

---

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ



УДК 330.44 + 330.46

Саллі В.І., Паршина О.А.

## КЛАСИФІКАЦІЯ РІШЕНЬ ЩОДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ ПРОДУКЦІЇ МАШИНОБУДУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ КЛАСТЕРНОГО АНАЛІЗУ

У статті розглянуті питання класифікації рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції машинобудування. Вирішення задачі класифікації рішень автори пропонують здійснити за допомогою методів кластерного аналізу. Розроблену методику запропоновано використовувати в управлінні конкурентоспроможністю продукції машинобудування.

In the article the question of classification of decisions is considered in relation to providing of competitiveness of industrial products. The decisions of task of classification of decisions authors propose to realize by the methods of cluster analysis. It is proposed to use the developed method in the management by the competitiveness of industrial products.

Процес виготовлення продукції машинобудування складається звичайно з декількох виробничих етапів і здійснюється в складних умовах функціонування виробничо-економічної системи. Забезпечення необхідного рівня конкурентоспроможності продукції пов'язане з використанням множини економічних, організаційних і технічних рішень на багатьох етапах складного виробничого процесу. Слід зазначити, що від обґрунтованого вибору схвалюваних рішень залежить конкурентоспроможність продукції, яка в свою чергу формується відповідною множиною показників якості.

Проблема оцінки конкурентоспроможності продукції машинобудування є багатовимірною і ускладнюється тим, що не завжди аналіз навіть за інтегральними показниками конкурентоспроможності дозволяє виявити існуючі взаємозв'язки процесу формування так званого образу конкурентоспроможності. Результати проведених досліджень дозволяють зробити припущення, що образ конкурентоспроможності продукції уявляє собою сукупність показників якості з врахуванням витрат щодо їх забезпечення. Процес формування образу конкурентоспроможності продукції може бути розглянутим як результат дії деякої множини неявних, тобто латентних чинників. Тому, для ефективного формування рішень доцільно виявити існуючі взаємозв'язки і закономірності побудови системи схвалюваних рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції.

Задача ускладнюється тим, що необхідно орієнтуватися у величезному різноманітті схвалюваних економічних, організаційних і технічних рішень та їх комбінацій. У зв'язку з цим особливу актуальність набуває аналіз і класифікація цієї множини різноманітних рішень. Задача зводиться таким чином до класифікації та ефективного вибору рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції, виготовлення якої здійснюється в складних виробничих умовах машинобудівного підприємства. Для вирішення таких багатовимірних задач слід використовувати методи багатовимірного статистичного аналізу, і зокрема, методи аналізу взаємозалежності [1 – 4].

Велику кількість варіантів різноманітних рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції рекомендовано представити у вигляді морфологічних таблиць, які містять комплекс показників якості та відповідні витрати щодо їх забезпечення. По суті, цей комплекс показників якості, відповідний кожному варіанту рішень морфологічної множини уявляє собою образ конкурентоспроможності продукції.

При проведенні виробничих досліджень було відібрано сім альтернативних рішень, та п'ять показників щодо характеристики якості продукції машинобудування.

Представимо в загальному вигляді морфологічну таблицю з оцінкою альтернативних рішень за показниками якості та витратами щодо їх формування. Кожне  $j$ -е альтернативне рішення характеризується деякою множиною  $i$ -их показників якості та приймає відповідне значення  $k_{ij}$  (табл. 1).

Таблиця 1

**Морфологічна таблиця з оцінками альтернативних рішень за показниками якості та витратами щодо їх забезпечення**

Альтернативні рішення	Витрати	Показники якості продукції				
		K1	K2	K3	K4	K5
A1	Z1	$k_{11}$	$k_{21}$	$k_{31}$	$k_{41}$	$k_{51}$
A2	Z2	$k_{12}$	$k_{22}$	$k_{32}$	$k_{42}$	$k_{52}$
...	...	...	...	...	...	...
A7	Z7	$k_{17}$	$k_{27}$	$k_{37}$	$k_{47}$	$k_{57}$

Щоб ухвалити найефективніше рішення необхідно здійснити вибір оптимального варіанту з морфологічної множини. Слід зазначити, що у реальному виробництві розміри такої таблиці значно більші, тобто використовується більша кількість рішень та показників якості продукції, що дійсно ускладнює вибір найефективнішого рішення з урахуванням потрібної конкурентоспроможності продукції.

Найефективнішим методом для вирішення поставленої задачі вважаємо кластерний аналіз [1, 2], який включає сукупність багатовимірних статистичних процедур, що дозволяють упорядкувати досліджувані рішення по однорідним групам. Використовуючи метод кластерного аналізу, розподілимо на кластери якісно різні варіанти схвалюваних рішень залежно від необхідного рівня забезпечення конкурентоспроможності продукції.

Представимо множину образів конкурентоспроможності продукції у вигляді матриці порядку  $p \times q$ , що має  $p$  рядків і  $q$  стовпців. Сформуємо множину рішень, які досліджуються, позначеннями  $A_j$ . В рядках таблиці запишемо показники якості, які досягаються при реалізації відповідного варіанту рішення. Таким чином, кожний номер рядка, тобто кожне рішення щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції характеризується сукупністю якісних показників  $K_i$ . При відповідності вимог щодо показників якості при реалізації відповідного варіанту рішення в осередки таблиці були проставлені одиниці, у випадку не виконання вимог за якістю – нулі (табл. 2).

Представлені сімейства множин  $A_j$  і  $K_i$  розглянемо як системи, в яких зв'язки між елементами утворюють певну структуру. Таким чином, задача по обробці матриці образів конкурентоспроможності продукції зводиться до аналізу типів відносин і аналізу структур, породжуваних ними систем. Для обчислення кількісних значень відносин на множині досліджуваних систем будемо використовувати міри схожості і відмінності [1, 3].

Матриця образів конкурентоспроможності продукції як сімейство множин

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
K <sub>1</sub>	1	0	1	1	0	1	1
K <sub>2</sub>	0	1	1	1	0	1	1
K <sub>3</sub>	0	1	1	1	1	0	1
K <sub>4</sub>	1	1	0	0	1	1	1
K <sub>5</sub>	1	0	0	1	0	1	1

Як відомо [1 – 4], сучасний математичний апарат кластерного аналізу пропонує достатній перелік різних мір схожості та відмінності. Ураховуючи велику різноманітність шкал для вимірювання комплексу показників якості продукції машинобудування, слід зазначити, що найзручнішим варіантом обчислення мір схожості двох варіантів рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції є метод [3], заснований на бінарній матриці. Елементи бінарної матриці образів конкурентоспроможності продукції  $x_{ij}$  відображають якісні показники й приймають одне з двох значень  $\{0, 1\}$ . Якщо  $x_{ij} = 1$ , отже,  $i$ -й показник якості був досягнутим в наслідку застосування  $j$ -го рішення. Відповідно, якщо  $x_{ij} = 0$ , тоді застосування  $j$ -го рішення не сприяло досягненню необхідного рівня  $i$ -го показника якості. Оскільки порівняння виконується між двома об'єктами, тобто рішеннями, тому, бінарна матриця має наступний вигляд:

$$B = \|x_{ij}\|_{i=1, p}^{j=1, 2} \quad (1)$$

Таким чином, обчислення мір схожості між двома рішеннями виконаємо по формулі Чекановського-Серенсена [4] з урахуванням бінарної матриці (1):

$$C(A_1, A_2) = \frac{2 \sum_{i=1}^p x_{i1} x_{i2}}{\sum_{i=1}^p x_{i1} + \sum_{i=1}^p x_{i2}} \quad (2)$$

де  $x_{i1}, x_{i2}$  – відповідно значення бінарних змінних для першої множини рішень  $A_1$  і другої множини рішень  $A_2$ .

Використовуючи вищенаведені формули, виконаємо розрахунки мір схожості для всіх множин рішень та представимо їх в табл. 3.

Для того, щоб визначити ступінь забезпечення конкурентоспроможності продукції за якісними показниками в результаті застосування відповідних рішень, виконаємо розрахунки мір включення. Як відомо [4], міра включення відображає ступінь включення одного об'єкту в інший та дозволяє виявити, який з двох порівнюваних об'єктів містить більше специфічних ознак, тобто визначити більш оригінальний об'єкт, а також визначити більш типовий об'єкт серед множини об'єктів, що аналізуються. Таким чином, використання апарату кластеризації для аналізу конкурентоспроможності продукції дозволить визначити дуже важливі аспекти у формуванні образу конкурентоспроможності продукції в наслідку генерації інноваційних рішень.

Матриця мір схожості

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
A <sub>1</sub>	1	0.333333	0.4	0.571429	0.4	0.857143	0.75
A <sub>2</sub>	0.333333	1	0.4	0.571429	0.8	0.571429	0.75
A <sub>3</sub>	0.4	0.4	1	0.666667	0	0.666667	0.571429
A <sub>4</sub>	0.571429	0.571429	0.666667	1	0.333333	0.75	0.888889
A <sub>5</sub>	0.4	0.8	0	0.333333	1	0.333333	0.571429
A <sub>6</sub>	0.857143	0.571429	0.666667	0.75	0.333333	1	0.888889
A <sub>7</sub>	0.75	0.75	0.571429	0.888889	0.571429	0.888889	1

Використовуючи відомі формули для визначення мір включення [1, 3], виконаємо розрахунок включення множини A<sub>1</sub> в множину A<sub>2</sub> таким чином:

$$W(A_2, A_1) = \frac{m(A_1 \cap A_2)}{m(A_1)}, \tag{3}$$

де m(A<sub>1</sub>) – кількість елементів множини рішень A<sub>1</sub>;

m(A<sub>1</sub> ∩ A<sub>2</sub>) – кількість елементів перетину двох множин рішень A<sub>1</sub> та A<sub>2</sub>.

Міру включення множини A<sub>2</sub> в множину A<sub>1</sub> визначаємо по формулі:

$$W(A_1, A_2) = \frac{m(A_1 \cap A_2)}{m(A_2)}, \tag{4}$$

де m(A<sub>2</sub>) – кількість елементів множини рішень A<sub>2</sub>.

Кількість елементів множини рішень A<sub>1</sub> обчислюємо по формулі:

$$m(A_1) = \sum_{i=1}^p x_i, \tag{5}$$

де p – загальна кількість елементів множини рішень A<sub>1</sub>;

x<sub>i</sub> – значення i-го елемента множини A<sub>1</sub>.

Аналогічним чином визначаємо кількість елементів множини рішень A<sub>2</sub>.

Кількість перетину двох множин рішень A<sub>1</sub> та A<sub>2</sub> визначаємо по формулі:

$$m(A_1 \cap A_2) = \sum_{i=1}^p x_{i1} x_{i2}, \tag{6}$$

де x<sub>i1</sub>, x<sub>i2</sub> – відповідно значення i-го елемента множин рішень A<sub>1</sub> та A<sub>2</sub>.

Використовуючи формули (3 – 6), виконаємо розрахунки мір включення для всіх множин рішень. Результати розрахунків зведемо в табл. 4.

Матриця мір включення

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
A <sub>1</sub>	1	0.333333	0.333333	0.666667	0.333333	1	1
A <sub>2</sub>	0.333333	1	0.333333	0.666667	0.666667	0.666667	1
A <sub>3</sub>	0.5	0.5	1	1	0	1	1
A <sub>4</sub>	0.5	0.5	0.5	1	0.25	0.75	1
A <sub>5</sub>	0.5	1	0	0.5	1	0.5	1
A <sub>6</sub>	0.75	0.5	0.5	0.75	0.25	1	1
A <sub>7</sub>	0.6	0.6	0.4	0.8	0.4	0.8	1

В результаті аналізу мір схожості та включення виявлені цікаві закономірності побудови рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції. Аналіз елементів матриці мір включення дозволяє зробити висновки щодо оригінальності рішень. Зокрема, міра включення третього опису в перший  $W(A_1; A_3) = 0,5$  (у матриці включення число 0,5 знаходиться на перетині першого стовпця і третього рядка) показує, що перший варіант рішення є більш оригінальним у порівнянні з третім, оскільки міра включення першого опису в третій  $W(A_3; A_1) = 0,3333$  (третій стовпчик першого рядка). Опис першого варіанту рішення  $A_1$  містить більше специфічних ознак, що підтверджує більшу ефективність рішення  $A_1$ , в порівнянні з рішенням  $A_3$ , оскільки третій опис включено в перший на 50%, а перший включено в третій тільки на 33,33%. Таким чином, в результаті порівняння мір включення можна визначити найоригінальніші рішення щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції. Проте для виявлення більш глибоких взаємозв'язків треба побудувати ієрархічну класифікацію досліджуваних рішень щодо підвищення конкурентоспроможності нової продукції.

Як відомо, для графічного відображення результатів ієрархічної класифікації використовуються дендрограми [3]. Відносини ієрархії при побудові ієрархічної класифікації досліджуваних рішень будемо визначати наступним чином. Множину рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції будемо розглядати як ієрархічну систему, яка складається в даній ситуації з рівнів, кількість яких визначено кількістю досліджуваних альтернативних рішень. Можна визначити ранг кожного рівня рішень. Таким чином, матимемо впорядковану множину рішень та назви всіх класів одного рангу будемо вважати категорією.

Одним з найпростіших підходів побудови дендрограм є підхід, заснований на використанні матриці схожості [1, 3] і методу побудови згущувань на досліджуваній множині. Продовжимо аналіз спочатку одержаної матриці схожості, результати якої було надано в табл. 2. Процес побудови згущувань починаємо з розгляду  $q$  об'єктів, які виступають як досліджувані варіанти рішень. На першому кроці кожне рішення з даної множини вважатимемо класом. Надалі виявляємо два найбільш схожих рішення і об'єднуємо їх в клас. Після виконання цієї процедури загальне число рішень, що залишилось, стає рівним  $q - 1$ . Надалі ця множина рішень розглядається як множина розбиття. З цієї множини знову відшукуємо найбільш схожі рішення і виконуємо процедуру об'єднання. Аналогічні процедури повторюємо до тих пір, поки всі рішення не будуть класифіковані.

Розробку дендрограми було виконано по алгоритму, який складається з декількох етапів. На першому етапі – виконано аналіз матриці схожості вище головної діагоналі. В результаті аналізу обираємо максимальну міру схожості  $C(A_i, A_j)_{\max}$ . При цьому даний елемент не повинен належати до елементів головної діагоналі. У матриці схожості таким елементом є значення 0,888889, що знаходиться на перетині 6-го рядка і 7-го стовпця, тобто елемент  $C(A_6, A_7) = 0,888889$  відповідає виявленому першому класу.

На другому етапі – з матриці схожості вибираємо всі значення, відповідні і-му рядку та j-му стовпцю максимальної міри схожості  $C(A_i, A_j)_{\max}$ . Формуємо з елементів 6-го рядка та 7-го стовпця два масиви значень мір схожості (табл. 5).

Таблиця 5

**Формування масивів мір схожості, відповідних значенню  $C(A_i, A_j)_{\max}$**

	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
$C(A_6, A_j)$	0.857143	0.571429	0.666667	0.75	0.333333	1	0.888889
$C(A_7, A_j)$	0.75	0.75	0.571429	0.888889	0.571429	0.888889	1

На третьому етапі визначаємо міру схожості класів рішень  $G(H_j, H_k)$  методом медіани [2, 3]:

$$G(H_i, H_k) = 0,5 \cdot G(H_j, H_u) + 0,5 \cdot (G(H_j, H_l)), \tag{7}$$

де  $H_u = A_6$ ;  $H_l = A_7$ ;  $H_j = A_j (j = \overline{1, \dots, 7})$ ;  $H_k = \{H_u, H_l\} = \{A_6, A_7\}$ .

Використовуючи формулу (7) одержимо наступні результати з урахуванням методу медіани (табл. 6).

Таблиця 6

**Формування масивів мір схожості, відповідних значенню  $C(A_i, A_j)_{\max}$**

H <sub>i</sub> =A <sub>j</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>67</sub>
$C(A_{67}, A_j)$	0.803571	0.660714	0.619048	0.819444	0.452381	1

На четвертому етапі формуємо нову матрицю мір схожості з урахуванням даних, які було отримано на третьому етапі. Одержаний масив даних, відповідних значень  $C(A_{67}, A_j)$ , вписуємо замість 6-го рядка і 7-го стовпця первинної матриці схожості та формуємо нову матрицю (табл. 7).

Таблиця 7

**Матриця мір схожості з урахуванням даних, відповідних  $C(A_{67}, A_j)$**

H <sub>i</sub> =A <sub>j</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>67</sub>
A <sub>1</sub>	1	0.333333	0.4	0.571429	0.4	0.803571
A <sub>2</sub>	0.333333	1	0.4	0.571429	0.8	0.660714
A <sub>3</sub>	0.4	0.4	1	0.666667	0	0.619048
A <sub>4</sub>	0.571429	0.571429	0.666667	1	0.333333	0.819444
A <sub>5</sub>	0.4	0.8	0	0.333333	1	0.452381
$C(A_{67}, A_j)$	0.803571	0.660714	0.619048	0.819444	0.452381	1

На п'ятому етапі, використовуючи технологію, описану на першому етапі, виявляємо міру схожості, при якій утворився наступний клас. Аналіз табл. 7 дозволяє встановити це значення і відповідно його представника – елемента матриці  $C(A_4, A_{67}) = 0,819444$ .

Процедура обробки матриці повторюється далі, за технологією, яку було описано на другому етапі. Ітераційний процес був продовжений до тих пір, поки розмірність матриці схожості не було зменшено до розміру  $2 \times 2$ .

За наслідками ітераційного процесу було сформовано класи досліджуваних рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції, визначено індекси класів рішень в тому порядку, в якому відбувалося їх об'єднання в нові класи, та міри схожості, на яких це об'єднання відбувалося. Одержані результати зведені в табл. 8.

Таблиця 8

**Індекси нових класів і міри їх схожості**

Клас	Міра схожості
$H_1 = A_{67}$	0,888889
$H_2 = A_{467}$	0,819444
$H_3 = A_{25}$	0,8
$H_4 = A_{3467}$	0,642857
$H_5 = A_{13467}$	0,54375
$H_6 = A_{2513467}$	0,359449

На основі результатів обчислень можна побачити кількісну характеристику, зокрема міру схожості досліджуваних рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції. Найбільший рівень схожості встановлено для рішень  $A_6$  і  $A_7$ . Також достатньо високий рівень схожості спостерігається між рішеннями  $A_4, A_6$  і  $A_7$ . Між рішеннями  $A_2$  і  $A_5$  також отримано високий рівень схожості, проте, розбиття на класи і формування нових класів  $H_3$  і  $H_5$ , встановлення міри схожості (0,359449) дозволяє довести їх істотну відмінність в аспекті забезпечення відповідного рівня конкурентоспроможності продукції.

На підставі одержаних результатів з метою наочного відображення отриманої структури ієрархічної класифікації виконано побудову дендрограми схожості класів досліджуваних рішень щодо забезпечення конкурентоспроможності продукції (Рис. 1).

В результаті аналізу дендрограми наочно бачимо, що найбільшою схожістю володіють класи рішень  $A_6$  і  $A_7$ , а якнайменшою схожістю – класи  $H_3 = \{A_2, A_5\}$  і  $H_5 = \{A_1, A_3, A_4, A_6, A_7\}$ .

За наявності великої множини різноманітних рішень, що характерно для складного виробничого процесу виготовлення машинобудівної продукції, важливо виявити з цієї множини найоригінальніші рішення для забезпечення необхідного рівня конкурентоспроможності нової продукції, а також виявити типові рішення для виробництва базової продукції.

На основі отриманих матриць схожості та включення (табл. 3 і табл. 4) можна встановити найтипівіше рішення, а також й найоригінальніше.

Для виявлення таких рішень скористаємося методом визначення правого власного вектора вказаних матриць [3]. Згідно з цим методом, максимальне значення власного вектора матриці схожості відповідатиме найтипівішому варіанту, тобто найбільш схожому зі всією рештою рішень, які розглядаються в цій матриці. А мінімальне значення власного вектора матриці включення характеризуватиме найоригінальніший варіант рішення. За наслідками розрахунків було встановлено найоригінальніше рішення –  $A_7$  та виявлено типове рішення –  $A_4$ .

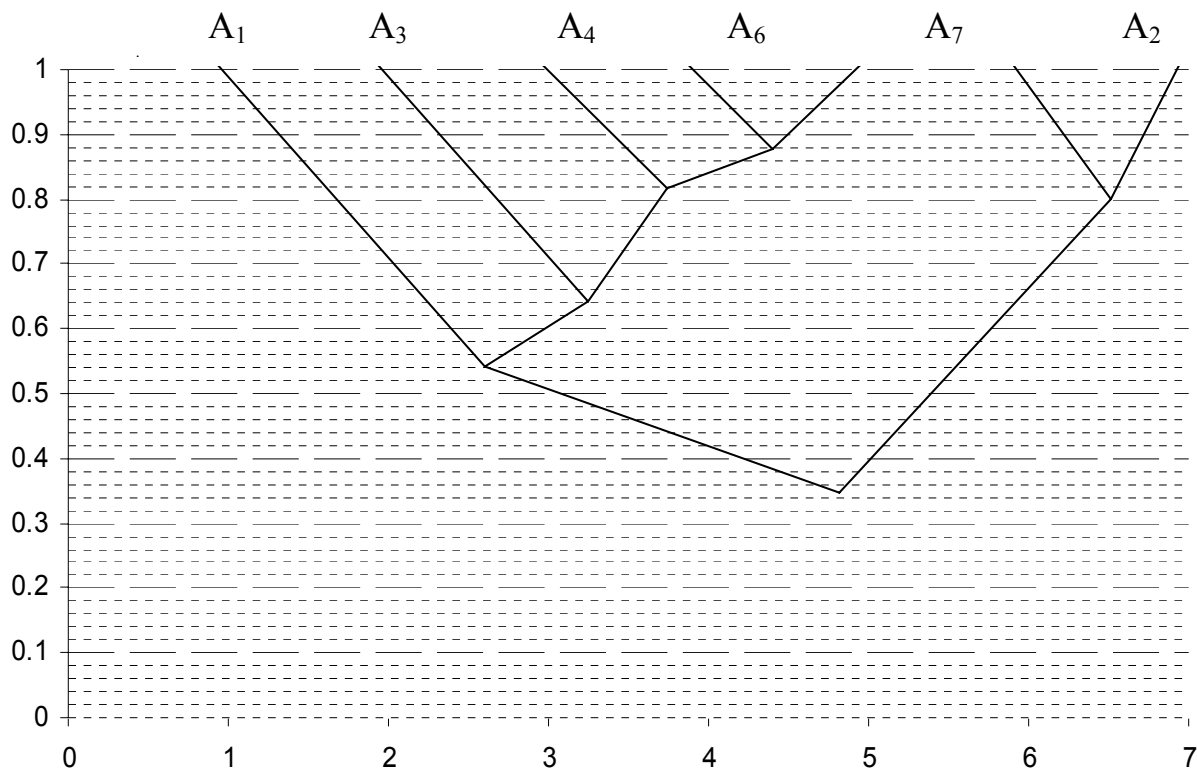


Рис. 1. Дендрограма схожості класів рішень

В результаті проведених досліджень було розроблено методичку впорядкування і класифікації множини рішень при створенні конкурентоспроможної продукції машинобудування, яка дозволила виявити типові й оригінальні рішення (Рис. 2).

На основі одержаних результатів були сформовані рекомендації для умов виробництва. Використання кластерного аналізу дозволило упорядкувати множину виробничих рішень при виробництві базової продукції та забезпечити обґрунтований вибір рішення при створенні нової конкурентоспроможної продукції в реальних виробничих умовах.

Створену методичку покладено в основу системи управління конкурентоспроможністю продукції машинобудування.



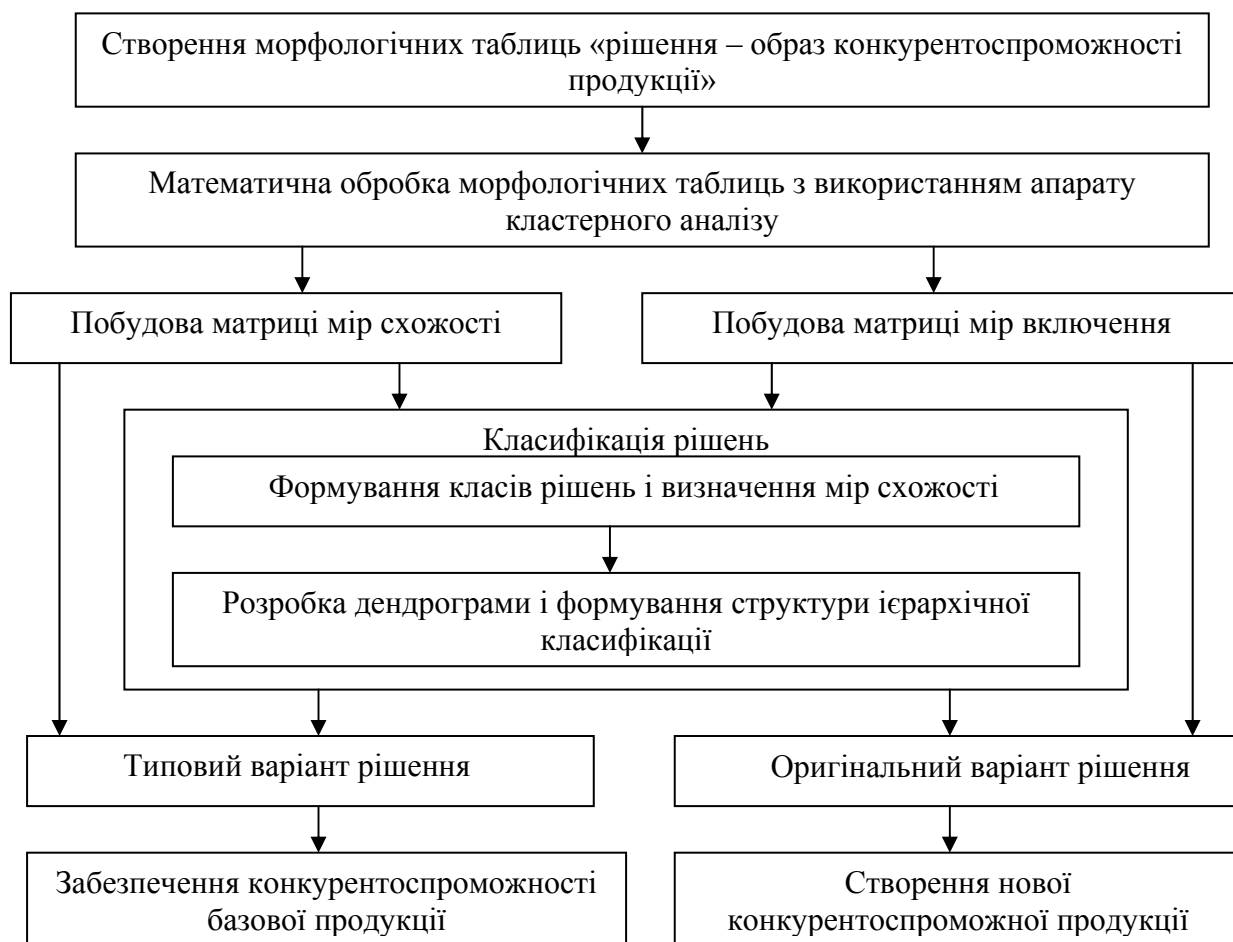


Рис. 2. Методика впорядкування і класифікації множини рішень при створенні конкурентоспроможної продукції машинобудування

### *Література:*

1. Дубов А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 369 с.
2. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. – К.: МОРИОН, 2002. – 640 с.
3. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
4. Андреев В.Л. Классификационные построения в экологии и систематике. – М.: Наука, 1980. – 142 с.

*Рекомендовано до публікації*  
*д.е.н., проф. Галушко О.С. 04.07.07*

*Надійшла до редакції*  
*27.06.07*