

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ І УПРАВЛІННЯ
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ
ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

**Дніпро
2018**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**



**МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра управління на транспорті**

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ І УПРАВЛІННЯ
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ
ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 275 Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)

**Дніпро
НТУ «ДП»
2018**

Основи теорії систем і управління. Методичні рекомендації до виконання практичних завдань та самостійної роботи для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 275 Транспортні технології (на автомобільному транспорті) / І.О. Таран, Я.В. Літвінова, О.О. Третяк, Ю.І. Мельнікова; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро: НТУ«ДП», 2018. – 36 с.

Автори:

І.О. Таран, д-р техн. наук, проф.

Я.В. Літвінова, канд. техн. наук, доц.

О.О. Третяк, канд. техн. наук, доц.

Ю.І. Мельнікова, ст. викл.

Затверджено до видання редакційною радою Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» (протокол № 12 від 04.12.2018 р.) за поданням методичної комісії спеціальності 275 Транспортні технології (на автомобільному транспорті) (протокол № 16 від 15.11.2017 р.).

Розроблено з метою закріплення теоретичного матеріалу та отримання навичок розв'язання типових задач діяльності у галузі раціональної організації транспортного процесу при виконанні вантажних та пасажирських перевезень. Призначено для студентів спеціальності 275 Транспортні технології (на автомобільному транспорті).

Відповідальний за випуск завідувач кафедри управління на транспорті
І.О. Таран, д-р. техн. наук, проф.

Зміст

Завдання №1. Вимірювання системних параметрів	4
Завдання №2. Побудова моделей систем	10
Завдання № 3. Сітьовий граф системи.....	21
Список літератури.....	31
Додаток.....	32

Завдання №1. Вимірювання системних параметрів

Завдання

Частина I

1. Надати характеристику абсолютних значень параметрів (моментні, інтервальні ін.).
2. Розрахувати прості відносні величини (арифметичні, геометричні, гармонійні і квадратичні середні).
3. Розрахувати і побудувати гістограму розподілу.
4. Знайти середню зважену.
5. Знайти структурні середні.

Частина II

1. Вирішити задачу.
2. Зробити висновки по роботі.

Вихідні дані (частина I)

Варіант знаходиться як сума вихідних даних і двох останніх цифр залікової книжки.

Таблиця 1.1

Випуск продукції цехом заводу (штучною технічною виробничою системою)

Показник	Місяці року, n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг випуску, тис. т., y_i	1,6	3,2	4,0	2,6	3,4	5,6	4,3	8,9	6,4	5,0

Структурні середні розрахувати для ряду і для розподілу. Розрахунки провести за формулами:

- простої середньої

$$\bar{y}_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (1.1)$$

де y_i – скориговані відповідно до варіанту обсяги вихідних даних системи; n – кількість станів систем.

- гармонійної середньої

$$\bar{y}_G = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}}, \quad (1.2)$$

- геометричної середньої

$$\bar{y}_{GM} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i} \quad (1.3)$$

Середня квадратична буде дорівнювати

$$\bar{y}_{KB} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}}, \quad (1.4)$$

Структурний ряд можна представити у вигляді гістограми. Для побудови гістограми, на першому етапі необхідно визначити кількість інтервалів за формулою:

$$m = 3.22 + \ln n, \quad (1.5)$$

Кількість інтервалів необхідно округлити до найближчого цілого. Розрахувавши кількість інтервалів з урахуванням розмаху варіації приблизно визначити величину інтервалу i :

$$i = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{m} \quad (1.6)$$

де y_{\max} , y_{\min} – найбільше і найменше значення ряду чисел y_i^n .

Для побудови гістограми за даними варіаційного ряду з рівними інтервалами, як і для побудови полігону, на осі абсцис відкладають значення аргументу, а на осі ординат - значення частот або відносних частот. Далі будують прямокутники, підставами яких служать відрізки осі абсцис, довжини яких дорівнюють довжинам інтервалів, а висотами - відрізки, довжини яких пропорційні частотам або відносним частотам відповідних інтервалів.

Приклад побудови гістограми розподілу частот f наведено на рис. 1.1.

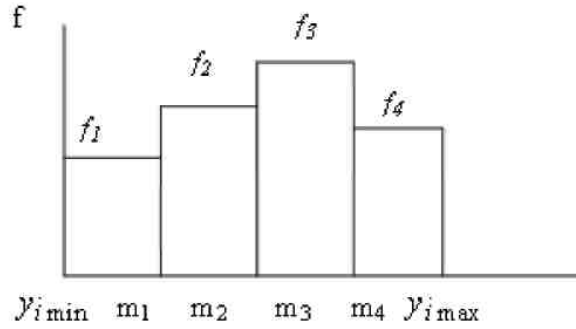


Рис. 1.1 – Гістограма розподілу вихідних параметрів системи

Серед різних варіантів знаходження середніх зважених і структур їх середніх, існує можливість їх визначення за допомогою гістограми. Так, наприклад, можна розрахувати середню зважену, приймаючи значення по середині інтервалу

$$\bar{y}_{CB} = \frac{\sum_{i=1}^m \left[\left(y_i^m + \frac{i}{2} \right) \cdot f_m \right]}{\sum_{i=1}^m f_i} \quad (1.7)$$

де y_i^m – значення початку m -го інтервалу; f_m – частота m -го інтервалу.

Середньозважену порівняти із середньою простою. У висновках відобразити причини розбіжності.

Структурні середні (моду, медіану) розрахувати за формулами:

$$M_o = X_{M_o} + i \frac{f_{M_o} - f_{-1}}{(f_{M_o} - f_{-1}) + (f_{M_o} - f_{+1})}, \quad (1.8)$$

де X_{M_o} – нижня межа модального інтервалу; f_{M_o} – частота, яка відповідає модальному інтервалу; f_{-1} – частота, яка відповідає передмодальному інтервалу; f_{+1} – частота, яка відповідає післямодальному інтервалу; i – величина інтервалу.

$$M_E = X_{M_E} + i \frac{\frac{n+1}{2} - S_{(-1)}}{f_{M_E}}, \quad (1.9)$$

де X_{M_E} – нижня межа медіанного інтервалу; i – величина інтервалу; $S_{(-)}$ – накопичена частота в інтервалі, що передує медіанного; n – кількість спостережень; f_{M_E} – частота в медіанному інтервалі.

У висновках відобразити, якими величинами оперували, значення кожної з середніх величин, причини відхилень.

Нижче наведено конкретний приклад зважених (складних) і структурних середніх, коли гістограма вже побудована.

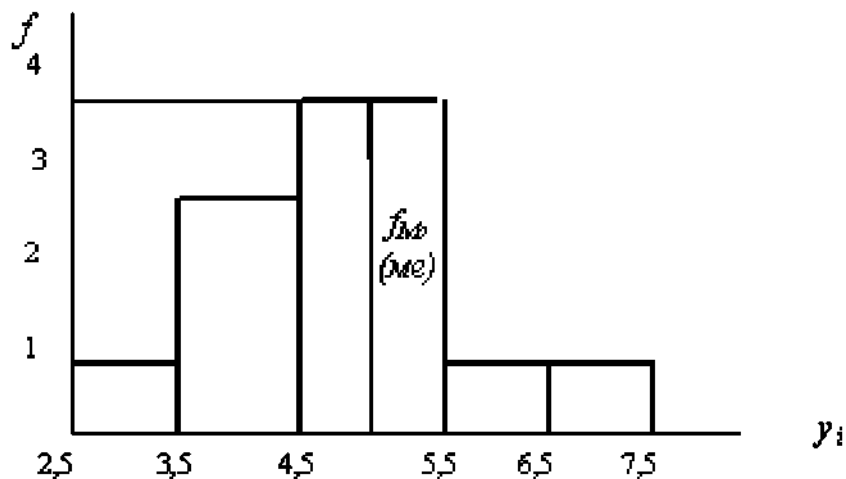


Рис. 1.2 – Гістограма розподіл умовного Y_i .

Величина інтервалу становить:

$$i = \frac{7,5 - 2,5}{5} = 1$$

Середня зважена арифметична:

$$\bar{y}_{CB} = \frac{(2,5 + \frac{1}{2}) \cdot 1 + (3,5 + \frac{1}{2}) \cdot 3 + (4,5 + \frac{1}{2}) \cdot 4 + (5,5 + \frac{1}{2}) \cdot 1 + (6,5 + \frac{1}{2}) \cdot 1}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$$

Структурна середня мода для (інтервального) ряду з рівними інтервалами визначається по інтервалу з найбільшою частотою f :

$$M_o = 4,5 + 1 \frac{4 - 3}{(4 - 3) + (4 - 1)} = 4,75$$

При обчисленні медіани інтервального варіаційного ряду спочатку знаходять інтервал, який утримує в собі медіану, шляхом використання накопичених частот. Медіанного інтервалу відповідає перша з накопичувальних частот, яка перевищує половину всього обсягу сукупності.

$$M_E = 4,5 + 1 \frac{\frac{10+1}{2} - 4}{4} = 4,875$$

Вихідні дані (частина II)

Варіант для вирішення завдання знаходиться по останній цифрі номера залікової книжки.

Варіант 1

Випуск продукції цехом заводу зведений в таблицю

Показник	Місяця року, <i>n</i>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг випуску, тис. т., y_i	3,6	5,2	6,0	4,6	5,4	7,6	6,3	9,9	8,4	7,0

Розрахувати і побудувати гістограму розподілу і зважену середню.

Варіант 2

Обстеження якості пряжі на міцність дало наступні результати.

Міцність нитки, г	110-120	120-130	130-140	140-150
Кількість випадків	1	5	10	30
Міцність нитки, г	150-160	160-170	170-180	180-190
Кількість випадків	45	15	25	3

Знайти моду і медіану цього розподілу.

Варіант 3

При вимірюванні сторін 13 кубів отримали такі результати:

Сторона куба	1	2	3	4	5
Кількість кубів	2	1	5	2	3

Чому дорівнює середнє значення сторони куба за умови збереження сумарного обсягу кубів?

Варіант 4

Знайти моду і медіану розподілу, наведеного нижче.

14 19 22 24 21 18 23 20 20 16 15 23 21 24 21 18 23 21
22 20 24 21 20 18 18 22 20 16 22 18 18 19 21 17 19 20
20 21 18 22 23 21 25 22 20 19 21 24 23 21 19 22 21 19
22 23 22 25 21 22

Варіант 5

Знайти середнє арифметичне розподілу. Нижче наведено розподіл зростання 500 дорослих чоловіків:

Зріст, см	Кількість чоловіків	Зріст, см	Кількість чоловіків
143-146	10	167-170	39
146-149	25	170-173	12
149-152	85	173-176	48
152-155	20	176-179	20
155-158	60	179-182	5
158-161	11	182-185	10
161-164	100	185-188	5
164-167	50		

Варіант 6

Вимірювання сторін 7 чотирикутників дали наступні результати:

Сторона чотирикутника	3	4	5	6
Кількість чотирикутників	1	3	1	2

Знайти середнє значення сторони чотирикутника за умови збереження сумарної площі всіх чотирикутників.

Варіант 7

Бригада робітників у складі чотирьох чоловіків займалися виготовленням однакових деталей. Відомо, що перший робочий, витрачаючи на виготовлення однієї деталі 1 год., відпрацював 5 год., другий - відповідно 2 і 7 год., третій - 3 і 10 год., четвертий - 5 і 12 год. Знайти середню витрату часу на одну деталь.

Варіант 8

Випуск продукції цехом заводу зведений в таблицю.

Показник	Місяця року, n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг випуску, тис. т., y_i	1,5	2,5	2,0	1,6	3,3	5,0	4,0	7,0	6,5	4,0

Розрахувати і побудувати гістограму розподілу.

Варіант 9

Параметри системи зведені в таблицю.

Параметри	Стан системи									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вхідні параметри, x	2	9	1	19	7	13	26	5	16	11
Вихідні параметри, y	100	450	50	880	350	650	950	250	800	550

Розрахувати прості відносні величини (арифметичні і гармонійні середні).

Варіант 0

Випуск продукції цехом заводу зведений в таблицю.

Показник	Місяця року, n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг випуску, тис. т., y_i	1,5	2,5	2,0	1,6	3,3	5,0	4,0	7,0	6,5	4,0

Розрахувати і побудувати гістограму розподілу і структурну середню (моду).

Завдання №2. Побудова моделей систем

Мета заняття: оволодіння поняттями "кореляція", "кореляційне поле", "емпірична лінія регресії". Отримання навичок при побудові статичних моделей, визначення тісноти зв'язку та виборі форми взаємозв'язку.

Завдання

На підставі даних таблиці П. 1 для відповідного варіанту (табл. 2.1):

1. Обчислити лінійний коефіцієнт парної кореляції r_{xy} і індекс кореляції R .

2. Перевірити значимість коефіцієнта парної кореляції r_{xy} і індексу кореляції R при заданому рівні значущості α .

3. Побудувати довірчий інтервал для значущого лінійного коефіцієнта парної кореляції r_{xy} .

Таблиця 2.1

Варіанти кривих вирівнювання

Варіант	Графи (табл. П. 1.1)	Рівень значущості	Залежність
1.	1,2	0,05	$-65 + 45 \ln x$
2.	1,3	0,025	$3,5x^{0,9}$
3.	1,4	0,01	$5 + 4 \ln x$
4.	1,5	0,05	$e^{0,55+0,08x}$
5.	1,6	0,025	$5,9x^{0,6}$
6.	1,7	0,01	$15 + 85 / x$
7.	1,8	0,05	$22x^{0,4}$
8.	2,3	0,025	$-200 + 70 \ln x$
9.	2,4	0,01	$7x^{0,24}$
10.	2,5	0,05	$0,008x^2$
11.	2,6	0,025	$13 \cdot e^{0,013x}$
12.	2,7	0,01	$40 - 5 \ln x$
13.	2,8	0,05	$75 - 35 \ln x$
14.	3,4	0,025	$1,5 + 4 \ln x$
15.	3,5	0,01	$0,055x^{1,6}$
16.	3,6	0,05	$1,5x^{0,8}$
17.	3,7	0,025	$35 - 4 \ln x$
18.	3,8	0,01	$40 - 30 \ln x$
19.	4,5	0,05	$12 \cdot e^{0,07x}$
20.	4,6	0,025	$19 \cdot e^{0,04x}$
21.	4,7	0,01	$35 \cdot x^{-0,2}$
22.	4,8	0,05	$25 \cdot x^{0,4}$
23.	5,6	0,025	$9 \cdot x^{0,4}$
24.	5,7	0,01	$25 - 1,7 \ln x$
25.	5,8	0,05	$14 + 18 \ln x$

Процес розв'язку

1. Кореляційний аналіз має на меті перевірку наявності і тісноти залежності між змінними без поділу змінних на залежні і пояснюють. Відповідь

на ці питання дається за допомогою обчислення показників або коефіцієнтів кореляції.

Розрахунок коефіцієнтів кореляції ґрунтується на використанні даних спостережень за спільним зміною величин x і y .

Тісноту зв'язку в разі лінійної залежності характеризують за допомогою лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy} .

$$r_{xy} = \left| \frac{y\bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y} \right|, \quad (2.1)$$

де \bar{x}, \bar{y} – середні значення змінних x та y ; σ_x, σ_y – середні квадратичні відхилення змінних x та y .

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2}; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{y^2 - \bar{y}^2} \quad (2.2)$$

Для розрахунків середньоквадратичних відхилень доцільно використовувати таблицю наступного зразка.

Таблиця 2.2

Розрахункова таблиця тісноти зв'язку

Номер спостереження	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$	\hat{y}	$(\hat{y} - y)^2$	$(y - \bar{y})^2$
1								
2								
...								
n								
Σ								
Середнє значення								

Лінійний коефіцієнт кореляції r_{xy} приймає значення в діапазоні

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1$$

При $r_{xy} > 0$ зв'язок є прямим, при $r_{xy} < 0$ – зворотнім.

Чим ближче величина $|r_{xy}|$ до одиниці, тим тісніше лінійний зв'язок і тим краще лінійна залежність узгоджується з даними спостережень. При $|r_{xy}| = 1$ зв'язок стає функціональним, тобто, співвідношення $y_i = a + b \cdot x_i$ виконується для всіх спостережень.

На практиці часто застосовується градація ступеня тісноти зв'язку, наведена в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

Кількісні критерії оцінки тісноти зв'язку

Величина модуля коефіцієнта кореляції	Характер зв'язку
$ r_{xy} < 0,3$	Практично відсутній
$0,3 \leq r_{xy} < 0,5$	Слабкий
$0,5 \leq r_{xy} < 0,7$	Помірний
$0,7 \leq r_{xy} $	Сильний

2. Тісноту нелінійної зв'язку, що задається співвідношенням $\hat{y} = f(x)$, оцінюють за допомогою індексу кореляції R .

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2.3)$$

де n – кількість спостережень; \bar{x}, \bar{y} – середні значення змінних x і y ; \hat{y}_i – розрахункові значення змінної y , обчислені за рівнянням зв'язку, тобто $\hat{y} = f(x)$.

Індекс кореляції R приймає значення в діапазоні

$$0 \leq R \leq 1.$$

Чим ближче величина R до одиниці, тим тісніше цей зв'язок, тим краще залежність $\hat{y} = f(x)$ узгоджується з даними спостережень. При $R = 1$ зв'язок стає функціональним, тобто, співвідношення $\hat{y}_i = f(x_i)$ виконується для всіх спостережень.

Значення лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy} або індексу кореляції R , близькі до нульового, свідчать про незначність даної залежності між змінними x і y і випадковості величини r_{xy} або R .

Для оцінки статистичної значущості отриманого значення лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy} використовується t -критерій Стьюдента, згідно з яким значення вважається статистично значимим, якщо виконується умова

$$t_r = \frac{r_{xy}}{\sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}} > t_{\text{крит}}, \quad (2.4)$$

де n – кількість спостережень; $t_{крит} = t_{1-\alpha, n-2}$ – являє собою табличне значення t -критерію Стьюдента при рівні значущості α і кількості ступенів свободи $k = n - 2$ (визначається по таблиці П. 3).

Під рівнем значущості α розуміється ймовірність відкинути вірну гіпотезу. Зазвичай рівень значущості приймається рівним $\alpha = 0,05$ або $\alpha = 0,01$.

Для оцінки статистичної значущості отриманого значення індексу кореляції R використовується F -критерій Фішера, згідно з яким значення R вважається статистично значимим, якщо виконується умова

$$F_r = \frac{R^2}{1 - R^2} (n - 2) > F_{крит}, \quad (2.5)$$

де n – кількість спостережень; $F_{крит}$ – являє собою табличне значення F -критерію Фішера при рівні значущості α і числі ступенів свободи $k_1 = 1$, $k_2 = n - 2$ (визначається за табл. П. 4, П. 5).

3. Побудова довірчого інтервалу. Перевірка значущості отриманого значення лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy} нічого не говорить про те, наскільки це значення може відрізнятися від точного значення. Відповідь на це питання дає побудова довірчого інтервалу.

Під *довірчим інтервалом* розуміються межі, в яких лежить точне значення визначається показника із заданою вірогідністю ($P = 1 - \alpha$).

Якщо в межі довірчого інтервалу потрапляє нуль, тобто нижня межа негативна, а верхня позитивна, то значення r_{xy} приймається рівним нулю, так як воно не може одночасно приймати і позитивне, і негативне значення.

Для статистично значущого коефіцієнта кореляції r_{xy} довірчий інтервал отримують з використанням Z -перетворення Фішера:

$$z = Z(r_{xy}) = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}} \quad (2.6)$$

Спочатку визначається інтервальна оцінка для z

$$z \in \left[z' \pm t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-3}} \right] \quad (2.7)$$

де $t_{1-\alpha/2}$ – квантиль стандартного нормального розподілу порядку $1 - \alpha / 2$, $z' = Z(r_{xy})$ – значення Z -перетворення Фішера, яке відповідає отриманому значенню коефіцієнта кореляції r_{xy} .

Граничні значення довірчого інтервалу (r^-, r^+) для r_{xy} виходять з граничних значень довірчого інтервалу (z^-, z^+) для z за допомогою зворотного Z-перетворення Фішера $r_{xy} = Z^{-1}(z)$.

$$r^- = Z^{-1}(z^-); \quad r^+ = Z^{-1}(z^+). \quad (2.8)$$

Приклад виконання завдання

Вихідні дані:

- значення змінних x і y задані в таблиці 2.4;
- для розрахунку індексу кореляції R використовувати залежність

$$\hat{y} = 0,09 \cdot x^{1,25};$$

- рівень значущості $\alpha = 0,05$.

Таблиця 2.4

Вихідні дані

№	Область	x	y	№	Область	x	y
1.	Вінницька	113	39	12.	Одеська	120	34
2.	Волинська	124	37	13.	Полтавська	125	39
3.	Дніпропетровська	124	36	14.	Рівненська	118	37
4.	Житомирська	122	36	15.	Сумська	122	35
5.	Закарпатська	128	26	16.	Тернопільська	133	54
6.	Запорізька	140	43	17.	Харківська	136	36
7.	Івано-Франківська	117	31	18.	Херсонська	136	35
8.	Київська	113	40	19.	Хмельницька	138	34
9.	Кіровоградська	122	48	20.	Черкаська	124	48
10.	Львівська	139	64	21.	Чернігівська	123	30
11.	Миколаївська	126	39	22.	Чернівецька	149	59

Таблиця 2.5

Проміжні результати розрахунків

Номер спостереження	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i \cdot y_i$	\hat{y}	$(\hat{y} - y)^2$	$(y - \bar{y})^2$
1	113	39	12769	1521	4407	33,16	34,13	1,00
2	124	37	15376	1369	4588	37,24	0,06	9,00
3	124	36	15376	1296	4464	37,24	1,54	16,00

4	122	36	14884	1296	4392	36,49	0,24	16,00
5	128	26	16384	676	3328	38,75	162,52	196,00
6	140	43	19600	1849	6020	43,34	0,12	9,00
7	117	31	13689	961	3627	34,63	13,19	81,00
8	113	40	12769	1600	4520	33,16	46,81	0,00
9	122	48	14884	2304	5856	36,49	132,44	64,00
10	139	64	19321	4096	8896	42,95	442,90	576,00
11	126	39	15876	1521	4914	37,99	1,01	1,00
12	120	34	14400	1156	4080	35,75	3,05	36,00
13	125	39	15625	1521	4875	37,62	1,91	1,00
14	118	37	13924	1369	4366	35,00	3,99	9,00
15	122	35	14884	1225	4270	36,49	2,22	25,00
16	133	54	17689	2916	7182	40,65	178,23	196,00
17	136	36	18496	1296	4896	41,80	33,63	16,00
18	136	35	18496	1225	4760	41,80	46,23	25,00
19	138	34	19044	1156	4692	42,57	73,42	36,00
20	124	48	15376	2304	5952	37,24	115,76	64,00
21	123	30	15129	900	3690	36,87	47,14	100,00
22	149	59	22201	3481	8791	46,85	147,58	361,00
Σ	2792	880	356192	37038	112566	844,081	1488,136	1838
Середнє значення	126,91	40	16190,55	1683,545	5116,636	38,367	67,643	83,545

1. Обчислення σ_x , σ_y і r_{xy} (2.1), (2.2). Використовуючи дані таблиці 2.5 отримаємо

$$\sigma_x = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{(16190,55 - (126,91)^2)} = 9,199,$$

$$\sigma_y = \sqrt{y^2 - \bar{y}^2} = \sqrt{(1683,545 - 40^2)} = 9,140,$$

$$r_{xy} = \left| \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y} \right| = \left| \frac{5116,636 - 126,91 \cdot 40}{9,199 \cdot 9,140} \right| = 0,479.$$

2) Обчислення R (2.3):

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}} = \sqrt{1 - \frac{1486,186}{1838}} = 0,436.$$

3) Перевірка значущості r_{xy} (2.4)

$$t_r = \frac{r_{xy}}{\sqrt{\frac{1-r_{xy}^2}{n-2}}} = \frac{0,479}{\sqrt{\frac{1-0,479^2}{22-2}}} = 2,44$$

Для визначення $t_{крит}$ може використовуватися статистична функція СТЬЮДРОЗПОБЕР() з MS Excel (рис. 2.1), або функція TINV() з OpenOffice.org Calc, або таблиця П. 3 з додатку.

При $\alpha = 0,05$ і ступеня свободи $k = n - 2 = 22 - 2 = 20$

$$t_{крит} = t_{1-\alpha, n-2} = СТЬЮДРОЗПОБЕР(0,05; 20) = 2,086.$$

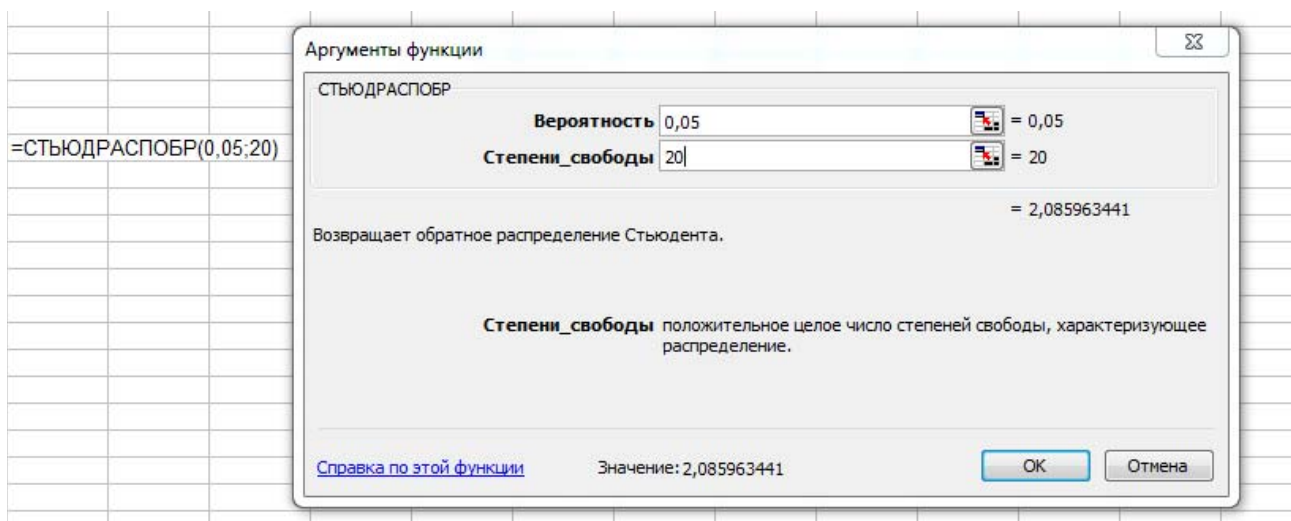


Рис. 2.1 – Вікно введення параметрів функції СТЬЮДРОЗПОБЕР() MS Excel

Так як

$$t_r = 2,44 > t_{1-\alpha, n-2} = 2,086,$$

то робимо висновок про *статистичну значущість* лінійного коефіцієнту парної кореляції r_{xy} .

Перевірка значущості індексу кореляції R (2.5). Значення F -критерію

$$F_r = \frac{R^2}{1-R^2}(n-2) = \frac{0,436^2}{1-0,436^2}(22-2) = 4,702$$

Для визначення $F_{крит}$ може використовуватися статистична функція ФРОЗПОБЕР () з MS Excel (рис. 2.2), або функція FINV () з OpenOffice.org Calc, або таблиці П. 4, П. 5 з додатку.

При $\alpha = 0,05$ і ступенях свободи $k_1 = 1$, $k_2 = n - 2 = 22 - 2 = 20$.

$$F_{крит} = ФРОЗПОБЕР(0,05; 1; 20) = 4,35$$

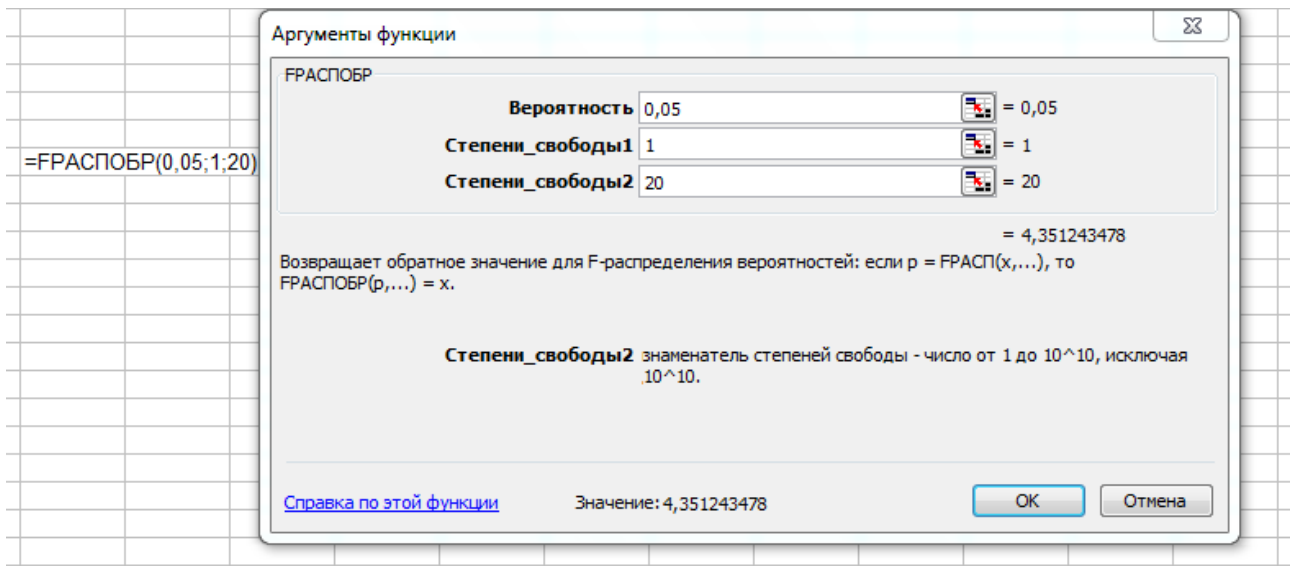


Рис. 2.2 – Вікно введення параметрів функції FРОЗПОБЕР() MS Excel

Так як

$$F_r = 4,702 > F_{крит} = 4,35,$$

то формально з похибкою 5% індекс кореляції слід вважати значимим і отже з ймовірністю 95% не можна відкидати наявність досліджуваної залежності, але з огляду на близькість значень $F_r = 4,702$ і $F_{крит} = 4,35$ залежність слід вважати практично відсутньою, не можна вважати адекватною.

4) Побудова довірчого інтервалу для лінійного коефіцієнта кореляції r_{xy} (3.6) – (3.8).

Визначимо величину z (2.6) Z-перетворення Фішера

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}} = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + 0,479}{1 - 0,479} = 0,522$$

Для визначення $t_{1-\alpha/2}$ – квантиля стандартного нормального розподілу порядку $1 - \alpha / 2 = 1 - 0,05 / 2 = 0,975$ може використовуватися статистична функція НОРМСТОБЕР (0,975) з MS Excel (рис. 2.3), або функція NORMSINV (0,975) з OpenOffice.org Calc, або таблиця П. 2 з додатку.

$$t_{1-\alpha/2} = \text{НОРМСТОБЕР}(0,975) = 1,96.$$

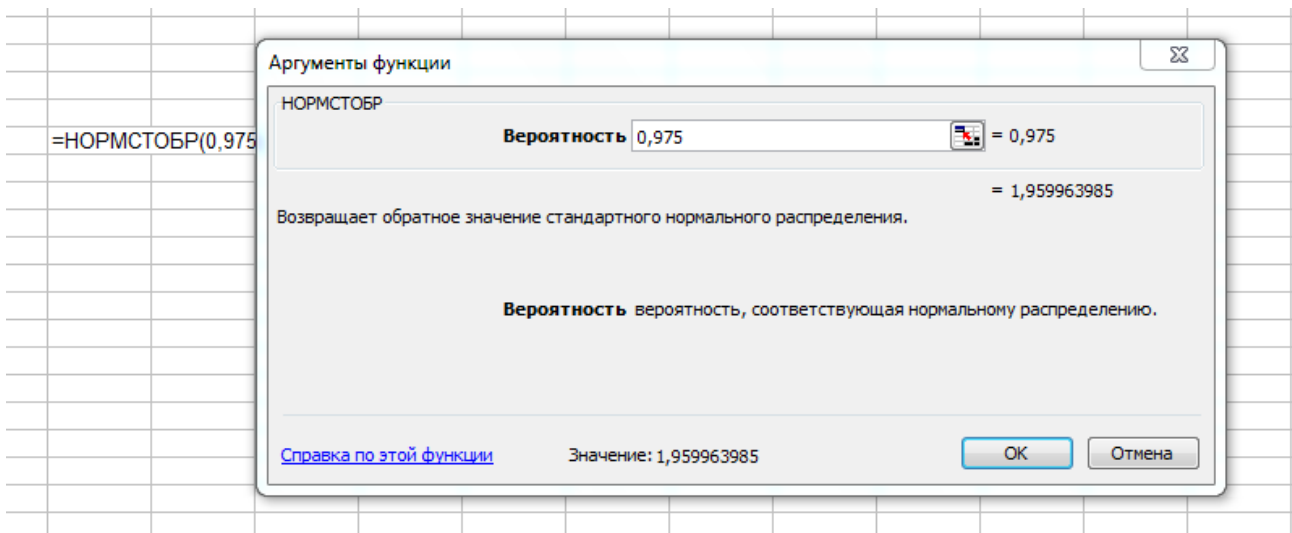


Рис. 2.3 – Вікно введення параметрів функції НОРМСТОБЕР() MS Excel

Для отримання $t_{1-\alpha/2}$ з таблиці П. 2 потрібно використовувати співвідношення

$$1 - \alpha / 2 - 0,5 = \Phi(t_{1-\alpha/2})$$

тобто, потрібно визначити комірку (клітинку) таблиці, що містить значення $1 - \alpha / 2 - 0,5$ і скласти значення t , відповідне цьому рядку з номером стовпця, помноженим на 0,01: $t_{1-\alpha/2} = t + N_{\text{стовпця}} \cdot 0,01$

Так як $\alpha = 0,05$, $1 - \alpha / 2 - 0,5 = 1 - 0,05 / 2 - 0,5 = 0,475$. Комірці, що містить число 0,475, відповідають $t = 1,9$ та $N_{\text{стовпця}} = 6$, тому $t_{1-\alpha/2} = t + N_{\text{стовпця}} \cdot 0,01 = 1,9 + 0,06 = 1,96$.

Обчислимо $t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-3}} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{1}{22-3}} = 1,96 \cdot 0,2294 = 0,45$

Обчислимо межі довірчого інтервалу (z^- , z^+) для величини z

$$z^- = z' - t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-3}} = 0,522 - 0,45 = 0,072$$

$$z^+ = z' + t_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-3}} = 0,522 + 0,45 = 0,972$$

Визначимо граничні значення довірчого інтервалу (r^- , r^+) для r_{xy} . Для визначення значення $r = Z^{-1}(z)$ може використовуватися статистична функція ФІШЕРОБЕР() з MS Excel (рис. 2.4), або функція FISHERINV() з OpenOffice.org Calc.

$$r^- = Z^{-1}(z^-) = Z^{-1}(0,072) = 0,072 \quad r^+ = Z^{-1}(z^+) = Z^{-1}(0,972) = 0,75$$

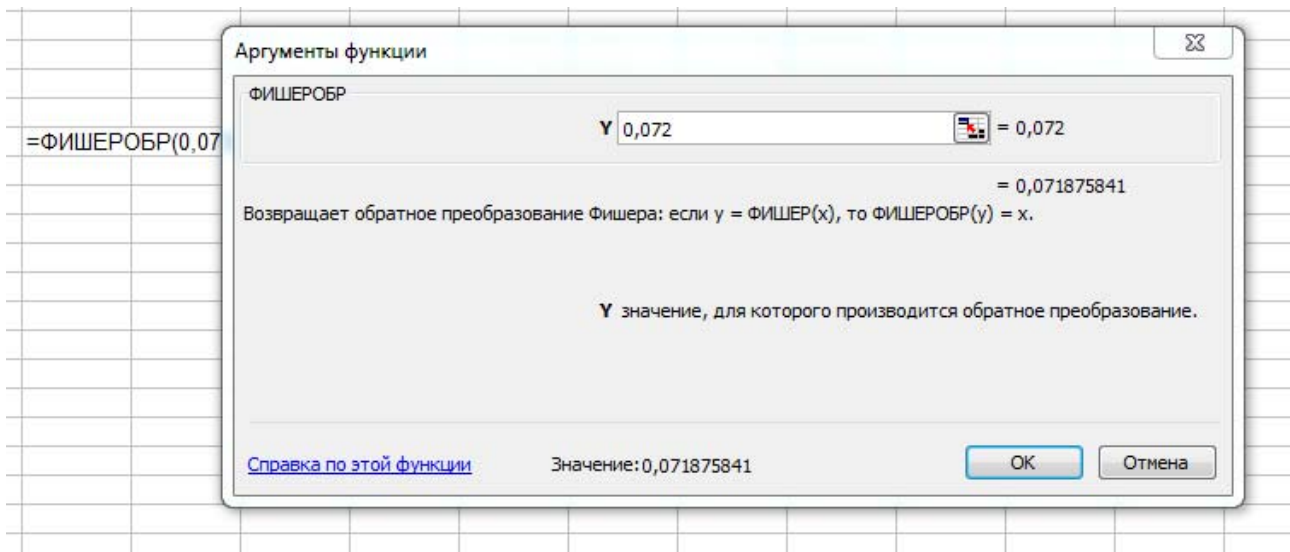


Рис. 2.4 – Вікно введення параметрів функції ФІШЕРОБЕР() MS Excel

Шуканий довірчий інтервал для r_{xy} має вигляд $(0,072; 0,75)$.

Результати:

- 1) Лінійний коефіцієнт парної кореляції $r_{xy} = 0,479$, індекс кореляції $R = 0,436$.
- 2) Коефіцієнти для r_{xy} і R статистично значущі.
- 3) Довірчий інтервал для r_{xy} – $(0,072; 0,75)$.

Завдання № 3. Сітьовий граф системи

Мета заняття: оволодіння поняттям "граф системи", вивчення класифікації графів. Набуття навичок при розрахунках сітьової моделі виробничого процесу аналітичним чином.

Завдання:

1. Провести коригування тривалості робіт (додати до вихідних даних число, яке дорівнює сумі двох останніх чисел залікової книжки).
2. Відповідно до правил побудови сітьових графіків і на основі вихідних даних варіанта побудувати сітьову модель, потім пронумерувати події отриманої мережі.
3. У відповідності з методиками, описаними в п. 3.2 та п. 3.3.
 - розрахувати і відобразити на сітьовому графіку тимчасові параметри подій: ранній і пізній термін звершення події, резерв події;
 - розрахувати і представити в таблиці тимчасові параметри робіт: час раннього і пізнього початку робіт; час раннього і пізнього закінчення робіт; повний і вільний резерви робіт.
4. Зробити висновки.

Вихідні дані варіанта завдання включають назву та тривалість кожної роботи (табл. 3.1), а також опис впорядкування робіт.

Таблиця 3.1

Вихідні дані (частина I)

Назва робіт	Тривалість робіт
A	10
B	8
C	4
D	12
E	7
F	11
G	5
H	8
I	3
J	9
K	10

3.1. Основні поняття і визначення

Основними поняттями сітьових моделей є поняття *події* і *роботи*.

Робота – це певний процес, що приводить до досягнення певного результату, що вимагає витрат яких-небудь ресурсів і має протяжність в часі. По своїй фізичній природі роботи можна розглядати як:

- **дія**: розробка креслення, виготовлення деталі, заливка фундаменту бетоном, вивчення кон'юнктури ринку;
- **процес**: старіння виливків, витримування вина, травлення плат;
- **очікування**: очікування поставки комплектуючих, пролежування деталі в черзі до верстата.

За кількістю затраченого часу робота може бути:

- **дійсною**, тобто що вимагає витрат часу;
- **фіктивною**, тобто формально не вимагає витрат часу і представляє зв'язок між будь-якими роботами, наприклад: передача змінених креслень від конструкторів до технологів; здача звіту про техніко-економічні показники роботи цеху іншому підрозділу.

Подія – це момент часу, коли завершуються одні роботи і починаються інші. Наприклад, фундамент залитий бетоном, старіння виливків завершено, комплектуючі поставлені, звіти здані і т.п. Подія являє собою результат проведених робіт і, на відміну від робіт, не має протяжності в часі.

На етапі структурного планування взаємозв'язок робіт і подій, необхідних для досягнення кінцевої мети проекту, зображується за допомогою сітьового графіка (сітьової моделі). На сітьовому графіку роботи зображуються стрілками, які з'єднують вершини, що зображують події. Початок і закінчення будь-якої роботи описуються парою подій, які називаються початковими і кінцевими подіями. Тому для ідентифікації конкретної роботи використовують код роботи (i, j) , що складається з номерів початкової $(i-i)$ і кінцевої $(j-i)$ подій (рис. 3.1).

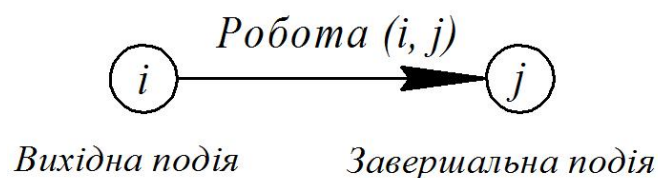


Рис. 3.1– Кодування роботи

Будь-яка подія може вважатися насталою тільки тоді, коли закінчатся всі вхідні в неї роботи. Тому, роботи, що виходять з деякої події не можуть розпочатися, поки не будуть завершені всі роботи, що входять в цю подію.

Подію, що не має попередніх, тобто з якої починається проект, називають **вихідною**. Подія, яка не має наступних подій і відображає кінцеву мету проекту, називається **завершальною**.

При побудові сітьового графіка необхідно дотримуватися наступних правил:

- довжина стрілки не залежить від часу виконання роботи;
- стрілка може не бути прямолінійним відрізком;
- для дійсних робіт використовуються суцільні, а для фіктивних – пунктирні стрілки;
- кожна операція повинна бути представлена тільки однією стрілкою;

- між одними і тими ж подіями не повинно бути паралельних робіт, тобто робіт з однаковими кодами;
- слід уникати перетину стрілок;
- не повинно бути стрілок, спрямованих справа наліво;
- номер початкової події повинен бути менше номера кінцевої події;
- не повинно бути висячих подій (тобто таких, що не мають попередніх подій), крім вихідної;
- не повинно бути тупикових подій (тобто таких, що не мають наступних подій), крім завершальної;
- не повинно бути циклів (рис. 3.2).

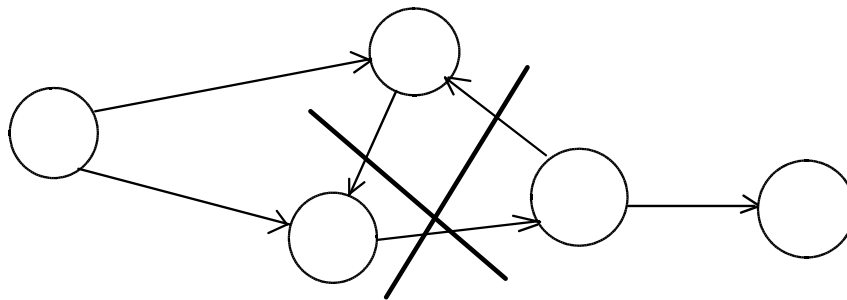


Рис. 3.2 – Неприпустимість циклів

Важливе значення для аналізу сітьових моделей має поняття шляху. **Шлях** – це будь-яка послідовність робіт в сітьовому графіку (в окремому випадку це одна робота), в якій кінцева подія однієї роботи збігається з початковою подією наступної за нею роботи. Розрізняють такі види шляхів.

Повний шлях – це шлях від вихідної до завершальної події. **Критичний шлях** – максимальний за тривалістю повний шлях. Роботи, що лежать на критичному шляху, називають критичними. **Підкритичний шлях** – повний шлях, найближчий за тривалістю до критичного шляху.

Побудова мережі є лише першим кроком на шляху до побудови календарного плану. Другим кроком є розрахунок сітьової моделі, який виконують прямо на сітьовому графіку, користуючись простими правилами.

3.2. Часові параметри подій

До часових параметрів подій відносяться:

- $T_p(i)$ – ранній термін настання події i . Це час, який необхідно для виконання всіх робіт, що передують даній події i . Воно дорівнює найбільшій з тривалостей шляхів, що передують даній події.

- $T_n(i)$ – пізній термін настання події i . Це час настання події i , перевищення якого спричинить аналогічну затримку настання завершальної події мережі. Пізній термін настання будь-якої події i дорівнює різниці між

тривалістю критичного шляху і найбільшої з тривалості шляхів, наступних за подією i .

- $R(i)$ – резерв часу настання події i . Це такий проміжок часу, на який може бути відстрочено настання події i без порушення термінів завершення проекту в цілому. Початкові і кінцеві події критичних робіт мають нульові резерви подій.

Розраховані чисельні значення часових параметрів записуються прямо в вершини сітьового графіку (рис. 3.3).

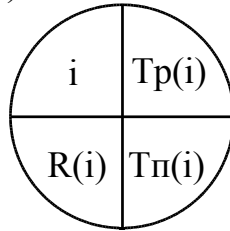


Рис. 3.3 – Відображення часових параметрів подій в вершинах сітьового графіку

Розрахунок ранніх термінів звершення подій $T_p(i)$ ведеться від вихідної (В) до завершальної (З) події.

Примітка. Оскільки тривалість роботи може бути як нормальною T_n , так і прискореною T_n , то для спільності викладу будемо надалі позначати поточну тривалість роботи літерою t з відповідним кодом роботи, наприклад, $t(i, j)$, $t(k, j)$ і т.п.

1. Для вихідної події $T_p(B) = 0$.
2. Для всіх інших подій i , $T_p(i) = \max[T_p(k) + t(k, i)]$ де максимум береться по всіх роботах, які входять в подію i .
3. Пізні терміни звершення подій $T_n(i)$ розраховуються від завершальної до вихідної події.
4. Для завершальної події $T_n(Z) = T_p(Z)$.
5. Для всіх інших подій $T_n(i) = \min[T_n(j) - t(i, j)]$, де мінімум береться по всіх роботах (i, j) , які виходять з події i .
6. $R(i) = T_n(i) - T_p(i)$.

3.3. Часові параметри робіт і шляхів

До найбільш важливих тимчасових параметрів робіт відносяться:

- $T_{pn}(i, j)$ – ранній термін початку роботи;

- $T_{pn}(i, j)$ – пізній термін початку роботи;
- $T_{pz}(i, j)$ – ранній термін закінчення роботи;
- $T_{nz}(i, j)$ – пізній термін закінчення роботи;

Для критичних робіт $T_{pn}(i, j) = T_{nn}(i, j)$ і $T_{pz}(i, j) = T_{nz}(i, j)$.

- $R_{II}(i, j)$ – повний резерв роботи показує максимальний час, на який може бути збільшена тривалість роботи (i, j) або відстрочено її початок, щоб тривалість максимального шляху, який проходить через неї не перевищував тривалості критичного шляху. Найважливіша властивість повного резерву роботи (i, j) полягає в тому, що його часткове або повне використання зменшує повний резерв у робіт, що лежать з роботою (i, j) на одному шляху. Таким чином, повний резерв належить не одній даній роботі (i, j) , а всім роботам, які лежать на шляхах, що проходять через цю роботу.

- $R_C(i, j)$ – вільний резерв роботи показує максимальний час, на який можна збільшити тривалість роботи (i, j) або відстрочити її початок, не змінюючи ранніх термінів початку наступних робіт. Використання вільного резерву однієї з робіт не змінює величини вільних резервів решти робіт мережі.

Тимчасові параметри робіт мережі визначаються на основі ранніх і пізніх термінів подій.

- 1) $T_{pn}(i, j) = T_p(i)$;
- 2) $T_{pz}(i, j) = T_p(i) + t(i, j)$ або $T_{pz}(i, j) = T_{pn}(i, j) + t(i, j)$;
- 3) $T_{nz}(i, j) = T_n(j)$;
- 4) $T_{nn}(i, j) = T_n(j) - t(i, j)$ або $T_{nn}(i, j) = T_{nz}(i, j) - t(i, j)$;
- 5) $R_{II}(i, j) = T_{II}(j) - T_p(i) - t(i, j)$;
- 6) $R_C(i, j) = T_p(j) - T_p(i) - t(i, j)$.

Тимчасові параметри робіт вносяться в таблицю. При цьому коди робіт записують в певному порядку: спочатку записуються всі роботи, що виходять з вихідної, тобто першої події, потім – що виходять з другої події, потім – з третього і т. п.

Резервами часу, крім робіт і подій, володіють повні шляхи сітьової моделі. Різниця між тривалістю критичного шляху $T(L_{кр})$ і тривалістю будь-якого іншого повного шляху $T(L_{II})$ називається повним резервом часу шляху L_{II} , тобто $R(L_{II}) = T(L_{кр}) - T(L_{II})$. Цей резерв показує, на скільки в сумі може бути збільшена тривалість всіх робіт даного шляху L , щоб при цьому не змінився загальний термін закінчення всіх робіт.

Приклад побудови і розрахунку сітьової моделі

Впорядкування робіт:

- 1) Роботи С, І, G є вихідними роботами проекту, які можуть виконуватися одночасно.
- 2) Роботи Е і А слідує за роботою С.
- 3) Робота Н слідує за роботою І.
- 4) Роботи D і J слідує за роботою G.
- 5) Робота В слідує за роботою Е.
- 6) Робота К слідує за роботами А і D, але не може початися раніше, поки не завершиться робота Н.
- 7) Робота F слідує за роботою J.

На рис. 3.4 представлена сітьова модель, що відповідає даному впорядкуванню робіт. Кожній події присвоєно номер, що дозволяє в подальшому використовувати не назви робіт, а їх коди (табл. 3.2). Чисельні значення часових параметрів подій мережі вписані в відповідні сектори вершин сітьового графіка, а тимчасові параметри робіт мережі представлені в табл. 3.3.

Таблиця 3.2

Опис сітьової моделі за допомогою кодування робіт

Номер події		Код роботи	Тривалість робіт
вихідної	завершальної		
1	2	(1,2)	4
1	3	(1,3)	3
1	4	(1,4)	5
2	5	(2,5)	7
2	6	(2,6)	10
3	6	(3,6)	8
4	6	(4,6)	12
4	7	(4,7)	9
5	8	(5,8)	8
6	8	(6,8)	10
7	8	(7,8)	11

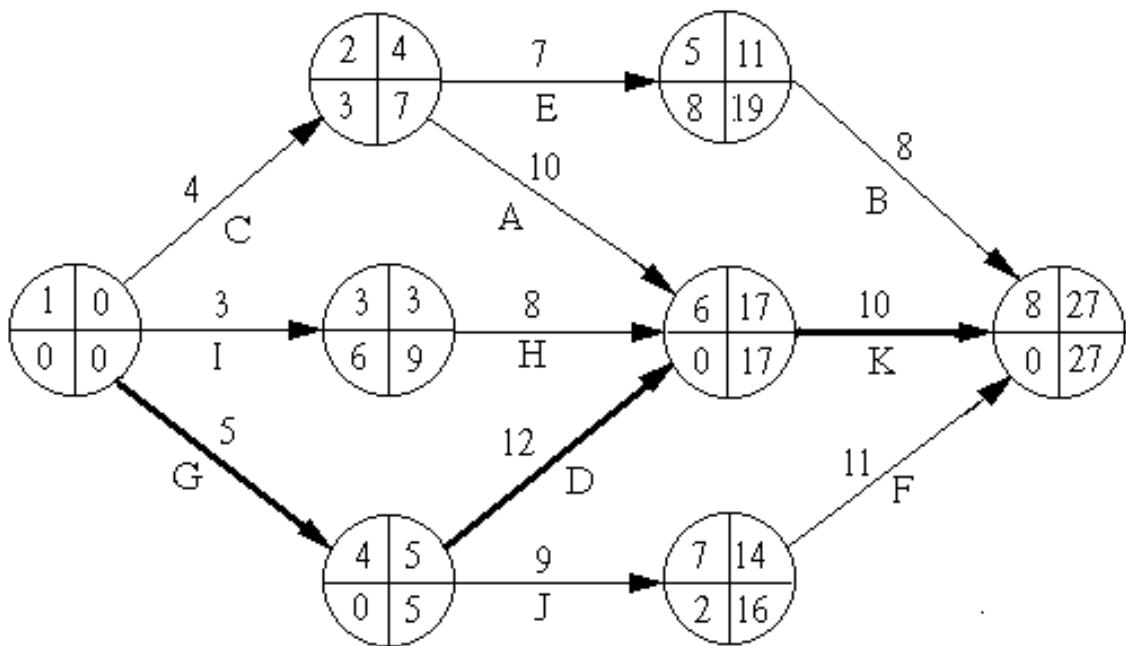


Рис.3.4 – Сітьова модель

Таблиця 3.3

Тимчасові параметри робіт

(i, j)	$t(i, j)$	$T_{pn}(i, j)$	$T_{pz}(i, j)$	$T_{mn}(i, j)$	$T_{nz}(i, j)$	$R_{II}(i, j)$	$R_C(i, j)$
1,2	4	0	4	3	7	3	0
1,3	3	0	3	6	9	6	0
1,4	5	0	5	0	5	0	0
2,5	7	4	11	12	19	8	0
2,6	10	4	14	7	17	3	3
3,6	8	3	11	9	17	6	6
4,6	12	5	17	5	17	0	0
4,7	9	5	14	7	16	2	0
5,8	8	11	19	19	27	8	8
6,8	10	17	27	17	27	0	0
7,8	11	14	27	16	27	2	2

Вихідні дані (частина II)

Варіант для вирішення завдання знаходиться по передостанній цифрі номера залікової книжки.

Варіант 1

Впорядкування робіт:

- 1) А, Е і F – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Роботи В і І починаються відразу після закінчення роботи F;
- 3) Робота J слідує за Е, а робота С – за А;

- 4) Роботи Н і D слідує за В, але не можуть розпочатися, поки не завершена С;
- 5) Робота К слідує за І;
- 6) Робота G починається після завершення Н і J.

Варіант 2

Впорядкування робіт:

- 1) D – вихідна робота проекту;
- 2) Робота E слідує за D;
- 3) Роботи A, G і C слідує за E;
- 4) Робота B слідує за A;
- 5) Робота H слідує за G;
- 6) Робота F слідує за C;
- 7) Робота I починається після завершення B, H, і F.

Варіант 3

Впорядкування робіт:

- 1) C, E і F – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Робота A починається відразу після закінчення роботи C;
- 3) Робота H слідує за F;
- 4) Робота I слідує за A, а роботи D і J – за H;
- 5) Робота G слідує за E, але не може початися, поки не завершені D і I;
- 6) Робота B слідує за G і J.

Варіант 4

Впорядкування робіт:

- 1) C, J і D – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Робота A слідує за D, а робота I – за A;
- 3) Робота H слідує за I;
- 4) Робота F слідує за H, але не може початися, поки не завершена C;
- 5) Робота G слідує за I;
- 6) Робота E слідує за J, а робота B – за E.

Варіант 5

Впорядкування робіт:

- 1) D – вихідна робота проекту;
- 2) Роботи C, E і F починаються відразу після закінчення роботи D;
- 3) Роботи A і J слідує за C, а робота G – за F;
- 4) Робота I слідує за A, а робота B – за G;
- 5) Робота H починається після завершення E, але не може початися, поки не завершені I і B.

Варіант 6

Впорядкування робіт:

- 1) F, C і B – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Робота E слідує за F;
- 3) Робота A слідує за B, а робота G – за A;
- 4) Роботи D і J слідують за E;
- 5) Робота I слідує за C, але не може початися раніше ніж закінчаться роботи J і G;
- 6) Робота H слідує за D.

Варіант 7

Впорядкування робіт:

- 1) G – вихідна робота проекту;
- 2) Роботи A, I і D слідують за G і можуть виконуватися одночасно;
- 3) Роботи C і J слідують за A, робота F – за I, а робота B – за D;
- 4) Робота E слідує за C;
- 5) Робота H слідує за B, але не може початися, поки не завершена F.

Варіант 8

Впорядкування робіт:

- 1) C, D і E – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Робота A слідує за C, а робота F починається відразу після закінчення роботи A;
- 3) Робота G слідує за F;
- 4) Робота B слідує за D, а роботи I і J слідують за B;
- 5) Робота H слідує за I і E, але не може початися, поки не завершена G.

Варіант 9

Впорядкування робіт:

- 1) A, I і D – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Робота F слідує за A, робота B – за I, а робота C – за D;
- 3) Роботи J і G слідують за F;
- 4) Робота E слідує за J;
- 5) Робота H починається після завершення E, G, B і C.

Варіант 0

Впорядкування робіт:

- 1) A, F і G – вихідні роботи проекту, які можна починати одночасно;
- 2) Роботи H і B починаються відразу після закінчення роботи F;
- 3) Робота J слідує за A, а робота I – за G;
- 4) Робота E слідує за H;
- 5) Роботи C і K слідують за B і I, але не можуть розпочатися, поки не завершена J;
- 6) Робота D слідує за E і C.

Список літератури

1. Горев А.Э. Основы теории транспортных систем: учеб. пособие / А.Э. Горев; СПбГАСУ. – СПб., 2010. – 214 с.
2. Вельможин А.В. Теория транспортных процессов и систем: учебник для вузов / А.В. Вельможин, В.А. Гудков, Л.Б. Миротин. – М.: Транспорт, 1998. – 167 с.
3. Горев А.Э. Грузовые автомобильные перевозки: учеб. пособие. 5-е изд. / А.Э. Горев. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 288 с.
4. Артынов А.П. Автоматизация управления транспортными системами / А.П. Артынов, В.Н. Ембулаев, А.В. Пупышев, В.М. Скалецкий. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
5. Белый О.В. Архитектура и методология транспортных систем / О.В. Белый, О.Г. Кокаев, С.А. Попов. – СПб.: Элмор, 2002. – 256 с.
6. Бережная Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.
7. Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование экономических систем: практикум: учеб. Пособие / В.И. Варфоломеев, С.В. Назаров. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 264 с.
8. Воркут А.И. Грузовые автомобильные перевозки: учебник для вузов. 2-е изд. / А.И. Воркут. – Киев: Вища школа, 1986. – 447 с.
9. Оптимизация планирования и управления транспортными системами / под ред. В.Н. Лившица. – М.: Транспорт, 1992. – 337 с.
10. Сафронов Э.А. Транспортные системы городов и регионов: учеб. пособие / Э.А. Сафронов. – М.: Издательство АСВ, 2005. – 272 с.

Додаток 1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	14	11	12	6	9	32	45
2	6	24	18	14	5	16	29	55
3	6	35	18	11	11	12	22	64
4	9	53	23	17	11	16	25	63
5	12	67	32	13	18	29	19	67
6	13	61	33	11	14	31	18	47
7	13	55	34	15	6	28	19	50
8	14	47	38	20	7	34	22	62
9	15	38	35	19	21	33	19	63
10	19	66	45	19	36	30	20	54
11	24	79	62	25	24	32	20	70
12	26	79	66	26	62	33	18	63
13	26	78	61	19	33	54	18	86
14	26	95	66	21	17	42	18	78
15	27	99	65	12	45	45	18	78
16	28	79	73	15	51	52	19	80
17	30	80	74	26	28	49	18	80
18	31	91	69	24	67	55	18	74
19	31	88	70	16	39	52	17	95
20	33	77	86	17	53	42	19	80
21	34	74	79	21	48	40	19	79
22	35	107	82	18	57	64	19	80
23	66	172	162	16	327	112	17	117
24	36	80	79	19	66	43	18	100
25	36	110	91	20	51	43	17	81
26	37	88	97	25	40	48	19	76
27	67	166	145	14	388	90	18	139
28	38	109	98	26	100	58	18	95
29	39	93	98	29	84	67	18	106
30	40	120	85	18	86	65	17	80
31	40	92	101	29	54	77	17	82
32	40	110	95	22	120	74	17	102
33	41	93	101	24	61	50	17	83
34	44	127	104	26	79	50	18	102
35	47	109	117	18	149	48	18	99
36	48	126	102	17	101	43	18	97
37	48	133	116	16	129	85	18	93
38	49	132	123	18	157	70	18	103
39	52	136	133	25	148	46	17	99
40	54	114	131	24	125	50	18	101

Нормована функція Лапласа

$$\Phi(e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^e e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-e}^0 e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt$$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	40	80	120	160	199	239	279	319	359
0,1	398	438	478	517	557	596	636	675	714	753
0,2	793	832	871	910	948	987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3	4987	4987	4987	4988	4988	4989	4989	4989	4990	4990
3,1	4990	4991	4991	4991	4992	4992	4992	4992	4993	4993
3,2	4993	4993	4994	4994	4994	4994	4994	4995	4995	4995
3,3	4995	4995	4995	4996	4996	4996	4996	4996	4996	4997
3,4	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4998
3,5	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998

*Значення ординат збільшені в 10 000 разів

Значення критичних рівнів $t_{\alpha,k}$ в залежності від k ступенів свободи і заданого рівня значущості α для розподілу Стюдента

k	α	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,001
1		6,31	12,71	25,45	31,82	63,66	127,32	636,62
2		2,92	4,30	6,21	6,96	9,92	14,09	31,60
3		2,35	3,18	4,18	4,54	5,84	7,45	12,92
4		2,13	2,78	3,50	3,75	4,60	5,60	8,61
5		2,02	2,57	3,16	3,36	4,03	4,77	6,87
6		1,94	2,45	2,97	3,14	3,71	4,32	5,96
7		1,89	2,36	2,84	3,00	3,50	4,03	5,41
8		1,86	2,31	2,75	2,90	3,36	3,83	5,04
9		1,83	2,26	2,69	2,82	3,25	3,69	4,78
10		1,81	2,23	2,63	2,76	3,17	3,58	4,59
11		1,80	2,20	2,59	2,72	3,11	3,50	4,44
12		1,78	2,18	2,56	2,68	3,05	3,43	4,32
13		1,77	2,16	2,53	2,65	3,01	3,37	4,22
14		1,76	2,14	2,51	2,62	2,98	3,33	4,14
15		1,75	2,13	2,49	2,60	2,95	3,29	4,07
16		1,75	2,12	2,47	2,58	2,92	3,25	4,01
17		1,74	2,11	2,46	2,57	2,90	3,22	3,97
18		1,73	2,10	2,45	2,55	2,88	3,20	3,92
19		1,73	2,09	2,43	2,54	2,86	3,17	3,88
20		1,72	2,09	2,42	2,53	2,85	3,15	3,85
21		1,72	2,08	2,41	2,52	2,83	3,14	3,82
22		1,72	2,07	2,41	2,51	2,82	3,12	3,79
23		1,71	2,07	2,40	2,50	2,81	3,10	3,77
24		1,71	2,06	2,39	2,49	2,80	3,09	3,75
25		1,71	2,06	2,38	2,49	2,79	3,08	3,73
26		1,71	2,06	2,38	2,48	2,78	3,07	3,71
27		1,70	2,05	2,37	2,47	2,77	3,06	3,69
28		1,70	2,05	2,37	2,47	2,76	3,05	3,67
29		1,70	2,05	2,36	2,46	2,76	3,04	3,66
30		1,70	2,04	2,36	2,46	2,75	3,03	3,65
35		1,69	2,03	2,34	2,44	2,72	3,00	3,59
40		1,68	2,02	2,33	2,42	2,70	2,97	3,55
45		1,68	2,01	2,32	2,41	2,69	2,95	3,52
50		1,68	2,01	2,31	2,40	2,68	2,94	3,50
60		1,67	2,00	2,30	2,39	2,66	2,91	3,46
70		1,67	1,99	2,29	2,38	2,65	2,90	3,44
80		1,66	1,99	2,28	2,37	2,64	2,89	3,42
100		1,66	1,98	2,28	2,36	2,63	2,87	3,39
∞		1,64	1,96	2,24	2,33	2,58	2,81	3,29

Додаток 4

Значення F -критерію Фішера на рівні значущості $\alpha = 0,05$

k_2	k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1		161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	238,88	243,91	249,05	254,31
2		18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3		10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,74	8,64	8,53
4		7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5		6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6		5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7		5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8		5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9		5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10		4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11		4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12		4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,51	2,30
13		4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14		4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15		4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16		4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17		4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18		4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19		4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20		4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21		4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22		4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23		4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,37	2,20	2,01	1,76
24		4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25		4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26		4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27		4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,31	2,13	1,93	1,67
28		4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,12	1,91	1,65
29		4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30		4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35		4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,22	2,04	1,83	1,56
40		4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45		4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,47
50		4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60		4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70		3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80		3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,32
90		3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,30
100		3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,85	1,63	1,28
∞		3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,75	1,52	1,00

Додаток 5

Значення F -критерію Фішера на рівні значущості $\alpha = 0,01$

k_2	k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1		4052,18	4999,50	5403,35	5624,58	5763,65	5858,99	5981,07	6106,32	6234,63	6365,86
2		98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,37	99,42	99,46	99,50
3		34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,05	26,60	26,13
4		21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	13,93	13,46
5		16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,29	9,89	9,47	9,02
6		13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	7,31	6,88
7		12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,47	6,07	5,65
8		11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67	5,28	4,86
9		10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,73	4,31
10		10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,33	3,91
11		9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	4,02	3,60
12		9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,78	3,36
13		9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,30	3,96	3,59	3,17
14		8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,14	3,80	3,43	3,00
15		8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	3,29	2,87
16		8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,18	2,75
17		8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,79	3,46	3,08	2,65
18		8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	3,00	2,57
19		8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	2,92	2,49
20		8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	2,86	2,42
21		8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,51	3,17	2,80	2,36
22		7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,45	3,12	2,75	2,31
23		7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,41	3,07	2,70	2,26
24		7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,36	3,03	2,66	2,21
25		7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,32	2,99	2,62	2,17
26		7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,29	2,96	2,58	2,13
27		7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,26	2,93	2,55	2,10
28		7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,23	2,90	2,52	2,06
29		7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,20	2,87	2,49	2,03
30		7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84	2,47	2,01
35		7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	3,07	2,74	2,36	1,89
40		7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	2,99	2,66	2,29	1,80
45		7,23	5,11	4,25	3,77	3,45	3,23	2,94	2,61	2,23	1,74
50		7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	2,89	2,56	2,18	1,68
60		7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,82	2,50	2,12	1,60
70		7,01	4,92	4,07	3,60	3,29	3,07	2,78	2,45	2,07	1,54
80		6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,74	2,42	2,03	1,49
90		6,93	4,85	4,01	3,53	3,23	3,01	2,72	2,39	2,00	1,46
100		6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,69	2,37	1,98	1,43
∞		6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,51	2,18	1,79	1,00

Таран Ігор Олександрович
Літвінова Яна Володимирівна
Третяк Олена Олександрівна
Мельнікова Юлія Ігорівна

ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ І УПРАВЛІННЯ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 275 Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)

Видано в редакції авторів.

Підписано до друку 16.05.2018. Формат 30x42/4.
Папір офсетний. Ризографія. Ум. друк. арк. 2,0.
Обл.-вид. арк. 2,0. Тираж 6 пр. Зам. №

Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19.