

Как видно из результатов расчета рекомендуемый режим работы для конкретного блока пенного флюсования является менее эффективным по сравнению с оптимальными режимами.

В результате работы процесс контроля плотности флюса описан с помощью полумарковской модели производственной системы с контролем скрытых отказов. Моделирование процесса позволило определить оптимальное время календарного контроля плотности флюса на установке пайки волной припоя с точки зрения параметров надежности либо эффективности.

В дальнейшем планируется провести моделирование установки пайки волной припоя как многокомпонентной системы со скрытыми отказами.

#### Список литературы

1. Медведев А. М. Сборка и монтаж электронных устройств. М. - Техносфера, 2007. – 256 с.
2. Пилипенко О. Мысли о монтаже. Пайка волной припоя// Технологии в электронной промышленности. – 2006. №4. – С. 48-53.
3. Установка пайки ERSA ETS-250. Руководство оператора. ERSA Loettechnik GmbH. Перевод и переработка, ред. 1 ЗАО Предприятие «ОСТЕК». 2001. – 53 с.
4. Бойко Е.Г. Анализ влияния периода контроля на надежность технической системы/ Е.Г. Бойко, Ю.Е. Обжерин, Н.В. Казакова // Оптимизация производственных процессов — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005. №7. – С. 23-27.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Сдвіжковою О.О.  
Надійшла до редакції 19.03.2013*

УДК.681.5.

© Ю.Е. Обжерин, Е.Г. Бойко

### **ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ОТКЛЮЧЕНИЕМ КОМПОНЕНТОВ НА ПЕРИОД ПРОВЕДЕНИЯ КОНТРОЛЯ**

На базе теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний построена математическая модель контроля скрытых отказов двухкомпонентной системы с последовательным соединением компонентов. Найдены стационарные надежность и экономические характеристики функционирования системы.

На базі теорії напівмарківських процесів із загальним фазовим простором станів побудована математична модель контролю прихованих відмов двокомпонентної системи з послідовним з'єднанням компонентів. Знайдені стаціонарні надійнісні й економічні характеристики функціонування системи.

On the base of semi-markov process with overall space two-component system with sequential connection of components mathematical the model control by hidden failures were constructed. Reliable and economical functioning characteristics were found.

Несмотря на высокие технологии в современном приборостроении, актуальной является проблема повышения надежности технических систем (ТС) и

качества выпускаемой продукции. Данную проблему позволяют решить автоматизированные системы технического контроля. Высокий уровень контрольно-измерительной аппаратуры и ее разнообразие не исключают проблему своевременного выявления скрытых отказов ТС [1], которые могут быть обнаружены только во время проведения контроля.

Многообразие контролируемых параметров и контрольно-измерительных процедур приводит к необходимости создания программы контроля многокомпонентных систем, в основе которой лежит математическое моделирование. Для построения моделей контроля восстанавливаемых ТС наиболее перспективным является метод, основанный на применении полумарковских процессов (ПМП) с общим фазовым пространством состояний [2].

Целью статьи является определение стационарных характеристик надежности и эффективности функционирования двухкомпонентной ТС с отключением компонентов на период проведения контроля скрытых отказов и оптимальной периодичности контроля.

Опишем функционирование системы  $S$ , которая состоит из двух последовательно соединенных (в надежности смысле) компонентов  $K_1$  и  $K_2$  и контролирующей их работоспособность аппаратуры. В начальный момент времени компоненты приступают к работе, контроль включен. Время безотказной работы (ВБР) компонентов – случайные величины (СВ)  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , которые имеют функции распределения (ФР)  $F_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}$  и  $F_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}$  и плотности распределения (ПР)  $f_1(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$ ,  $f_2(t) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$  соответственно. Контроль проводится через случайное время  $\delta$  с ФР  $R(t) = P\{\delta \leq t\}$  и ПР  $r(t)$ . На время проведения контроля работоспособные компоненты отключаются. Отказ обнаруживается только в результате проведения контроля. Длительность проведения контроля СВ  $\gamma$  с ФР  $V(t) = P\{\gamma \leq t\}$  и ПР  $v(t)$ . После обнаружения отказа компонента  $K_1$  начинается его восстановление, компонент  $K_2$  и контроль отключаются. Время восстановления (ВВ) компонента  $K_1$  – СВ  $\beta_1$  с ФР  $G_1(t) = P\{\beta_1 \leq t\}$  и ПР  $g_1(t)$ . После обнаружения отказа компонента  $K_2$  начинается его восстановление, компонент  $K_1$  и контроль отключаются. ВВ компонента  $K_2$  – СВ  $\beta_2$  с ФР  $G_2(t) = P\{\beta_2 \leq t\}$  и ПР  $g_2(t)$ . В случае восстановления обоих компонентов система приступает к работе после восстановления последнего. В результате восстановления все свойства компонентов полностью обновляются. СВ  $\alpha_1, \alpha_2, \delta, \gamma, \beta_1, \beta_2$  предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания.

Функционирование системы  $S$  опишем ПМП  $\xi(t)$  с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний. Введем следующее множество  $E$  полумарковских состояний системы:

$$E = \{1111, 1011z, 2101z, 2001z, 1001z, 1322x, 2232x, 3330, 3000, 3030, 3222, 3322, 3232, 3300\}.$$

Временная диаграмма функционирования системы и граф переходов представлены на рисунках 1, 2 соответственно.

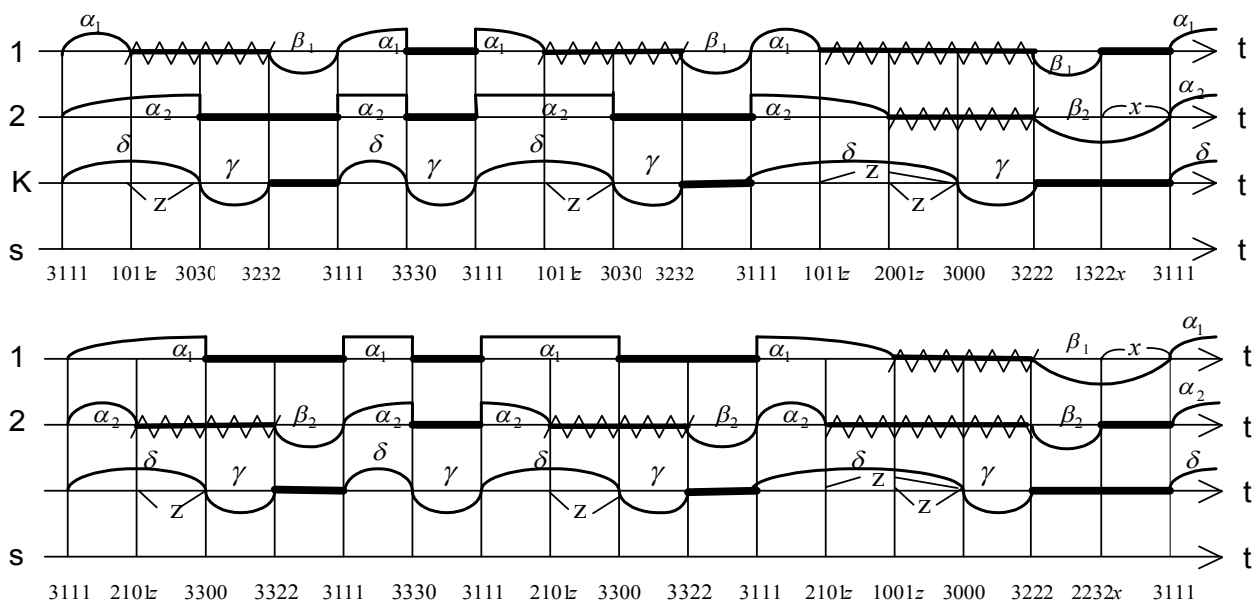


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования системы

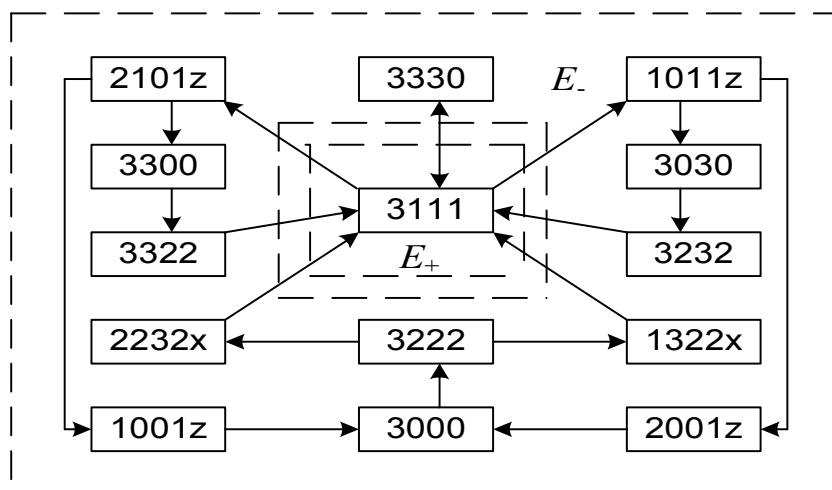


Рис. 2. Граф переходов системы

Коды состояний имеют следующий содержательный смысл:  
 3111 – система приступила к работе: оба компонента  $K_1$  и  $K_2$  работоспособны, контроль включен; 1011z – компонент  $K_1$  отказал, компонент  $K_2$  продолжает работать, до начала контроля осталось время  $z > 0$ ; 2101z – компонент  $K_2$  отказал, компонент  $K_1$  продолжает работать, до начала контроля осталось время  $z > 0$ ; 3030 – начался контроль, компонент  $K_1$  в отказе, компонент  $K_2$  работоспособен, работа компонентов  $K_1$  и  $K_2$  приостановлена; 2001z – компонент  $K_1$  в отказе, отказал компонент  $K_2$ , до начала контроля осталось время  $z > 0$ ; 3300 – начался контроль, компонент  $K_1$  работоспособен, компонент  $K_2$  в отказе, работа компонентов  $K_1$  и  $K_2$  приостановлена; 1001z – отказал компонент

$K_1$ , компонент  $K_2$  в отказе, до начала контроля осталось время  $z > 0$ ; 3232 – в компоненте  $K_1$  обнаружен отказ, началось его восстановление, работа компонента  $K_2$  и контроль приостановлены; 3330 – начался контроль, компоненты  $K_1$  и  $K_2$  работоспособны, их работа приостановлена; 3322 – в компоненте  $K_2$  обнаружен отказ, началось его восстановление, работа компонента  $K_1$  и контроль приостановлены; 3000 – начался контроль, компоненты  $K_1$  и  $K_2$  в отказе, их работа приостановлена; 3222 – обнаружены отказы компонентов  $K_1$  и  $K_2$ , началось их восстановление, контроль приостановлен; 1322 $x$  – компонент  $K_1$  восстановился, до восстановления компонента  $K_2$  осталось время  $x > 0$ ; 2232 $x$  – компонент  $K_2$  восстановился, до восстановления компонента  $K_1$  осталось время  $x > 0$ .

Найдем переходные вероятности вложенной цепи Маркова (ВЦМ)  $\{\xi_n; n \geq 0\}$ :

$$\begin{aligned}
 p_{3111}^{1011z} &= \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad z > 0; \quad p_{3111}^{2101z} = \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad z > 0; \\
 p_{3111}^{3330} &= \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt; \quad p_{2101z}^{3300} = e^{-\lambda_1 z}; \quad p_{2101z}^{1001z_1} = \lambda_1 e^{-\lambda_1(z-z_1)}, \quad 0 < z_1 < z; \\
 p_{1011z}^{3030} &= e^{-\lambda_2 z}; \quad p_{1011z}^{2001z_1} = \lambda_2 e^{-\lambda_2(z-z_1)}, \quad 0 < z_1 < z; \\
 p_{3222}^{1322x} &= \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt, \quad x > 0; \quad p_{3222}^{2232x} = \int_0^{\infty} g_2(t) g_1(t+x) dt, \quad x > 0. \\
 P_{3330}^{3111} &= P_{3300}^{3322} = P_{1001z}^{3000} = P_{3030}^{3232} = P_{2001z}^{3000} = P_{3322}^{3111} = \\
 &= P_{3000}^{3222} = P_{3232}^{3111} = P_{1322x}^{3111} = P_{2232x}^{3111} = 1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Обозначим через  $\rho(3111)$ ,  $\rho(3030)$ ,  $\rho(3300)$ ,  $\rho(3232)$ ,  $\rho(3330)$ ,  $\rho(3322)$ ,  $\rho(3000)$ ,  $\rho(3222)$  значения стационарного распределения ВЦМ  $\{\xi_n; n \geq 0\}$  на состояниях 3111, 3030, 3300, 3232, 3330, 3322, 3000, 3222 соответственно и предположим существование стационарных плотностей  $\rho(1011z)$ ,  $\rho(2101z)$ ,  $\rho(1001z)$ ,  $\rho(2001z)$ ,  $\rho(1322x)$ ,  $\rho(2232x)$  для состояний 1011 $z$ , 2101 $z$ , 1001 $z$ , 2001 $z$ , 1322 $x$ , 2232 $x$  соответственно. Составим для них систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \rho(3111) &= \rho(3330) + \rho(3232) + \rho(3322) + \int_0^{\infty} \rho(1322x) dx + \int_0^{\infty} \rho(2232x) dx, \\
 \rho(1011z) &= \rho(3111) \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \\
 \rho(2101z) &= \rho(3111) \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad \rho(3330) = \rho(3111) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho(3300) &= \int_0^{\infty} \rho(2101z) e^{-\lambda_1 z} dz, & \rho(3030) &= \int_0^{\infty} \rho(1011z) e^{-\lambda_2 z} dz, \\
\rho(1001z) &= \lambda_1 \int_0^{\infty} \rho(2101z+t) e^{-\lambda_1 t} dt, & \rho(2001z) &= \lambda_2 \int_0^{\infty} \rho(1011z+t) e^{-\lambda_2 t} dt, \\
\rho(3322) &= \rho(3300), & \rho(3232) &= \rho(3030), \\
\rho(3000) &= \int_0^{\infty} \rho(2001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(1001z) dz, & \rho(3222) &= \rho(3000), \\
\rho(1322x) &= \rho(3222) \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt, & \rho(2232x) &= \rho(3222) \int_0^{\infty} g_2(t) g_1(t+x) dt, \\
\rho(3111) + \rho(3330) + 2\rho(3300) + 2\rho(3030) + 2\rho(3000) + \int_0^{\infty} \rho(1322x) dx + \\
&+ \int_0^{\infty} \rho(2232x) dx + \int_0^{\infty} \rho(1001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(2001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(1011z) dz + \int_0^{\infty} \rho(2101z) dz = 1.
\end{aligned} \tag{2}$$

Последнее уравнение в системе (2) – условие нормировки. Можно показать, что система уравнений (2) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned}
\rho(3111) &= \rho_0, & \rho(1011z) &= \rho_0 \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \\
\rho(2101z) &= \rho_0 \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, & \rho(3330) &= \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt, \\
\rho(3300) &= \rho_0 \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(3030) &= \rho_0 \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(1001z) &= \rho_0 \lambda_1 \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t+z) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt \right), \\
\rho(2001z) &= \rho_0 \lambda_2 \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t+z) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt \right), \\
\rho(3322) &= \rho(3300), & \rho(3232) &= \rho(3030), \\
\rho(3000) &= \rho_0 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(3222) &= \rho(3000), & \rho(1322x) &= \rho(3000) \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt,
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\rho(2232x) = \rho(3000) \int_0^{\infty} g_2(t)g_1(t+x)dt,$$

где значение постоянной  $\rho_0$  находится из условия нормировки.

Разобьем фазовое пространство состояний  $E$  на следующие два подмножества:

$E_+ = \{3111\}$  – система работоспособна;

$E_- = \{3330, 3300, 3322, 3000, 3232, 3222, 2101z,$

$3030, 1011z, 1001z, 2001z, 1322x, 2232x\}$  – система находится в отказе.

Определим средние времена пребывания в состояниях системы:

$$m(3111) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt, \quad m(3330) = M\gamma, \quad m(3300) = M\gamma, \quad m(3000) = M\gamma,$$

$$m(3322) = M\beta_2, \quad m(3232) = M\beta_1, \quad m(3222)M = \int_0^{\infty} \bar{G}_1(t)\bar{G}_2(t)dt, \quad m(1001z) = z,$$

$$m(2001z) = z, \quad m(2101z) = \frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 z}), \quad m(1011z) = \frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 z}), \quad (4)$$

$$m(1322x) = x, \quad m(2232x) = x.$$

Среднюю стационарную наработку на отказ  $T_+$ , среднее стационарное время восстановления  $T_-$  и стационарный коэффициент готовности найдем по формулам [3]:

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(x)\rho(dx)}{\int_{E_+} P(x, E_-)\rho(dx)}, \quad T_- = \frac{\int_{E_-} m(x)\rho(dx)}{\int_{E_-} P(x, E_-)\rho(dx)}, \quad K_z = \frac{T_+}{T_+ + T_-}, \quad (5)$$

где  $\rho(dx)$  – стационарное распределение ВЦМ  $\{\xi_n; n \geq 0\}$ ,  $m(x)$  – среднее время пребывания в состояниях системы;  $P(e, E_-)$  – вероятности переходов ВЦМ  $\{\xi_n; n \geq 0\}$  из работоспособных состояний в отказовые.

С учетом формул (1), (3) и (4) найдем выражения, входящие в (5).

$$\begin{aligned} \int_{E_+} m(e)\rho(de) &= m(3111)\rho(3111) = \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt = \\ &= \rho_0 \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее,

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(e)\rho(de) = & \rho_0 \left[ M\gamma \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt + M\gamma \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \right. \\
& + M\gamma \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + M\gamma \left( \lambda_1 \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} \bar{R}(t) dt + \lambda_2 \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} \bar{R}(t) dt - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \right) + \\
& + M\beta_1 \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + M\beta_2 \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda_1 z}) dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \\
& + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda_2 z}) dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \\
& + \lambda_1 \int_0^\infty z dz \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t+z) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt \right) + \\
& + \lambda_2 \int_0^\infty z dz \left( \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t+z) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt \right) \Big] + \rho(3000)M(\beta_1 \wedge \beta_2) + \\
& + \rho(3000) \int_0^\infty x dx \int_0^\infty g_1(t)g_2(t+x) dt + \rho(3000) \int_0^\infty x dx \int_0^\infty g_2(t)g_1(t+x) dt .
\end{aligned} \tag{7}$$

Выполнив преобразования, можно показать, что выражение (7) примет вид:

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(e)\rho(de) = & \rho_0 \left( M\gamma + M\delta - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \right. \\
& + M\beta_1 \left( 1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left( 1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) .
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{Далее, } \int_{E_+} P(e, E_-)\rho(de) = \rho_0 \left( \lambda_1 \int_0^\infty dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda_2 \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \Big) = \\
& = \rho_0 \left( \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} dt \int_0^{\infty} r(t+z) dz + \right. \\
& + \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} dt \int_0^{\infty} r(t+z) dz + 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \Big) = \quad (9) \\
& = \rho_0 \left( \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \right. \\
& + 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \Big) = \rho_0.
\end{aligned}$$

Таким образом, с учетом формул (6) и (9), средняя стационарная наработка на отказ  $T_+$  имеет вид:

$$T_+ = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \quad (10)$$

Среднее стационарное время восстановления  $T_-$ , с учетом формул (8) и (9), определяется формулой:

$$\begin{aligned}
T_- = & M\delta - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + M\beta_1 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) + \\
& + M\gamma - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \quad (11)
\end{aligned}$$

Стационарный коэффициент готовности, с учетом формул (10) и (11), найдем из соотношения:

$$\begin{aligned}
K_g = & \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \Big/ \left( M\gamma + M\delta + M\beta_1 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + \right. \\
& + M\beta_2 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right). \quad (12)
\end{aligned}$$

Найдем экономические характеристики исследуемой системы [3]: среднюю удельную прибыль  $S$  в единицу календарного времени и средние удельные затраты  $C$  в единицу времени исправного функционирования системы по формулам:



$$S = \frac{E \int m(e) f_s(e) \rho(de)}{\int m(e) \rho(de)}, \quad C = \frac{E \int m(e) f_c(e) \rho(de)}{\int m(e) \rho(de)}.$$

Здесь  $f_s(e)$ ,  $f_c(e)$  – функции, определяющие соответственно доход и затраты в каждом состоянии.

Для данной системы функции  $f_s(e)$  и  $f_c(e)$  имеют следующий вид:

$$f_s(e) = \begin{cases} c_1, e = 3111, \\ -c_2, e \in \{3232, 3222, 3322, 1322x, 2232x\}, \\ -c_3, e \in \{3030, 3330, 3000, 3300\}, \\ -c_4, e \in \{1011z, 2001z, 2101z, 1001z\}, \end{cases}$$

$$f_c(e) = \begin{cases} 0, e = 3111, \\ c_2, e \in \{3232, 3222, 3322, 1322x, 2232x\}, \\ c_3, e \in \{3030, 3330, 3000, 3300\} \\ c_4, e \in \{1011z, 2101z, 2001z, 1001z\}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $c_1$  – прибыль, получаемая в единицу времени функционирования компонентов;  $c_2$  – затраты в единицу времени восстановления компонентов;  $c_3$  – затраты в единицу времени на контроль;  $c_4$  – потери в единицу времени от скрытого отказа.

С учетом формул (3), (4) и (13) средняя удельная прибыль определяется соотношением:

$$S = \left( (c_1 + c_4) \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) - c_3 M \gamma - c_4 M \delta - \right. \\ \left. - c_2 \left( M \beta_1 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M \beta_2 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \right) / (M \gamma + M \delta + \\ + M \beta_1 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M \beta_2 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\ - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right)). \quad (14)$$

Средние затраты находятся из выражения:

$$C = \left( c_3 M \gamma + c_4 \left( M \delta - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + c_2 \left( M\beta_1 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \right. \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \Bigg) \Bigg/ \\
& \Bigg/ \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

С учетом того, что  $\tilde{r}(\lambda) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} r(t) dt$  – преобразование Лапласа функции  $r(t)$ , запишем:

$$\tilde{r}(\lambda_1) = \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right); \quad \tilde{r}(\lambda_2) = \left( \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right); \quad \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt.$$

Тогда формулы (10), (11), (22), (14) и (15) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
T_+ &= \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2}, \\
T_- &= (M\gamma + M\delta - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2) + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \\
& - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
K_e &= \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} (1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)) \Bigg/ (M\gamma + M\delta + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + \\
& + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
S &= \left( \frac{c_1 + c_4}{\lambda_1 + \lambda_2} (1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)) - c_3 M\gamma - c_4 M\delta - \right. \\
& - c_2 (M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \\
& - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))) \Bigg) \Bigg/ (M\gamma + M\delta + \\
& + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
C &= \left( c_3 M\gamma + c_4 \left( M\delta - \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) + c_2 (M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \right. \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))) \right) \Bigg/ \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим случай неслучайной периодичности контроля  $\tau > 0$  с учетом, что  $R(t) = 1(t - \tau)$ , где  $\tau = const$ .

Стационарный коэффициент готовности найдем из соотношения:

$$\begin{aligned}
K_e &= \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} \left( 1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau} \right) \Bigg/ \left( M\gamma + M\delta + M\beta_1 \left( 1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \right. \\
& \left. + M\beta_2 \left( 1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left( 1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) \left( 1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \right).
\end{aligned} \tag{16}$$

Средняя прибыль определяется соотношением :

$$S = \left( (c_1 + c_4) \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}) - c_3 M\gamma - c_4 M\delta - \right. \\ \left. - c_2 (M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1\tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2\tau}) + \right. \\ \left. + M(\beta_1 \wedge \beta_2) (e^{-\lambda_1\tau} - 1) (1 - e^{-\lambda_2\tau})) \right) / (M\gamma + M\delta + \\ + M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1\tau}) + M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2\tau}) + M(\beta_1 \wedge \beta_2) (e^{-\lambda_1\tau} - 1) (1 - e^{-\lambda_2\tau})). \quad (17)$$

Средние затраты находятся из выражения:

$$C = \left( c_3 M\gamma + c_4 \left( M\delta - \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}) \right) + c_2 M\beta_1 (1 - e^{-\lambda_1\tau}) + \right. \\ \left. + c_2 (M\beta_2 (1 - e^{-\lambda_2\tau}) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) (1 - e^{-\lambda_1\tau}) (1 - e^{-\lambda_2\tau})) \right) / \frac{M\alpha_1 M\alpha_2 (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau})}{M\alpha_1 + M\alpha_2}. \quad (18)$$

Формулы (16), (17) и (18), позволяют находить оптимальные значения стационарных надежностных и экономических характеристик при различных исходных данных и оптимальную периодичность контроля. Исходные данные и результаты вычислений сведены в таблицу, средние ВВ:  $M\beta_1 = 0,100$  ч,  $M\beta_2 = 0,066$  ч, длительность контроля  $M\gamma = 0,125$  ч,  $c_1 = 5$  у.е.,  $c_2 = 4$  у.е.,  $c_3 = 3$  у.е.,  $c_4 = 2$  у.е.

Таблица

Оптимальная периодичность контроля

Исходные данные		Результаты вычислений					
$M\alpha_1$ , ч	$M\alpha_2$ , ч	$\tau_{opt}$ , ч	$K_z(\tau_{opt})$	$\tau_{opt}^s$ , ч	$S(\tau_{opt}^s)$ , у.е./ч	$\tau_{opt}^c$ , ч	$C(\tau_{opt}^c)$ , у.е./ч
90	70	3,096	0,924	3,541	4,384	4,355	0,24
90	50	2,793	0,915	3,198	4,321	3,927	0,267
90	10	1,459	0,845	1,686	3,76	2,041	0,533

#### Список литературы

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов / Г.Н. Черкесов. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
2. Королюк В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королюк. – К.: Либідь, 1993. – 136 с.
3. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. – 284 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Сдвіжковою О.О.  
Надійшла до редакції 03.04.2013*