

направлении силы  $X_1$  и момента  $X_2$ ;  $X_3$  – изгибающий момент, возникающий в поперечном сечении гибкого проводника по оси симметрии.

**Вывод.** Полученные модели применяются при сложных механических воздействиях. Однако особую актуальность расчет прочности таких выводов приобретает при воздействии акустических шумов, так как при этом повышается частотный диапазон, а значит, происходит приближение к резонансным частотам.

Разработанные расчетные модели легли в основу автоматизированной подсистемы анализа и обеспечения времени до усталостного разрушения пластинчатых и стержневых элементов конструкций БКТ и БЭТ бортовой РЭА при вибрационных воздействиях и использованы для оценки времени до усталостного разрушения выводов РЭ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Роцин К.В. Анализ пакетов прикладных программ, применяемых для математического моделирования механических процессов в конструкциях бортовой радиоэлектронной аппаратуры / К.В. Роцин // Материалы V Междун. научной конф. «Прочность и разрушение материалов и конструкций» (проект РФФИ № 08-08-99700). – Оренбург: Изд-во ИПК ГОУ ОГУ, 2008. – С. 316-318.

2. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учебник для немашино-строит. спец. вузов / П.А. Степин. – М.: Высшая школа, 1988. – 367 с.

3. Роцин К.В. Усталостное разрушение выводов радиоэлементов при гармонической и случайной вибрации / К.В. Роцин // Вестник Донского государственного технического университета. – 2008. – Т.8. – № 1(36). – С. 86-95.

4. Карпушин В.Б. Вибрации и удары в радиоаппаратуре / В.Б. Карпушин. – М.: Сов.радио, 1971. – 344 с.

5. Токарев М.Ф. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры / М.Ф. Токарев, Е.Н. Талицкий, В.А. Фролов. – М., 1983. – 256 с.

6. Кузнецов О.А. Прочность элемента микроэлектронной аппаратуры / О.А. Кузнецов, А.И. Погалов, В.С. Сергеев. – М.: Радио и связь, 1990. – 144 с.

УДК 621.791.12: 621.7.044.2

## РАСЧЁТ ПРОЧНОСТИ ТВЁРДОГО ТЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Ю.В. Савченко<sup>1</sup>, И.В. Вернер<sup>2</sup>, П.А. Ружин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>старший преподаватель кафедры технологии горного машиностроения, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: [savcheny@ua.fm](mailto:savcheny@ua.fm)

<sup>2</sup>заведующий лабораторией информационных технологий проектирования кафедры основ конструирования механизмов и машин, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: [ill3@mail.ru](mailto:ill3@mail.ru)

<sup>3</sup>студент группы ИМмм-11-1, Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина

**Аннотация.** Разработана математическая модель, которая позволяет оптимизировать с точки зрения дефектообразования параметры нагружения обрабатываемых материалов, разрушение рассмотрено как метод создания дефектов на субмикроскопическом уровне в гетерогенных средах.

*Ключевые слова:* математическая модель, гетерогенная среда, дефектообразование, прочность.

## CALCULATION OF STRENGTH SOLID BODY WITH USING CONFORMAL MAPPING

Y. Savchenko<sup>1</sup>, I. Verner<sup>2</sup>, P. Ruzhin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Senior Lecturer, Department of Mining Engineering, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: [savcheny@ua.fm](mailto:savcheny@ua.fm)

<sup>2</sup>Head of informational technology design laboratory, Machinery Design Bases Department, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: [ill3@mail.ru](mailto:ill3@mail.ru)

<sup>3</sup>Student, State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine

**Abstract.** Developed a mathematical model, which allows optimizing in terms of defect parameters loading of processed materials, the destruction is considered as a method of creating defects on the submicroscopic level in heterogeneous environments.

*Keywords:* mathematical model, heterogeneous medium, defect formation, strength.

**Введение.** В современных условиях развития промышленности существует необходимость в расчёте на прочность твёрдых тел и разрушении гетерогенных сплавов, обеспечивающую высокую производительность, низкие энергозатраты и носящие экологически чистый характер [1].

Одним из путей решения проблемы может быть ударно-волновая обработка, создающая условия действия на материал высоких давлений и скоростей нагружения, а также вызывающая создание высокодефектной структуры [2, 3].

В ранее представленной работе описан метод определения коэффициента концентрации напряжений с использованием конформного отображения трещины на круг единичного радиуса в виде трещины синусоиды  $y = \sin(\pi/2 + x)$ ,  $x \in [a, b]$ , где  $[a, b]$  – отрезок или длина изучаемой трещины, точки  $a$  и  $b$  – координаты его концов в декартовой системе координат  $XOY$ , начало которой находится точно на середине положительной полуволны, имеющей натуральную луночку с максимальной шириной  $\delta$  [4].

Необходимость оценки влияния ударных волн разной интенсивности на механизм дефектообразования и процесс разрушения гетерогенной среды обуславливает *проведение теоретических исследований* [5].

**Цель работы.** Разработка математической модели разрушения гетерогенных сред, позволяющей определять критические параметры ударно-волнового нагружения материалов.

**Материалы и результаты исследований.** Отображение трещины типа круговой луночки, находящейся под углом, на круг единичного радиуса.

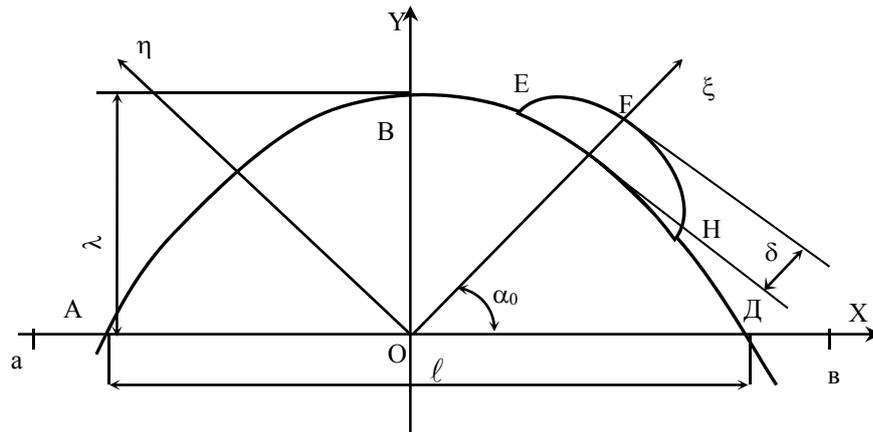


Рис. 1 – Схема расположения трещины

Пусть дана синусоида  $y = \sin(\pi/2 + x)$ ,  $x \in [a, b]$  где  $[a, b]$  – отрезок или длина изучаемого сварного шва, точки  $a$  и  $b$  – координаты его концов в неподвижной декартовой системе координат  $XOY$ , начало которой находится точно на середине положительной полуволны  $ABD$ , имеющей на правом скате натуральную луночку  $EFHP$  с максимальной шириной  $\delta$ . Длина полуволны  $l = (b - a)/n$ , где  $n$  – число полуволн на отрезке  $[a, b]$  (Рис. 1).

Очевидно, что уравнение интерполирующей окружности  $\Omega_1$  будет в системе координат  $XOY$

$$x^2 + (y - Y_{O_1})^2 = r_1^2 \tag{1}$$

где

$$Y_{O_1} = \frac{4\lambda^2 - \ell^2}{8\lambda}, r_1 = \frac{4\lambda^2 + \ell^2}{8\lambda},$$

Повернем прямоугольную систему координат  $XOY$  против часовой стрелки вокруг т.О на угол

$$\alpha_0 = \text{arctg} \frac{y_F}{x_F}, \tag{2}$$

получим новую систему координат  $\xi_0\eta_0$ .

Координаты системы  $\xi_0\eta_0$  связаны с координатами системы  $XOY$  соотношениями

$$\begin{cases} x = \xi \cos \alpha_0 - \eta \sin \alpha_0; \\ y = \xi \sin \alpha_0 + \eta \cos \alpha_0, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \xi = x \cos \alpha_0 + y \sin \alpha_0; \\ \eta = -x \sin \alpha_0 + y \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда можно записать уравнение интерполирующей окружности  $\Omega'_2$  в координатах  $\xi O \eta$

$$(\xi - \xi_{O^{11}})^2 + (\eta - \eta_{O^{11}})^2 = r_2^2, \quad (5)$$

где

$$\xi_{O^{11}} = \frac{\frac{\eta_F^2 - \xi_E^2 - \eta_E^2}{2(\eta_F - \eta_E)} - \frac{\eta_F^2 - \xi_H^2 - \eta_H^2}{2(\eta_F - \eta_H)}}{\frac{\xi_E}{\eta_F - \eta_E} - \frac{\xi_H}{\eta_F - \eta_H}}; \quad (6)$$

$$\eta_{O^{11}} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\xi_E}{\eta_F - \eta_E} + \frac{\xi_H}{\eta_F - \eta_E} \right) \cdot \xi_{O^{11}} + \frac{\eta_F^2 - \xi_E^2 - \eta_E^2}{2(\eta_F - \eta_E)} + \frac{\eta_F^2 - \xi_H^2 - \eta_H^2}{2(\eta_F - \eta_H)} \right]; \quad (7)$$

$$r_2 = \sqrt{\xi_{O^{11}}^2 + (\eta_F - \eta_{O^{11}})^2}; \quad (8)$$

$$\text{т.Е:} \quad \begin{cases} \xi_E = x_E \cos \alpha_0 + y_E \sin \alpha_0; \\ \eta_E = -x_E \sin \alpha_0 + y_E \cos \alpha_0; \end{cases} \quad (9);(10)$$

$$\text{т.Ф:} \quad \begin{cases} \xi_F = x_F \cos \alpha_0 + y_F \sin \alpha_0; \\ \eta_F = -x_F \sin \alpha_0 + y_F \cos \alpha_0; \end{cases} \quad (11);(12)$$

$$\text{т.Н:} \quad \begin{cases} \xi_H = x_H \cos \alpha_0 + y_H \sin \alpha_0; \\ \eta_H = -x_H \sin \alpha_0 + y_H \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (13);(14)$$

Подставив в (1) уравнение (3) получим уравнение интерполирующей окружности  $\Omega'_1$  в системе  $\xi O \eta$

$$(\xi - A \sin \alpha_0)^2 + (\eta - A \cos \alpha_0)^2 = r_1^2, \quad (15)$$

$$\text{где } A = \frac{4\lambda^2 - \ell^2}{8\lambda}. \quad (16)$$

Получим  $\alpha_E$  и  $\alpha_H$ . Далее получаем конформное отображение. Заканчивая рассмотрение случая 2, можно сделать вывод о том, что он является обобщением случая 1, причем при  $\alpha_0 = \pi/2$  случай 2 сводится к случаю 1 [4].

В случае 2 луночка находится на правом скате волны. Очевидно, что полученные результаты распространяются и на случай, когда луночка находится и на левом скате волны.

Рассматриваемая полуволна находилась в верхней полуплоскости. Если луночка будет расположена на полуволне нижней полуплоскости, то путем изменения системы координат можно получить рассмотренные

выше случаи, например: перевести систему координат  $XOY$  в систему  $X'OY'$ , где  $x=x'$ ,  $y=y'$ , т.е. взять зеркально отраженную систему координат по отношению к системе  $XOY$ .

Выражение конформного отображения единичного круга на рассматриваемую область - трещину типа круговой лунки равно  $z = \chi(W)$ :

$$\chi(W) = \frac{z'_E(W - \exp(i\psi_H))^{1/n} - z'_H(W - \exp(i\psi_E))^{1/n}}{(W - \exp(i\psi_H))^{1/n} - (W - \exp(i\psi_E))^{1/n}}$$

или

$$\chi(W) = \frac{z'_H(W - \exp(i\psi_E))^{1/n} - z'_E(W - \exp(i\psi_H))^{1/n}}{(W - \exp(i\psi_E))^{1/n} - (W - \exp(i\psi_H))^{1/n}}$$

где  $|W| \leq 1$ .

Из рис. 2 усматривается, что вдоль первого семейства линий имеем

$$\begin{aligned} dz &= \exp(i\gamma^0 |dz|), & dW &= \exp(i\theta^0 |dW|), & W &= r \cdot \exp(i\theta^0), \\ \exp(i\gamma) &= \frac{dz}{|dz|} = \frac{W}{r} \frac{\chi'(W)}{\chi'(W)}, \\ \exp(2i\gamma) &= \frac{W^2}{r^2} \frac{\chi'(W)}{\chi'(W)} \end{aligned} \tag{17}$$

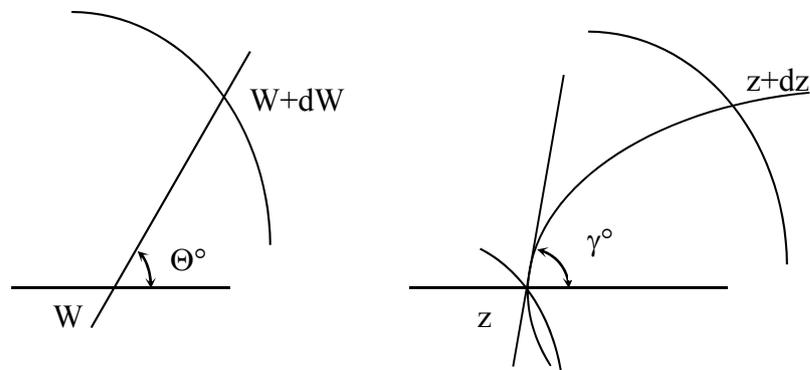


Рис. 2 – Конформное отображение единичного круга на рассматриваемую область

Точки на единичной окружности будем обозначать через  $\sigma$ . Согласно (1) вдоль контура лунки, отвечающего единичной окружности имеем

$$\frac{d}{d\dot{S}} = \frac{1}{|\chi'(\sigma)|} \frac{d}{d\dot{\theta}}. \tag{18}$$

При определении концентрации напряжений обнаруживается, что последняя существенно зависит от кривизны контура луночки  $K = d\gamma/d\dot{S}$ . Дифференцируя по  $\dot{S}$  выражение для  $\exp(2i\gamma)$  (16), получим с учетом (17)

$$K = \frac{1}{|\chi'(\sigma)|} \left[ 1 + \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sigma \chi''(\sigma)}{\chi'(\sigma)} \right\} \right]. \quad (18)$$

Таким образом, получив выражение конформного отображения единичного круга на произвольную область, используя конформное отображение и преобразование Лапласа, можно моделировать поведение напряженно-деформированного состояния твёрдого тела при произвольных нагрузках.

**Вывод.** Для каждого материала существует критическое давление в ударной волне, превышение которого приводит к образованию дефектов. Увеличение неоднородности системы приводит к снижению критического давления в ударной волне, вызывающего образование дефектов и разрушение материала.

Разработана математическая модель, которая позволяет оптимизировать с точки зрения дефектообразования параметры нагружения обрабатываемых материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Створення бурового інструменту з високим ресурсом і властивостями / Ю.В. Савченко // Сборник научных трудов международной конференции «Современные инновационные технологии подготовки инженерных кадров для горной промышленности и транспорта 2014». – Д.: НГУ, 2014. – С. 295–301.
2. Эпштейн Г.Н., Кайбышев О.А. Высокоскоростная деформация и структура металлов. – М.: Металлургия, 1971. – 198 с.
3. Савченко Ю.В. Аналітичний метод визначення коефіцієнта концентрації напруг. - Інновації та трансфер технологій: від ідеї до прибутку : Матеріали II міжнародної науково-практичної конференції. - Д.: НГУ, 2011. С. 45-46.
4. Определение коэффициента концентрации напряжений с использованием конформного отображения / Ю.В. Савченко, И.В. Вернер, Е.А. Ольховик // Материалы международной конференции «Развитие информационно-ресурсного обеспечения образования и науки в горно-металлургической отрасли и на транспорте 2014» 27-28 сентября 2014 / НГУ – Д., 2014. – С. 109 – 118.
5. Савченко Ю.В., Караваева О.С. Моделирование разрушения гетерогенной среды при высокоэнергетических загрузках // Трансфер технологій: від ідеї до прибутку : матеріали 1 міжнар. наук.-практ. конф. студ., асп. и мол. учених в 2 Т.- Д.: НГУ, 2010 Т. 1. – С. 101-103.