\sum m(\vec{F}_i)_D = 0$, $R_{34}^\tau \cdot l_{CD} - M_4^{in} - F_4^{in} \cdot h_1 + G_4 \cdot h_2 = 0$,

де $h_1 = |h_1| \cdot \mu_l = 13 \cdot 0,01 = 0,13 \text{ м}$, $h_2 = |h_2| \cdot \mu_l = 11 \cdot 0,01 = 0,11 \text{ м}$. Звідки:

$$R_{34}^\tau = \frac{F_4^{in} \cdot h_1 + M_4^{in} - G_4 \cdot h_2}{l_{CD}} = \frac{205,65 \cdot 0,13 + 7,68 - 38,26 \cdot 0,11}{0,26} = 116,18 \text{ м}.$$

Визначення решти невідомих виконаємо за допомогою плану сил.

Масштабний коефіцієнт плану сил знайдемо за формулою:

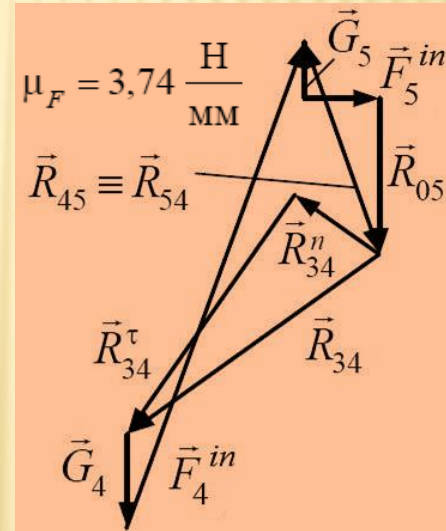
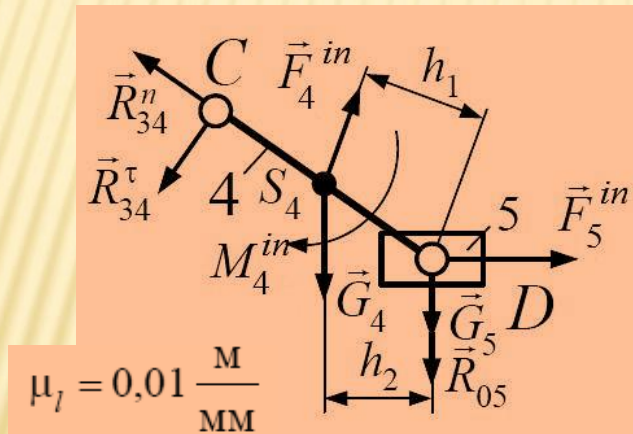
$$\mu_F = \frac{F_4^{in}}{|x|} = \frac{205,65}{55} = 3,74 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Переведемо у масштабний коефіцієнт решту сил:

$$\left| R_{34}^{\tau} \right| = \frac{R_{34}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{116,16}{3,74} = 31,06 \approx 31 \text{ мм}, \quad \left| G_4 \right| = \frac{G_4}{\mu_F} = \frac{38,26}{3,74} = 10,23 \approx 10 \text{ мм},$$

$$\left| F_5^{in} \right| = \frac{F_5^{in}}{\mu_F} = \frac{28,48}{3,74} = 7,61 \approx 8 \text{ мм}, \quad \left| G_5 \right| = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{22,96}{3,74} = 6,14 \approx 6 \text{ мм}.$$

За отриманими величинам будуюмо план сил.



Значення нормальної складової реакції у шарнірі C:

$$R_{34}^n = \left| R_{34}^n \right| \cdot \mu_F = 11 \cdot 3,74 = 41,14 \text{ Н}.$$

Значення повних реакцій у шарнірах C і D дорівнюють:

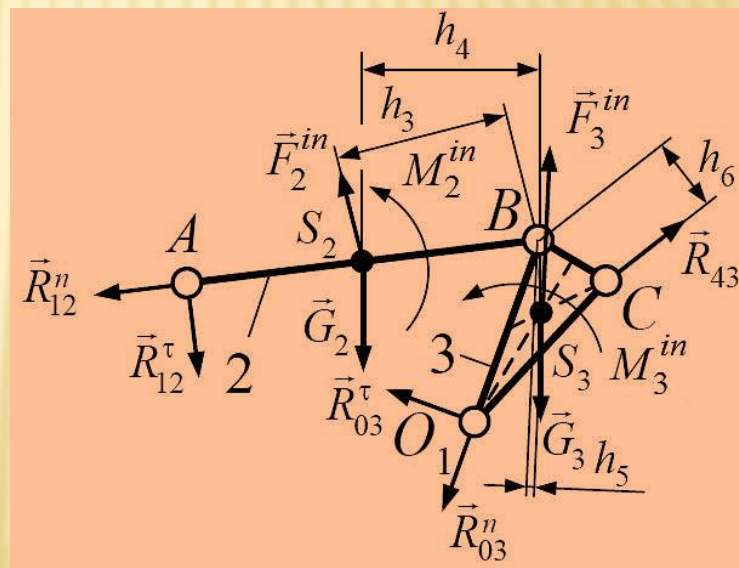
$$R_{34} = |R_{34}| \cdot \mu_F = 33 \cdot 3,74 = 123,42 \text{ Н}, \quad R_{05} = |R_{05}| \cdot \mu_F = 16 \cdot 3,74 = 59,84 \text{ Н}.$$

З метою визначення реакції у шарнірі D з'єднаємо на плані сил вершину вектора \vec{F}_4^{in} з вершиною вектора \vec{R}_{05} . Замірявши отриманий відрізок, визначимо значення реакції у шарнірі D :

$$R_{45} = R_{54} = |R_{45}| \cdot \mu_F = 24 \cdot 3,74 = 89,76 \text{ Н}, \quad \text{де } |R_{45}| - \text{ відрізок з плану сил.}$$

Розглянемо структурну групу ланок 3-2.

Діючими силовими факторами є: сили тяжіння ланок, сили інерції, моменти сил інерції, реакція у шарнірі C , реакції, що характеризують дію ланки 1 у шарнірі A та стійки у шарнірі O_1 . Для реакцій у шарнірах A і O_1 відомі тільки точки прикладення. Розкладемо ці реакції на складові $\vec{R}_{12}^n, \vec{R}_{12}^\tau$ і $\vec{R}_{03}^n, \vec{R}_{03}^\tau$.



Рівняння рівноваги отриманої системи має вигляд:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau + \vec{G}_2 + \vec{F}_2^{in} + \vec{R}_{43} + \vec{G}_3 + \vec{F}_3^{in} + \vec{R}_{03}^\tau + \vec{R}_{03}^n = 0.$$

Рівняння рівноваги містить чотири невідомих: R_{12}^n , R_{12}^τ , R_{03}^n , R_{03}^τ , і отже, статична невизначеність системи дорівнює трьом.

З метою розкриття статичної невизначеності знайдемо значення тангенціальних складових реакцій R_{12}^τ і R_{03}^τ .

Ланка 2: $\sum m(\vec{F}_i)_B = 0$, $R_{12}^\tau \cdot l_{AB} + M_2^{in} + G_2 \cdot h_4 - F_2^{in} \cdot h_3 = 0$,

де: $h_3 = |h_3| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18\text{м}$. $h_4 = |h_4| \cdot \mu_l = 18 \cdot 0,01 = 0,18\text{м}$.

Значення тангенціальної складової реакції у шарнірі A :

$$R_{12}^\tau = \frac{F_2^{in} \cdot h_3 - M_2^{in} - G_2 \cdot h_4}{l_{AB}} =$$

$$\frac{527,28 \cdot 0,18 - 0,97 + 51,01 \cdot 0,18}{0,37} = 278,71\text{Н}.$$

Ланка 3: $\sum m(\vec{F}_i)_B = 0$, $-R_{03}^\tau \cdot l_{BO_1} + M_3^{in} + F_3^{in} \cdot h_5 + R_{43} \cdot h_6 = 0$,

де $m_B(\vec{G}_3) = 0$, тому що лінія дії вектора \vec{G}_3 проходить через точку B .

Плечі моментів: $h_5 = |h_5| \cdot \mu_l = 1 \cdot 0,01 = 0,01\text{м}$, $h_6 = |h_6| \cdot \mu_l = 8 \cdot 0,01 = 0,08\text{м}$.

Значення тангенціальної складової реакції у шарнірі O_1 :

$$R_{03}^{\tau} = \frac{F_3^{in} \cdot h_5 + M_3^{in} + R_{43} \cdot h_6}{l_{BO_1}} = \frac{268,91 \cdot 0,01 + 1,83 + 123,42 \cdot 0,08}{0,20} = 71,96 \text{ Н.}$$

Таким чином залишилося дві невідомі - R_{12}^n і R_{03}^n , отже, статична невизначеність системи дорівнює одиниці. Решту невідомих виконаємо за допомогою плану сил.

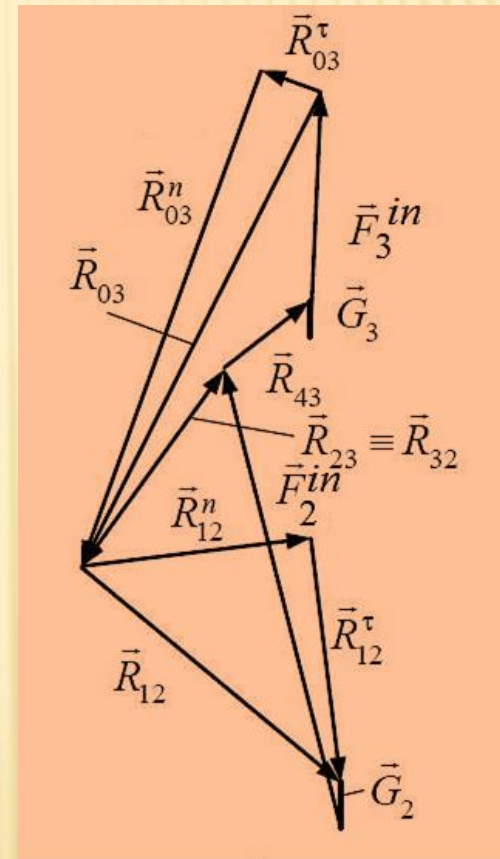
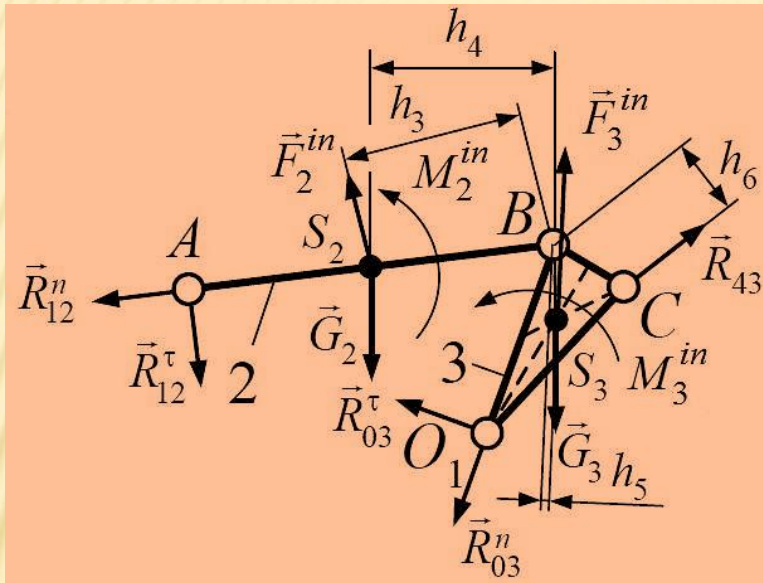
Масштабний коефіцієнт плану сил обчислимо за формулою:

$$\mu_F = \frac{F_2^{in}}{|x|} = \frac{527,28}{52} = 10,14 \text{ Н / мм.}$$

Переведемо у масштабний коефіцієнт решту сил:

$$\begin{aligned} |R_{12}^{\tau}| &= \frac{R_{12}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{278,71}{10,14} = 27,49 \approx 27 \text{ мм,} & |G_2| &= \frac{G_2}{\mu_F} = \frac{51,01}{10,14} = 5,03 \approx 5 \text{ мм,} \\ |F_3^{in}| &= \frac{R_3^{in}}{\mu_F} = \frac{268,91}{10,14} = 26,52 \approx 26 \text{ мм,} & |G_3| &= \frac{G_3}{\mu_F} = \frac{38,26}{10,14} = 3,77 \approx 4 \text{ мм,} \\ |R_{03}^{\tau}| &= \frac{R_{03}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{71,96}{10,14} = 7,09 \approx 7 \text{ мм,} & |R_{43}| &= \frac{R_{43}}{\mu_F} = \frac{123,42}{10,14} = 12,17 \approx 12 \text{ мм.} \end{aligned}$$

За отриманими величинами будемо план сил в обраному масштабному коефіцієнті.



Значення нормальних складових реакцій дорівнюють:

$$R_{03}^n = |R_{03}^n| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12 \text{ Н}, \quad R_{12}^n = |R_{12}^n| \cdot \mu_F = 25 \cdot 10,14 = 253,50 \text{ Н}.$$

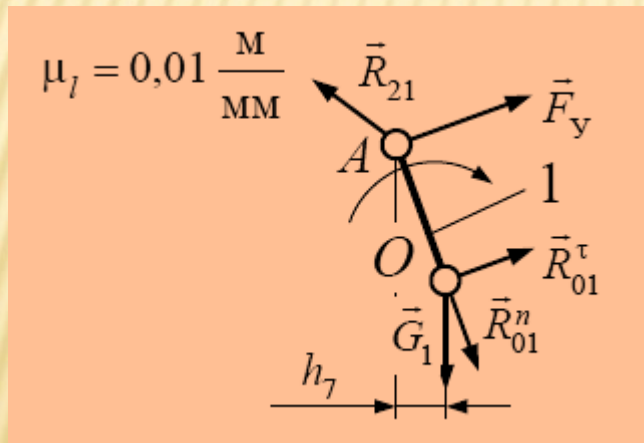
Значення повних реакцій у шарнірах A і O_1 дорівнюють:

$$R_{03} = |R_{03}| \cdot \mu_F = 58 \cdot 10,14 = 588,12 \text{ Н}, \quad R_{12} = |R_{12}| \cdot \mu_F = 37 \cdot 10,14 = 375,18 \text{ Н}.$$

З метою визначення реакції у шарнірі B з'єднаємо на плані сил вершину вектора \vec{F}_2^{in} з вершиною вектора \vec{R}_{03}^{in} . Заміривши отриманий відрізок, визначимо величину реакції у шарнірі B :

$$R_{23} = R_{23} = |R_{23}| \cdot \mu_F = 27 \cdot 10,14 = 273,78 \text{ Н}.$$

Розглянемо структурну групу ланок 1-0 (\vec{F}_y - урівноважувальна сила).



Рівняння рівноваги отриманої системи приймає вигляд:

$$\vec{F}_y + \vec{R}_{21} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{01}^{\tau} + \vec{R}_{01}^n = 0.$$

Це рівняння містить три невідомих:

R_{01}^n , R_{01}^{τ} і F_y . Отже, статична невизначеність системи дорівнює двом.

З метою розкриття статичної невизначеності знайдемо значення тангенціальної складової реакції R_{01}^{τ} .

$$\sum m(\vec{F}_i)_A = 0, R_{01}^{\tau} \cdot l_{OA} - G_1 \cdot h_7 = 0, \quad \text{де} \quad h_7 = |h_7| \cdot \mu_l = 5 \cdot 0,01 = 0,05.$$

$$\text{Звідки:} \quad R_{01}^{\tau} = \frac{G_1 \cdot h_7}{l_{OA}} = \frac{17,85 \cdot 0,05}{0,20} = 4,46 \text{ Н.}$$

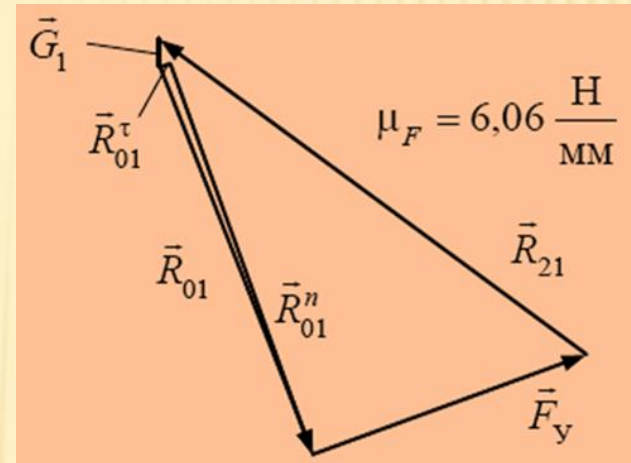
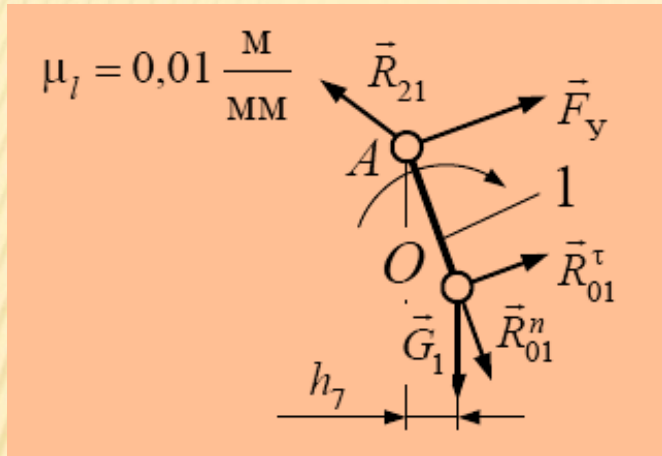
У рівнянні рівноваги залишилося дві невідомі - R_{01}^n і F_Y , отже, статична невизначеність дорівнює одиниці. Визначення решти невідомих виконаємо за допомогою плану сил.

$$\text{Масштабний коефіцієнт плану сил: } \mu_F = \frac{R_{21}}{|x|} = \frac{375,18}{60} = 6,25 \text{ Н/мм.}$$

Переведемо у масштабний коефіцієнт решту сил:

$$|G_1| = \frac{G_1}{\mu_F} = \frac{17,85}{6,25} = 2,86 \approx 3 \text{ мм}, \quad |R_{01}^{\tau}| = \frac{R_{01}^{\tau}}{\mu_F} = \frac{4,46}{6,25} = 0,72 \approx 1 \text{ мм.}$$

За отриманими величинами будемо план сил в обраному масштабному коефіцієнті.



З плану сил: $R_{01}^n = |R_{01}^n| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75 \text{ Н},$
 $R_{01} \approx |R_{01}^n| \cdot \mu_F = 47 \cdot 6,25 = 293,75 \text{ Н}.$

Урівноважувальна сила дорівнює: $F_Y = |F_Y| \cdot \mu_F = 33 \cdot 6,25 = 206,25 \text{ Н}.$

Урівноважувальний момент: $M_Y = F_Y \cdot l_{OA} = 206,25 \cdot 0,20 = 41,25 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Висновок: силова керуюча дія дорівнює 41,25 Н м.

5.4. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 5

1. Сформулювати основні задачі силового аналізу.
2. Привести методи силового аналізу механізмів.
3. На чому заснований кінетостатичний метод силового аналізу механізмів?
4. Сформулювати принцип Даламбера.
5. Як визначаються сили інерції ланок механізму за величиною і за напрямком у випадках обертального, поступального і плоского руху?
6. Знайти точку прикладення і напрямок реакції в обертальній і поступальній кінематичних парах V класу.
7. Представити реакції в обертальній і поступальній кінематичних парах при силовому аналізі механізму.
8. Описати порядок силового аналізу для груп Ассура, внутрішня кінематична пара яких є обертальною.
9. Який порядок силового аналізу для груп Ассура, внутрішня кінематична пара яких є поступальною?
10. Дати визначення плану сил.
11. Перелічити особливості силового аналізу початкової ланки.

6. УРІВНОВАЖУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ

6.1. ЗАДАЧІ УРІВНОВАЖУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ

Як було показано в розділі 5, на реакції в кінематичних парах ланок крім активних сил впливають і сили інерції. При роботі машини ланки рухаються з прискореннями, у результаті сили інерції викликають додаткові, іноді дуже великі, навантаження в кінематичних парах, збільшують тертя і знос її елементів, створюють додаткові напруження в окремих деталях машини.

Додаткові навантаження в кінематичних парах, викликані рухом ланок, називають *динамічними*. Динамічні навантаження неминуче знижують витривалість матеріалу ланок.

Оскільки кінематичними парами механізм зв'язаний зі стійкою, то динамічні навантаження передаються на корпус машини та фундамент і викликають його вібрацію і розхитування. Особливо небезпечні вібрації у зоні близькій до резонансу, що може викликати руйнування не тільки машини, але й поруч розташованих споруд.

При проектуванні машин виникає необхідність повного або часткового гасіння динамічних навантажень, що викликаються рухом ланок. Відповідну задачу називають *урівноважуванням рухомих мас механізму або зрівноважуванням сил інерції*. Розв'язується ця задача шляхом розподілення і підбору мас ланок механізму.

Задачу про зрівноважування сил інерції в механізмах можна розділити на дві частини:

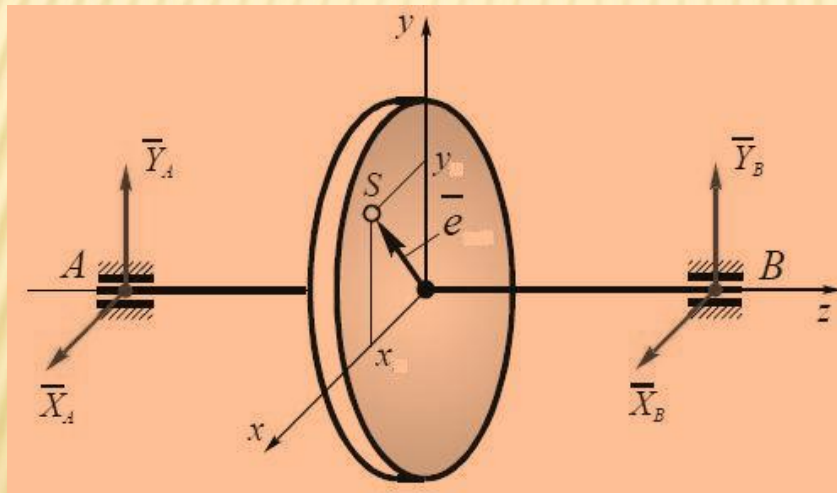
- зрівноважування динамічних навантажень від машини на фундамент;
- зрівноважування динамічних навантажень у кінематичних парах.

Перша частина є окремим розділом теорії коливань.

Урівноважування динамічних навантажень у кінематичних парах механізму в загальному випадку викликає великі складності, тому ця задача в більшості випадків розв'язується тільки для ланок, що обертаються (*роторів*). Експериментальне визначення невривноваженості ротора і її усунення одержало назву *балансування ротора*.

6.2. ВИДИ НЕВРІВНОВАЖЕНОСТІ РОТОРІВ

Роторами називаються будь-які обертові маси: вали електродвигунів, зубчасті колеса, робочі колеса турбін, колінчасті вали, маховики і т. ін. Питання їх балансування, як на стадії проектування, так і після виготовлення, дуже важливо. Наприклад, швидкість обертання турбіни атомної електростанції становить $\sim 400 \text{ хв}^{-1}$, а ротор важить $\sim 50 \text{ т}$. Її діаметр близько 2 м, а довжина 20 м. Незбалансованість ротора турбіни може призвести до сильних вібрацій, а можливо і до катастрофи.



При рівномірному обертанні ротора відносно осі z можуть виникнути динамічні навантаження, якщо центр мас S не буде лежати на його осі (ротор з ексцентриситетом маси).

Головний вектор сил інерції дорівнює: $\bar{F} = m\omega^2\bar{e}$,

де \bar{e} - радіус-вектор центру мас S ротора, який називається *ексцентриситетом маси ротора*.

За модулем $F = m\omega^2\sqrt{x^2 + y^2}$.

Позначимо $\bar{D} = m\bar{e}$ - *головний вектор дисбалансу ротора*.

Тоді $\bar{F} = \omega^2\bar{D}$.

Головний момент інерції ротора: $M = \omega^2\sqrt{I_{xz}^2 + I_{yz}^2}$ або $M = \omega^2 M_D$,

де $M_D = \sqrt{I_{xz}^2 + I_{yz}^2}$ - *головний момент дисбалансу ротора*.

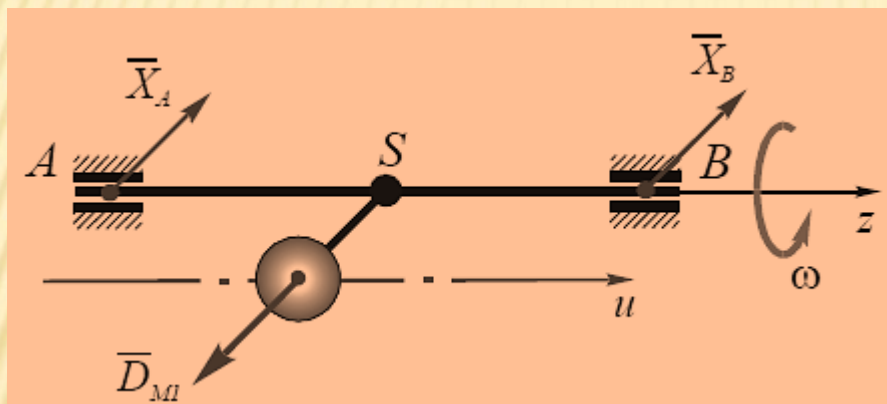
Ця величина має векторний зміст: $\bar{M} = \omega^2\bar{M}_D$.

На практиці невірноваженість ротора характеризують не величинами F і M , а пропорційними їм головним вектором \bar{D} і головним моментом дисбалансу ротора \bar{M}_D .

Розрізняють статичну, моментну і динамічну невірноваженість ротора.

6.3. СТАТИЧНА НЕВРІВНОВАЖЕНІСТЬ РОТОРІВ

Статична невірноваженість має місце, коли центр мас не лежить на осі обертання, але головна центральна вісь інерції паралельна осі обертання. Така невірноваженість характерна, наприклад, для колінчастих валів з одним коліном.



У цьому випадку ексцентриситет маси ротора $\bar{e} \neq 0$, а відцентрові моменти інерції $I_{xz} = I_{yz} = 0$. Тобто $D \neq 0$, $M_D = 0$.

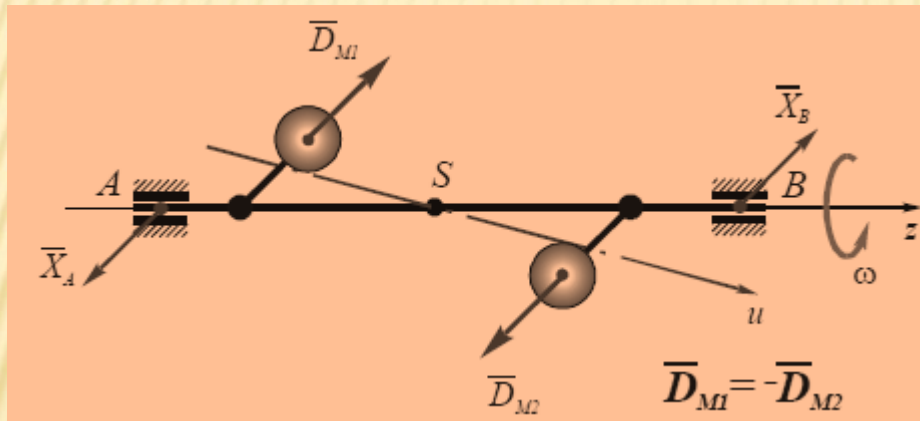
Цю невірноваженість легко усунути, якщо до ротора прикріпити коректуючу масу, яка забезпечить виконання наступної умови:

$$\bar{D} = -\overline{D_{M1}}, \text{ де } \overline{D_{M1}} = m_k \bar{e}_k.$$

Центр коректуючої маси має лежати на лінії дії вектора \bar{e} , а вектор її дисбалансу \bar{e}_k – обернено направлений по відношенню до \bar{e} .

6.4. МОМЕНТНА НЕВРІВНОВАЖЕНІСТЬ РОТОРІВ

Моментна невірноваженість має місце, коли центр мас лежить на осі обертання ротора, але його головна центральна вісь не збігається з віссю обертання. Така невірноваженість характерна, наприклад, для двоколінчастих валів.



У цьому випадку $e = 0$,
 $I_{xz} \neq 0, I_{yz} \neq 0$.

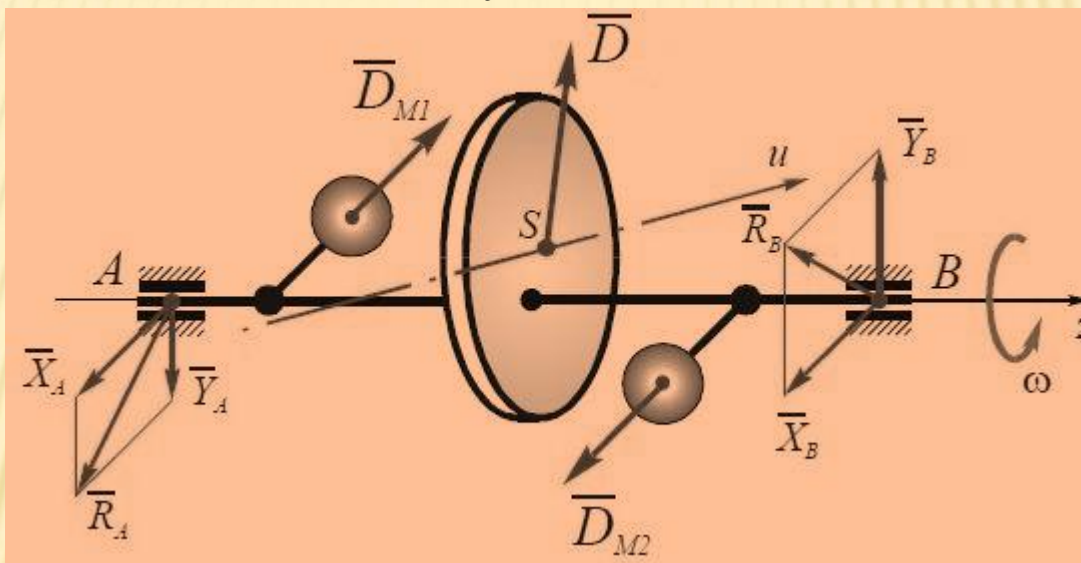
Тоді $D = 0, M_D \neq 0$.

Для усунення невірноваженості потрібно встановити, як мінімум, дві коректуючі маси, щоб створити пару сил. Ці маси ставлять у площині корекції таким чином, щоб виникла саме пара сил корекції.

Моментне врівноважування виконується після повного статичного врівноважування.

6.5. ДИНАМІЧНА НЕВРІВНОВАЖЕНІСТЬ РОТОРІВ

Динамічна невірноваженість має місце, коли центр мас не лежить на осі обертання, і ця вісь не збігається з головною віссю інерції ротора ($e \neq 0$, $I_{xz} \neq 0$, $I_{yz} \neq 0$). Тобто $D \neq 0$, $M_D \neq 0$.



У цьому випадку в опорах виникають реакції R_A і R_B , представлені векторами, які перехрещуються і які обертаються разом з ротором (валом).

Ця невірноваженість усувається постановкою відповідним чином двох мас в площинах, перпендикулярних до осі обертання.

6.6. БАЛАНСУВАННЯ ВИГОТОВЛЕНИХ РОТОРІВ

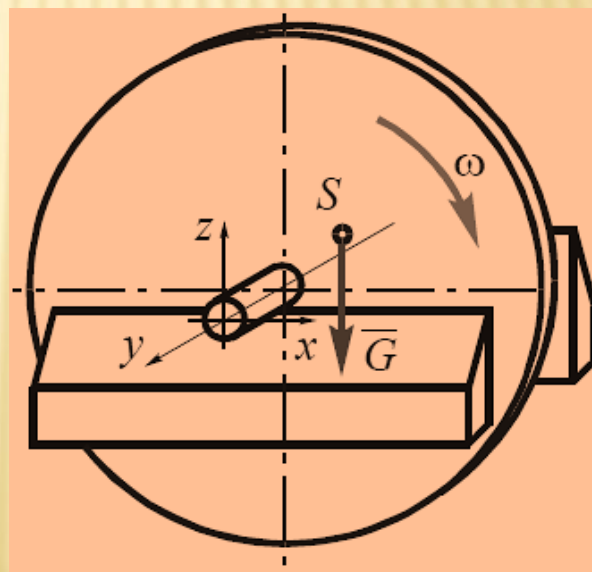
У процесі виготовлення роторів неврівноваженості можуть виникати за рахунок відхилення від проектних розмірів, неоднорідності матеріалу, неточності монтажу, тощо.

1) Статичне балансування роторів.

Його метою є суміщення центру мас ротора з віссю обертання. Статичне балансування виконується за допомогою ножових опор або на спеціальних стендах.

За першим методом ротор встановлюється на ножові опори, що зменшує тертя в точках обпирання.

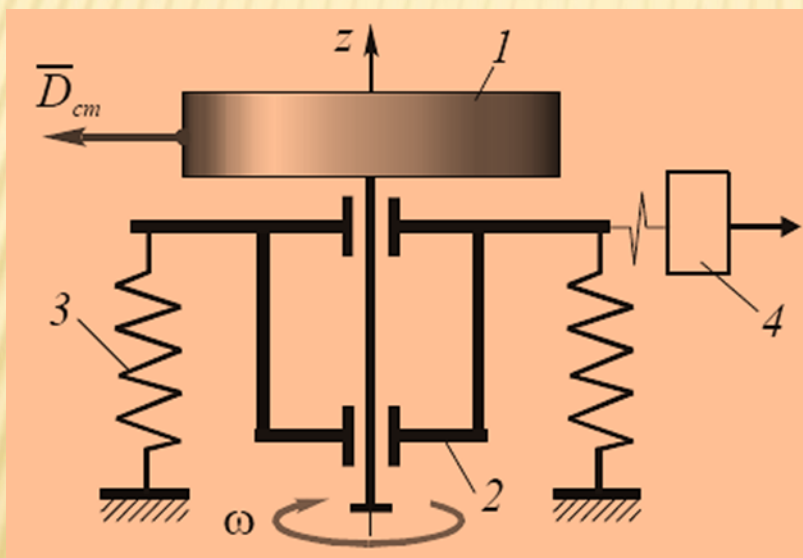
Якщо ротор незбалансований, він займе положення стійкої рівноваги, і його центр мас лежатиме на вертикальній прямій, яка належить площині, що проходить через точки обпирання.



Після виявлення місця надлишкової маси, вона або видаляється, або додається з протилежного боку.

Процедура повторюється доти, поки ротор не буде у стані байдужої рівноваги, що є можливим лише за умови його статичної збалансованості.

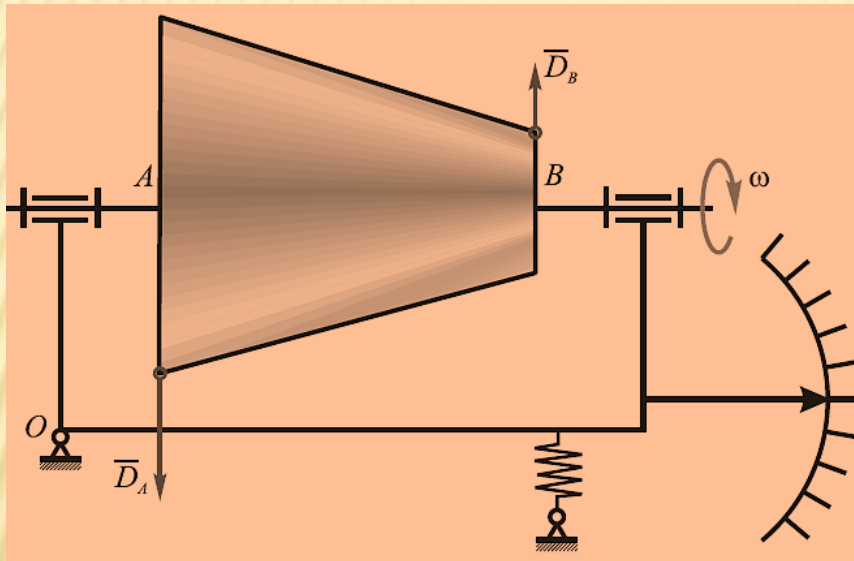
При використанні спеціальних стендів ротор 1 закріплюють в опорах обертання на плиті 2. Плита встановлена на пружній основі 3, яка допускає переміщення у просторі.



За наявності дисбалансу плита виконує складний рух. Коливання датчика 4 трансформуються в електричний сигнал, який надходить до ЕОМ. Після обчислень встановлюються координати надлишкової маси.

2) Динамічне балансування виготовлених роторів.

Його метою є суміщення головної осі інерції ротора з віссю обертання. Динамічне балансування проводиться на спеціальних балансувальних машинах.



A і B – площини корекції. Спочатку усувають дисбаланс у перерізі B . Для цього при декількох пусках визначають величини амплітуди коливань, яка пропорційна величині дисбалансу D_B .

За першого пуску ротор розганяється у вихідному стані.

У двох останніх пусках (пробних) ротор розганяється з додатковими фіксованими масами у перерізі B , що дозволяє за величиною амплітуди точно встановити величину шуканого дисбалансу D_B . Потім ротор повертається на 180° , і ті ж дії повторюються для перерізу A .

6.7. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 6

1. Перелічити основні задачі зрівноважування механізмів.
2. Визначити головний вектор сил інерції ланок механізму.
3. Розкрити сутність статичного зрівноважування механізмів.
4. Привести види невірноваженості роторів.
5. Визначити головний вектор дисбалансу ротора.
6. Як визначається головний момент дисбалансу ротора?
7. Дати визначення статичної, моментної і динамічної невірноваженості ротора.
8. Описати порядок зрівноважування роторів при проектуванні.
9. Перелічити причини невірноваженості зрівноваженого при проектуванні ротора після його виготовлення.
10. Який ротор піддають тільки статичному зрівноважуванню?
11. Скільки коригувальних мас необхідно закріпити на роторі при статичному зрівноважуванні?
12. Чи можна виправити моментну невірноваженість шляхом закріплення двох коригувальних мас в одній площині?
13. Скільки коригувальних мас необхідно закріпити на роторі при виправленні динамічної невірноваженості?

7. ВСТУП ДО ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ З ВИЩИМИ ПАРАМИ

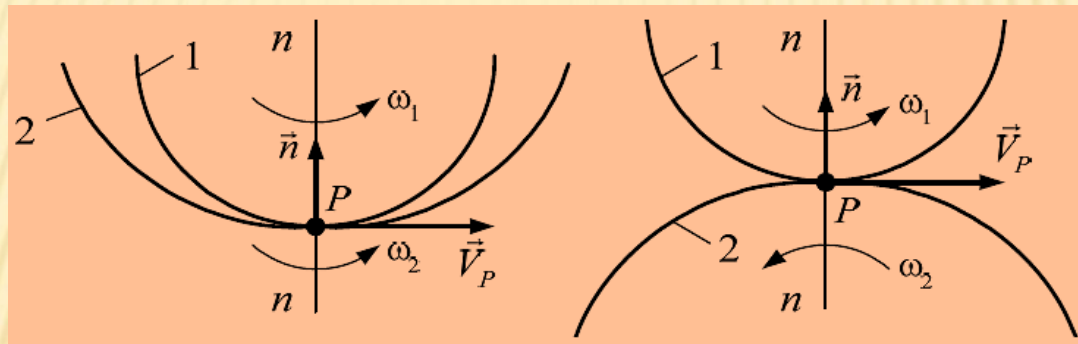
Нижчі пари забезпечують передачу значних силових факторів. Однак реалізація механізмів тільки з нижчими парами не завжди доцільна через складність кінематичної схеми. У таких випадках використовують механізми з вищими кінематичними парами, які дозволяють відтворити практично будь-який закон руху при мінімальній кількості ланок.

Наявність вищої кінематичної пари дозволяє скоротити число рухомих ланок, що призводить до зменшення габаритів механізму. Типовий механізм з вищою кінематичною парою складається зі стійки і двох рухливих ланок. Рухливі ланки, взаємодіючи зі стійкою, утворюють нижчі кінематичні пари, а між собою складають вищу кінематичну пару.

Поверхні ланок, що утворюють вищу кінематичну пару і забезпечують заданий закон їх відносного руху, називаються *початковими*.

7.1. ТЕОРЕМА ПРО ВИЩУ КІНЕМАТИЧНУ ПАРУ

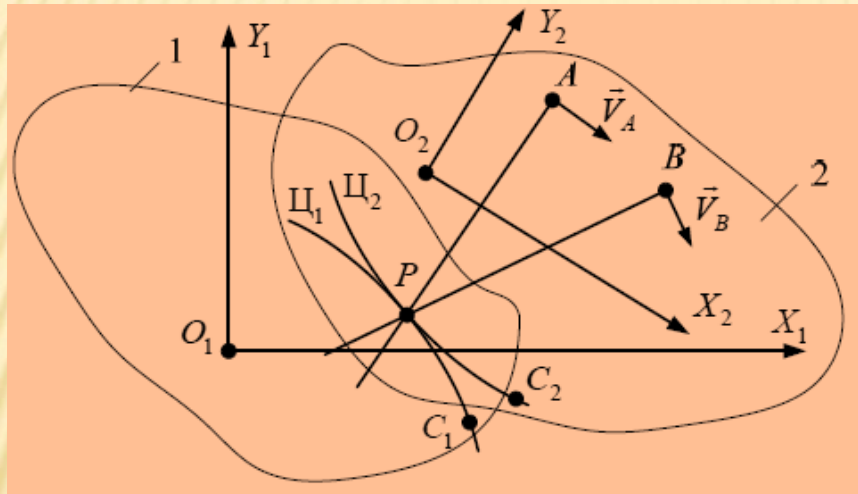
Теорема: у кожній точці дотику початкових поверхонь, вектор швидкості цієї точки лежить на перпендикулярі до загальної нормалі, проведеної через точку дотику.



Доказ (від протилежного): Якщо умова теореми не виконується, то існує складова швидкості, спрямована по загальній нормалі. У цьому випадку відбувається або відрив однієї поверхні від іншої, або впровадження цих поверхонь одна в одну, що неприпустимо. Отже, складова швидкості точки контакту не лежить на загальній нормалі, а це можливо тільки за умови, коли вектор швидкості лежить на перпендикулярі до загальної нормалі, тобто умова теореми виконується.

7.2. ПОЛЮС І ЦЕНТРОЇДИ

Розглянемо систему, що складається з двох абсолютно твердих ланок 1 і 2, які роблять складні рухи. Зв'яжемо з ланкою 1 систему координат $O_1X_1Y_1$, а з ланкою 2 систему координат $O_2X_2Y_2$.



Полюс спряження (зачеплення) - це точка дотику поверхонь ланок, що утворюють вищу кінематичну пару.

Рух ланки 1 відносно ланки 2 у даний момент часу буде еквівалентний обертанню ланки 2 навколо миттєвого центру швидкостей, що збігається з полюсом спряження P . Миттєве положення полюса спряження P визначається перетином перпендикулярів з лініями векторів швидкостей точок A і B , що належать ланці 2.

У наступний момент часу точки A і B змінять своє положення, отже, полюс спряження P також переміститься.

Розглядаючи переміщення ланок за деякий проміжок часу, отримаємо геометричне місце полюсів спряження. Геометричне місце полюсів спряження (зачеплення) у системі координат $O_1X_1Y_1$ називається рухомою центроїдою ζ_1 , а у системі координат $O_2X_2Y_2$ - нерухомою центроїдою ζ_2 .

Центроїда - це геометричне місце миттєвих центрів швидкостей, які є полюсами спряження (зачеплення) контактуючих початкових поверхонь ланок, що утворюють вищу кінематичну пару.

У процесі руху ланок центроїди контактують одна з одною у миттєвих центрах швидкостей, тобто перекочуються одна по одній без ковзання. У цьому випадку точки центроїд, що лежать у полюсі спряження, у наступний момент часу опиняться у положеннях C_1 і C_2 .

Шлях, пройдений розглянутими точками обох центроїд за деякий проміжок часу, буде однаковим, що можливо тільки при рівності швидкостей.

Отже, швидкості даних точок у полюсі спряження дорівнюють одна одній, а швидкість відносного руху дорівнює нулю, тобто,

$$\begin{aligned}V_{P1} &= V_{P2}, \\V_{P12} &= V_{P21}.\end{aligned}$$

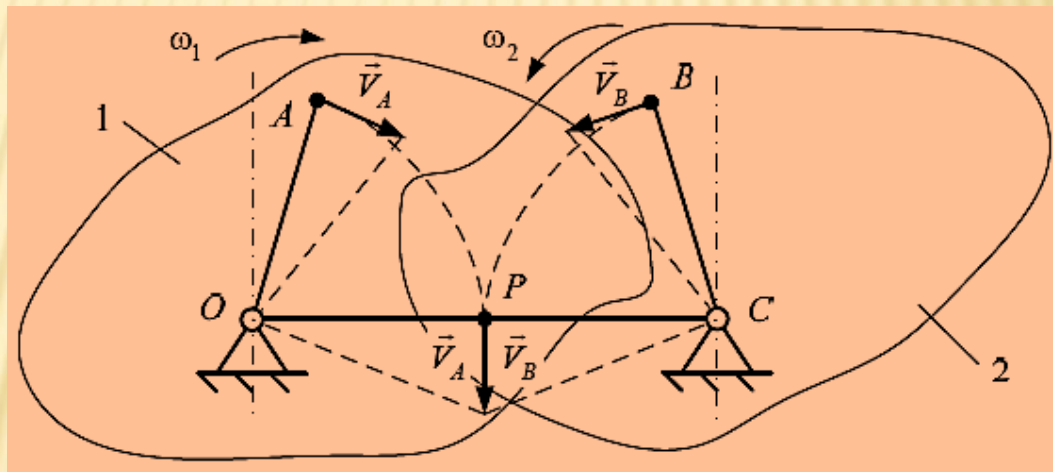
Отримані вирази являють собою основну властивість вищої кінематичної пари, з якої випливає:

швидкості точок центроїд у полюсі спряження дорівнюють одна одній, а швидкість відносного руху цих точок дорівнює нулю.

7.3. ОСНОВНА ТЕОРЕМА СПРЯЖЕННЯ

У плоских механізмах з вищими кінематичними парами замість спряжених або початкових поверхонь розглядають спряжені або початкові окружності.

Парні або початкові окружності - це криві, отримувані у перетині спряжених або початкових поверхонь площиною, проведеною паралельно площині їх руху.



Нехай ланки 1 і 2 механізму здійснюють обертальні рухи навколо паралельних осей.

Швидкості точок A і B дорівнюють: $V_A = l_{AO} \cdot \omega_1$, $V_B = l_{BC} \cdot \omega_2$.

З теореми про вищу кінематичну пару випливає: вектора швидкостей точок контакту початкових профілів, розташовані у полюсі спряження, направлені по прямій, що є перпендикуляром до загальної нормалі. Загальна нормаль початкових поверхонь збігається з прямою OC , отже, полюс повинен лежати на перпендикулярі до цієї прямої. Крім того, миттєвий центр P має лежати на прямій OC , оскільки тільки у точках цієї прямої вектора швидкостей точок A і B мають однаковий напрямок. У полюсі спряження швидкість відносного руху ланок 1 і 2 дорівнює нулю, а швидкості точок A і B рівні одна одній:

$$\omega_1 \cdot l_{OP} = \omega_2 \cdot l_{CP} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{l_{CP}}{l_{OP}} = i_{12}.$$

Таким чином, загальна нормаль у точці дотику початкових окружностей проходить через полюс спряження, який ділить міжосьову відстань на частини, обернено пропорційні відношенню кутових швидкостей ланок.

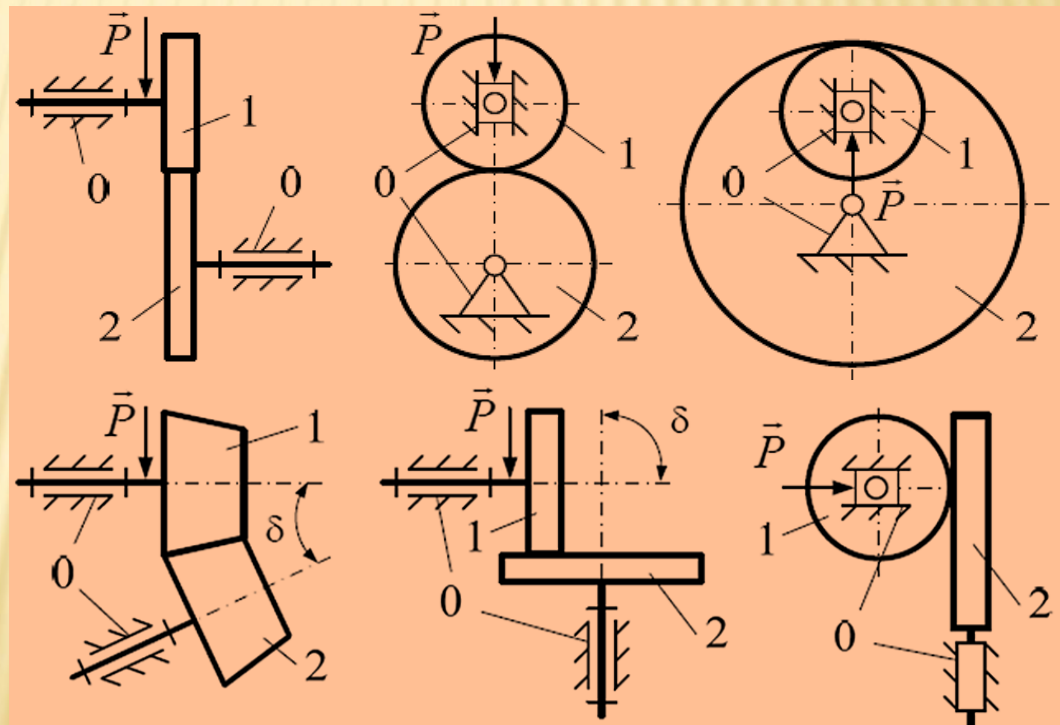
Або, передатне відношення ланок, що здійснюють обертальні рухи, прямо пропорційно відношенню кутових швидкостей і обернено пропорційно відношенню відстаней від центрів обертання до полюса.

7.4. МЕХАНІЗМИ З ВИЩИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ ПАРАМИ

Механізм з вищою кінематичною парою - це механізм, структура якого містить хоча б одну вищу кінематичну пару.

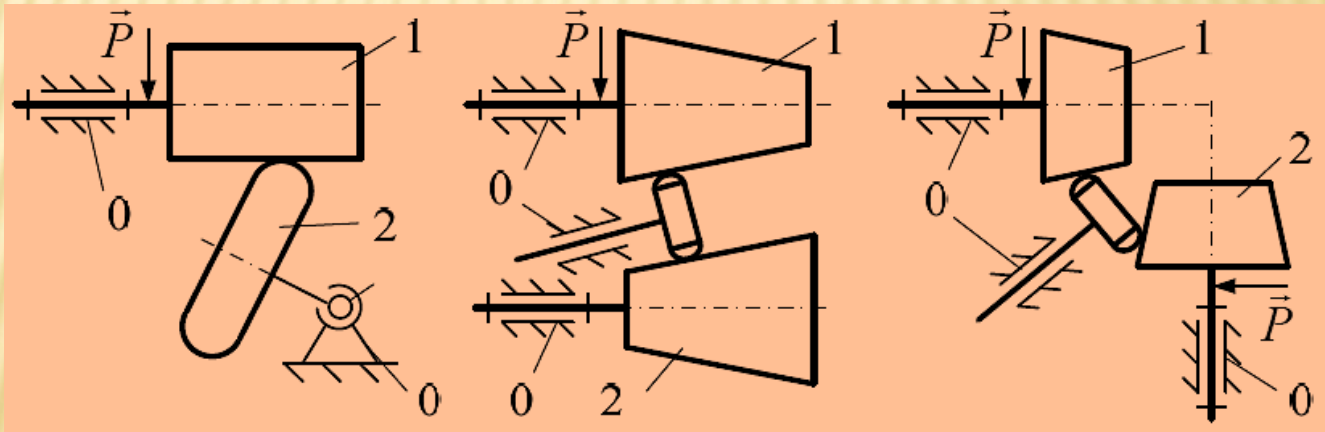
Фрикційний - це механізм з вищою парою, в якому передача руху і перетворення силових факторів здійснюється за рахунок сил тертя.

Прості фрикційні механізми

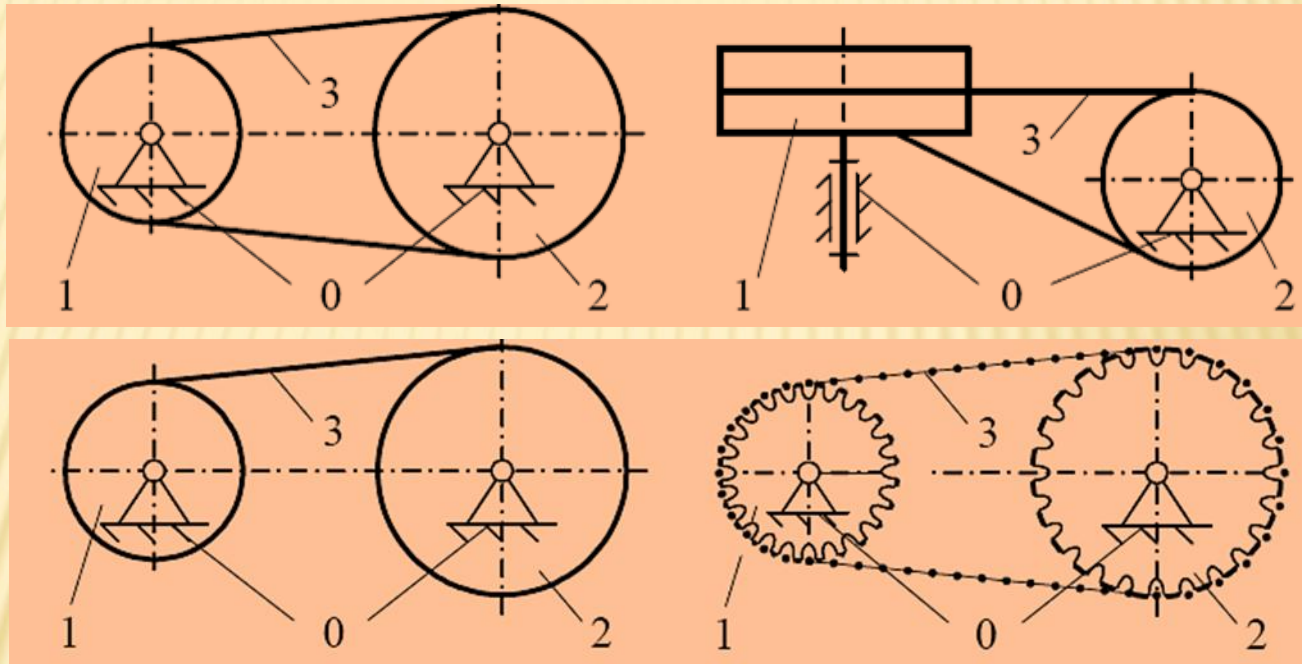


У фрикційних механізмах перетворення руху здійснюється шляхом прямого контакту поверхонь рухомих ланок. Для створення достатньої за величиною сили тертя необхідно додаткове зусилля, що призводить до деформацій робочих поверхонь ланок, викликаючи їх підвищене зношення. Мінливість передатного відношення звужує сферу їх застосування.

Фрикційні механізми, що володіють можливістю зміни передатного відношення у заданому діапазоні, називаються *варіаторами*.

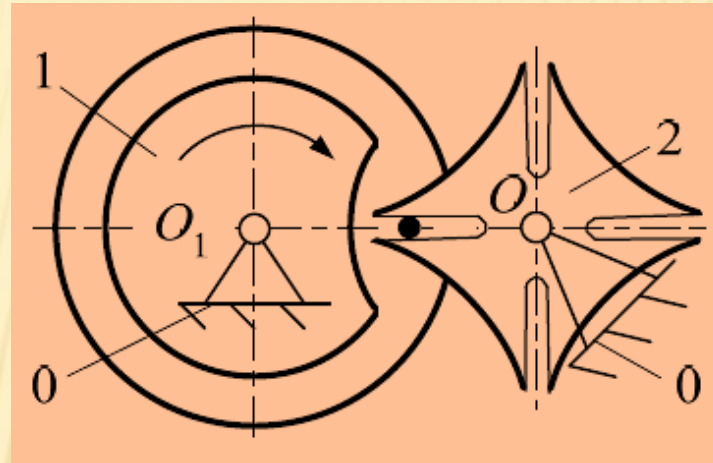


Механізми з гнучкими ланками - це механізми з вищими кінематичними парами, у яких передача руху здійснюється за рахунок гнучкої ланки.



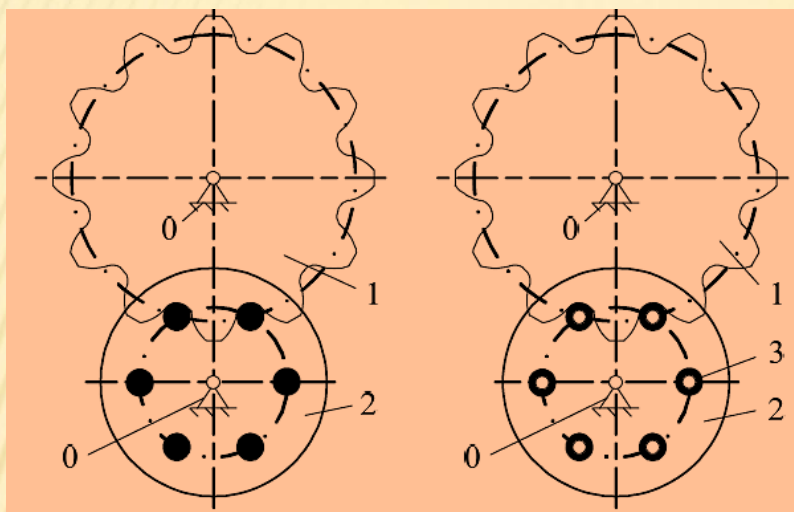
Перетворення руху здійснюється за допомогою зміни форми робочих поверхонь гнучкої ланки. Проковзування і витягування ременів, канатів і тросів у пасових механізмах, підвищене зношення ланцюгів у механізмах, а також мінливість передатного відношення звужує область їх застосування .

Мальтійський механізм - це механізм, що містить кривошип, який має спеціальний виступ - палець, що переривчасто зчіплюється з пазом вихідної ланки.



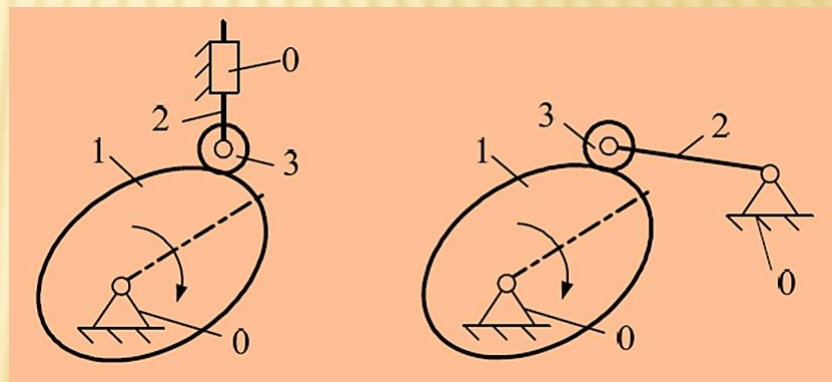
Мальтійські механізми призначені для перетворення обертального руху ведучої ланки у переривчастий рух вихідної ланки, що супроводжується зупинками необхідної тривалості.

Зубчастий механізм - це механізм з вищою кінематичною парою, у структуру якого входять ланки, оснащені зубцями (докладніше див. Розділ 8).



Цівковий механізм - це механізм з паралельними геометричними осями обертання ланок, одна з яких має спеціальні циліндричні виступи - цівки.

Кулачковий механізм - це механізм, що має можливість переривчастого руху вихідної ланки, і структура якого містить хоча б одну ланку з робочою поверхнею змінної кривини.



7.5. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 7

1. Дати визначення початкової поверхні.
2. Сформулювати теорему про вищу кінематичну пару.
3. Що називається полюсом спряження (зачеплення)?
4. Дати визначення центроїди.
5. Пояснити основну властивість вищої кінематичної пари.
6. Сформулювати основну теорему спряження.
7. Дати визначення фрикційних механізмів.
8. Які механізми називають варіаторами?
9. Що уявляють собою механізми з гнучкими ланками?
10. Дати уявлення про мальтійські механізми.
11. Що називають зубчастими механізмами?
12. Навести приклади цівкових механізмів.
13. Дати визначення кулачкових механізмів. Навести приклади.

8. ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Зубчастий механізм - це механізм з вищою кінематичною парою, у структуру якого входять ланки, оснащені зубцями.

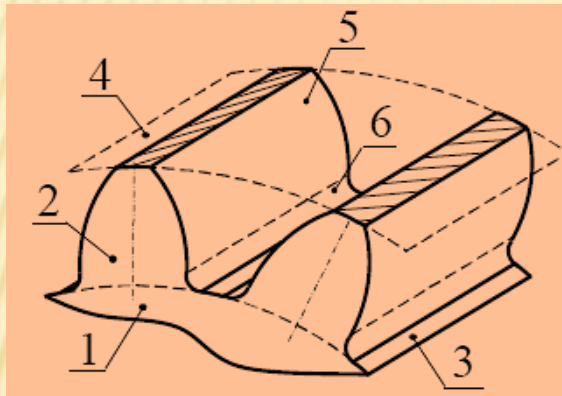
Найбільшого поширення зубчасті механізми отримали в якості передатних або перетворюючих пристроїв, що використовуються для узгодження характеристик робочої і енергетичної машини.

Зубчасті механізми, призначені для зменшення кутової швидкості вихідної ланки з одночасним підвищенням крутного моменту у порівнянні з вхідними значеннями цих параметрів, називаються *редукторами*, а зубчасті механізми, призначені для збільшення кутової швидкості зі зменшенням значення крутного моменту на вихідній ланці - *мультиплікаторами*.

В залежності від особливостей структури, усі зубчасті механізми поділяються на два види: *прості та складні*.

8.1. ГЕОМЕТРИЧНІ ЕЛЕМЕНТИ ЗУБЧАСТОГО КОЛЕСА

Розглянемо елементи зубчастого колеса на прикладі прямозубого циліндричного колеса.



Циліндрична поверхня 3, що відокремлює зубці 2 від частини тіла 1 зубчастого колеса, називається *поверхнею западин*.

Циліндрична поверхня 4, що обмежує зубці з боку протилежного тілу зубчастого колеса, називається *поверхнею вершин зубців*.

Бокова поверхня зубця 2 складається із *головної* 5 і *перехідної* 6, яку називають *галтеллю*.

Головна – це та частина поверхні зубця, яка, взаємодіючи з головною боковою поверхнею другого зубця, забезпечує передачу обертального руху від одного вала до другого.

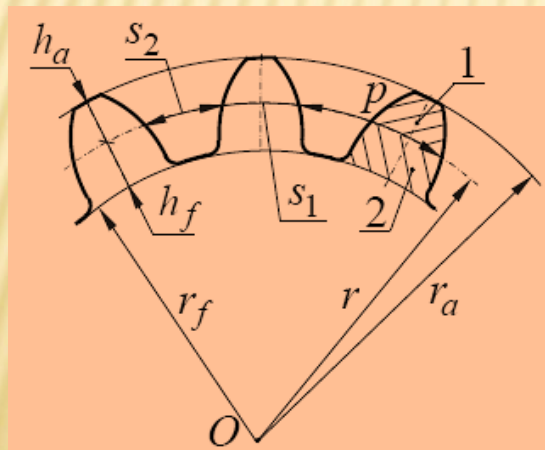
Перехідна – забезпечує спряження головної бокової поверхні 5 з поверхнею западин 3.

Простір між двома сусідніми зубцями називається *впадиною*.

Головна поверхня зубця може бути окреслена будь-якою гладкою безперервною кривою, але частіш за все використовується *евольвента*. Такі зубчасті колеса та відповідно передачі отримали назву *евольвентних*.

Широке застосування евольвентні передачі отримали в силу ряду переваг:

- забезпечують стале відношення кутових швидкостей зубчастих коліс;
- мають високі експлуатаційні властивості;
- виготовлення евольвентних зубчастих коліс і інструмента для їх нарізання є найбільш простим.



Замість поверхні западин розглядають коло западин зубців радіуса r_f , замість поверхні вершин – коло вершин зубців радіуса r_a , замість головної і перехідної поверхонь зубця – головний і перехідний профілі зубця.

Розміри зубчастих коліс зручно задавати в частках від лінійної величини, пов'язаної з розміром зубця.

Коловим кроком колеса з числом зубців z на колі радіуса r називається відстань по дузі кола між двома однойменними точками двох сусідніх зубців: $p = 2\pi r / z$.

Для визначення основних розмірів зубчастих коліс, за основну одиницю, прийнято відношення колового кроку p до числа π , яке називається *модулем зачеплення*. Модуль зачеплення вимірюється в міліметрах: $m = p / \pi = 2r / z$.

Модуль зачеплення є змінним по висоті зубця. Коло зубчастого колеса радіуса r , на якому модуль відповідає стандарту, називається *ділильним*: $r = mz / 2$.

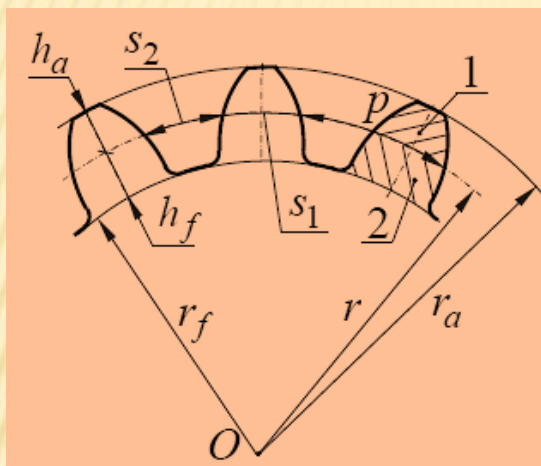
Ділильне коло можна визначити і як коло, яке є базовим для визначення розмірів зубців.

Крок зубчастого колеса на ділильному колі дорівнює: $p = m\pi$.

Зубці окреслені двома симетричними профілями. Відстань між цими профілями називається *товщиною зубця*.

Якщо товщина зубця на ділильному колі дорівнює ширині западини $s_1 = s_2$, то зубчасте колесо називають *нульовим*.

Ділильне коло поділяє зубець на дві частини – голівку 1 і ніжку 2.
 Для нульового колеса: $h_a = m$, $h_f = 1,25m$.



Більший розмір ніжки зуба у порівнянні з голівкою забезпечує у зачепленні зазор між поверхнею вершин одного колеса і поверхнею западин другого. Тоді товщина зубця на ділильному колі, а також радіуси кіл западин і вершин зубців для нульового колеса будуть відповідно дорівнювати:

$$s_1 = p/2 = mz/2,$$

$$r_f = r - 1,25m,$$

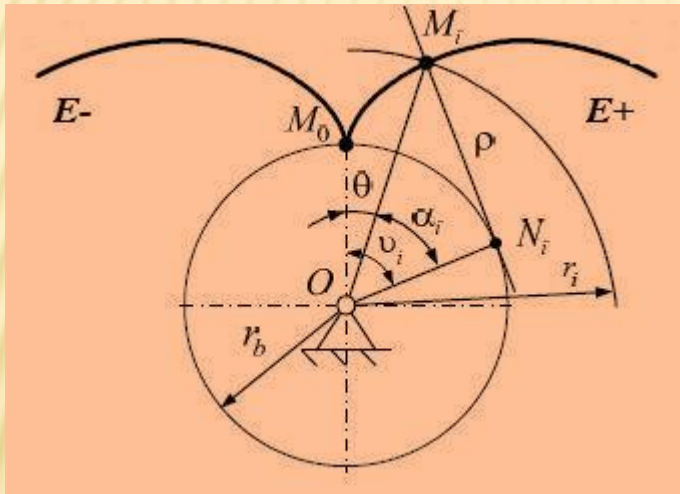
$$r_a = r + m.$$

Як указувалося раніше, головна поверхня зубця частіше є евольвентною. Зупинимося на питанні про те, що собою являє евольвента кола і якими важливими властивостями для зачеплення вона володіє.

8.2. ЕВОЛЬВЕНТА ОКРУЖНОСТІ

Твірною профілів зубів циліндричних коліс є крива другого порядку. Найбільшого поширення набув евольвентний профіль зубів, тобто профіль зубів, виконаний за евольвентою окружності.

Евольвента - це крива M_0M_i , геометричним місцем центрів кривизни якої є інша крива, яка називається еволютою.



Еволюта - це частина дуги основної окружності M_0N_i , що відповідає геометричному місцю центрів кривизни евольвенти.

Основна окружність - це окружність, що з'єднує точки зародження евольвент.

Евольвенти окружності описуються точками прямої M_iN_i при її перекочуванні по основному колу без ковзання.

Твірна пряма є нормаллю до евольвенти у розглянутій довільній точці M_i і відповідає дотичній до основного кола у точці N_i . Відрізок нормалі M_iN_i твірної дорівнює радіусу кривини евольвенти, тобто $M_iN_i = \rho = r_b \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$, де α - кут профілю у точці N_i .

Властивості евольвенти кола.

1. Форма евольвенти визначається тільки значенням радіуса основного кола r_b . При прагненні радіусу основного кола до безкінечності евольвента переходить у пряму.

2. Евольвента має дві гілки і точку повернення M_0 , що лежить на основному колі. Під час перекочування твірної по основному колу у напрямку ходу годинникової стрілки отримуємо позитивну гілку $E +$ евольвенти, а при перекочуванні по основному колу у протилежному напрямку - негативну гілку $E -$.

Евольвента не має точок всередині основного кола.

3. Усі евольвенти одного основного кола є еквідистантними.

8.3. ЕВОЛЬВЕНТНЕ ЗАЧЕПЛЕННЯ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

Профілі зубів, що виконані по евольвенті кіл, утворюють евольвентне зачеплення.

Профілі зубів, що утворюють евольвентне зачеплення, контактуючи один з одним, утворюють кут, який називається *кутом зачеплення*.

Основними геометричними параметрами евольвентного зубчастого зачеплення є *міжосьова відстань і кут зачеплення*.

Властивості евольвентного зачеплення:

- передатне відношення евольвентного зачеплення визначається тільки відношенням величин радіусів основних кіл і є величиною постійною;
- при зміні міжосьової відстані в евольвентному зачепленні його передатне відношення не змінюється;
- за межами лінії активного зачеплення гілки евольвент не мають загальної нормалі, і профілі зубів перетинаються. Перетин профілів є причиною виникнення інтерференції евольвент, що призводить до заклинювання і підрізання контактуючих зубів.

8.4. ПРОСТІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Простий зубчастий механізм - це триланковий механізм, що складається з двох зубчастих коліс і стійки.

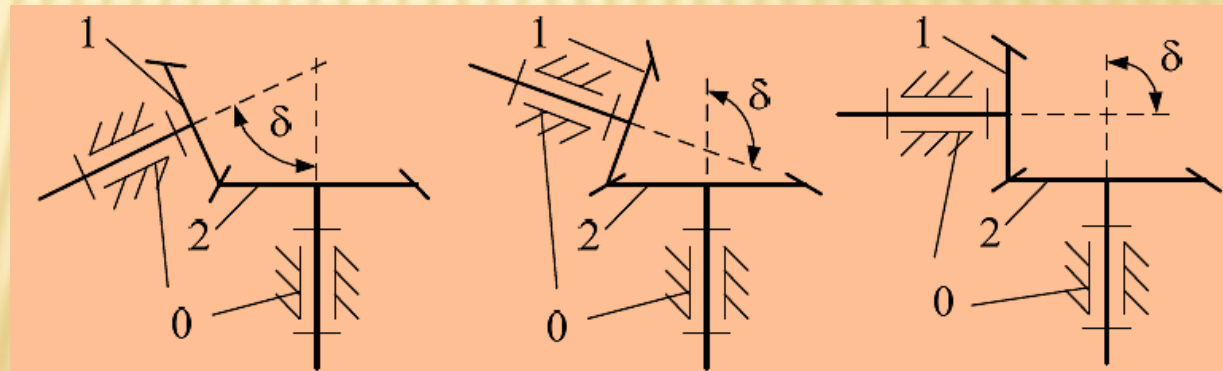
У простих зубчастих механізмах зубчасті колеса утворюють між собою вищі кінематичні пари, а зі стійкою утворюють нижчі кінематичні пари (поступальні або обертальні).

Ведуча ланка простого зубчастого механізму називається *шестернею*, а ведена ланка - *зубчастим колесом*. Параметри шестерні зубчастого механізму прийнято позначати з індексом 1, а параметри зубчастих коліс - з індексами, що відповідають номерам їх коліс.

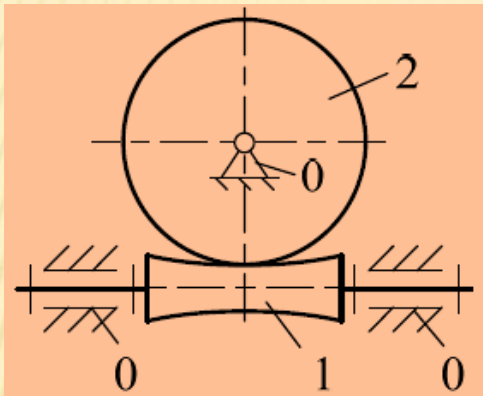
Прості зубчасті механізми класифікують

1) за формою початкових поверхонь:

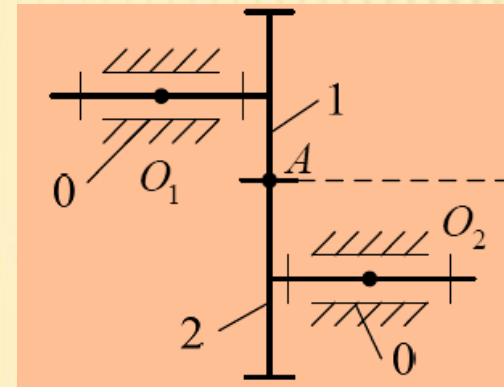
- конічні



- *глобоїдні*



- *циліндричні*



2) за розташуванням ланок у просторі:

- *просторові*
- *плоскі*

3) за розташуванням геометричних осей:

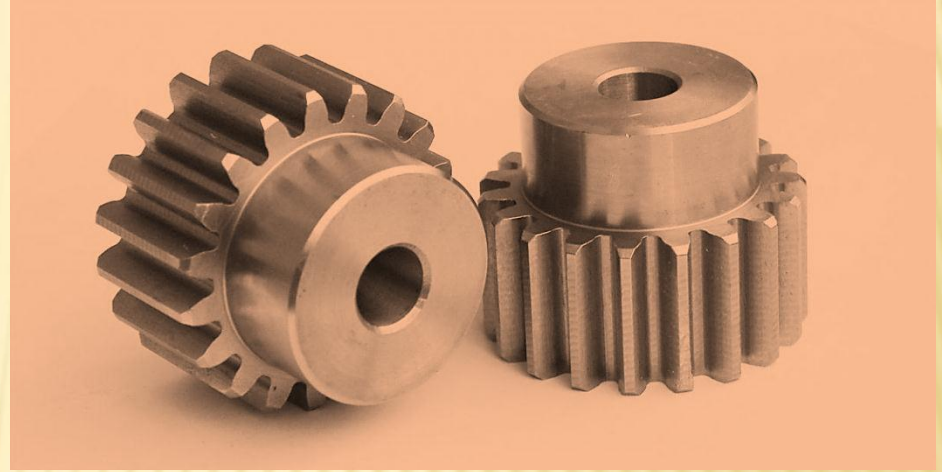
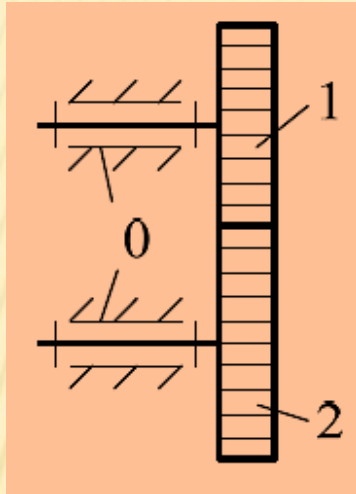
- *з паралельними геометричними осями*
- *з геометричними осями що перетинаються*
- *з перехресними геометричними осями*

4) за формою профілю зуба:

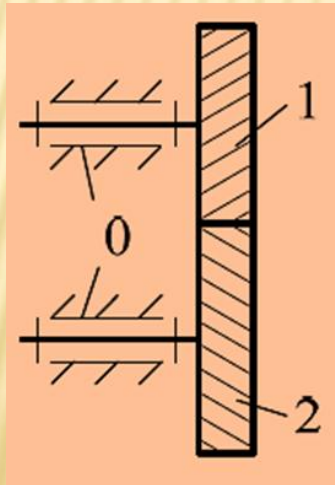
- *з евольвентним профілем*
- *з циклоїдним профілем*
- *з круговим профілем (передачі Новікова)*

5) за формою лінії зуба:

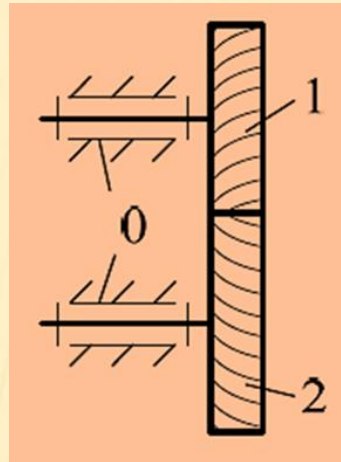
- з прямим зубом або прямозубі



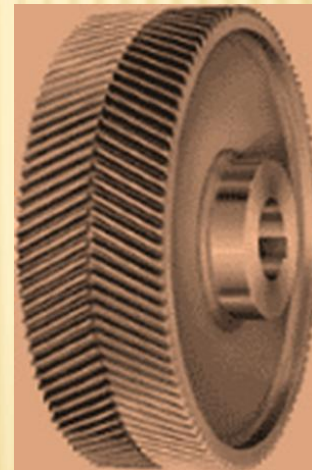
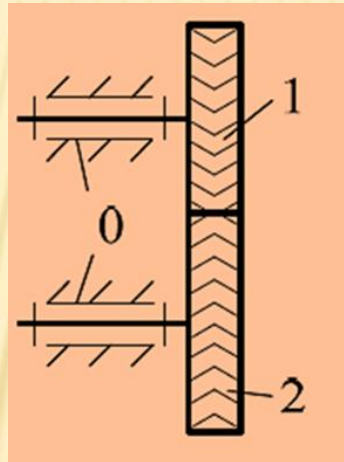
- з косим зубом або косозубі



- з криволінійним
зубом



- шевронні



- б) за формою і видом зубчастих коліс:
- з круглими колесами
 - з некруглими колесами.

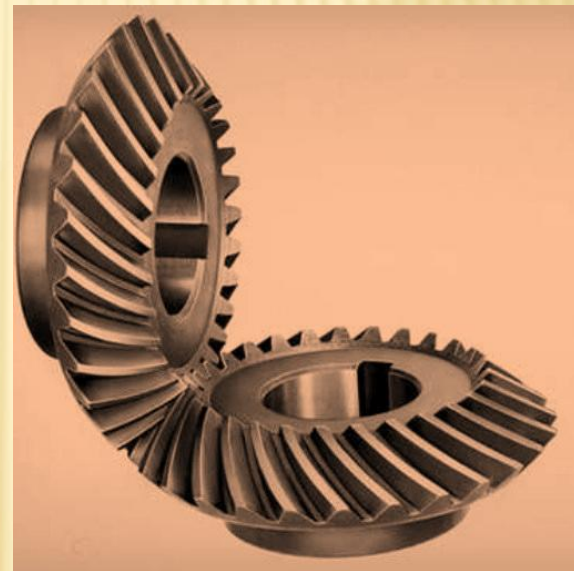
8.4.1. ПРОСТОРОВІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Просторовий зубчастий механізм - це механізм з вищою кінематичною парою, ланки якого здійснюють рухи у площинах що перетинаються.

До механізмів даного виду відносяться *конічні та черв'ячні*.

Конічний зубчастий механізм - це просторовий механізм з осями обертання коліс що перетинаються та які мають початкові конічні поверхні.

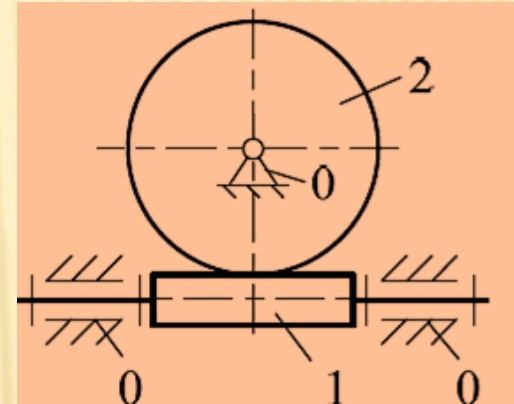
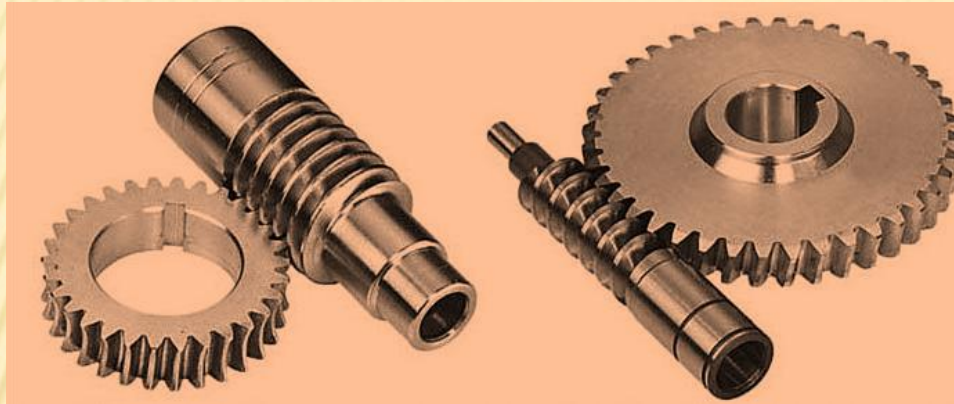
Осі зубчастих коліс у конічних механізмах можуть становити будь-який кут. Найбільшого поширення набули ортогональні конічні зубчасті механізми.



Конічні зубчасті механізми є реверсивними, а також можуть працювати у режимі редуктора або мультиплікатора.

Конічні зубчасті механізми ефективні для реалізації передавальних відносин до 5 і забезпечують ККД 0,96-0,98.

Черв'ячний механізм - це просторовий механізм з перехресними осями обертання ланок, одне з яких має робочу поверхню, виконану у вигляді гвинтової лінії.



Ланка черв'ячного механізму, що має робочу поверхню, виконану у вигляді гвинтової лінії, називається *черв'як 1*, а ведена ланка - *черв'ячне колесо 2*.

Черв'ячні механізми є реверсивними, проте у здебільшого використовуються у режимі редуктора.

Черв'ячні механізми дозволяють реалізувати великі передатні числа, проте мають порівняно низький ККД (0,6-0,97).

8.4.2. ПЛОСКІ ЦИЛІНДРИЧНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Плоский зубчастий механізм - це механізм, у якому зубчасті колеса роблять рухи в одній площині.

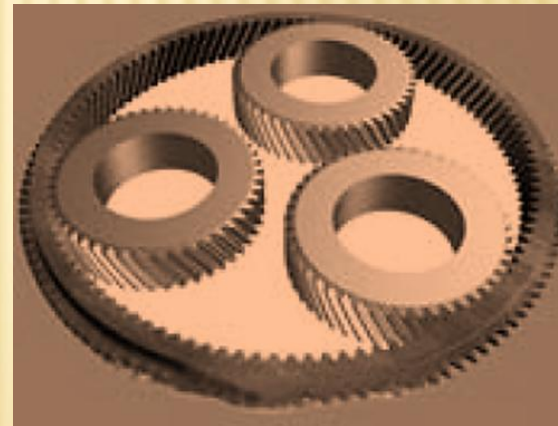
Циліндричний зубчастий механізм - це зубчастий механізм з паралельними геометричними осями коліс, які мають початкові циліндричні поверхні.

Для простих циліндричних зубчастих механізмів характерна наявність двох видів зачеплення: *зовнішнього і внутрішнього*.

Зовнішнє зачеплення

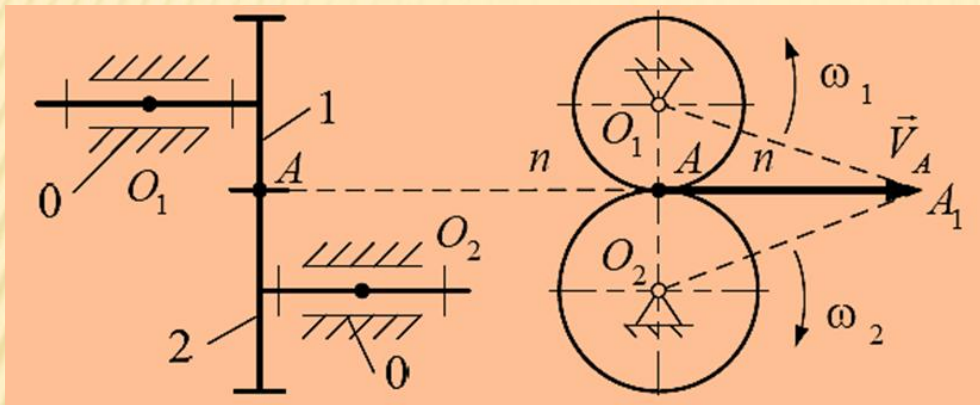


Внутрішнє зачеплення



Структурний аналіз. Прості циліндричні зубчасті механізми незалежно від виду зачеплення мають рухливість рівну 1.

Кінематичний аналіз. Для розв'язання задач кінематичного аналізу скористаємося характерними точками механізму, в якості яких обираємо геометричні центри кінематичних пар.



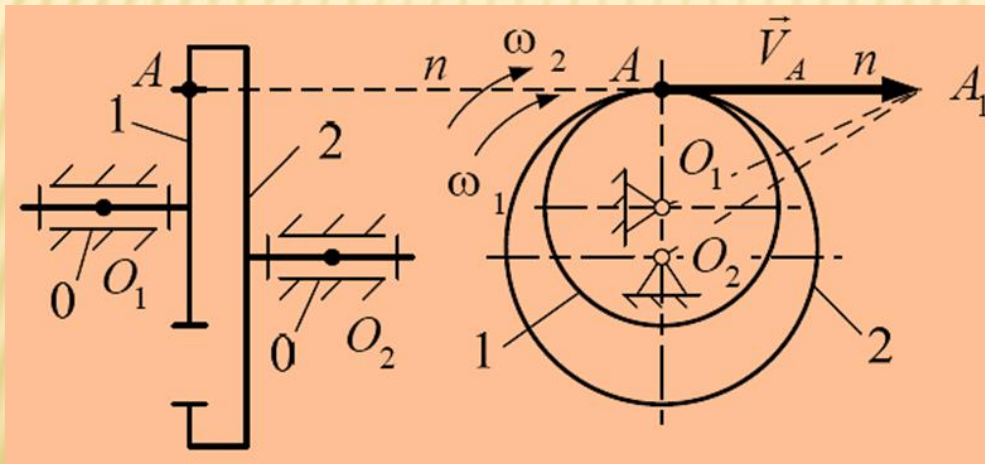
Очевидно, що без проковзування

$$V_A = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2}.$$

Отже:
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_2}{d_1} = \pm \frac{z_2}{z_1}.$$

Тут d і z - діаметри і число зубців.

Знак «-» означає, що ланки механізму із зовнішнім зачепленням обертаються в різних напрямках. Знак «+» говорить, що ланки з внутрішнім зачепленням обертаються в одному напрямку.

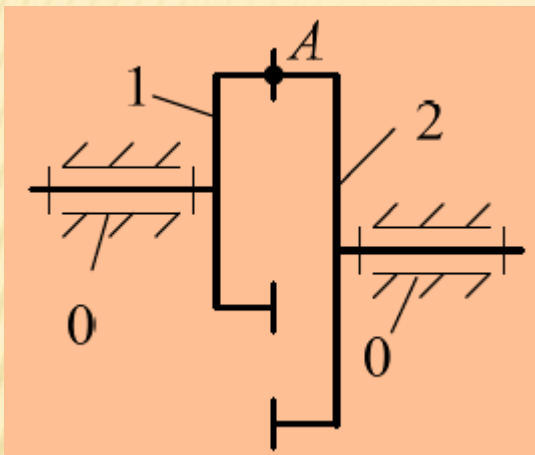


Циліндричні зубчасті механізми є реверсивними і можуть працювати як у режимі редуктора, так і мультиплікатора.

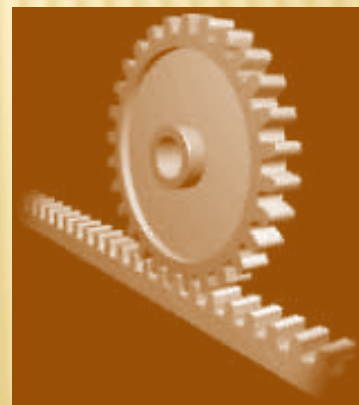
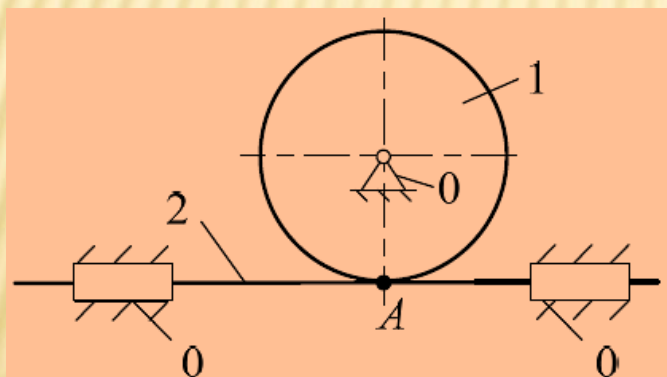
Найбільшого поширення набули прямозубі циліндричні зубчасті механізми. Однак прямозубі циліндричні зубчасті механізми працюють при невеликих і середніх (від 3 до 15 м / с) окружних швидкостях і їх здатність навантаження пропорційна габаритним розмірам.

Підвищення навантажувальної здатності при збереженні габаритів забезпечується циліндричними зубчастими механізмами з косими або криволінійними зубцями. Ці види циліндричних зубчастих механізмів працюють при середніх (від 3 до 15 м / с) або великих (вище 15 м / с) окружних швидкостях, але мають істотний недолік: поява у процесі роботи додаткових осьових зусиль. Виключити цей недолік дозволяють шевронні циліндричні зубчасті механізми, які володіють більш високою навантажувальною здатністю, що є наслідком збільшення площі контакту зубів коліс.

Одним з різновидів циліндричних механізмів є механізми з торцевим зачепленням, або торцеві механізми.



Окремим випадком циліндричних механізмів є рейкові механізми.



Рейкові механізми є реверсивними і можуть працювати як у режимі редуктора, так і в режимі мультиплікатора.

8.5. СКЛАДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

У більшості випадків необхідно вирішити завдання зміни вхідних параметрів у вихідні параметри у широкому діапазоні, а також передачі руху на великі відстані при забезпеченні необхідного напрямку обертання вихідної ланки, що робить неефективним застосування простих механізмів. У цьому випадку для вирішення даного завдання застосовуються складні зубчасті механізми.

Складний зубчастий механізм - це механізм, утворений числом зубчастих коліс більше двох.

Складні зубчасті механізми підрозділяються:

1) за кількістю рядів:

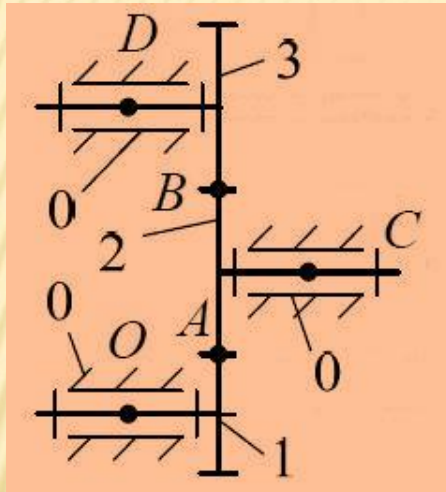
- однорядні механізми;
- багаторядні механізми;

2) за кінематичним станом осей обертання зубчастих коліс:

- механізми, у яких всі колеса мають нерухомі осі обертання;
- механізми, до складу яких входять зубчасті колеса з рухомими осями обертання.

8.5.1. ОДНОРЯДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Однорядний зубчастий механізм - це складний зубчастий механізм, утворений послідовним з'єднанням простих зубчастих механізмів з розташуванням всіх коліс в один ряд.



Структурний аналіз. Схема складного однорядного зубчастого механізму утворена послідовним з'єднанням простих зубчастих циліндричних механізмів, що відносяться до плоских механізмів, отже, розглянутий механізм також є плоским, рухливість якого визначається за формулою Чебишева: $(n = 3, p_1 = 3, p_2 = 2), W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$.

Кінематичний аналіз. Передатне відношення даного механізму розкладається на передатні відношення простих механізмів: $i_{13} = i_{12}i_{23}$.

Передатні відношення простих зубчастих механізмів:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_2}. \quad \text{Тоді} \quad i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_1}.$$

У формулах ω і z - відповідно кутові швидкості та кількість зубців колес.

Аналіз виразу показує, що передатне відношення складного однорядного зубчастого механізму не залежить від параметрів колеса 2, що є *паразитним колесом*.

Паразитне зубчасте колесо - це колесо, геометричні параметри якого не впливають на передатні відношення складного механізму.

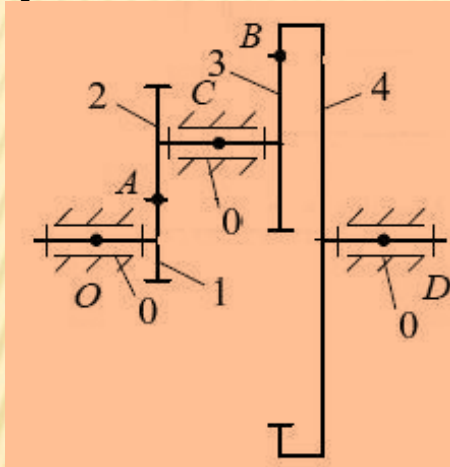
Паразитні зубчасті колеса вводять у структуру складних зубчастих механізмів з метою зміни напрямку обертання вихідної ланки.

Складні однорядні зубчасті механізми є реверсивними. Вони можуть працювати у режимі редуктора або мультиплікатора і мають як пряме, так і зворотнє передатне відношення.

Складні однорядні механізми ефективні при невеликих передатних числах ($i \leq 5$), тому що механізми з передатними числами вище 5 мають великі габаритні розміри і мають невисоку міцність. Для реалізації передатних чисел більше 5 застосовуються складні багатоступінчасті або багаторядні механізми.

8.5.2. БАГАТОРЯДНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Багатоступінчастий (багаторядний) зубчастий механізм - це складний механізм, утворений послідовним з'єднанням простих зубчастих механізмів з розташуванням коліс за декількома рядами.



Структурний аналіз. Схема складного багаторядного зубчастого механізму утворена послідовним з'єднанням простих зубчастих циліндричних механізмів, що відносяться до плоских механізмів, отже, розглянутий механізм також є плоским, рухливість якого визначається за формулою Чебишева.

Механізм складається зі стійки 0, представленої трьома шарнірно нерухомими опорами і трьох рухомих ланок 1, 2, 4. Колеса 2 і 3 жорстко з'єднані одне з одним і утворюють *блок зубчастих коліс*, який розглядається як одна ланка. У цьому випадку $n = 3$.

Блок зубчастих коліс - це ланка зубчастого механізму, що складається з декількох жорстко пов'язаних коліс, що мають загальну геометричну вісь і однакову кутову швидкість.

У нашому випадку $p_1 = 3$, $p_2 = 2$. Тоді $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1$.

Передатне відношення розглянутого механізму представляється у вигляді: $i_{14} = i_{12}i_{34}$.

Передатні відношення простих зубчастих механізмів:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_3}. \quad \text{Тоді: } i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{z_4}{z_3}.$$

Отримана рівність є прямим передатним відношенням складного багаторядного зубчастого механізму від шестерні 1 до вихідного зубчастого колеса 4. Знак «-» означає, що шестерня 1 і зубчасте колесо 4 обертаються в різних напрямках.

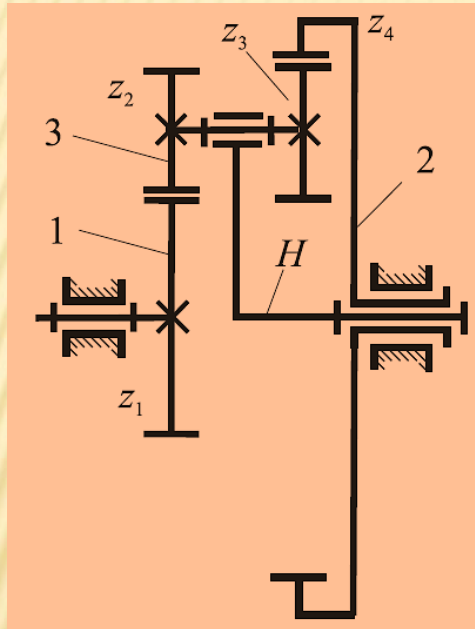
Аналіз виразу показує, що передатне відношення складного багаторядного зубчастого механізму залежить від параметрів всіх коліс, що його утворюють.

Складні багаторядні зубчасті механізми є реверсивними і можуть працювати у режимі редуктора або мультиплікатора.

При кількості простих зубчастих механізмів більше двох передатне відношення складного багаторядного механізму визначається за виразом: $i_{1n \dots i_{(n-1)n}} = (-1)^k \frac{z_2 \dots z_n}{z_1 \dots z_{(n-1)}}$, де k - кількість простих зубчастих механізмів із зовнішнім зачепленням.

8.5.3. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Диференціальний зубчастий механізм це - епіциклічний механізм (з рухомими осями), ступінь рухливості якого більше одиниці.



На рис. зображений механізм, який містить колеса з рухомими осями, що називаються *сателітами*.

Структурний аналіз. Механізм має чотири рухомі ланки (центральні колеса 1 і 2, блок сателітів 3, водило H), чотири нижчі кінематичні пари, і дві вищі. Його ступінь рухливості $\mathcal{W} = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2$.

Кінематичний аналіз. Визначимо співвідношення між кутовими швидкостями коліс та водила.

Застосуємо *метод інверсії* – оберненості руху (*метод Вилліса*). Для цього всій системі умовно задамо кутову швидкість $(-\omega_H)$. Тоді водило зупиняється і механізм перетворюється в одно- або багаторядний зубчастий механізм з нерухомими осями.

Тоді кутові швидкості коліс дорівнюють:

$$\omega_1^{(H)} = \omega_1 - \omega_H; \omega_2^{(H)} = \omega_3^{(H)} = \omega_2 - \omega_H; \omega_4^{(H)} = \omega_4 - \omega_H.$$

Верхній індекс вказує, що водило H зупинене умовно.

Передатне відношення оберненого механізму:

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_4^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}.$$

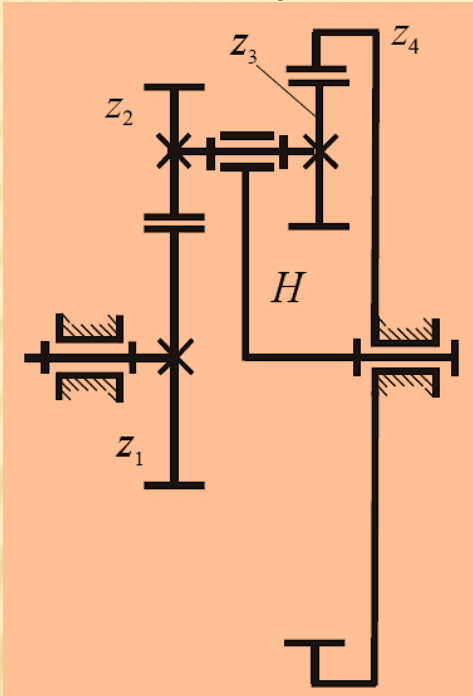
У передатному відношенні стоїть знак «-», оскільки має місце одне зовнішнє зачеплення:

$$i_{12} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_2^{(H)}}; i_{34} = -\frac{\omega_3^{(H)}}{\omega_4^{(H)}}.$$

Цей вираз дозволяє визначити будь-яку з трьох кутових швидкостей ω_1, ω_H , або ω_4 , якщо відомі дві інші швидкості та кількість зубців коліс.

8.5.4. ПЛАНЕТАРНІ ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

Планетарний зубчастий механізм - це епіциклічний зубчастий механізм з рухливістю, рівною одиниці.



Центральне (коронне) колесо 4 у даному прикладі – нерухоме.

Легко переконатися, що ступінь рухливості механізму $w=1$.

Співвідношення між швидкостями вхідної та вихідної ланок планетарного механізму легко знайти за формулою, отриманої для диференціального механізму, якщо задати $\omega_4 = 0$:

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_4^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_H^{(4)}.$$

Звідси: $i_H^{(4)} = 1 - i_{14}^{(H)}$ або $i_{14}^{(H)} = 1 + i_H^{(4)} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{\omega_1}{\omega_H}.$

Ця формула дозволяє визначити кутову швидкість першого колеса (вхідної ланки) або водила (вихідної ланки), якщо відомі одна з цих швидкостей і кількість зубців коліс.

8.6. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 8

1. Дати визначення зубчастих механізмів.
2. Визначити різницю між редукторами і мультиплікаторами.
3. Навести визначення основних геометричних елементів зубчастого колеса.
4. Які зубчасті колеса називають евольвентними?
5. Дати визначення евольвенти та еволюти.
6. Перелічити основні властивості евольвенти кола.
7. Навести властивості евольвентного зачеплення.
8. Які зубчасті механізми називають простими?
9. Дати класифікацію простих зубчастих механізмів.
10. Які зубчасті механізми називаються плоскими і просторовими?
11. Визначити рухливість простих зубчастих механізмів.
12. Які зубчасті механізми називають складними?
13. Дати класифікацію складних зубчастих механізмів.
14. Чим відрізняється рядовий зубчастий механізм від ступінчастого?
15. Визначити передатне відношення рядового і ступінчастого зубчастих механізмів.

16. Дати визначення блоку зубчастих коліс.
17. У якому зубчастому механізмі є паразитні колеса?
18. До складу яких зубчастих механізмів входять сателіти?
19. Назвати зубчасті колеса, що входять до складу планетарного механізму.
20. Пояснити різницю планетарного зубчастого механізму від диференціального.
21. Дати визначення зубчастого оберненого механізму.
22. У чому полягає умова співвісності для планетарних і диференціальних механізмів?
23. Визначити передатне відношення планетарного механізму.
24. Визначити передатне відношення диференціального механізму.

9. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

9.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

Для виконання робочого процесу у складі машини часто необхідно мати пристрої, рух вихідних ланок яких повинен здійснюватися за заданим законом. Найбільш простими для виконання такої задачі є *кулачкові механізми*, які дозволяють реалізувати практично будь-який закон руху вихідної ланки, включно і її періодичну зупинку, при безупинному русі вхідної ланки.

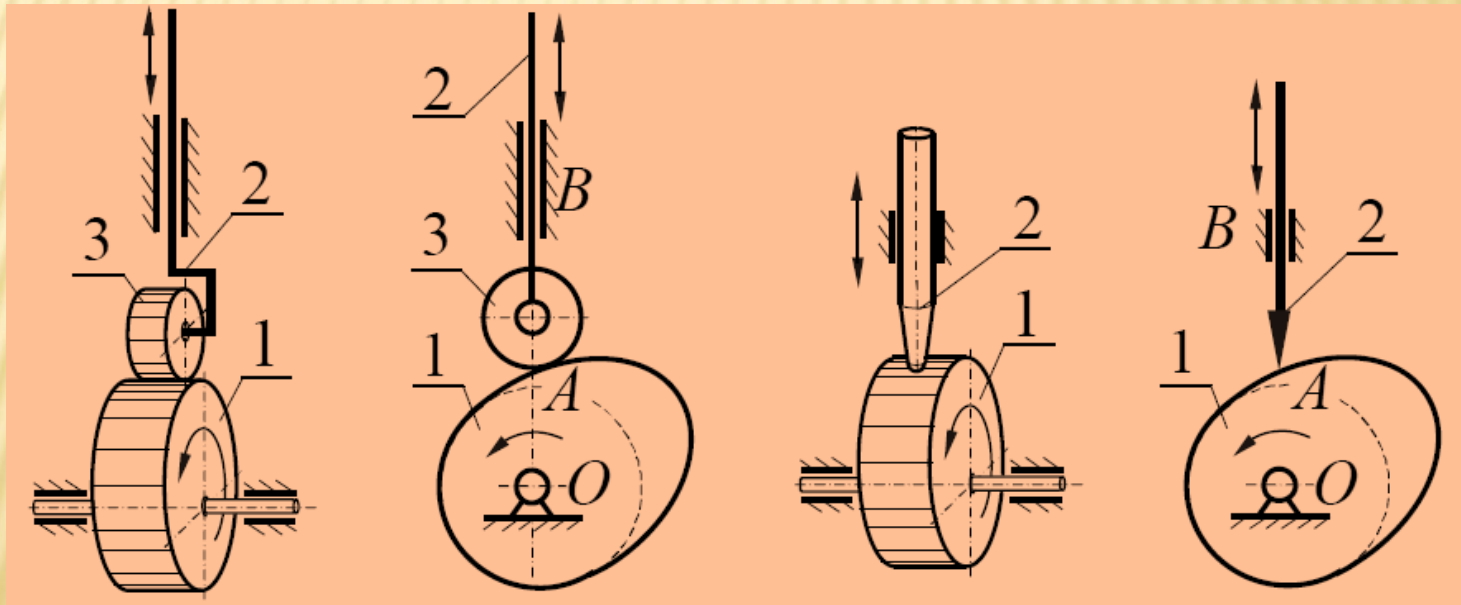
Кулачковий механізм – це триланковий механізм, який складається зі стійки і двох рухомих ланок, що утворюють між собою вищу кінематичну пару, а зі стійкою – дві нижчі кінематичні пари.

Кулачковий механізм - це механізм з вищою кінематичною парою, що володіє можливістю забезпечення зупинок вихідної ланки, а структура якого містить хоча б одну ланку з робочою поверхнею змінної кривизни.

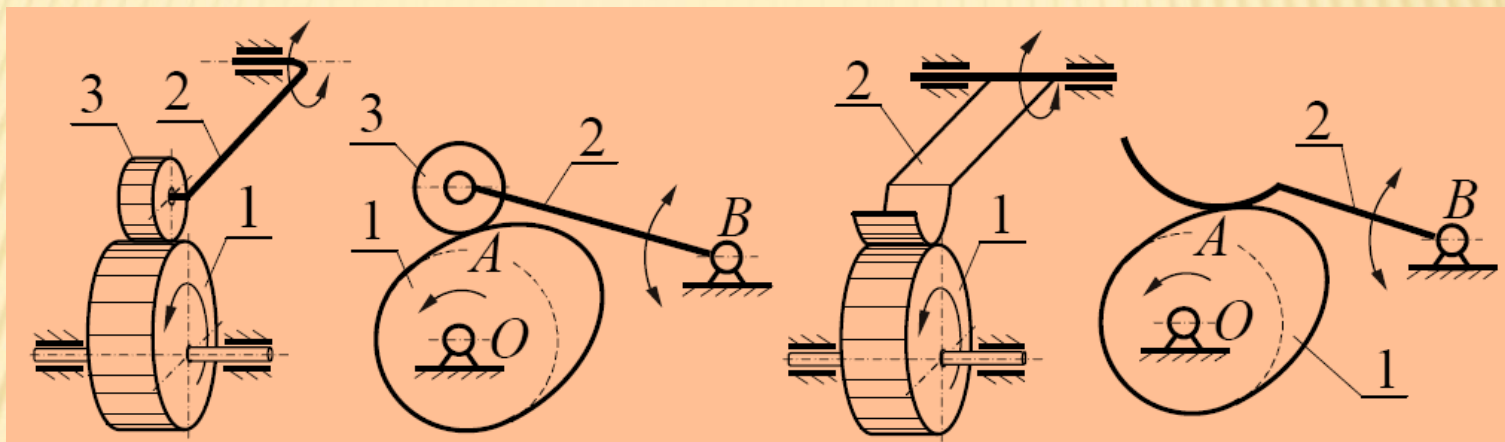
Вхідною ланкою у кулачковому механізмі, як правило, є *кулачок*, тобто ланка, якій належить елемент вищої кінематичної пари, виконаний у вигляді поверхні змінної кривизни.

Вихідні ланки можуть здійснювати зворотно-поступальний, зворотно-обертальний або просторовий рухи. Поступально рухома вихідна ланка називається *штовхачем*, а обертально рухома – *коромислом*.

Перша група механізмів перетворює обертальний рух кулачка 1 у зворотно-поступальний рух вихідної ланки 2 (штовхача).



Друга група механізмів перетворює обертальний рух кулачка 1 у коливальний рух вихідної ланки 2, яку в цьому випадку називають *коромислом*.



Частина вихідної ланки, поверхня якої контактує з робочою поверхнею кулачка, називається *башмаком*.

Поверхнею башмака вихідна ланка сприймає зусилля від кулачка і при роботі механізму ця поверхня зношується.

Для зменшення зношуваності цієї поверхні використовують башмаки різної конструкції. Найбільше застосування одержали роликові, тарілчасті та загострені зі сферою малого радіуса.

9.2. ВИДИ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

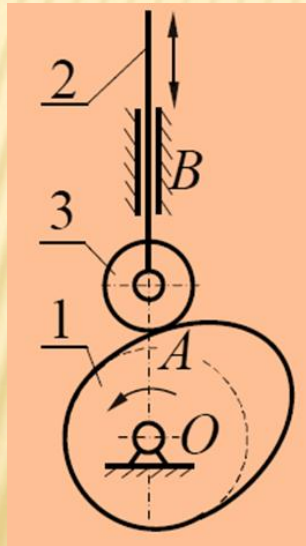
Кулачкові механізми класифікуються:

1) за службовим призначенням:

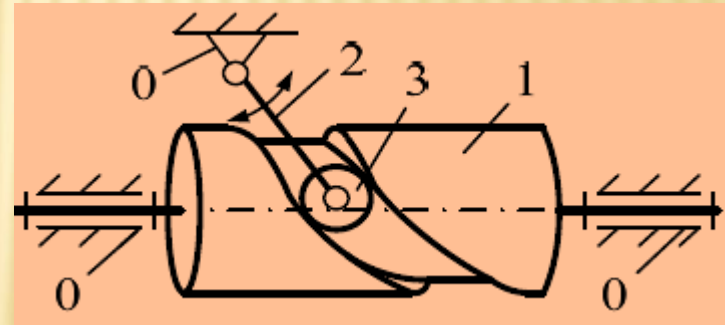
- кулачкові механізми, що забезпечують переміщення вихідної ланки за заданим законом руху;
- кулачкові механізми, що забезпечують тільки задане максимальне переміщення вихідної ланки (хід штовхача або кут розмаху коромисла);

2) за розташуванням ланок у просторі:

- плоскі



- просторові



3) за видом руху кулачка:

- з обертальним рухом кулачка;

- з поступальним рухом кулачка

4) за видом руху вихідної ланки:

- з поступальним рухом вихідної ланки;

- з обертальним рухом вихідної ланки;

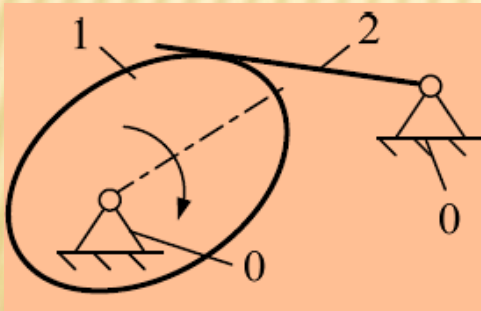
5) за наявністю ролика у складі схеми:

- з роликом;

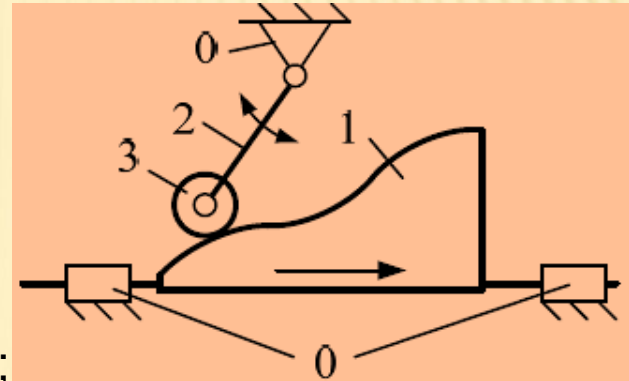
- без ролика;

6) за видом кулачка:

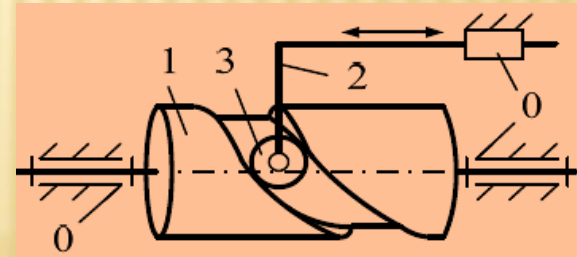
- з плоским кулачком



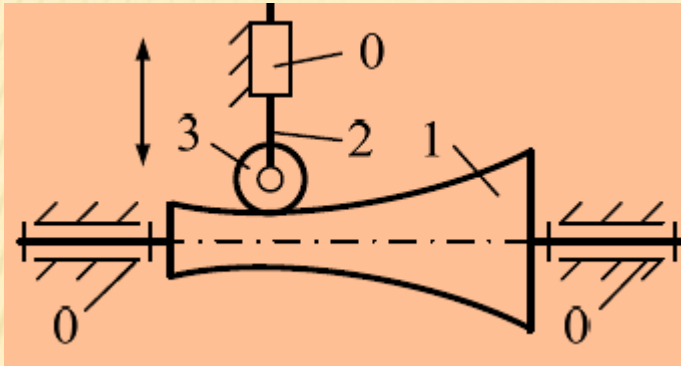
- з гвинтовим рухом кулачка;



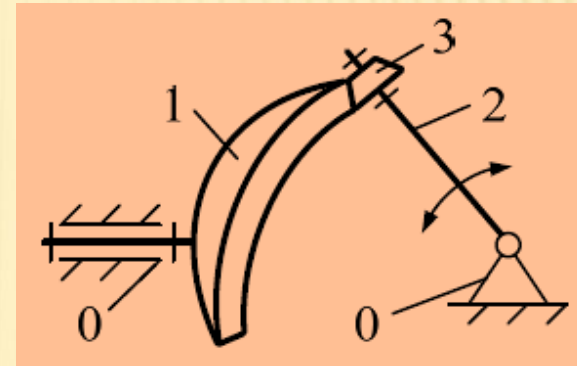
- з циліндричним кулачком



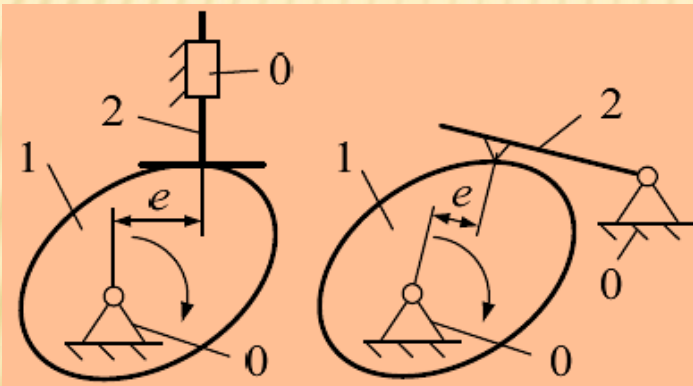
-з глобїдним кулачком



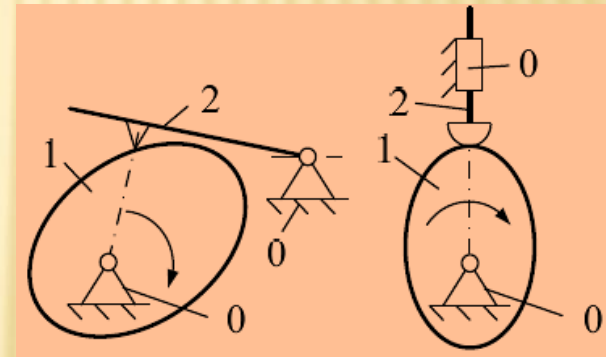
- зі сферичним кулачком



8) за наявності зміщення:
- дезаксіальні



- аксіальні



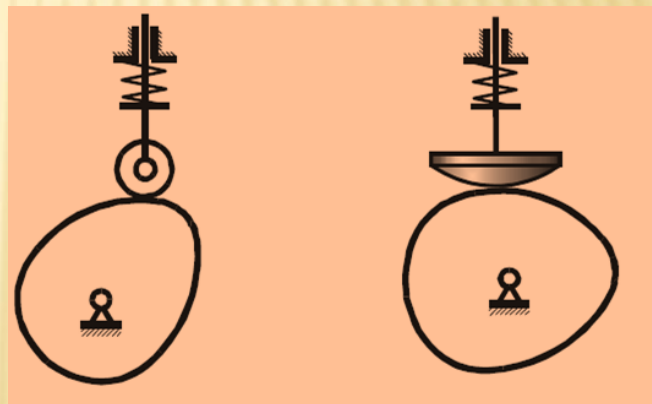
Дезаксіальний кулачковий механізм - це механізм, у якому вісь переміщення вихідної ланки зміщена відносно центру обертання кулачка. Величина зміщення називається ексцентриситетом.

9.3. СПОСОБИ ЗАМИКАННЯ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

Замикання у вищій кінематичній парі може здійснюватись під власною вагою штовхача. Але такий метод замикання ненадійний, враховуючи, що сили інерції можуть відривати штовхач від кулачка, що неприпустимо.

У кулачкових механізмах застосовується примусове замикання: *силове та геометричне (кінематичне)*.

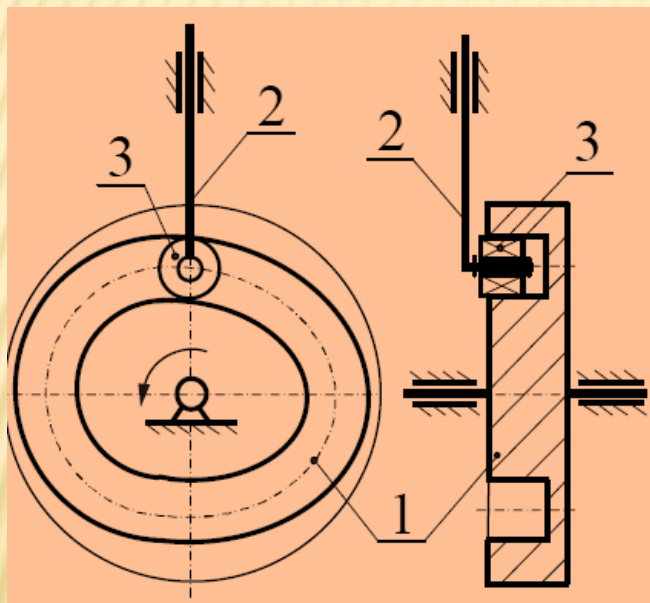
При *силовому замиканні* постійний контакт між кулачком і вихідною ланкою забезпечується, як правило, дією пружини, а інколи для цього використовується тиск рідини й т.і.



Силове замикання досить просто виконати конструктивно, однак сили пружності створюють додаткові навантаження на ланки механізму.

При геометричному замиканні можливість відриву ланок усувається введенням до схеми механізму надлишкової в'язі. Ця в'язь має бути пасивною, тобто не змінювати ступеня рухливості механізму.

Одним із найбільш розповсюджених способів геометричного замикання є застосування *пазового кулачка*.



Кулачок 1 може бути виконаним у вигляді фігурного паза, тобто кулачок має два профілі – зовнішній і внутрішній.

Ролик 3, який рухається уздовж пазу, у залежності від сил, що діють на штовхач 2, притискається до зовнішнього або до внутрішнього профілю.

У процесі експлуатації ділянки профілів, до яких ролик притискається, зношуються і паз розбивається, тому частіше використовують силове замикання за допомогою пружини.

9.4. ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

Переваги кулачкових механізмів:

- точне відтворення кінематичних параметрів: заданого закону переміщення, швидкості і прискорення вихідної ланки;
- відносна простота проектування;
- компактність.

Недоліки кулачкових механізмів:

- у вищій кінематичній парі має місце високий питомий тиск і, як наслідок, підвищений знос елементів пари;
- під час роботи механізму, у разі неточного виготовлення його деталей, має місце значний шум, особливо при зміні напрямку руху штовхача;
- необхідність замикання вищої кінематичної пари конструктивно ускладнює механізм.

9.5. КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ЗАПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ 9

1. Дати визначення кулачкових механізмів.
2. Привести головне призначення кулачкових механізмів.
3. Дати визначення кулачка, штовхача і коромисла.
4. Як рухається штовхач і коромисло?
5. Що називають башмаком вихідної ланки кулачкового механізму?
6. Перелічити види башмаків, що використовуються для вихідних ланок.
7. Класифікувати кулачкові механізми.
8. Дати визначення дезаксіального кулачкового механізму.
9. Які способи замикання кулачкових механізмів? Дати приклади.
10. Навести основні переваги та недоліки кулачкових механізмів.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1988. – 639 с.
2. Бурлака, В.В., Кучеренко, С.І., Мазоренко, Д.І., Тищенко Л.М. Основи теорії механізмів і машин. Курс лекцій / – Харків, 2009. – 340с.
3. Гавриленко, В. А. Теория механизмов / В. А. Гавриленко. – М. : Высш. шк., 1973. – 210 с.
4. Заховайко, О.П., Теорія механізмів і машин. Курс лекцій для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин”/ – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – 243 с.
5. Кіницький, Я.Т. Теорія механізмів і машин. – К.: Наукова думка. – 2002. – 661 с.
6. Кореняко, А. С. Теорія механізмів і машин/ Під ред. М.К.Афанасьєва.-К.: Вища шк. Головне вид-во, 1987.- 206 с.
7. Теория механизмов и машин. Версия 1.0 [Электронный ресурс] : электрон. учеб. пособие / П. Н. Сильченко, М. А. Мерко, М. В. Меснянкин и др. – Электрон. дан. (3 Мб). – Красноярск : ИПК СФУ, 2008.
8. Теория механизмов и машин. Версия 1.0 [Электронный ресурс] : практикум / П. Н. Сильченко, М. А. Мерко, М. В. Меснянкин и др. – Электрон. дан. (2 Мб). – Красноярск : ИПК СФУ, 2008.