

АДАПТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СТРУЕЙ И ГОРНЫМ МАССИВОМ В ПРОТЯЖЕННЫХ ВЫРАБОТКАХ

Запропоновано за критерій адаптації математичної моделі формування температурно-вологісного режиму в гірничих виробках до фактичних умов використовувати величину, яка комплексно враховує відмінність розрахункових значень температури і вологості повітря у виробках від зміряних і ідентифікованих значень параметрів моделі від їх математичних очікувань.

ADAPTIVE MODEL OF HEAT TRANSFER BETWEEN AIR FLOW AND MASSIF IN EXTENSIVE MINE TUNNELS

As an adaptation criterion for mathematical model of the formation of temperature-humidity regime in mine tunnels at real conditions, the parameter that takes into account the difference between calculated and measured values of temperature and humidity in mine tunnels, as well as the difference between identified parameter values of the mathematical model and their mathematical expectations, has been suggested.

Повысить точность прогнозных расчетов температуры и влажности воздуха в выработках действующих шахт можно за счет адаптации математической модели формирования микроклимата к реальным конкретным условиям. С этой целью разработан метод идентификации параметров теплообмена в горных выработках по экспериментальным данным о температуре и влажности воздуха в начальных и конечных пунктах выработок, основные положения которого изложены в работе [1].

Целью настоящего исследования является дальнейшее развитие метода в отношении обоснования выбора погрешностей соответствия расчетных величин температуры и влагосодержания воздуха измеренным.

Принимаемая за основу математическая модель формирования температурно-влажностного режима выработок [2] при учете массообменных процессов исходит из допущения, что влага поступает в рудничный воздух в результате испарения воды на стенках выработок. При этом часть поверхности выработки считается абсолютно сухой, а часть – абсолютно влажной, и в качестве характеристики влажностного состояния стенок выработок используется коэффициент ψ , представляющий собой отношение периметра влажной части $U_{\text{вс}}$ к периметру U всего поперечного сечения выработки

$$\psi = \frac{U_{\text{вс}}}{U}.$$

Расчет изменения температуры и влажности воздуха в выработках основан на решении системы дифференциальных уравнений энергетического баланса участка потока воздуха и материального баланса содержащегося в нем водяного пара. Эти уравнения имеют вид:

$$\frac{dI}{dL} = \frac{dI_{\text{яв}}}{dL} + \frac{dI_{\text{скр}}}{dL} = q_l + q_{l_{\text{ит}}} + \Delta e_{l_{\text{пот}}} = q_{l_{\text{яв}}} + q_{l_{\text{скр}}} + q_{l_{\text{ит}}} + \Delta e_{l_{\text{пот}}}, \quad (1)$$

$$\frac{dI_{\text{скр}}}{dL} = q_{l_{\text{скр}}}, \quad (2)$$

где dI , $dI_{\text{яв}}$ и $dI_{\text{скр}}$ – изменение энтальпии влажного воздуха и ее явной и скрытой составляющих на элементарном участке выработки длиной dL , Дж/кг; q_l – теплота, поступающая из горного массива на единице длины выработки, отнесенная к 1 кг воздуха, Дж/(кг·м); $q_{l_{\text{яв}}}$ и $q_{l_{\text{скр}}}$ – количество тепла в явной и скрытой формах, которым обменивается воздух со стенками выработки на единице ее длины, Дж/(кг·м); $q_{l_{\text{ит}}}$ – количество тепла, получаемое воздухом на единице длины выработки от внутренних источников тепла, Дж/(кг·м); $\Delta e_{l_{\text{пот}}}$ – изменение удельной потенциальной энергии воздуха при перемещении его на единице длины выработки Дж/(кг·м).

В свою очередь,

$$dI_{\text{яв}} = c_p dt;$$

$$dI_{\text{скр}} = r dx;$$

$$q_{l_{\text{яв}}} = \frac{1}{G} \alpha (t_{\text{сэ}} - t) U;$$

$$q_{l_{\text{скр}}} = \frac{1}{G} \beta r (p_{\text{н в с}} - p) \psi U;$$

$$q_{l_{\text{ит}}} = \frac{1}{GL} Q_{\text{ит}};$$

$$\Delta e_{l_{\text{пот}}} = g \sin \gamma,$$

где G – массовый расход воздуха, кг/с; c_p – изобарная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·°С); r – удельная теплота парообразования, Дж/кг; α – коэффициент теплоотдачи от стенок выработки к вентиляционной струе, Вт/(м²·°С); $t_{\text{сэ}}$ и t – эквивалентная температура стенки выработки и температура воздуха, °С; g – ускорение свободного падения, м/с²; γ – угол наклона выработки к горизонту; $Q_{\text{ит}}$ – мощность тепловыделений от источников тепла, расположенных в выработке, Вт; x – влагосодержание воздуха; β – коэффициент массоотдачи при испарении влаги со стенок выработки, кг/(Па·м²·с); p – парциальное

давление водяного пара в вентиляционной струе, Па; $p_{нвс}$ – давление насыщенного водяного пара при температуре влажной стенки выработки, Па; L – длина выработки, м.

В работах [1,3] показано, что при адаптации модели тепломассообмена к конкретным условиям в случае протяженных выработок необходимо идентифицировать, прежде всего, значения коэффициента влажности ψ , температуры пород $t_{п}$, их температуропроводности $a_{п}$, удельной объемной теплоемкости $c_{рп}$, расхода воздуха в выработках G и тепловыделений от находящихся выработке источников тепла $Q_{ит}$.

Все идентифицируемые параметры, кроме коэффициента влажности стенок выработки ψ , рассматриваются методом как случайные величины, распределенные по нормальному закону, с известным математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением, а определяемые значения этих параметров – как реализация соответствующей случайной величины в условиях данной конкретной выработки.

Искомое значение параметра B_i связано с наиболее вероятным ожидаемым M_{B_i} соотношением

$$B_i = M_{B_i} + k_i s_{B_i},$$

где s_{B_i} – среднеквадратическое отклонение параметра B_i ; k_i – относительное отклонение искомого значения этого параметра от ожидаемого, выраженное в долях среднеквадратического.

Область искомых значений обычно ограничивается 95%-м доверительным интервалом, для которого

$$-2,0 \leq k_i \leq 2,0.$$

Коэффициент влажности ψ считается случайной величиной, равномерно распределенной на отрезке

$$0,0 \leq \psi \leq 1,0.$$

При необходимости интервал поиска может быть изменен.

Метод решает задачу определения таких значений идентифицируемых параметров, при которых расчетный температурно-влажностный режим выработки согласуется с опорным фактическим, а сами значения наименее уклоняются от математических ожиданий.

В отличие работы [1] при решении задачи будем считать, что температура и влажность воздуха в начальных пунктах выработок нам известна лишь с некоторой погрешностью, в связи с чем эти параметры также будем

рассматривать как идентифицируемые случайные величины, распределенные по нормальному закону. Тогда математическая формулировка функции цели примет вид:

$$\Phi = \left(\frac{t_{\text{H}}^* - t_{\text{H}}}{\delta_{t_{\text{H}}}} \right)^2 + \left(\frac{x_{\text{H}}^* - x_{\text{H}}}{\delta_{x_{\text{H}}}} \right)^2 + \left(\frac{t_{\text{K}}^* - t_{\text{K}}}{\delta_{t_{\text{K}}}} \right)^2 + \left(\frac{x_{\text{K}}^* - x_{\text{K}}}{\delta_{x_{\text{K}}}} \right)^2 + \sum_{i=1}^n k_i^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где t_{H}^* и t_{H} , x_{H}^* и x_{H} – измеренные и расчетные значения температуры и влагосодержания воздуха в начальном пункте выработки; t_{K}^* , t_{K} , x_{K}^* , x_{K} – то же, в конечном пункте; $\delta_{t_{\text{H}}}$, $\delta_{x_{\text{H}}}$, $\delta_{t_{\text{K}}}$, $\delta_{x_{\text{K}}}$ – погрешность соответствия расчетных и измеренных значений температуры и влагосодержания воздуха в начальном и конечном пунктах выработки; n – число идентифицируемых параметров, рассматриваемых как случайные величины, подчиняющиеся нормальному закону распределения.

Анализ формулы (3) показывает, что результаты идентификации во многом зависят от выбора значений погрешностей соответствия расчетных и измеренных величин температуры и влагосодержания воздуха. Малое заданное значение погрешности какого-либо параметра приводит к хорошему приближению результатов расчета по этому параметру. Однако по другим величинам приближение может оказаться неправдоподобно плохим. Если адаптация расчетной модели тепломассообмена в выработке производится к ее фактическому температурно-влажностному режиму, то наиболее логичным представляется значения погрешностей соответствия принять равными значениям погрешностей измерения температуры и влажности.

При маршрутных тепловых съемках на шахтах для измерения этих величин используются психрометры Асмана, оснащенные термометрами с ценой деления $0,2^\circ\text{C}$. Если считать, что состояние воздуха и режим проветривания выработок во время съемок являются стабильными, то погрешности измерений температуры воздуха по сухому и мокрому термометру можно принять равными $\delta_t = \delta_{t_{\text{M}}} = 0,2^\circ\text{C}$.

Погрешность косвенных измерений влагосодержания можно оценить, исходя из уравнения изотермы мокрого термометра [4]

$$t_{\text{M}} = t - \frac{r_{\text{M}}(x_{\text{M}} - x)}{c_{\text{pп}}x_{\text{M}} + c_{\text{p}}}, \quad (4)$$

где t и t_{M} – температура воздуха по сухому и мокрому термометрам, $^\circ\text{C}$; x_{M} – влагосодержание насыщенного влажного воздуха при температуре t_{M} ; r_{M} – удельная теплота парообразования водяного пара при температуре t_{M} , Дж/кг; $c_{\text{пп}}$ – изобарная теплоемкость водяного пара Дж/(кг \cdot $^\circ\text{C}$).

В соответствии с формулой (4), учитывая, что $c_{p\pi}x_M \ll c_p$, можно записать

$$x = x_M - \frac{(c_{p\pi}x_M + c_p)(t - t_M)}{r_M} \approx x_M - \frac{c_p}{r_M}(t - t_M). \quad (5)$$

При линейной аппроксимации зависимости давления насыщенного водяного пара от температуры [5]

$$p_H = n'(t - \varepsilon'),$$

где n' и ε' – параметры аппроксимации, соответственно Па/°С и °С, выражение влагосодержания насыщенного влажного воздуха при температуре t_M

$$x_M = 0,622 \frac{p_H}{p_{\bar{\sigma}} - p_H} = \frac{0,622}{\frac{p_{\bar{\sigma}}}{n'(t_M - \varepsilon')} - 1}, \quad (6)$$

где $p_{\bar{\sigma}}$ – барометрическое давление, Па.

Из выражений (5) и (6) следует, что погрешность измерений влагосодержания δ_x будет зависеть от погрешностей измерения температур сухого и мокрого термометров δ_t и δ_{t_M} , а также от погрешности определения влагосодержания насыщенного пара, зависящей, в свою очередь, от δ_{t_M} и погрешности измерения барометрического давления $\delta_{p_{\bar{\sigma}}}$.

В соответствии с общим подходом к определению погрешности величин, измеряемых косвенным путем, [6], величина погрешности определения влагосодержания насыщенного пара может быть рассчитана по выражению

$$\delta_{x_M} = \sqrt{\left(\frac{\partial x_M}{\partial t_M} \delta_{t_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial x_M}{\partial p_{\bar{\sigma}}} \delta_{p_{\bar{\sigma}}}\right)^2}. \quad (7)$$

Входящие в это выражение частные производные определяются по формулам, вытекающим из выражения (6):

$$\frac{\partial x_M}{\partial t_M} = \frac{0,622 p_{\bar{\sigma}} n'}{[p_{\bar{\sigma}} - n'(t_M - \varepsilon')]^2}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial x_M}{\partial p_{\bar{\sigma}}} = -\frac{0,622 n'(t_M - \varepsilon')}{[p_{\bar{\sigma}} - n'(t_M - \varepsilon')]^2}. \quad (9)$$

Аналогично, погрешность измерения влагосодержания воздуха, в соответствии с формулой (5)

$$\delta_x = \sqrt{\delta_{x_m}^2 + \frac{c_B^2}{r_M^2} (\delta_t^2 + \delta_{t_m}^2)}. \quad (10)$$

Расчет по формулам (7) – (10) показывает, что при барометрическом давлении 110...112 кПа, температурах сухого и мокрого термометров 20...35°C, погрешностях $\delta_t = \delta_{t_m} = 0,2^\circ\text{C}$, $\delta_{p_6} = 1000$ Па, а также значения погрешности δ_x будут находиться в интервале от 0,00019 до 0,00052.

Поскольку речь идет о влиянии согласованности значений погрешностей δ_t и δ_x на качество адаптации модели, необходимо определиться с показателем (критерием) качества. Трудность определения этого показателя состоит в том, что адаптация рассматриваемой модели к реальному объекту производится по комплексу разнохарактерных величин. С одной стороны, адаптация должна обеспечить достаточно хорошее соответствие расчетных и измеренных значений температуры и влажности, а с другой – максимальное правдоподобие оценок идентифицируемых параметров. Чтобы найти компромиссное решение в достижении этих целей, предлагается оценивание качества адаптации модели осуществлять по приведенной сумме квадратов относительных отклонений расчетных величин температуры и влагосодержания от измеренных σ_{tx}^2 и идентифицированных значений параметров модели от их математических ожиданий σ_k^2 :

$$K_{\text{адапт}} = A_{\text{пр}} \sigma_{tx}^2 + \sigma_k^2,$$

где $A_{\text{пр}}$ – коэффициент приведения, вводимый для повышения значимости соответствия расчетных величин температуры и влагосодержания измеренным в общей оценке качества адаптации модели.

В свою очередь,

$$\sigma_{tx}^2 = \left(\frac{t_H - t_H^*}{t_H^*} \right)^2 + \left(\frac{x_H - x_H^*}{x_H^*} \right)^2 + \left(\frac{t_K - t_K^*}{t_K^*} \right)^2 + \left(\frac{x_K - x_K^*}{x_K^*} \right)^2;$$

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i S_{B_i}}{M_{B_i}} \right)^2.$$

Значение коэффициента $A_{\text{пр}}$ принимается, исходя из условия сопоставимости значений составляющих качества модели $A_{\text{пр}} \sigma_{tx}^2$ и σ_k^2 , причем таким

образом, чтобы при наименьшем значении этого коэффициента минимум функции $\sigma_{ix}^2 = f(\delta_x)$ обусловил бы наличие минимума приведенной погрешности, т.е. минимума функции $K_{\text{адапт}} = f(\delta_x)$.

В качестве примера рассмотрим влияние выбора значений погрешностей δ_t и δ_x на качество адаптации модели к условиям участка западного полевого откаточного штрека горизонта 975 м шахты «Красный Профинтерн» производственного объединения «Орджоникидзеуголь» по экспериментальным данным, полученным при участии автора. Длина участка $L = 430$ м, площадь поперечного сечения $S = 10,3$ м²; измеренные температура и влагосодержание воздуха в начальном сечении $t_{\text{н}}^* = 23,9^\circ\text{C}$ и $x_{\text{н}}^* = 0,01583$, в конечном – $t_{\text{к}}^* = 24,8^\circ\text{C}$, $x_{\text{к}}^* = 0,1722$; расход воздуха, приведенный к нормальным условиям (давлению 0,101325 МПа и температуре 0°C), $V_0^* = 16,6$ м³/с.

При измерениях тепловыделения от абсолютных источников тепла отсутствовали ($Q_{\text{ит}} = 0$). Поэтому адаптацию математической модели теплообмена к фактическим условиям в выработке производим по 5 параметрам: $t_{\text{п}}$, $a_{\text{п}}$, $c_{\rho\text{п}}$, V_0 и ψ . В качестве оценок математических ожиданий и среднеквадратических отклонений теплофизических свойств пород $a_{\text{п}}$ и $c_{\rho\text{п}}$ приняты значения, полученные в [3]. Оценка математического ожидания температуры пород рассчитана в соответствии со значениями температуры пояса постоянных температур и геотермической ступени шахты, равными соответственно 10,5°C и 47,5 м/°C [5]. В качестве оценки математического ожидания расхода воздуха принята измеренная величина V_0^* , а оценка его среднеквадратического отклонения принята равной $0,1V_0^*$. Значения указанных оценок приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Оценки статистических характеристик параметров теплообмена

Статистическая характеристика	Параметры			
	$t_{\text{п}}$, °C	$a_{\text{п}}$, м ² /с	$c_{\rho\text{п}}$, Дж/(м ³ ·°C)	V_0 , м ³ /с
Математическое ожидание	31,25	$0,85 \cdot 10^{-6}$	$2,20 \cdot 10^6$	16,6
Среднеквадратическое отклонение	2,5	$0,32 \cdot 10^{-6}$	$0,31 \cdot 10^6$	1,66

Оценки погрешностей соответствия расчетных величин температуры измеренным были приняты во всех расчетных вариантах одинаковыми и равными $\delta_{t_{\text{н}}} = \delta_{t_{\text{к}}} = \delta_t = 0,2^\circ\text{C}$. Оценки погрешностей влагосодержания $\delta_{x_{\text{н}}} = \delta_{x_{\text{к}}} = \delta_x$ изменялись в интервале от 0,00001 до 0,0004, т.е. от 0,01 до 0,4 г/кг сухого воздуха.

Значение коэффициента $A_{\text{пр}}$ принято равным $A_{\text{пр}} = 100$.

Результаты адаптации модели при различных значениях δ_x приведены в табл. 2. На рис. 1 приведены графики зависимостей $K_{\text{адапт}} = f(\delta_x)$, $\sigma_{tx}^2 = f(\delta_x)$ и $\sigma_k^2 = f(\delta_x)$.

Таблица 2 – Результаты адаптации модели

δ_x , г/кг	σ_{tx}^2	σ_k^2	$K_{\text{адапт}}$	$k_{t_{\Pi}}$	$k_{a_{\Pi}}$	$k_{c_{\rho\Pi}}$	k_V	ψ
0,010	0,001281	0,3144	0,3157	2,000	2,000	2,000	-2,000	0,924
0,040	0,001440	0,3144	0,3159	2,000	2,000	2,000	-2,000	1,000
0,100	0,000782	0,3144	0,3152	2,000	2,000	2,000	-2,000	0,714
0,120	0,000773	0,3051	0,3058	2,000	2,000	1,767	-1,990	0,646
0,140	0,000909	0,2698	0,2708	2,000	2,000	1,516	-1,581	0,584
0,145	0,000944	0,2634	0,2643	2,000	2,000	1,457	-1,493	0,569
0,150	0,000990	0,2542	0,2552	2,000	1,967	1,399	-1,411	0,554
0,160	0,001103	0,2308	0,2319	2,000	1,839	1,289	-1,260	0,522
0,180	0,001330	0,1902	0,1915	2,000	1,597	1,086	-1,008	0,461
0,200	0,001652	0,1513	0,1529	1,806	1,365	0,898	-0,797	0,391
0,250	0,002458	0,0771	0,0795	1,199	0,884	0,536	-0,439	0,227
0,400	0,003533	0,0132	0,0167	0,452	0,315	0,169	-0,128	0,000

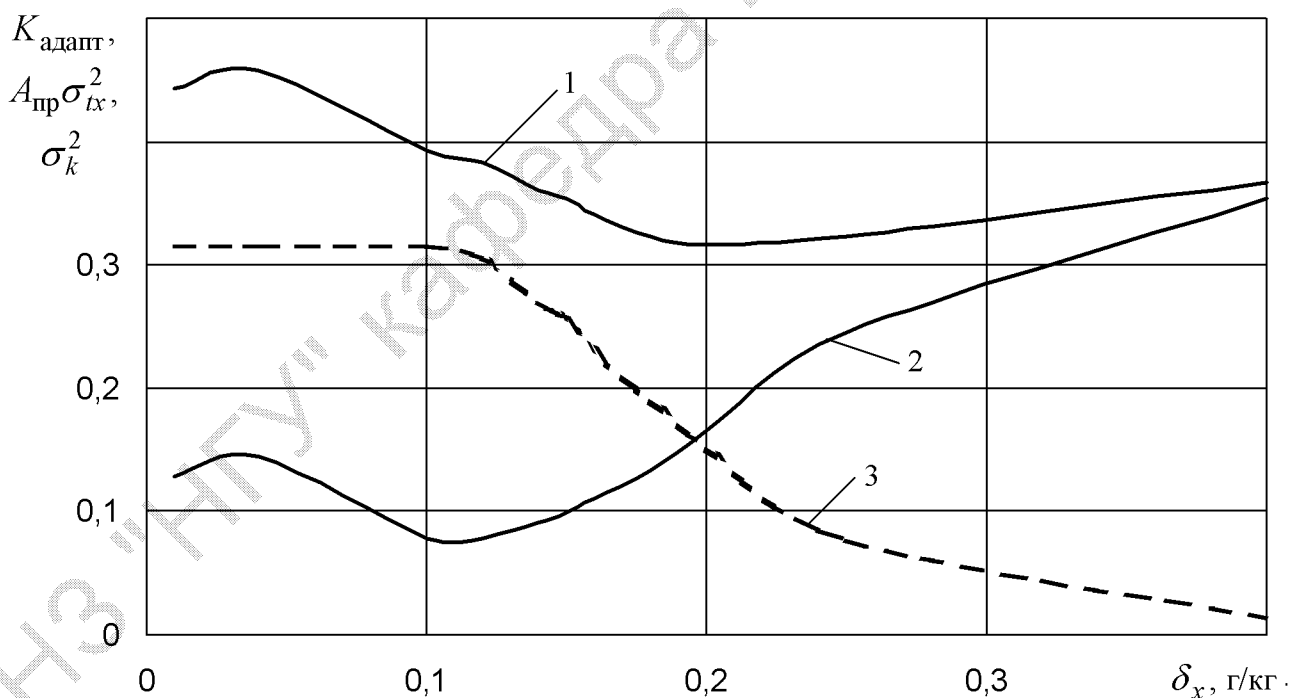


Рис. 1 – Влияние погрешности δ_x на качество адаптации модели $K_{\text{адапт}}$ (линия 1) и составляющие качества $A_{\text{пр}} \sigma_{tx}^2$ (линия 2) и σ_k^2 (линия 3)

Анализ результатов расчета показывает, что при малых δ_x обеспечивается хорошее соответствие расчетных и измеренных данных по влагосодержанию,

но плохое по температуре воздуха, при больших δ_x – хорошее по температуре, но плохое по влагосодержанию.

Наилучшее комплексное приближение расчетных температур и влагосодержаний к измеренным, оцениваемое величиной σ_{tx}^2 имеет место при $\delta_x = 0,12$ г/кг сухого воздуха (минимум на кривой 2 – см. рис. 1). Это приближение, однако, получается при неправдоподобно больших отклонениях идентифицированных значений параметров модели от наиболее вероятных (относительные отклонения k_i равны граничным или близки к ним), в результате чего составляющая качества σ_k^2 принимает в этой точке почти максимально возможное значение.

При увеличении δ_x составляющая $A_{пр}\sigma_{tx}^2$ увеличивается, а σ_k^2 уменьшается, что обуславливает наличие минимума приведенной погрешности (величины $K_{адапт}$) при $\delta_x = 0,2$ г/кг. В этой точке все найденные значения идентифицируемых параметров модели находятся в допустимых границах, а расчетные температура и влагосодержание воздуха ($t_n = 24,1^\circ\text{C}$; $x_n = 0,01629$; $t_k = 24,57^\circ\text{C}$; $x_k = 0,01657$) хорошо согласуются с соответствующими вышеприведенными измеренными значениями.

Обращает на себя внимание то, что значение $\delta_x = 0,2$ г/кг находится в пределах найденного выше интервала значений 0,19...0,52 г/кг, согласующихся с погрешностью измерения температуры воздуха $\delta_t = 0,2^\circ\text{C}$. Таким образом, при адаптации модели теплообмена в горных выработках к фактическому тепловому режиму можно рекомендовать принимать погрешности соответствия расчетных значений температуры и влагосодержания фактическим равными погрешностям измерений $\delta_t = 0,2^\circ\text{C}$ и $\delta_x = 0,2$ г/кг. При необходимости осуществления более качественной адаптации следует исследовать функцию приведенной погрешности $K_{адапт} = f(\delta_x)$ и принять значение δ_x , соответствующее ее минимуму.

Выводы.

Показано, что:

в качестве критерия адаптации математической модели формирования температурно-влажностного режима в горных выработках к фактическим условиям целесообразно принять приведенную погрешность адаптации – величину, которая комплексно учитывает отличие расчетных значений температуры и влажности воздуха в выработках от измеренных и идентифицированных значений параметров модели от их математических ожиданий;

в качестве значений погрешностей измерения температуры и влагосодержания целесообразно принять такие, при которых значение приведенной погрешности адаптации минимально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оксень Ю.И. Метод идентификации параметров теплообмена в протяженных горных выработках // Наук. вісник НГАУ. – 2002. – № 5. – С. 80-82.
2. Оксень Ю.И. Метод расчета температурно-влажностного режима рудничной атмосферы в сети горных выработок // Гірничя електромеханіка та автоматика: Міжгалуз. наук.-техн. зб. – 2001. – Вып. 67. – С. 135-141.
3. Оксень Ю.И. Оценка точности прогноза микроклимата глубоких шахт // Наук. вісник НГАУ. – 1999. – № 6. – С. 59-63.
4. Лариков Н.Н. Теплотехника. – М.: Стройиздат, 1985. – 432 с.
5. Единая методика прогнозирования температурных условий в угольных шахтах / МакНИИ. – Макеевка–Донбасс, 1979. – 196 с.
6. Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. – Л.: Наука, 1985. – 112 с.