

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Ниже представлены результаты исследований, направленных на математическую формализацию процесса уплотнения реальных грунтовых оснований (в том числе на получение системы уравнений движения и состояния водонасыщенного грунтового основания). Решение этой задачи было разбито на четыре этапа.

1. На первом этапе для получения перечисленных уравнений в рамках модели упругой водонасыщенной среды использованы фундаментальные законы термодинамики необратимых процессов [13].

2. Далее путем соответствующей замены материальных констант было показано, что полученная нами система уравнений движения и состояния полностью совпадает с известными соотношениями классической теории тепломассопереноса (в частности с известной системой теории взаимосвязанной термоупругости) [104]. Таким образом, было показано, что полученные нами уравнения не противоречат современным представлениям о процессах тепломассопереноса в сплошных средах.

3. После этого с использованием принципа В. Вольтерра [116] эти результаты были обобщены на случай обладающих свойством ползучести анизотропных грунтовых оснований.

4. Далее были рассмотрены основные расчетные схемы грунтовых оснований [65, 66, 133] и соответствующие им граничные условия.

В ходе исследований преследовалась цель получить по возможности наиболее общие результаты. В этой связи рассматривались обладающие анизотропией (как деформационной, так и фильтрационной) основания и

учитывались динамические эффекты.

Необходимо отметить, что в настоящее время определение материальных констант анизотропных грунтовых оснований (тем более их реологических свойств по направлениям) является проблемой. Поэтому изложенные в настоящем разделе материалы представляют скорее теоретический, чем практический интерес. При этом эти материалы очень важны при формализации процесса уплотнения реальных грунтовых оснований при использовании схемы "от общего к частному" и создания общей теории консолидации грунтовых оснований.

2.1. УПЛОТНЕНИЕ ГРУНТОВОГО ВОДОНАСЫЩЕННОГО ОСНОВАНИЯ КАК ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

В настоящем разделе выводятся соотношения динамической задачи теории фильтрационной консолидации для анизотропного водонасыщенного основания. Для этой цели нами использованы фундаментальные законы феноменологической термодинамики и полученные в последнее время соотношения термодинамики необратимых процессов [13, 66, 104].

Положим, что грунтовое основание является двухфазным, а именно, состоит из поровой жидкости и твердых минеральных частиц. Учтем также тот факт, что твердые минеральные частицы образуют т.н. грунтовый скелет [65, 66].

Рассмотрим ограниченный поверхностью L_A объем грунтового основания V , который состоит из большого числа образующих термодинамическую систему материальных частиц (рис. 2.1.1).

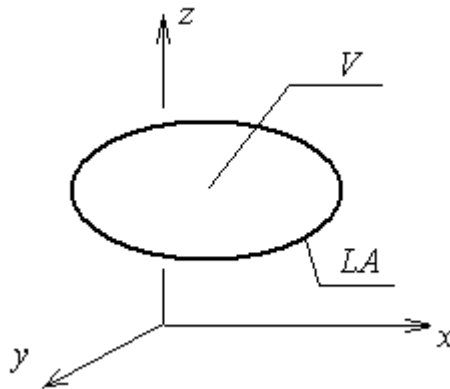


Рис. 2.1.1. К выводу уравнений.

Состояние этой системы характеризуется некоторыми макроскопическими величинами, которые называются параметрами или переменными состояния.

Ввиду специфики рассматриваемой термодинамической системы в качестве параметров приняты внутренняя и свободная энергия \hat{U} и \hat{F} , энтропия \hat{S} , перемещения U_i , деформации $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{j,i} + U_{i,j})$, напряжения σ_{ij} , температура T , поровое давление P и объём V . Здесь

$U_{j,i} = \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$ и $U_{i,j} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$. Согласно [13] приращение энтропии

равно

$$d\Delta\hat{S} = de\Delta\hat{S} + d_i\Delta\hat{S}. \quad (2.1.1)$$

Здесь $de\Delta\hat{S}$ - приращение энтропии за счет обмена с окружающей средой; $d_i\Delta\hat{S}$ - производство энтропии внутри системы. При этом для необратимых процессов справедливо неравенство

$$d_i \Delta \hat{S} > 0. \quad (2.1.2)$$

Для вывода уравнений состояния воспользуемся вторым законом термодинамики

$$\left. \begin{aligned} d\hat{F} &= \frac{\partial U}{\partial t} = \sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - g_{i,i}; \\ T \frac{d\hat{S}}{dt} &= -g_{i,i}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1.3)$$

где t - время; g_i - источники энтропии.

В уравнения (2.1.3) входят четыре термодинамических параметра. При этом, согласно правилу фаз Гиббса, число независимых термодинамических параметров N равно

$$N = n - n_{\phi} + 2 = 2 - 2 + 2 = 2.$$

Здесь n - число компонентов системы (порозовая жидкость и грунтовой скелет); n_{ϕ} - число фаз в системе (твердая и жидкая). В качестве независимых параметров примем порозовое давление P и деформации ε_{ij} и перейдем к этим переменным в соотношениях (2.1.3). Для этой цели используем уравнение состояния системы

$$P = f(T, V). \quad (2.1.4)$$

Здесь $f(T, V)$ - некоторая функция температуры T и объема V .

Для фиксированного объема грунта имеет место линеаризация

(2.1.4) вида

$$K \cdot P = T, \quad (2.1.5)$$

где $K > 0$ - коэффициент пропорциональности.

Уравнение (2.1.5) по форме совпадает с уравнением Менделеева - Клапейрона, которое получено для идеальных газов [13].

$$\frac{V_{\mu}}{R_{\mu}} P = T. \quad (2.1.6)$$

Здесь V_{μ} и R_{μ} - соответственно объём одного моля вещества и универсальная газовая постоянная.

В самом деле, положив в (2.1.6) $\frac{V_{\mu}}{R_{\mu}} = K$, мы приходим к (2.1.5). С

учетом соотношения (2.1.5) равенство (2.1.3) примет вид

$$\left. \begin{aligned} dF &= \frac{dU}{dt} = \sigma_{ij} \cdot \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - g_{i,i}; \\ K \cdot P \cdot \frac{dS}{dt} &= -g_{i,i}. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.7)$$

Далее для вывода уравнения фильтрационной консолидации анизотропного основания рассмотрим объём грунта V , ограниченный поверхностью LA (рис. 2.1.1). Обусловленная приращением порового давления скорость изменения энтропии в объеме V равна:

$$\frac{d\Delta S}{dt} = K \int \frac{dS}{dt} dV = - \int \frac{g_{i,i}}{P} dV, \text{ откуда}$$

$$\frac{Kd\Delta S}{dt} = - \int_A \frac{g_i n_i}{P} dA - \int_V \frac{g_i P_{,i}}{P^2} dV. \quad (2.1.8)$$

Здесь $g_i \cdot n_i$ - вектор источников энтропии на границе LA объема V .
Первое слагаемое правой части (2.1.8) характеризует процесс обмена с окружающей средой и принимает как положительные, так и отрицательные значения. Второе слагаемое (2.1.8) ввиду необратимости процесса (см. (2.1.2)) будет строго положительным, т.е.

$$\theta = - \frac{g_i \cdot P_i}{P^2} > 0. \quad (2.1.9)$$

Параметр θ принято называть интенсивностью источника энтропии. В термодинамике необратимых процессов принято оперировать с термодинамическими потоками g_i (поток тепла, массы и т.д.) и силами F_i [13]. Термодинамические силы позволяют установить взаимосвязь между причинами возникновения необратимых процессов и источниками энтропии, в силу чего

$$\theta = - \frac{g_i P_{,i}}{P^2} \text{ и } \theta = g_i \cdot F_i, \text{ откуда}$$

$$F_i = - \frac{P_{,i}}{P^2} \quad (2.1.10)$$

или

$$\vec{F} = -\frac{1}{P^2} \text{grad}(P). \quad (2.1.11)$$

Равенство (2.1.11) означает, что в водонасыщенном грунтовом основании производство энтропии возникает за счет изменения давления в поровой жидкости.

С другой стороны, в силу постулата Онзагера о линейных соотношениях между термодинамическими потоками и силами справедливо соотношение

$$\left. \begin{array}{l} g_i = L_{ij} \cdot F_j; \\ i, j = 1, 2, 3, \end{array} \right\}, \quad (2.1.12)$$

где L_{ij} - коэффициенты пропорциональности. Согласно соотношениям взаимности Онзагера также имеют место соотношения

$$\left. \begin{array}{l} L_{ij} = L_{ji}; \\ L_{ij} \geq 0; \\ L_{ii} \cdot L_{jj} \geq 0,25(L_{ij} + L_{ji})^2; \\ i, j = 1, 2, 3. \end{array} \right\}, \quad (2.1.13)$$

в которых не следует выполнять суммирование по индексам i и j .

С учетом (2.1.10) и (2.1.12) выражение (2.1.9) примет вид

$$\theta = L_{ij} \cdot F_i \cdot F_j = L_{ij} \cdot \frac{P_{,i} \cdot P_{,j}}{P^4}. \quad (2.1.14)$$

Коэффициенты L_{ij} следует выбрать таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

- движущие силы должны иметь размерность $\frac{H}{m \cdot c}$;
- отношение суммы движущих сил к поровому давлению должно быть полностью идентичным закону Дарси для пористой среды;
- коэффициенты L_{ij} обязаны отражать характер взаимодействия давления в поровой жидкости с грунтовым скелетом.

Ввиду изложенного примем $L_{ij} = \frac{k_{ij}^{\phi}}{\beta_{ij} \cdot \gamma_w} \cdot P^3$, откуда с учетом

(2.1.8) найдем:

$$\left. \begin{aligned} g_i &= -P \cdot \frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w \cdot \beta_{ij}} \cdot P_{,j}; \\ K \cdot P \cdot \frac{dS}{dt} &= \\ &= \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot \left(\frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w} \cdot P \cdot P_{,j} \right)_{,i}; \\ i, j &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.15)$$

Здесь k_{ij}^{ϕ} - коэффициенты фильтрации по направлениям; γ_w - удельный вес поровой жидкости; β_{ij} - коэффициенты порового давления по направлениям [65, 66, 141, 143, 144].

Для вывода уравнений состояния введем в рассмотрение свободную энергию:

$$F = U - S \cdot T = U - K \cdot S \cdot P. \quad (2.1.16)$$

В этом случае первое уравнение (2.1.7) примет вид

$$dF = \sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij} - K \cdot S \cdot dP. \quad (2.1.17)$$

С другой стороны,

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_P \cdot d\varepsilon_{ij} + \left(\frac{\partial F}{\partial P} \right)_{\varepsilon_{ij}} \cdot dP. \quad (2.1.18)$$

Из сопоставления (2.1.17) и (2.1.18) вытекает, что

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \right)_P \quad \text{и} \quad S = -\frac{1}{K} \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial P} \right)_{\varepsilon_{ij}}. \quad (2.1.19)$$

Разложим функцию $F(\varepsilon, P)$ вблизи естественного состояния в окрестности точек $\varepsilon_{ij} = 0$ и $P = P_0$ в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned}
F \approx F(0, P_0) + \frac{\partial F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} \cdot \varepsilon_{ij} + \frac{\partial F(0, P_0)}{\partial P} \cdot (P - P_0) + \\
+ \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \cdot \partial \varepsilon_{KL}} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{KL} + 2 \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \cdot \partial P} \cdot (P - P_0) \cdot \varepsilon_{ij} + \right. \\
\left. + \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial P^2} \cdot (P - P_0)^2 \right] + \dots
\end{aligned} \tag{2.1.20}$$

С учетом (2.1.19) представим (2.1.20) в виде

$$\left. \begin{aligned}
\sigma_{ij} = \frac{\partial F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \cdot \partial \varepsilon_{KL}} \cdot \varepsilon_{KL} + \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial P \cdot \partial \varepsilon_{ij}} \cdot (P - P_0); \\
K \cdot S = - \left[\frac{\partial F(0, P_0)}{\partial P} + \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial P \cdot \partial \varepsilon_{ij}} \cdot \varepsilon_{ij} + \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial P^2} \cdot (P - P_0) \right].
\end{aligned} \right\} \tag{2.1.21}$$

Принимая за начало отсчета естественное состояние, найдем, что

$$F(0, P_0) = 0 \text{ и } \frac{\partial F(0, P_0)}{\partial P} = -S(0, P_0) = 0.$$

$$\text{Введём обозначения } P^* = P - P_0; c_{ijkl} = \frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \cdot \partial \varepsilon_{kl}};$$

$$\frac{\partial^2 F(0, P_0)}{\partial \varepsilon_{ij} \cdot \partial P} = -\frac{1}{\beta_{ij}}.$$

Обозначим сумму всех зависящих только лишь от порового давления слагаемых как $\varphi(P)$. В этом случае соотношения (2.1.20) и (2.1.21) примут вид

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{1}{2} c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{kl} - \frac{1}{\beta_{ij}} \varepsilon_{ij} \cdot P^* + \varphi(P); \\ \sigma_{ij} &= c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P^*; \\ S &= \frac{1}{K \cdot \beta_{ij}} \varepsilon_{ij} - \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial \varphi(P^*)}{\partial P}. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.22)$$

Второе уравнение (2.1.22) является уравнением состояния для водонасыщенного основания и по форме совпадает с используемыми в термоупругости соотношениями Дюгамеля - Неймана [104].

Для определения функции $\varphi(P)$ найдем полный дифференциал энтропии:

$$\left. \begin{aligned} dS &= \left(\frac{dS}{d\varepsilon_{ij}} \right)_P d\varepsilon_{ij} + \left(\frac{dS}{dP} \right)_{\varepsilon_{ij}} dP; \\ dS &= \frac{1}{\beta_{ij} \cdot K} \cdot d\varepsilon_{ij} - \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial \varphi(P^*)}{\partial P^2} \cdot dP. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.23)$$

Вычтем нижнее уравнение (2.1.23) из верхнего. Имеем

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_{\varepsilon_{ij}} dP + \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial^2 \varphi(P^*)}{\partial P^2} \cdot dP = 0,$$

$$\text{или } \frac{P}{K} = \frac{\partial^2 \varphi(P^*)}{\partial P^2} = T \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\varepsilon_{ij}} = c_v, \quad (2.1.24)$$

где c_v - теплоемкость при постоянной деформации (здесь было использовано равенство (2.1.5)). Поскольку изменение температуры в грунтовом основании за счет приращения порового давления весьма мало, следует положить

$$\varphi(P^*) \equiv 0. \quad (2.1.25)$$

С учетом (2.1.25) уравнения (2.1.22) примут вид

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \cdot c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot \varepsilon_{kl} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot \varepsilon_{ij} \cdot P^*; \\ \sigma_{ij} &= c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P^*; \\ K \cdot S &= \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot \varepsilon_{ij}. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.26)$$

Для вывода уравнения фильтрации поровой жидкости продифференцируем последнее равенство (2.1.26) по времени t и умножим на поровое давление P . Имеем

$$K \cdot P \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{P}{\beta_{ij}} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}. \quad (2.1.27)$$

Сопоставив (2.1.27) с (2.1.15), найдем

$$\left. \begin{aligned} P \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w} \cdot (P \cdot P, j)_i; \\ i, j &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.28)$$

Таким образом, уравнение порового давления (2.1.28) имеет нелинейный вид. Для его линеаризации положим $P = P_0 + P^*$, где $|P_0| \gg |P^*|$ а P^* - приращение порового давления. В этом случае равенство (2.1.28) примет вид

$$P_0 \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w} P_0 \cdot P, j_i + \frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w} P, i^* \cdot P, j^*. \quad (2.1.29)$$

Поскольку $|P, i^* \cdot P, j^*| \ll |P_0 \cdot P, j_i|$, имеем окончательно

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\phi}}{\gamma_w} \cdot P, ij; \\ i, j &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.30)$$

Если грунт не обладает свойством анизотропии, мы придём к обычному уравнению порового давления [65, 66]. Следует также отметить, что на практике уравнение (2.1.28) априори принимается линейным, а входящие в него параметры - кусочно-линейными в различных диапазонах давлений.

Для вывода уравнений равновесия рассмотрим уравнения движения [66, 104]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} - z_i; \\ i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.1.31)$$

и уравнения состояния (второе уравнение (2.1.26)). Здесь $\sigma_{ij,j}$ и z_i - проекции на координатные оси действующих в некоторой точке основания напряжений и объемных сил, а ρ - плотность основания.

Поскольку деформации в точке ε_{ij} и приращение порового P^* давления равны $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i})$; $P^* = P - P_0$, то справедливы такие равенства:

$$P^*_{,i} = P_{,i}; P^*_{,j} = P_{,j}; \frac{\partial P^*}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (2.1.32)$$

Здесь U_i - перемещения в направлении координатных осей. С учетом изложенного найдем окончательно

$$\left. \begin{aligned}
c_{ijkl} \cdot U_{K,Lj} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P_{,j} - z_i; \\
\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\Phi}}{\gamma_W} \cdot P_{,ji}; \\
\sigma_{ij} &= c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{KL} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P; \\
\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (U_{i,j} + U_{j,i}); \\
i, j, K, L &= 1, 2, 3.
\end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.1.33)$$

Следует отметить, что при соответствующей замене материальных констант система уравнений (2.1.33) полностью совпадает с системой уравнений, описывающей движение анизотропной термоупругой среды [104].

Представляет также интерес вопрос о максимальном значении числа линейно независимых материальных констант в (2.1.33) c_{ijkl} , $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} для различных условий симметрии. Детально этот вопрос исследован в работах, посвященных физике кристаллов [126, 129]. При этом, поскольку проблема имеет чисто геометрическую суть, вопрос о физической природе материальных констант в данном случае не является первостепенным.

В связи с изложенным ниже представлены адаптированные к грунтовому основанию уже известные в других областях механики

твердого тела результаты. При этом сохранена принятая в физике кристаллов терминология и опущены известные очевидные выкладки [126, 129].

Из (2.1.33) вытекает, что максимальное значение материальных констант в тензоре четвертого ранга c_{ijkl} равно 36, а в тензорах второго ранга $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} - девяти. При этом нас интересует максимальное число линейно-независимых материальных констант в той или иной системе симметрии.

Если грунтовое основание таково, что имеет место центральная симметрия (т.е. симметричны тензоры σ_{ij} и ε_{KL}), то справедливы равенства вида:

$$c_{ijkl} = c_{jikl}, c_{ijkl} = c_{ijkl}, c_{ijkl} = c_{klij}, \frac{1}{\beta_{ij}} = \frac{1}{\beta_{ji}} \text{ и } k_{ij}^{\Phi} = k_{ji}^{\Phi}.$$

Ввиду изложенного тензоры материальных констант имеют вид

$$[c_{ijkl}] = \begin{vmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & c_{1123} & c_{1131} & c_{1112} \\ & c_{2222} & c_{2233} & c_{2223} & c_{2231} & c_{2212} \\ & & c_{3333} & c_{3323} & c_{3331} & c_{3312} \\ & & & c_{2323} & c_{2331} & c_{2312} \\ & & & & c_{3131} & c_{3112} \\ & & & & & c_{1212} \end{vmatrix}; \quad (2.1.34)$$

$$\left[\frac{1}{\beta_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta_{11}} & \frac{1}{\beta_{12}} & \frac{1}{\beta_{13}} \\ & \frac{1}{\beta_{22}} & \frac{1}{\beta_{23}} \\ & & \frac{1}{\beta_{33}} \end{vmatrix};$$

$$\left[k_{ij}^{\Phi} \right] = \begin{vmatrix} k_{11}^{\Phi} & k_{12}^{\Phi} & k_{13}^{\Phi} \\ & k_{22}^{\Phi} & k_{23}^{\Phi} \\ & & k_{33}^{\Phi} \end{vmatrix}. \quad (2.1.34)$$

В соотношениях (2.1.34 ÷ 2.1.38) выписаны только верхние части матриц, поскольку их нижние части симметричны относительно главной диагонали. Матрицы (2.1.34) соответствуют триклинной структуре основания, которая содержит 21 линейно-независимый коэффициент c_{ijkl} и 6 линейно-независимых коэффициентов $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} [126, 129]. Следует

также отметить, что указанное число линейно-независимых материальных констант является максимально возможным для реальных твердых тел.

Если одна из осей (например, ось x_3) является двукратной осью симметрии, мы приходим к основанию, соответствующему моноклинной структуре основания [126, 129]. В этом случае

$$[c_{ijKL}] = \begin{vmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & 0 & 0 & c_{1112} \\ & c_{2222} & c_{2233} & 0 & 0 & c_{2212} \\ & & c_{3333} & 0 & 0 & c_{3312} \\ & & & c_{2323} & c_{2331} & c_{2312} \\ & & & & c_{3131} & 0 \\ & & & & & 0 \end{vmatrix};$$

$$[k_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} k_{11}^{\Phi} & k_{12}^{\Phi} & 0 \\ & k_{22}^{\Phi} & 0 \\ & & k_{33}^{\Phi} \end{vmatrix};$$

$$\text{и } \left[\frac{1}{\beta_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta_{11}} & \frac{1}{\beta_{12}} & 0 \\ & \frac{1}{\beta_{22}} & 0 \\ & & \frac{1}{\beta_{33}} \end{vmatrix}. \quad (2.1.35)$$

Из (2.1.35) вытекает, что у моноклинной системы число линейно-независимых констант c_{ijKL} равно 13, а $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} - четырем.

Если основание характеризуется двумя взаимно ортогональными осями симметрии, мы приходим к ромбической структуре [126, 129]. В этом случае

$$[c_{ijKL}] = \begin{vmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{2222} & c_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{2323} & 0 & 0 \\ & & & & c_{3131} & 0 \\ & & & & & c_{1212} \end{vmatrix};$$

$$[k_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} k_{11}^{\Phi} & 0 & 0 \\ & k_{22}^{\Phi} & 0 \\ & & k_{33}^{\Phi} \end{vmatrix};$$

$$\left[\frac{1}{\beta_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta_{11}} & 0 & 0 \\ & \frac{1}{\beta_{22}} & 0 \\ & & \frac{1}{\beta_{33}} \end{vmatrix}. \quad (2.1.36)$$

Из (2.1.36) вытекает, что ромбической структуре соответствуют 9 линейно независимых постоянных c_{ijKL} и по 3 линейно независимых постоянных $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} . Структуру, описываемую набором материальных констант вида (2.1.36), также принято называть ортотропной [126, 129].

Если свойства тела не изменяются при повороте системы координат относительно оси x_3 , мы приходим к гексагональной структуре основания [126, 129]. В этом случае

$$\begin{aligned}
 [c_{ijKL}] = & \begin{vmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{1111} & c_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{1313} & 0 & 0 \\ & & & & c_{1313} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2} \cdot (c_{1111} - c_{2211}) \end{vmatrix} ; \\
 \left[\frac{1}{\beta_{ij}} \right] = & \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta_{11}} & 0 & 0 \\ & \frac{1}{\beta_{11}} & 0 \\ & & \frac{1}{\beta_{33}} \end{vmatrix} ; \qquad (2.1.37)
 \end{aligned}$$

$$[k_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} k_{11}^{\Phi} & 0 & 0 \\ & k_{11}^{\Phi} & 0 \\ & & k_{33}^{\Phi} \end{vmatrix}. \quad (2.1.37)$$

Из (2.1.37) вытекает, что для гексагональной системы симметрии число линейно-независимых коэффициентов c_{ijKL} равно шести, а число линейно независимых коэффициентов $\frac{1}{\beta_{ij}}$ и k_{ij}^{Φ} - двум.

Наконец, если основание характеризуется гексагональной симметрией относительно двух взаимно перпендикулярных осей, мы придем к изотропной среде [126, 129]:

$$[c_{ijKL}] = \begin{vmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{vmatrix};$$

$$\left[\frac{1}{\beta_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\beta} & 0 & 0 \\ & \frac{1}{\beta} & 0 \\ & & \frac{1}{\beta} \end{vmatrix}; \quad (2.1.38)$$

$$[k_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} k^{\Phi} & 0 & 0 \\ & k^{\Phi} & 0 \\ & & k^{\Phi} \end{vmatrix}, \quad (2.1.38)$$

где $\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} = c_{1122}$ и $G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} = 0.5 \cdot (c_{1111} - c_{1122})$ - константы Ламе; $\beta_{11} = \beta_{22} = \beta_{33} = \beta$ - коэффициент порового давления; $k_{11}^{\Phi} = k_{22}^{\Phi} = k_{33}^{\Phi} = k^{\Phi}$ - коэффициент фильтрации. Здесь E и ν - соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона основания [123]. Иногда эти упругие константы называют техническими.

Изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили сделать такие выводы.

1. Получены уравнения движения, состояния и порового давления для находящегося под воздействием динамической нагрузки водонасыщенного грунтового упругого анизотропного основания. При выводе этих уравнений использованы соотношения феноменологической термодинамики.

2. Составлены матрицы материальных констант для грунтового упругого анизотропного основания. Показано что максимальное число линейно упругих констант c_{ijkl} равно 36, коэффициентов порового давления по направлениям β_{ij} - девяти, а коэффициентов фильтрации по направлениям k_{ij}^{Φ} - девяти.

3. Рассмотрены различные варианты структуры грунтового

основания, в том числе триклинная, моноклинная, ромбическая (ортотропная), гексагональная и изотропная. Для каждой из этих структур составлены матрицы материальных констант. При этом установлено следующее:

3.1. Для триклинной структуры основания число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} равно 21, линейно-независимых коэффициентов порового давления β_{ij} - шести, а линейно-независимых коэффициентов фильтрации по направлениям k_{ij}^{Φ} - шести.

3.2. Для моноклинной структуры основания число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} равно 13, линейно-независимых коэффициентов порового давления β_{ij} - четырем, а линейно-независимых коэффициентов фильтрации по направлениям k_{ij}^{Φ} - четырем.

3.3. Для ромбической (ортотропной) структуры основания число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} равно девяти, а линейно-независимых коэффициентов порового давления β_{ij} и коэффициентов фильтрации по направлениям k_{ij}^{Φ} - трем.

3.4. Для гексагональной структуры основания число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} равно шести, а линейно-независимых коэффициентов порового давления β_{ij} - и коэффициентов фильтрации k_{ij}^{Φ} - двум.

3.5. Для изотропной структуры основания число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} равно двум, а линейно-независимых коэффициентов порового давления $\beta_{ij} = \beta$ - и коэффициентов фильтра-

ции по направлениям $k_{ij}^{\Phi} = k^{\Phi}$ - единице.

2.2. УЧЕТ ПОЛЗУЧЕСТИ ГРУНТОВОГО СКЕЛЕТА

Полученные нами уравнения движения существенно отличаются от уравнений, которые обычно используются при расчете грунтовых оснований [104]. Поэтому представляет интерес вопрос их соответствия классическим уравнениям тепломассопереноса сплошных сред. Для выяснения соответствия в системе уравнений (2.1.33) выполним замену материальных констант с использованием таких формул:

$$\left. \begin{aligned} \beta_{ij} &= \frac{1}{\alpha_{ij}}; \\ P &= T; \\ \frac{k_{ij}^{\Phi}}{\gamma_W} &= a_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\rho \cdot c_p}. \end{aligned} \right\}, \quad (2.2.1)$$

где α_{ij} - коэффициенты линейного температурного расширения по направлениям [104]; T - температура в некоторой точке основания; a_{ij} - коэффициенты теплопереноса по направлениям [104]; λ_{ij} - коэффициенты кондуктивной теплопередачи по направлениям [104]; ρ - плотность основания; c_p - его удельная теплоемкость.

Перечисленные выше материальные константы описывают, в частности, свойства композитных материалов [109, 110].

С учетом (2.2.1) система (2.1.33) примет вид

$$\left. \begin{aligned}
 c_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \alpha_{ij} \cdot T_{,j} - Z_i; \\
 \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= a_{ij} \cdot T_{,ji}; \\
 \sigma_{ij} &= c_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL} - \alpha_{ij} \cdot T; \\
 \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (U_{j,i} + U_{i,j}); \\
 i, j, K, L &= 1, 2, 3.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.2)$$

Следует отметить, что система уравнений (2.2.2) является системой уравнений, описывающей движение весомой упругой анизотропной среды в рамках **теории взаимосвязанной термоупругости** [104]. В таких средах не только изменение температуры приводит к изменению их напряженно - деформированного состояния, но и изменение напряженно - деформированного состояния таких сред приводит к изменению их температурного поля.

Таким образом, путем формальной замены материальных констант мы получили систему уравнений, описывающую движение **классической термоупругой среды**.

Уместно также подчеркнуть, что в водонасыщенном грунтовом основании изменение напряженно - деформированного состояния его скелета также приводит к изменению давления в поровой жидкости. При этом изменение давления в поровой жидкости в свою очередь приводит к

изменению напряженно - деформированного состояния грунтового скелета основания. Таким образом, в данном случае имеет место случай **взаимосвязанной теории фильтрационной консолидации**.

Изложенное позволило нам сделать вывод о том, что полученные нами в разделе 2.1 системы уравнений и входящие в них материальные константы хорошо соответствуют современным представлениям о тепломассопереносе в сплошных средах. В этой связи их следует использовать для описания свойств реальных грунтовых оснований.

Далее получим уравнения движения обладающего свойством ползучести водонасыщенного основания. Для этого в соответствии со сформулированным Ю. Н. Работновым **принципом Вольтерра** [104] заменим входящие в систему уравнений (2.1.33) материальные константы некоторыми интегральными операторами. Поскольку в данном случае при выводе уравнений используется формальный подход, физический смысл и суть этих операторов будут раскрыты несколько позже. Имеем

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_{ijkl} \cdot U_{k,l} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P_{,j} - Z_i; \\
 \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\Phi}}{\gamma_w} \cdot P_{,ji}; \\
 \sigma_{ij} &= \alpha_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P; \\
 \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\
 i, j, k, l &= 1, 2, 3.
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.2.3)$$

Замена входящих в уравнения (2.1.33) материальных констант некоторыми операторами адекватна утверждению о том, что помимо упругих, основание обладает другими свойствами.

Запись $\frac{y(t)}{\tilde{c}_{ijKL}}$ в развернутом виде имеет вид

$$\frac{y(t)}{\tilde{c}_{ijKL}} = \frac{1}{c_{ijKL}} \cdot \left[y(t) + \int_0^t y(\tau) \cdot K_{ijKL}(t, \tau) \cdot d\tau \right], \quad (2.2.4)$$

где $y(t)$ - некоторая функция времени (в общем случае это функция нескольких переменных, в которую время входит в качестве независимой переменной); c_{ijKL} - коэффициент пропорциональности, который в одномерном случае имеет физический смысл модуля упругости [104]; $K_{ijKL}(t, \tau)$ - ядро ползучести грунтового скелета [109, 110]; τ - имеющий размерность времени параметр [109, 110].

Необходимо также отметить, что с точки зрения физики процесса **ядро ползучести $K_{ijKL}(t, \tau)$ является скоростью деформирования неводонасыщенного основания (или грунтового образца), находящегося под воздействием постоянной во времени нагрузки, численно равной c_{ijKL} .**

Поэтому запись уравнений состояния и равновесия (2.2.3) адекватна утверждению о том, что в общем случае рассмотренная нами модель основания позволяет учесть 21 отличную друг от друга скорость ползучести в направлениях, которые совпадают с осями анизотропии.

Поскольку каждому ядру ползучести $K_{ijKL}(t, \tau)$ соответствует его **резольвента $R_{ijKL}(t, \tau)$** , то запись $\tilde{c}_{ijKL} \cdot y(t)$ в развернутом виде имеет

ВИД

$$\tilde{c}_{ijKL} \cdot y(t) = c_{ijKL} \cdot \left[y(t) - \int_0^t y(\tau) \cdot R_{ijKL}(t, \tau) \cdot d\tau \right]. \quad (2.2.5)$$

Поступая по аналогии с (2.2.4) и (2.2.5), имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \cdot y(t) &= \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot \left[y(t) + \int_0^t y(\tau) \cdot K_{ij}(t, \tau) \cdot d\tau \right] \\ \tilde{\beta}_{ij} \cdot y(t) &= \beta_{ij} \cdot \left[y(t) - \int_0^t y(\tau) \cdot R_{ij}(t, \tau) \cdot d\tau \right] \end{aligned} \right\}. \quad (2.2.6)$$

Здесь β_{ij} - коэффициент пропорциональности, который в одномерном случае имеет физический смысл коэффициента порового давления (этот коэффициент показывает, какая доля от давления в поровой жидкости воспринимается грунтовым скелетом) [65, 66]; $K_{ij}(t, \tau)$ - ядро ползучести [109, 110], которое характеризует трансформацию характера передачи порового давления на грунт во времени; $R_{ij}(t, \tau)$ - резольвента ядра ползучести $K_{ij}(t, \tau)$.

В заключение отметим, что на данном этапе изложения материала пояснить физический смысл оператора $\frac{\tilde{k}_{ij}^{\Phi}}{\gamma_W} \cdot y(t)$ не представляется возможным. Это будет сделано в разделе 3.

Далее проанализируем систему уравнений (2.2.3).

Положим в ней плотность основания ρ равной нулю. Имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{c}_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P_{,j} - Z_i; \\
 \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^\Phi}{\gamma_W} \cdot P_{,ji}; \\
 \sigma_{ij} &= \tilde{c}_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P; \\
 \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\
 i, j, K, L &= 1, 2, 3.
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.2.7)$$

С физической точки зрения система уравнений (2.2.7) описывает состояние **грунтового водонасыщенного обладающего свойством ползучести невесомого анизотропного основания.**

Далее положим в (2.2.3) поровое давление P , равным нулю. Имеем:

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{c}_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} - Z_i; \\
 \sigma_{ij} &= \tilde{c}_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL}; \\
 \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\
 i, j, K, L &= 1, 2, 3.
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.2.8)$$

Полученная таким образом система уравнений (2.2.8) описывает состояние грунтового **неводонасыщенного обладающего свойством ползучести весомого анизотропного основания.**

Далее положим в (2.2.7) равным нулю поровое давление P . Имеем

$$\left. \begin{aligned} \tilde{c}_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= -Z_i; \\ \sigma_{ij} &= \tilde{c}_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL}; \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\ i, j, K, L &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\}. \quad (2.2.9)$$

Полученная нами, таким образом, система уравнений (2.2.9) описывает состояние грунтового **неводонасыщенного обладающего свойством ползучести невесомого анизотропного основания.** К аналогичному результату мы придем, положив в (2.2.8) равной нулю плотность основания ρ .

Далее выявим физический смысл систем уравнений, полученных из (2.2.3) путем замены операторов константами. Вначале положим в (2.2.3)

$\tilde{k}_{ij}^{\Phi} = k_{ij}^{\Phi} = \text{const}$. Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{c}_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \cdot P_{,j} - Z_i; \\ \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\Phi}}{\gamma_w} \cdot P_{,ji}; \end{aligned} \right\}. \quad (2.2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= \tilde{c}_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL} - \frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \cdot P; \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\ i, j, K, L &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.10)$$

Запись уравнений равновесия и состояния в виде (2.2.10) соответствует модели основания, в котором фильтрационный поток устанавливается мгновенно, без проявления последействия. При этом явление последействия проявляется при ползучести грунтового скелета и его взаимодействии грунтового скелета с поровой жидкостью.

Далее положим в (2.2.10) $\tilde{\beta}_{ij} = \beta_{ij} = \text{const}$. Имеем

$$\left. \begin{aligned} \tilde{c}_{ijKL} \cdot U_{K,Lj} &= \rho \cdot \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} + \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P_{,j} - Z_i; \\ \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} &= \frac{k_{ij}^{\Phi}}{\gamma_W} \cdot P_{,ji}; \\ \sigma_{ij} &= \tilde{c}_{ijKL} \cdot \varepsilon_{KL} - \frac{1}{\beta_{ij}} \cdot P; \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}); \\ i, j, K, L &= 1, 2, 3. \end{aligned} \right\} \quad (2.2.11)$$

Запись уравнений равновесия и состояния в виде (2.2.11) соответствует модели основания, в котором передача порового давления

на грунтовый скелет происходит мгновенно, без проявления последствий. При этом явление последствий проявляется при ползучести грунтового скелета.

Наконец, положив в (2.2.11) $\tilde{c}_{ijkl} = c_{ijkl} = \text{const}$ мы приходим к системе уравнений (2.1.29).

Далее исследуем вопрос о максимальном числе линейно независимых материальных операторов в (2.2.3) \tilde{c}_{ijkl} , $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} для различных условий симметрии.

Из (2.2.3) вытекает, что максимальное значение **материальных операторов** в тензоре четвертого ранга \tilde{c}_{ijkl} равно 36, а в тензорах второго ранга $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} - девяти.

Если имеет место **центральная симметрия** (т.е. симметричны тензоры операторов $\tilde{\sigma}_{ij}$ и $\tilde{\varepsilon}_{KL}$), то справедливы равенства вида:

$$\tilde{c}_{ijkl} = \tilde{c}_{jikl}, \tilde{c}_{ijkl} = \tilde{c}_{ijlk}, \tilde{c}_{ijkl} = \tilde{c}_{klij}, \frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} = \frac{1}{\tilde{\beta}_{ji}} \text{ и } \tilde{k}_{ij}^{\Phi} = \tilde{k}_{ji}^{\Phi}.$$

Ввиду изложенного тензоры **материальных операторов** имеют вид

$$[\tilde{c}_{ijkl}] = \begin{vmatrix} \tilde{c}_{1111} & \tilde{c}_{1122} & \tilde{c}_{1133} & \tilde{c}_{1123} & \tilde{c}_{1131} & \tilde{c}_{1112} \\ & \tilde{c}_{2222} & \tilde{c}_{2233} & \tilde{c}_{2223} & \tilde{c}_{2231} & \tilde{c}_{2212} \\ & & \tilde{c}_{3333} & \tilde{c}_{3323} & \tilde{c}_{3331} & \tilde{c}_{3312} \\ & & & \tilde{c}_{2323} & \tilde{c}_{2331} & \tilde{c}_{2312} \\ & & & & \tilde{c}_{3131} & \tilde{c}_{3112} \\ & & & & & \tilde{c}_{1212} \end{vmatrix}; \quad (2.2.12)$$

$$\left[\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\tilde{\beta}_{11}} & \frac{1}{\tilde{\beta}_{12}} & \frac{1}{\tilde{\beta}_{13}} \\ & \frac{1}{\tilde{\beta}_{22}} & \frac{1}{\tilde{\beta}_{23}} \\ & & \frac{1}{\tilde{\beta}_{33}} \end{vmatrix}; \quad (2.2.12)$$

$$\left[\tilde{k}_{ij}^{\Phi} \right] = \begin{vmatrix} \tilde{k}_{11}^{\Phi} & \tilde{k}_{12}^{\Phi} & \tilde{k}_{13}^{\Phi} \\ & \tilde{k}_{22}^{\Phi} & \tilde{k}_{23}^{\Phi} \\ & & \tilde{k}_{33}^{\Phi} \end{vmatrix}. \quad (2.2.12)$$

В соотношениях (2.2.12 ÷ 2.2.16) выписаны только верхние части матриц, поскольку их нижние части симметричны относительно главной диагонали. Матрицы (2.2.12) соответствуют триклинной структуре основания, которая содержит 21 линейно независимый материальный оператор \tilde{c}_{ijkl} и по 6 линейно независимых операторов $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} [126, 129, 141, 144, 145].

Следует особо отметить, что указанное число линейно независимых материальных операторов является максимально возможным для реальных твердых тел.

Если одна из осей (например, ось x_3) является **двукратной осью симметрии**, мы придем к основанию с моноклинной структурой [126, 129, 141, 144, 145]. В этом случае имеем

$$[\tilde{c}_{ijKL}] = \begin{vmatrix} \tilde{c}_{1111} & \tilde{c}_{1122} & \tilde{c}_{1133} & 0 & 0 & \tilde{c}_{1112} \\ & \tilde{c}_{2222} & \tilde{c}_{2233} & 0 & 0 & \tilde{c}_{2212} \\ & & \tilde{c}_{3333} & 0 & 0 & \tilde{c}_{3312} \\ & & & \tilde{c}_{2323} & \tilde{c}_{2331} & \tilde{c}_{2312} \\ & & & & \tilde{c}_{3131} & 0 \\ & & & & & 0 \end{vmatrix};$$

$$[\tilde{k}_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} \tilde{k}_{11}^{\Phi} & \tilde{k}_{12}^{\Phi} & 0 \\ & \tilde{k}_{22}^{\Phi} & 0 \\ & & \tilde{k}_{33}^{\Phi} \end{vmatrix};$$

$$\left[\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} \frac{1}{\tilde{\beta}_{11}} & \frac{1}{\tilde{\beta}_{12}} & 0 \\ & \frac{1}{\tilde{\beta}_{22}} & 0 \\ & & \frac{1}{\tilde{\beta}_{33}} \end{vmatrix}. \quad (2.2.13)$$

Из (2.2.13) вытекает, что у моноклинной системы число **линейно-независимых материальных операторов** \tilde{c}_{ijKL} равно 13, а $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} - четырем.

Если основание характеризуется двумя взаимно ортогональными осями симметрии, мы придем к **ромбической структуре** [126, 129, 141, 144, 145]. В этом случае

$$\begin{aligned}
 \left[\tilde{k}_{ij}^{\Phi} \right] &= \begin{vmatrix} \tilde{k}_{11}^{\Phi} & 0 & 0 \\ & \tilde{k}_{22}^{\Phi} & 0 \\ & & \tilde{k}_{33}^{\Phi} \end{vmatrix}; \\
 \left[\tilde{c}_{ijKL} \right] &= \begin{vmatrix} \tilde{c}_{1111} & \tilde{c}_{1122} & \tilde{c}_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & \tilde{c}_{2222} & \tilde{c}_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & \tilde{c}_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \tilde{c}_{2323} & 0 & 0 \\ & & & & \tilde{c}_{3131} & 0 \\ & & & & & \tilde{c}_{1212} \end{vmatrix}; \\
 \left[\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \right] &= \begin{vmatrix} 1/\tilde{\beta}_{11} & 0 & 0 \\ & 1/\tilde{\beta}_{22} & 0 \\ & & 1/\tilde{\beta}_{33} \end{vmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.2.14}$$

Из (2.2.14) вытекает, что ромбической структуре соответствуют 9 линейно независимых материальных операторов \tilde{c}_{ijKL} и по 3 линейно независимых оператора $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} . Структуру, описываемую набором материальных операторов вида (2.2.14), иногда называют **ортотропной** [126, 129, 141, 144, 145].

Если свойства тела не изменяются при повороте системы координат относительно оси x_3 , мы приходим к **гексагональной структуре основания** [126, 129, 141, 144, 145]. В этом случае

$$[\tilde{c}_{ijKL}] = \begin{vmatrix} \tilde{c}_{1111} & \tilde{c}_{1122} & \tilde{c}_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & \tilde{c}_{1111} & \tilde{c}_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & & \tilde{c}_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \tilde{c}_{1313} & 0 & 0 \\ & & & & \tilde{c}_{1313} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2} \cdot (\tilde{c}_{1111} - \tilde{c}_{2211}) \end{vmatrix} ;$$

$$\left[\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} 1/\tilde{\beta}_{11} & 0 & 0 \\ & 1/\tilde{\beta}_{22} & 0 \\ & & 1/\tilde{\beta}_{33} \end{vmatrix} . \quad (2.2.15)$$

$$[\tilde{k}_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} \tilde{k}_{11}^{\Phi} & 0 & 0 \\ & \tilde{k}_{11}^{\Phi} & 0 \\ & & \tilde{k}_{33}^{\Phi} \end{vmatrix}. \quad (2.2.15)$$

Из (2.2.15) вытекает, что для гексагональной системы симметрии число линейно независимых операторов \tilde{c}_{ijKL} равно шести, а число линейно независимых операторов $\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}}$ и \tilde{k}_{ij}^{Φ} - двум.

Наконец, если основание характеризуется **гексагональной симметрией относительно двух взаимно перпендикулярных осей**, мы придем к **изотропной среде** [126, 129, 141, 144, 145]:

$$[\tilde{c}_{ijKL}] = \begin{vmatrix} \tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G} & \tilde{\lambda} & \tilde{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ & \tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G} & \tilde{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ & & \tilde{\lambda} + 2 \cdot \tilde{G} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \tilde{G} & 0 & 0 \\ & & & & \tilde{G} & 0 \\ & & & & & \tilde{G} \end{vmatrix};$$

$$\left[\frac{1}{\tilde{\beta}_{ij}} \right] = \begin{vmatrix} 1/\tilde{\beta}_{11} & 0 & 0 \\ & 1/\tilde{\beta}_{22} & 0 \\ & & 1/\tilde{\beta}_{33} \end{vmatrix}; \quad (2.2.16)$$

$$[\tilde{k}_{ij}^{\Phi}] = \begin{vmatrix} \tilde{k}^{\Phi} & 0 & 0 \\ & \tilde{k}^{\Phi} & 0 \\ & & \tilde{k}^{\Phi} \end{vmatrix}, \quad (2.2.16)$$

Изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили сделать такие выводы.

1. Получены уравнения движения, состояния и порового давления для находящегося под воздействием динамической нагрузки **весомого водонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания.** Для их вывода использованы полученные в разделе 2.1 результаты и принцип Винченцо Вольтерра.

2. Эти результаты обобщены на такие случаи грунтовых оснований:

- модель **невесомого водонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания;**

- модель **весомого неводонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания;**

- модель **невесомого неводонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания.**

3. Составлены матрицы **материальных операторов** для **грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания.**

4. Показано что максимальное число **материальных операторов** для данного основания \tilde{c}_{ijkl} равно 36, а операторов порового давления

β_{ij} и операторов коэффициентов фильтрации по направлениям \tilde{k}_{ij}^{Φ} - девяти [126, 129, 141, 144, 145].

5. Рассмотрены различные варианты структуры обладающего свойством ползучести грунтового основания, в том числе **триклинная, моноклинная, ромбическая (ортотропная), гексагональная и изотропная** [126, 129, 141, 144, 145]. Для каждой из этих структур составлены **матрицы материальных операторов**. При этом установлено, что для каждой из этих структур число **материальных операторов** в точности равно числу **материальных констант** для не обладающего свойством ползучести (т.е. упругого) основания (см. выводы по разделу 2.1).

В целом был сделан вывод о том, что полученные нами системы уравнений весьма громоздки. Поэтому имеет смысл сократить число входящих в них материальных констант до разумного минимума.

2.3. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ. УСЛОВИЯ НА КОНТАКТЕ ГРУНТОВЫХ СЛОЕВ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Для построения частных решений конкретных задач к представленным в разделах 2.1 и 2.2 уравнениям движения и состояния следует присоединить **начальные и граничные условия** [65, 66, 123, 127, 128]. Ввиду многообразия инженерных задач, в настоящем разделе рассмотрены только те из них, которые имеют наибольшую практическую ценность.

Граничные условия в значительной мере определяются расчетной схемой грунтового основания [127, 128]. В инженерной практике наиболее часто используются [65, 66, 123, 127, 128]:

- схема находящегося в условиях компрессионного сжатия основания (рис. 2.3.2);
- схема пространства (рис. 2.3.3);
- схема полупространства (рис. 2.3.4);
- схема слоя конечной толщины (рис. 2.3.5).

Расчетная схема находящегося в условиях компрессии основания представляет интерес ввиду ее простоты. Близкое к компрессии напряженно-деформированное состояние имеет место вблизи вертикальной оси, проходящей через центр фундаментов большой площади и в основании насыпей [65, 66, 127, 128].

Расчетная схема пространства представляет интерес в связи с решением технологических задач (например, в ходе расчета НДС грунтовых оснований при устройстве камуфлетных полостей) и относительной простотой. Близкое к указанному напряженно-деформированное состояние имеет место на значительной глубине.

Расчетная схема полупространства является наиболее общей. В этой связи она представляет значительный интерес [65, 66, 123, 127, 128].

Иногда верхний слой основания подстилается прочным и малосжимаемым скальным грунтом. В данном случае в качестве расчетной целесообразно использовать схему **слоя конечной толщины** [65, 66, 123, 127, 128]. Эта схема несколько проще полностью соответствующей рассматриваемому случаю схемы двухслойного полупространства [65, 66, 123, 127, 128].

Реальные грунтовые основания, как правило, имеют слоистую текстуру. В этой связи расчетные схемы слоистых полупространства и

слоя конечной толщины более точно отвечают действительности, чем схемы однородных оснований [65, 66, 123, 127, 128].

2.3.1. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ.

Вначале рассмотрим граничные условия, которые подразделяют на три типа [65, 66, 123, 127, 128].

К первому типу относят **граничные условия в смещениях (или, что одно и то же, в перемещениях):**

$$\left. \begin{array}{l} U_i \Big|_{\Omega} = f_{1,i}(x_1, x_2, x_3, t); \\ i = 1, 2, 3. \end{array} \right\} \quad (2.3.1)$$

Запись (2.3.1) означает, что перемещения U_i на границе рассматриваемой в задаче области Ω могут быть представлены в виде некоторой наперед заданной (т.е. заранее известной) функции $f_{1,i}(x_1, x_2, x_3, t)$ координат x_1, x_2, x_3 и времени t .

Ко второму типу относят **граничные условия в напряжениях:**

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{ij} \Big|_{\Omega n_i} = T_i(x_1, x_2, x_3, t); \\ i = 1, 2, 3. \end{array} \right\} \quad (2.3.2)$$

Здесь n_i - направляющие косинусы. Запись (2.3.2) означает, что сумма проекций приложенных к границе области Ω напряжений σ_{ij} на некоторую ось x_i могут быть представлены в виде некоторой наперед заданной (т.е. заранее известной) функции $T_i(x_1, x_2, x_3, t)$ координат x_1, x_2, x_3 и времени t .

К третьему типу относят **смешанные граничные условия**, в которых частично известны действующие на границе расчетной области напряжения, а частично - перемещения границы. Обычно такие условия возникают при решении **контактных задач** [65, 66, 123, 127, 128].

Помимо перечисленных граничных условий следует задать **граничные условия для порового давления P** . Эти условия подразделяются на два типа [65, 66]. В первом случае они имеют вид

$$P|_{\Omega} = f_{2,i}(x_1, x_2, x_3, t), \quad (2.3.3)$$

а во втором -

$$V = k^{\phi} \cdot \frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{\Omega} = f_{3,i}(x_1, x_2, x_3, t), \quad (2.3.4)$$

где V - скорость движения жидкости через границу расчетной области Ω ; k^{ϕ} - коэффициент фильтрации; $\frac{\partial P}{\partial n}$ - производная порового давления по нормали к границе расчетной области Ω .

Запись (2.3.3) означает, что на границе расчетной области Ω поровое давление P может быть представлено в виде некоторой наперед

заданной (т.е. заранее известной) функции $f_{2,i}(x_1, x_2, x_3, t)$ координат x_1, x_2, x_3 и времени t . При этом запись (2.3.4) означает, что на границе расчетной области Ω скорость движения поровой жидкости V может быть представлена в виде некоторой наперед заданной (т.е. заранее известной) функции $f_{3,i}(x_1, x_2, x_3, t)$ координат x_1, x_2, x_3 и времени t .

Если имеет место равенство

$$P|_{\Omega} = f_{2,i}(x_1, x_2, x_3, t) = 0, \quad (2.3.5)$$

то мы имеем дело с абсолютно проницаемой границей области Ω . Если имеет место равенство

$$V = k\phi \cdot \frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{\Omega} = f_{3,i}(x_1, x_2, x_3, t) = 0, \quad (2.3.6)$$

то мы имеем дело с абсолютно непроницаемой границей области Ω (т.е. водоупором).

В инженерной практике встречаются комбинации условий (2.3.5) и (2.3.6). Такая ситуация возникает, когда на проницаемой для поровой жидкости границе основания расположен непроницаемый фундамент.

К граничным следует присоединить **начальные условия**. При этом следует различать начальные условия для моделей **весомого и невесомого оснований** [65, 66, 123, 127, 128].

В случае **весомого основания** необходимо задать начальные условия при $t \rightarrow 0$ для перемещений U_i , их скоростей $V_i = \frac{\partial U_i}{\partial t}$ и порового давления P . Эти условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned}
\lim_{t \rightarrow 0} U_i(x_1, x_2, x_3, t) &= f_{4,i}(x_1, x_2, x_3); \\
\lim_{t \rightarrow 0} V_i(x_1, x_2, x_3, t) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial U_i(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial t} = \\
&= f_{5,i}(x_1, x_2, x_3); \\
\lim_{t \rightarrow 0} P(x_1, x_2, x_3, t) &= f_{6,i}(x_1, x_2, x_3); \\
i &= 1, 2, 3.
\end{aligned} \right\} \quad (2.3.7)$$

В случае **невесомого основания** необходимо задать начальное условие при $t \rightarrow 0$ для порового давления P . Это условие имеет вид:

$$\lim_{t \rightarrow 0} P(x_1, x_2, x_3, t) = f_{6,i}(x_1, x_2, x_3) \quad (2.3.8)$$

Запись (2.3.7) означает, что в начальный момент времени (т.е. при $t \rightarrow 0$) внутри расчетной области заранее известны зависимости от координат x_1, x_2 и x_3 перемещений U_i , их скоростей $\frac{\partial U_i}{\partial t}$ и порового давления P . При этом запись (2.3.8) означает, что в начальный момент времени (т.е. при $t \rightarrow 0$) внутри расчетной области заранее известна зависимость от координат P .

При решении конкретных практических задач начальные условия обычно принимают нулевыми. Для весомого основания они имеют вид [65, 66, 123, 127, 128].

$$\left. \lim_{t \rightarrow 0} U_i(x_1, x_2, x_3, t) = 0; \right\} \quad (2.3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial U_i(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial t} = 0; \\ \lim_{t \rightarrow 0} P(x_1, x_2, x_3, t) = 0; \\ i = 1, 2, 3. \end{aligned} \right\}, \quad (2.3.9)$$

а для невесомого -

$$\lim_{t \rightarrow 0} P(x_1, x_2, x_3, t) = f_{6,i}(x_1, x_2, x_3). \quad (2.3.10)$$

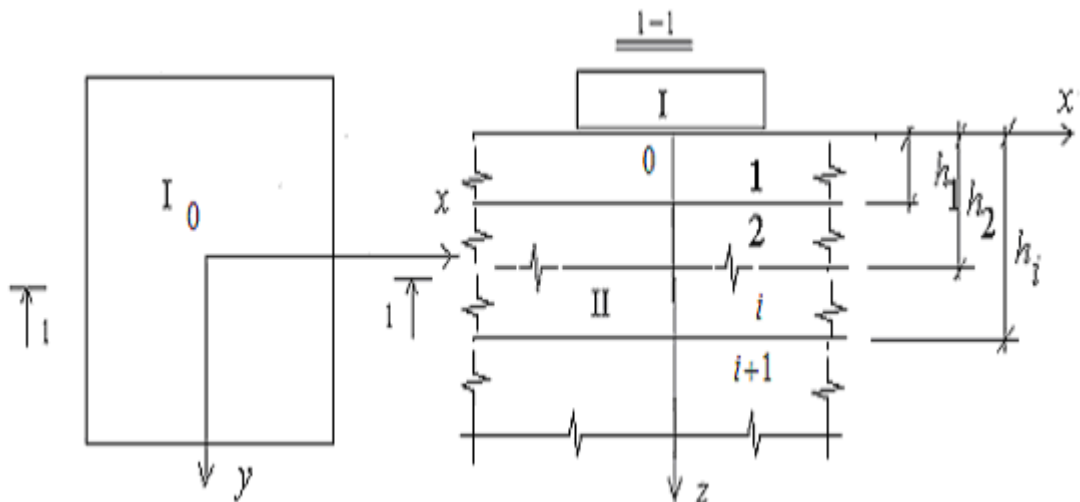


Рис. 2.3.1. К определению условий “склейки” на контакте грунтовых слоев.
 Расчетная схема - слоистое основание. x, y, z - координаты; I фундамент; II
 - основание. $1, 2, \dots, i, \dots$ - номера грунтовых слоев; $h_1, h_2, \dots, h_i, \dots$ -
 расстояния от начала координат до контакта грунтовых слоев

Граничные и начальные условия (2.3.1...2.3.10) в совокупности с полученными нами ранее уравнениями движения и состояния позволяют строить решения задач об определении НДС **грунтовых однородных оснований**. Если основание имеет слоистую текстуру, следует учесть условия на контакте соседних слоев (рис. 2.3.1) [65, 66, 104, 123, 127, 128, 141, 144, 145].

Для простоты изложения материала допустим, что грунтовые слои расположены параллельно друг другу и дневной поверхности, а решение задачи выполняется в декартовой системе координат. В общем случае условия на контакте i - того и $i + 1$ - го слоев имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 U^i(x, y, h_i, t) - U^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 V^i(x, y, h_i, t) - V^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 W^i(x, y, h_i, t) - W^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 \sigma_{zz}^i(x, y, h_i, t) - \sigma_{zz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= T_1(x, y, h_i, t); \\
 \tau_{xz}^i(x, y, h_i, t) - \tau_{xz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= T_2(x, y, h_i, t); \\
 \tau_{yz}^i(x, y, h_i, t) - \tau_{yz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= T_3(x, y, h_i, t); \\
 P^i(x, y, h_i, t) - P^{i+1}(x, y, h_i, t) &= T_4(x, y, h_i, t); \\
 k_i^\Phi \frac{\partial P(x, y, h_i, t)}{\partial z} - k_{i+1}^\Phi \frac{\partial P(x, y, h_i, t)}{\partial z} &= V(x, y, h_i, t); \\
 i &= 1, \dots, n-1.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.11)$$

Здесь n - количество грунтовых слоев с отличными друг от друга свойствами.

Запись условий "склейки" на контакте грунтовых слоев в виде (2.3.11) имеет такую интерпретацию.

1. На границе контакта грунтовых слоев на глубине h_i действуют дополнительные внешние вертикальные напряжения $T_1(x, y, h_i, t)$. При этом в плоскости Oxy действуют внешние касательные напряжения $T_2(x, y, h_i, t)$ и $T_3(x, y, h_i, t)$.

2. На границе контакта грунтовых слоев на глубине h_i действует дополнительное внешнее поровое давление $T_4(x, y, h_i, t)$ и со скоростью $V(x, y, h_i, t)$, в основание нагнетается поровая жидкость.

Если функции $T_1(x, y, h_i, t)$, $T_2(x, y, h_i, t)$ и $T_3(x, y, h_i, t)$, $T_4(x, y, h_i, t)$ и $V(x, y, h_i, t)$ тождественно равны нулю, то говорят, что на границе грунтовых слоев имеет место идеальный **термомеханический** контакт. В этом случае условия (2.3.11) имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 U^i(x, y, h_i, t) - U^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 V^i(x, y, h_i, t) - V^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 W^i(x, y, h_i, t) - W^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 \sigma_{zz}^i(x, y, h_i, t) - \sigma_{zz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 \tau_{xz}^i(x, y, h_i, t) - \tau_{xz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 \tau_{yz}^i(x, y, h_i, t) - \tau_{yz}^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0; \\
 P^i(x, y, h_i, t) - P^{i+1}(x, y, h_i, t) &= 0;
 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.3.12)$$

$$\left. k_i \Phi \frac{\partial P(x, y, h_i, t)}{\partial z} - k_{i+1} \Phi \frac{\partial P(x, y, h_i, t)}{\partial z} = 0 \right\}. \quad (2.3.12)$$

Уравнения (2.3.1)...(2.3.12) совместно с полученными ранее уравнениями движения и состояния (см. разделы 2.1 и 2.2) позволяют определять напряженно-деформированное состояние как однородных, так и слоистых оснований [65, 66, 104, 123, 127, 128, 141, 144, 145].

Далее остановимся на особенностях граничных условий для различных расчетных схем грунтовых оснований.

2.3.2. КОМПРЕССИЯ

В данном случае предполагается, что размеры загруженной области в плане не ограничены, в силу чего напряжения, перемещения и поровое давление будут зависеть только от пространственной координаты z и времени t (рис. 2.3.2).

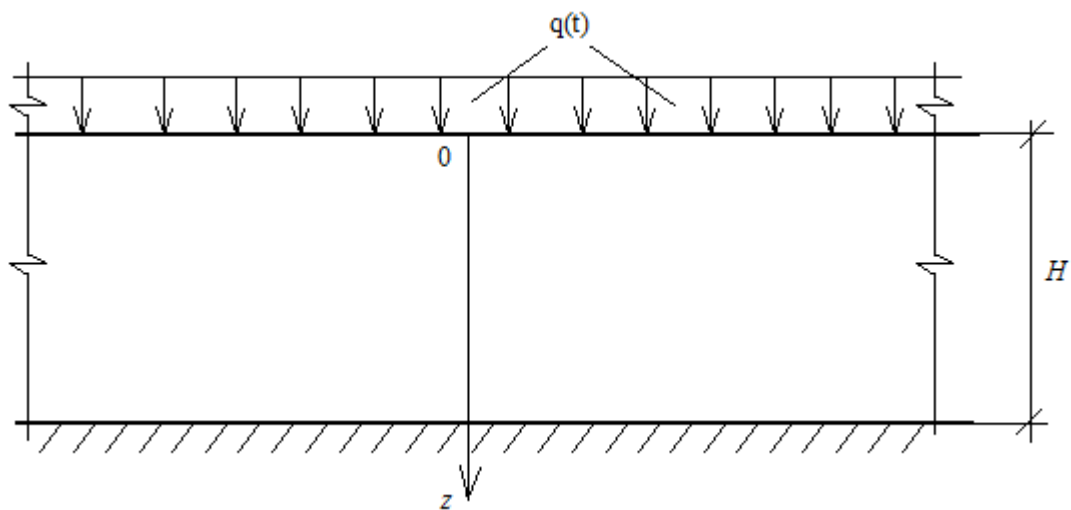


Рис. 2.3.2. К определению граничных условий

Поэтому следует задать граничные условия для перемещений (или напряжений) и порового давления (или его градиента) на верхней и нижней границе основания. Для порового давления обычно принимают его нулевое значение (этот случай соответствует полностью проницаемой границе) или нулевое значение его градиента (этот случай соответствует полностью непроницаемой границе) [65, 66, 104, 123, 127, 128, 141, 144, 145].

К граничным следует присоединить начальные условия. При этом следует различать начальные условия для моделей весомого и невесомого оснований (см. равенства (2.3.9) и (2.3.10)) [65, 66, 104, 123, 127, 128, 141, 144, 145].

2.3.3. СХЕМА ПРОСТРАНСТВА

Обычно эта расчетная схема применяется для определения НДС основания вблизи расположенной на значительной глубине сферической полости (рис. 2.3.3).

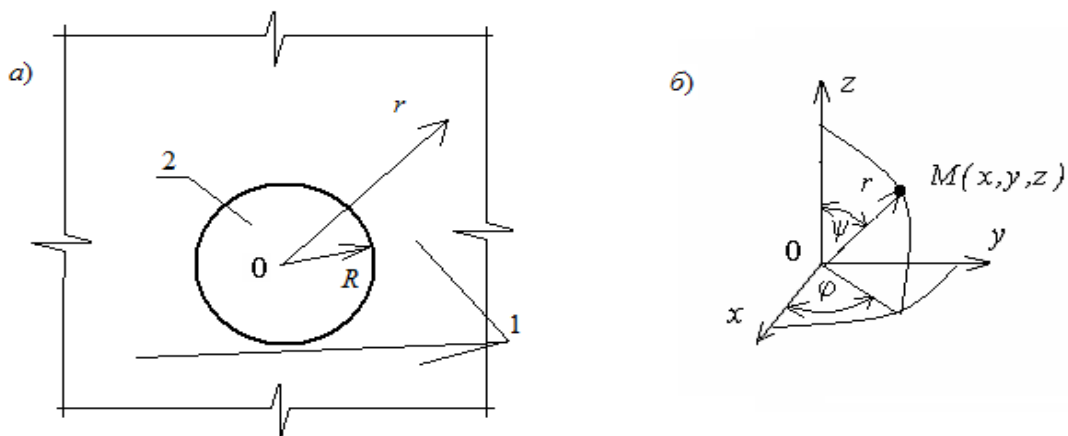


Рис. 2.3.3. К определению граничных условий в рамках расчетной схемы пространства: а) фактическая расчетная схема; б) сферическая система координат (φ, ψ, r) , совмещенная с декартовой (x, y, z) . 1 - основание; 2 – полость

В данном случае предполагается, что размеры расчетной области в пространстве не ограничены, в силу чего в сферической системе координат [81] напряжения, перемещения и поровое давление будут зависеть только от пространственной координаты r и времени t (т.е. имеет место центральная симметрия, см. рис. 2.3.3). Поэтому справедливы такие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r\varphi} = 0; \quad \sigma_{r\psi} = 0; \quad \sigma_{\varphi\psi} = 0; \quad U_{\varphi} = 0; \quad U_{\psi} = 0; \\ \varepsilon_{r\varphi} = 0; \quad \varepsilon_{r\psi} = 0; \quad \varepsilon_{\varphi\psi} = 0. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $\sigma_{r\varphi}$, $\sigma_{r\psi}$ и $\sigma_{\varphi\psi}$ - напряжения, U_{φ} и U_{ψ} - перемещения, а $\varepsilon_{r\varphi}$, $\varepsilon_{r\psi}$ и $\varepsilon_{\varphi\psi}$ - деформации.

Таким образом, отличными от нуля будут только радиальное перемещение в U , а также напряжения σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\psi\psi}$ и поровое давление P .

Поэтому следует задать граничные условия для перемещений (или напряжений) и порового давления (или его градиента) на границе полости в основании.

2.3.4. СХЕМА ПОЛУПРОСТРАНСТВА

В данном случае для решения граничные условия должны быть заданы на верхней границе основания (рис.2.3.4). При этом на

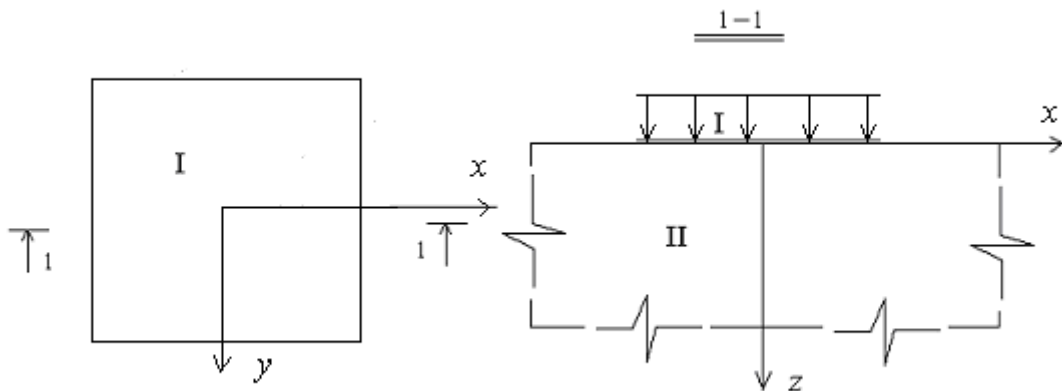


Рис. 2.3.4. К определению граничных условий в декартовой системе координат. Расчетная схема основания - полупространство. x, y, z - координаты; I - внешняя нагрузка; II - основание

бесконечности перемещения, напряжения и поровое давление полагают равными нулю [133].

2.3.5. СХЕМА СЛОЯ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

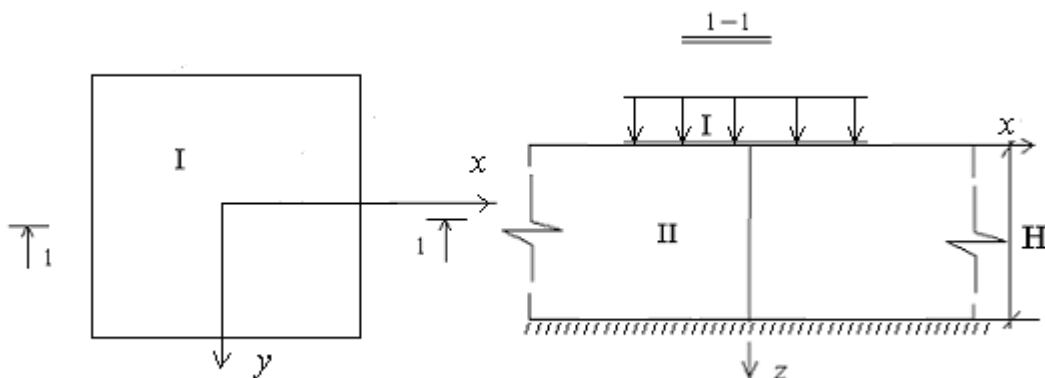


Рис. 2.3.5. К определению граничных условий в декартовой системе координат. Расчетная схема основания - слой конечной толщины. x, y, z - координаты; I - внешняя нагрузка; II - основание.

В данном случае для построения решения граничные условия должны быть заданы на верхней и нижней границах основания (рис.2.3.5). При этом при $x \rightarrow \infty$ и перемещения, напряжения и поровое давление принимают тождественно равными нулю. Необходимо особо отметить, что по подошве слоя принимают один из двух вариантов граничных условий [54, 55, 59, 65].

В первом случае полагают равными нулю касательные напряжения и вертикальное перемещение. На практике такая ситуация возникает, когда по кровле подстилающего жесткого слоя залегает прослойка водонасыщенной жирной глины.

Во втором случае полагают равными нулю горизонтальное и вертикальное перемещения. На практике такая ситуация возникает когда проскальзывание верхнего слоя по кровле подстилающего не возможно [54, 55, 59, 65].

В целом, был сделан вывод о том, что рассмотренные в настоящем разделе начальные граничные условия и полученные в разделах 2.1 и 2.2 настоящей главы уравнения движения и состояния вполне позволяют строить частные решения задач об определении НДС оснований. При этом ввиду многообразия грунтовых условий и практических проблем, они не в коей мере не могут считаться всеобъемлющими.

2.4. ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ

Изложенные в настоящем разделе материалы исследований позволили сделать такие выводы.

1. В рамках модели **весомого водо- и неводонасыщенного**

обладающего свойством ползучести анизотропного основания получены уравнения движения, состояния и порового давления. При выводе этих уравнений использованы соотношения феноменологической термодинамики необратимых процессов и принцип В. Вольтерра.

Эти результаты обобщены на такие модели грунтовых оснований:

- модель **невесомого водонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания;**
- модель **весомого неводонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания;**
- модель **невесомого неводонасыщенного грунтового обладающего свойством ползучести анизотропного основания;**
- модели **весомого и невесомого водо- и неводонасыщенного грунтовых упругих анизотропных оснований.**

2. Под **анизотропией свойств** в данном случае понимается различие по направлениям таких свойств грунтовых оснований:

- **деформационных;**
- **фильтрационных;**
- **реологических.**

3. Получены матрицы **материальных констант** (для упругого основания) и **материальных операторов** (для обладающего свойством ползучести основания).

4. Показано что максимальное число линейно независимых упругих констант c_{ijkl} и операторов \tilde{c}_{ijkl} равно 36, линейно-независимых коэффициентов порового давления β_{ij} и операторов $\tilde{\beta}_{ij}$ - девяти, а линейно-независимых коэффициентов фильтрации по направлениям k_{ij}^{Φ} и операторов \tilde{k}_{ij}^{Φ} - девяти.

5. Рассмотрены различные варианты структуры обладающего свойством ползучести грунтового основания, в том числе **триклинная, моноклинная, ромбическая (ортотропная), гексагональная и изотропная**. Для каждой из этих структур составлены **матрицы материальных операторов**.

Для ряда расчетных схем грунтовых оснований в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат сформулированы начальные и граничные условия.

6. Область применения полученных в настоящем разделе результатов - армированные геотекстилем основания, обладающие природной анизотропией водо- и неводонасыщенные основания (например, ленточные глины и лессы).

В целом был сделан вывод о том, что полученные нами системы уравнений весьма громоздки и представляют скорее теоретический, чем практический интерес. Это, в частности, обусловлено проблемой определения большого числа входящих в модель материальных констант и (или) операторов. Поэтому имеет смысл сократить число входящих в них материальных констант до разумного минимума. На решение этой проблемы направлены изложенные в разделе 3 материалы исследований.