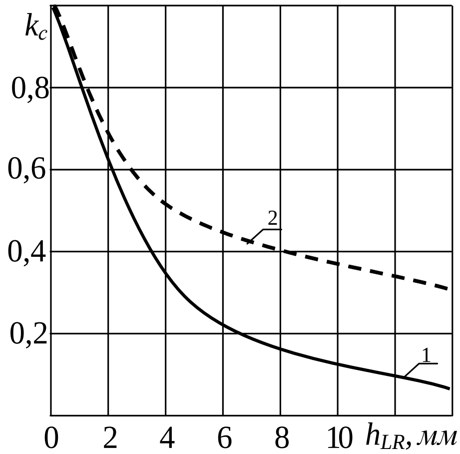

Рис. 5. Залежність залежності коефіцієнта використання сили магнітного притискання від висоти нерівності рейкової колії для односекційного (крива 1) та двосекційного (крива 2) магнітного блоку

стями рейкової колії (h_{LR} = 0 ÷ 4 мм). Двосекційні магнітні блоки доцільніше використовувати у підготовчих виробках з більшими нерівностями.

Висновки. У результаті виконаних теоретичних досліджень встановлено, що двосекційний магнітний блок при роботі на ділянках рейкової колії с нерівностями має більші значення основних кількісних показників ефективності застосування. Використання односекційного блоку не забезпечує зупинку шахтного потягу на нормованому гальмівному шляху при наявності нерівностей рейкової колії висотою до 10 мм. Областю ефективного використання односекційного блоку є капітальні відкаточні виробки з мінімальними нерівностями рейкової колії (h_{LR} = 0÷4 мм), двосекційні магнітні блоки доцільніше використовувати у підготовчих виробках з більшими нерівностями.

Список літератури

1. Кузнецов Б. А. Транспорт на горных предприятиях / Кузнецов Б. А., Ренгевич А. А., Биличенко Н. Я. . – М.: Недра, 1976. – 552 с.
2. Салов В.А. Определение характеристик магниторельсового тормоза шахтного локомотива при движении по рельсовому стыку / В. А. Салов, В. А. Сердюк // Вибрации в технике и технологиях. – 2000. – № 4 (16). – С. 56 – 58.
2. А. с. 1076343 СССР, МКИ^4 Б 61 Н 7/08. Тормозная система рельсового подвижного состава / В. Б. Шашкин, В. Н. Дорожкин (СССР). – № 3525630/27-11; заявл. 10.12.82; опубл. 28.02.84; Бюл. №8. – 3 с.
3. Наукове обґрунтування параметрів магніторейкових систем шахтних локомотивів: звіт про НДР (заключний) / Національний гірничий університет; кер. І. О. Таран; № ДР 0105U009159. – Дн-ськ, 2007. – 56 с.
4. Процив В. В. Моделирование процесса торможения шахтного поезда магниторельсовым догружателем / В. В. Процив, А. В. Новицкий // Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті (MINTT – 2012): – матеріали міжнар. наук.-практ. конф. – Х.: Херсонська державна морська академія, 2012. – С. 129 – 134.
5. Процив В. В. Исследование влияния стыковых неровностей на показатели эффективности магниторельсовых систем шахтных локомотивов / В. В. Процив, И.А. Таран, А. В. Новицкий // Вісник КНУ – 2014. – №36. – С. 83 – 87.
6. Процив В. В. Моделирование торможения шахтного поезда на заданном участке пути: монография / В. В. Процив. – Д.: Национальный горный университет, 2011. – 208 с.

Рекомендовано до друку д-ром техн. наук, проф. Коптовцем О.М.

УДК 622.625.28-592.112(043.5)

А.Н. Коптовец, д-р техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Государственное ВУЗ «Национальный горный университет»)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОГО НАГРУЖЕНИЯ КОЛОДОЧНО-КОЛЕСНОГО ТОРМОЗА

Введение. Решение контактных задач с трением, построение моделей трибомеханики в тормозостроении не применяется. Торможение рассматривается как задача в механике твердого тела в виде эмпирической науки о трении. В теории контактирования твердых тел вибрационное нагружение нормального направления определяется, в основном, реологическими, а в тангенциальном – фрикционными характеристиками материалов пар трения.

Цель работы. Исследование характеристик нагружения тормоза вычислительным экспериментом вместо натурных испытаний.

Материалы исследований. Рассмотрим в качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза простейшую автоколебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 1), состоящую из колодки массой m, скользящей по колесу радиусом R, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω, и двух упругодемпфирующих элементов Фойхта. Первый из них, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим через c_1 и b_1 соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом β к вертикальной оси, и прижимает колодку к колесу номинальным усилием Q. Второй упругодемпфирующий элемент, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим через c_2 и b_2 соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом α к плоскости трения. Отметим, что если хотя бы один из углов α или β отличен от значений 0° или 90°, то наличие в рассматриваемой модели упругодемпфирующих элементов приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

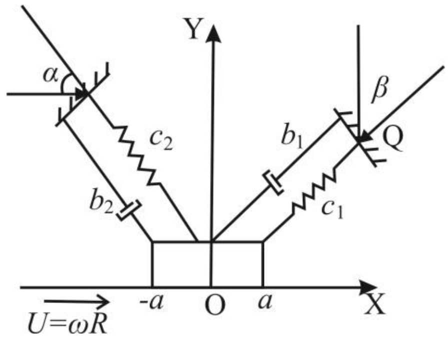

Рис. 1. Расчетная схема динамической модели тормоза

Каждая контактирующая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем, представляющим собой линейно-упругие пружины одинаковой жесткости k, но различной высоты. В локальных системах координат $O_s\xi_s\eta_s$, $s=1,2$, шероховатые поверхности колодки и колеса описываются соответствующими функциями вида

$$f_1(\xi_1)=\sum_{i=1}^{N_1} g_i^{(1)} \sin(\omega_i^{(1)}\xi_1), \qquad f_2(\xi_2)=\sum_{i=1}^{N_2} g_i^{(2)} \sin(\omega_i^{(2)}\xi_2), \tag{1}$$

где $g_i^{(1)}$, $\omega_i^{(1)}$, $i=\overline{1,N_1}$, – коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колодки; $g_i^{(2)}$, $\omega_i^{(2)}$, $i=\overline{1,N_2}$, – коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колеса.

Нормальная компонента F_y усилия контактного взаимодействия колодки и колеса определяется как

$$F_y(x,y)=\int_{-a}^{a} k\big(f_2(\xi+x-Ut)-f_1(\xi)-y\big)H\big(f_2(\xi+x-Ut)-f_1(\xi)-y\big)d\xi, \tag{2}$$

где $H(S)$ – функция Хевисайда.

Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме:

$$|F_x| \le \varphi F_y; \tag{3}$$

$$|F_x| < \varphi F_y \quad \Rightarrow \quad \dot{x}=U; \tag{4}$$

$$|F_x| = \varphi F_y \quad \Rightarrow \quad \frac{F_x}{|F_x|}=-\frac{\dot{x}-U}{|\dot{x}-U|}, \tag{5}$$

где F_x – сила трения; φ – коэффициент трения; $U = \omega R$ – скорость движения поверхности колеса.

Таким образом, динамическое поведение рассматриваемой системы описывается следующими уравнениями:

$$m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y - F_x + Q_x = 0; \quad (6)$$

$$m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y + Q_y = 0, \quad (7)$$

где

$$b_{xx} = b_1 \sin^2\beta + b_2 \cos^2\alpha;$$
$$c_{xx} = c_1 \sin^2\beta + c_2 \cos^2\alpha;$$
$$b_{xy} = b_{yx} = b_1 \cos\beta \sin\beta - b_2 \cos\alpha \sin\alpha;$$
$$c_{xy} = c_{yx} = c_1 \cos\beta \sin\beta - c_2 \cos\alpha \sin\alpha;$$
$$b_{yy} = b_1 \cos^2\beta + b_2 \sin^2\alpha;$$
$$c_{yy} = c_1 \cos^2\beta + c_2 \sin^2\alpha;$$
$$Q_x = Q \sin\beta;$$
$$Q_y = Q \cos\beta.$$

Учитывая, что для моделирования фрикционных автоколебаний используется метод установления, начальные условия примем следующими:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0;$$
$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$

Задача состоит в определении закона движения колодки $\{x(t), y(t)\}$ с учетом связанности тангенциальных и нормальных колебаний.

Для разработки вычислительного алгоритма решения сформулированной выше динамической задачи с трением используем вариационный подход [1 – 3]. Пусть $\{u, v\}$ – возможные перемещения колодки, $\{\delta x, \delta y\} = \{u - x, v - y\}$ – вариации компонент перемещений колодки, $\{\delta\dot{x}, \delta\dot{y}\} = \{\dot{u} - \dot{x}, \dot{v} - \dot{y}\}$ – вариации компонент скорости колодки. Сложим уравнения (3) и (4), умножив их на соответствующие вариации компонент скорости. В результате получим

$$(m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y - F_x + Q_x)(\dot{u} - \dot{x}) +$$
$$+ (m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y + Q_y)(\dot{v} - \dot{y}) = 0. \quad (8)$$

Соотношение (8) выражает принцип возможных мощностей для рассматриваемой системы.

Аналогично работе [4] для произвольной возможной скорости $\dot{u}$ можно записать, что

$$F_x(\dot{u} - \dot{x}) \geq -\varphi F_y(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|). \quad (9)$$

С учетом выражения (9) из уравнения (8) следует, что решение $\{x, y\}$ системы уравнений (6) – (7) удовлетворяет неравенству

$$(m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y + Q_x)(\dot{u} - \dot{x}) + \varphi F_y(x, y)(|\dot{u} - U| - |\dot{x} - U|) +$$
$$+ (m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y(x, y) + Q_y)(\dot{v} - \dot{y}) \geq 0. \quad (10)$$

Используя терминологию, введенную в работах Ж.-Л. Лионса и его учеников [5], неравенство (10) можно отнести к типу квазивариационных вследствие того, что нормальное усилие F_y, определяемое по формуле (2), зависит от перемещений колодки $\{x(t), y(t)\}$.

*Трехслойные разностные схемы***.** Произведем дискретизацию вариационной задачи (10). Разобьём временную ось на равные отрезки $[t^{n-1}, t^n]$, ($n = 1, 2, \ldots$). Длину этих отрезков обозначим через h. Далее под $\{x^n, y^n\}$ будем понимать приближенное значение $\{x(t), y(t)\}$ в момент времени t^n. При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (10) трехслойной схемы с весами [6] получим:

$$\left(m\frac{x^{n+1}-2x^{n}+x^{n-1}}{h^{2}}+b_{xx}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c_{xx}(\theta_1 x^{n+1}+\theta_2 x^{n}+\theta_3 x^{n-1})+\right.$$
$$\left.+b_{xy}\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}+c_{xy}(\theta_1 y^{n+1}+\theta_2 y^{n}+\theta_3 y^{n-1})+\tilde{Q}_x^n\right)\left(\dot{u}-\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}\right)+$$
$$+\left(m\frac{y^{n+1}-2y^{n}+y^{n-1}}{h^{2}}+b_{yy}\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}+c_{yy}(\theta_1 y^{n+1}+\theta_2 y^{n}+\theta_3 y^{n-1})+\right.$$
$$\left.+b_{yx}\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}+c_{yxs}(\theta_1 x^{n+1}+\theta_2 x^{n}+\theta_3 x^{n-1})-F_y^n+\tilde{Q}_y^n\right)\left(\dot{v}-\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h}\right)+$$
$$+\varphi\tilde{F}_y^n\left|\dot{u}-U\right|-\varphi\tilde{F}_y^n\left|\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h}-U\right|\geq 0\,,\quad n=2,3,\ldots, \tag{11}$$

где

$$\tilde{F}_y^n=F_y\left(\theta_1 x^{n+1}+\theta_2 x^{n}+\theta_3 x^{n-1},\theta_1 y^{n+1}+\theta_2 y^{n}+\theta_3 y^{n-1}\right);$$
$$\tilde{Q}_x^n=\theta_1 Q_x^{n+1}+\theta_2 Q_x^{n}+\theta_3 Q_x^{n-1};$$
$$\tilde{Q}_y^n=\theta_1 Q_y^{n+1}+\theta_2 Q_y^{n}+\theta_3 Q_y^{n-1};$$
$$\theta_1+\theta_2+\theta_3=1;$$
$$x^0=x^1=0\,;\quad y^0=y^1=0\,.$$

Введем обозначения:

$$d^{n+1}=\frac{x^{n+1}-x^{n-1}}{2h};\quad e^{n+1}=\frac{y^{n+1}-y^{n-1}}{2h};$$
$$\delta^{n+1}=\frac{x^{n+1}-x^{n}}{h};\quad \gamma^{n+1}=\frac{y^{n+1}-y^{n}}{h}.$$

Тогда схему (11) можно записать следующим образом:

$$\Big(2m(d^{n+1}-\delta^{n})/h+b_{xx}d^{n+1}+c_{xx}\left(2h\theta_1 d^{n+1}+\theta_2 x^{n}+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\right)+$$
$$+b_{xy}e^{n+1}+c_{xy}\left(2h\theta_1 e^{n+1}+\theta_2 y^{n}+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\right)+\tilde{Q}_x^n\Big)\left(\dot{u}-d^{n+1}\right)+$$
$$+\Big(2m(e^{n+1}-\gamma^{n})/h+b_{yy}e^{n+1}+c_{yy}\left(2h\theta_1 e^{n+1}+\theta_2 y^{n}+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\right)\Big)+$$
$$+b_{yx}d^{n+1}+c_{yx}\left(2h\theta_1 d^{n+1}+\theta_2 x^{n}+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\right)-F_y^n+\tilde{Q}_y^n\Big)\left(\dot{v}-e^{n+1}\right)+$$
$$+\varphi F_y^{n+1}\left|\dot{u}-U\right|-\varphi F_y^{n+1}\left|d^{n+1}-U\right|\geq 0\,,\qquad n=2,3,\ldots \tag{12}$$

где

$$\tilde{F}_y^{n+1}=F_y\left(2h\theta_1 d^{n+1}+\theta_2 x^{n}+(\theta_3-\theta_1)x^{n-1},2h\theta_1 e^{n+1}+\theta_2 y^{n}+(\theta_3-\theta_1)y^{n-1}\right).$$

Для решения квазивариационного неравенства (12) используем итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\Big(2m(d_{(k+1)}^{n+1}-\delta^{n})/h+b_{xx}d_{(k+1)}^{n+1}+c_{xx}\left(2h\theta_1 d_{(k+1)}^{n+1}+\theta_2 x^{n}+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\right)+$$
$$+b_{xy}e_{(k+1)}^{n+1}+c_{xy}\left(2h\theta_1 e_{(k+1)}^{n+1}+\theta_2 y^{n}+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\right)+\tilde{Q}_x^n\Big)\left(\dot{u}-d_{(k+1)}^{n+1}\right)+$$

$$+\Big(2m(e^{n+1}_{(k+1)}-\gamma^n)/h+b_{yy}e^{n+1}_{(k+1)}+c_{yy}\Big(2h\theta_1 e^{n+1}_{(k+1)}+\theta_2 y^n+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\Big)\Big)+$$
$$+b_{yx}d^{n+1}_{(k+1)}+c_{yx}\Big(2h\theta_1 d^{n+1}_{(k+1)}+\theta_2 x^n+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\Big)-\tilde{F}^n_{y,(k)}+\tilde{Q}^n_y\Big)\Big(\dot{v}-e^{n+1}_{(k+1)}\Big)+$$
$$+\varphi\tilde{F}^n_{y,(k)}\left|\dot{u}-U\right|-\varphi\tilde{F}^n_{y,(k)}\left|d^{n+1}_{(k+1)}-U\right|\ge 0,\quad n=2,3,\ldots,\ k=1,2,\ldots, \tag{13}$$

где

$$\tilde{F}^n_{y,(k)}=F_y\Big(2h\theta_1 d^{n+1}_{(k)}+\theta_2 x^n+(\theta_3-\theta_1)x^{n-1},2h\theta_1 e^{n+1}_{(k)}+\theta_2 y^n+(\theta_3-\theta_1)y^{n-1}\Big).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный процесс (13) сходится, то предел последовательности $\{d^{n+1}_{(k)},e^{n+1}_{(k)}\}$ является решением квазивариационного неравенства (12). Используя результаты работы [2], можно показать, что итерационный процесс (13) сходится при любом выборе начального приближения и ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном процессе (13) целесообразно принять

$$d^{n+1}_{(0)}=d^n,\ e^{n+1}_{(0)}=e^n.$$

Неравенство (13) является вариационным. Используя результаты работы [6], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (13) сводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_1(d,e)=\frac{1}{2}a_{11}d^2+a_{12}de+\frac{1}{2}a_{22}e^2-g_1d-g_2e+g_0\left|d-u\right|, \tag{14}$$

где

$$a_{11}=\frac{2m}{h}+b_{xx}+2c_{xx}h\theta_1;\quad a_{12}=b_{xy}+2c_{xy}h\theta_1;$$
$$a_{22}=\frac{2m}{h}+b_{yy}+2c_{yy}h\theta_1;\quad a_{21}=a_{12}=b_{yx}+2c_{yx}h\theta_1;$$
$$g_1=2m\delta^n/h-c_{xx}\Big(\theta_2 x^n+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\Big)-$$
$$-c_{xy}\Big(\theta_2 y^n+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\Big)-\tilde{Q}^n_x;$$
$$g_2=2m\gamma^n/h-c_{yy}\Big(\theta_2 y^n+(\theta_3+\theta_1)y^{n-1}\Big)-$$
$$-c_{yx}\Big(\theta_2 x^n+(\theta_3+\theta_1)x^{n-1}\Big)+\tilde{F}^n_{y,(k)}-\tilde{Q}^n_y;$$
$$g_0=\varphi\tilde{F}^n_{y,(k)}.$$

Решение задачи минимизации функции $J_1(d,e)$ можно записать в явном виде:

если $(g_1a_{22}-g_2a_{12}-g_0a_{22})/a>U$, то

$$d=(g_1a_{22}-g_2a_{12}-g_0a_{22})/a,\quad e=(g_2a_{11}-g_1a_{21}+g_0a_{21})/a, \tag{15}$$

если $(g_1a_{22}-g_2a_{12}+g_0a_{22})/a<U$, то

$$d=(g_1a_{22}-g_2a_{12}+g_0a_{22})/a,\quad e=(g_2a_{11}-g_1a_{21}-g_0a_{21})/a, \tag{16}$$

иначе

$$d=U,\qquad e=(g_2-a_{21}U)/a_{22}, \tag{17}$$

где $a=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$.

Двухслойные разностные схемы. При использовании для интегрирования по времени квазивариационного неравенства (10) двухслойных схем получим:

$$\Big(m\frac{p^{n+1}-p^n}{h}+b_{xx}\big(\theta_1 p^{n+1}+(1-\theta_1)p^n\big)+c_{xx}\big(\theta_1 x^{n+1}+(1-\theta_1)x^n\big)+$$
$$+b_{xy}\big(\theta_1 q^{n+1}+(1-\theta_1)q^n\big)+c_{xy}\big(\theta_1 y^{n+1}+(1-\theta_1)y^n\big)+\tilde{Q}_x^{n+\theta}\Big)\big(s-p^{n+1}\big)+$$
$$+\Big(m\frac{q^{n+1}-q^n}{h}+b_{yy}\big(\theta_1 q^{n+1}+(1-\theta_1)q^n\big)+c_{yy}(\theta_1 y^{n+1}+(1-\theta_1)y^n)+$$
$$-b_{yx}\big(\theta_1 p^{n+1}+(1-\theta_1)p^n\big)+c_{yx}\big(\theta_1 x^{n+1}+(1-\theta_1)x^n\big)-F_y^{n+\theta}+\tilde{Q}_y^{n+\theta}\Big)\big(w-q^{n+1}\big)+$$
$$+\varphi F_y^{n+\theta}\left|s-U\right|-\varphi F_y^{n+\theta}\left|p^{n+1}-U\right|\ge 0, \qquad n=2,3,..., \tag{18}$$

$$\frac{x^{n+1}-x^n}{h}=\theta_2 p^{n+1}+(1-\theta_2)p^n, \tag{19}$$

$$\frac{y^{n+1}-y^n}{h}=\theta_2 q^{n+1}+(1-\theta_2)q^n, \tag{20}$$

где $\{p^n,q^n\}=\{\dot{x}^n,\dot{y}^n\}$ – компоненты скорости в момент времени t^n;

$$F_y^{n+\theta}=F_y\big(\theta_1 x^{n+1}+(1-\theta_1)x^n,\theta_1 y^{n+1}+(1-\theta_1)y^n\big);$$
$$Q_x^{n+\theta}=(\theta_1 Q_x^{n+1}+(1-\theta_1)Q_x^n);\;\; Q_y^{n+\theta}=(\theta_1 Q_y^{n+1}+(1-\theta_1)Q_y^n).$$

Соотношения (18) – (20) представляют собой систему квазивариационного неравенства и двух алгебраических уравнений. Начальные условия для системы (18) – (20) будем выбирать в виде

$$x^0=p^0=0,\; y^0=q^0=0.$$

Представим уравнения (16) – (17) как

$$x^{n+1}=x^n+h(\theta_2 p^{n+1}+(1-\theta_2)p^n); \tag{21}$$

$$y^{n+1}=y^n+h(\theta_2 q^{n+1}+(1-\theta_2)q^n) \tag{22}$$

и подставим выражения (21) – (22) в (18). В результате получим квазивариационное неравенство

$$\Big(m\frac{p^{n+1}-p^n}{h}+\theta_1 p^{n+1}\big(b_{xx}+\theta_2 c_{xx}h\big)+p^n\big((1-\theta_1)b_{xx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xx}h\big)+c_{xx}x^n+$$
$$+\theta_1 q^{n+1}\big(b_{xy}+\theta_2 c_{xy}h\big)+q^n\big((1-\theta_1)b_{xy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xy}h\big)+c_{xy}y^n+\tilde{Q}_x^{n+\theta}\Big)\big(s-p^{n+1}\big)+$$
$$+\Big(m\frac{q^{n+1}-q^n}{h}+\theta_1 q^{n+1}\big(b_{yy}+\theta_2 c_{yy}h\big)+q^n\big((1-\theta_1)b_{yy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yy}h\big)+c_{yy}y^n+$$
$$+\theta_1 p^{n+1}\big(b_{yx}+\theta_2 c_{yx}h\big)+p^n\big((1-\theta_1)b_{yx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yx}h\big)+c_{yx}x^n-$$
$$-F_y^{n+\theta}+\tilde{Q}_y^{n+\theta}\Big)\big(w-q^{n+1}\big)+\varphi F_y^{n+\theta}\left|s-U\right|-\varphi F_y^{n+1}\left|p^{n+1}-U\right|\ge 0, \quad n=2,3,..., \tag{23}$$

где

$$F_y^{n+\theta}=F_y\big(x^n+\theta_1\theta_2 p^{n+1}h+\theta_1(1-\theta_2)p^n h, y^n+\theta_1\theta_2 q^{n+1}h+\theta_1(1-\theta_2)q^n h\big).$$

Для решения этого квазивариационного неравенства используем итерационный процесс (k – номер итерации):

$$\left(m\frac{p^{n+1}_{(k+1)}-p^{n}}{h}+\theta_1 p^{n+1}_{(k+1)}\left(b_{xx}+\theta_2 c_{xx}h\right)+p^{n}\left((1-\theta_1)b_{xx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xx}h\right)+c_{xx}x^{n}+\right.$$

$$+\theta_1 q^{n+1}_{(k+1)}\left(b_{xy}+\theta_2 c_{xy}h\right)+q^{n}\left((1-\theta_1)b_{xy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xy}h\right)+c_{xy}y^{n}+\tilde{Q}^{n+\theta}_{x}\Big)\left(s-p^{n+1}_{(k+1)}\right)+$$

$$+\left(m\frac{q^{n+1}_{(k+1)}-q^{n}}{h}+\theta_1 q^{n+1}_{(k+1)}\left(b_{yy}+\theta_2 c_{yy}h\right)+q^{n}\left((1-\theta_1)b_{yy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yy}h\right)+c_{yy}y^{n}+\right.$$

$$+\theta_1 p^{n+1}_{(k+1)}\left(b_{yx}+\theta_2 ch\right)+p^{n}\left((1-\theta_1)b_{yx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yx}h\right)+c_{yx}x^{n}-$$

$$-F^{n+\theta}_{y}+\tilde{Q}^{n+\theta}_{x}\Big)\left(w-q^{n+1}_{(k+1)}\right)+\varphi F^{n+\theta}_{y,(k)}\left|s-U\right|-\varphi F^{n+\theta}_{y,(k)}\left|p^{n+1}_{(k+1)}-U\right|\ge 0,\ n=2,3,\dots\ k=1,2,\dots, \qquad (24)$$

где

$$F^{n+\theta}_{y,(k)}=F_y\left(x^{n}+\theta_1\theta_2 p^{n+1}_{(k)}h+\theta_1(1-\theta_2)p^{n}h,\ y^{n}+\theta_1\theta_2 q^{n+1}_{(k)}h+\theta_1(1-\theta_2)q^{n}h\right).$$

Нетрудно видеть, что если итерационный ряд (21) сходится, то предел последовательности $\{p^{n+1}_{(k)},q^{n+1}_{(k)}\}$ является решением квазивариационного неравенства (20). Используя результаты работы [2], можно показать, что итерационный ряд (24) сходится при любом выборе начального приближения и ограничении сверху на величину коэффициента трения.

В качестве начального приближения в итерационном ряде (24) целесообразно выбрать величину

$$p^{n+1}_{(0)}=p^{n},\quad q^{n+1}_{(0)}=q^{n}.$$

После определения с помощью итерационного ряда (24) значений $\{p^{n+1},q^{n+1}\}$ величины $\{x^{n+1},y^{n+1}\}$ вычисляем по формулам (21) – (22).

Неравенство (24) является вариационным. Используя результаты работы [6], можно показать, что на каждой итерации решение вариационного неравенства (24) сводится к решению задачи минимизации следующей функции двух переменных:

$$J_1(p,q)=\frac{1}{2}a_{11}p^2+a_{12}pq+\frac{1}{2}a_{22}q^2-g_1p-g_2q+g_0\left|p-u\right|, \qquad (25)$$

где

$$a_{11}=\frac{m}{h}+\theta_1(b_{xx}+\theta_2 c_{xx}h);\qquad a_{12}=\theta_1(b_{xy}+\theta_2 c_{xy}h);$$

$$a_{22}=\frac{m}{h}+\theta_1(b_{yy}+\theta_2 c_{yy}h);\qquad a_{21}=a_{12}=\theta_1(b_{yx}+\theta_2 c_{yx}h);$$

$$g_1=m/h-p^{n}\left((1-\theta_1)b_{xx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xx}h\right)-c_{xx}x^{n}-$$

$$-q^{n}\left((1-\theta_1)b_{xy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{xy}h\right)-c_{xy}y^{n}-\tilde{Q}^{n+\theta}_{x};$$

$$g_1=m/h-p^{n}\left((1-\theta_1)b_{yy}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yy}h\right)-c_{yy}y^{n}-$$

$$-q^{n}\left((1-\theta_1)b_{yx}+\theta_1(1-\theta_2)c_{yx}h\right)-c_{yx}x^{n}+F^{n+\theta}_{y}-\tilde{Q}^{n+\theta}_{y};$$

$$g_0=\varphi F^{n+\theta}_{y,(k)}.$$

Решение задачи минимизации функции $J_2(p,q)$ можно получить по формулам (15) – (17).

Выводы. Разработана математическая модель фрикционных колебаний шероховатых тел тормоза, трение между которыми описывается законом Амонтона с учетом конструктивных связей между нормальными и тангенциальными колебаниями, а также получена вариационная формулировка в виде квазивариационного неравенства динамической задачи для колебательной системы двух шероховатых тел. С использованием трехслойных и двухслойных разностных схем разработаны вычислительные алгоритмы интегрирования по времени полученного квазивариационного неравенства. В результате вычислительных экспериментов установлено, что предложенная математическая модель, учитывающая нормальные колебания колодки, вызванные шероховатостью контактирующих поверхностей и наличием конструктивной связи между нормальными и тангенциальными колебаниями, описывает возникновение фрикционных колебаний в упругой системе, в которой не вводится искусственная разница между статическим и динамическим коэффициентами трения.

В зависимости от значений параметров динамической системы тормоза возможны три варианта колебаний тормозной колодки: затухающие, установившиеся релаксационные и установившиеся квазигармонические. Зависимость коэффициента трения тормоза, при котором возникают колебания в тормозном механизме, от угла наклона подвески колодки – линейная, от отношения жесткостей двух конструктивных связей в нормальном c_2 и тангенциальном c_1 направлениях – нелинейная. При этом минимальное значение коэффициента трения, при котором возникают установившиеся колебания, соответствует случай, когда $c_1 = c_2$.

Список литературы

1. Дюво Г. Неравенства в механике и физике / Г. Дюво, Ж.-Л. Лионс. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
2. Кравчук А.С. Вариационные и квазивариационные неравенства в механике / А.С. Кравчук. – М.: МГАПИ, 1997. – 340 с.
3. Панагиотопулос П. Неравенства в механике и их приложения / П. Панагиотопулос. – М.: Мир, 1989. – 492 с.
4. Коптовец А.Н. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных автоколебаний при наличии конструктивных связей / А.Н. Коптовец, А.А. Бобылёв // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський наук.-техн. журнал. – В., 2007. – № 3 (48). – С. 97 – 100.
5. Lions J.-L., (1975). "Surface problems: Methods of variational and quasivariational inequalities" // *Lect. Notes in Math. Syst.*,№ 461. , pp. 129 – 148.
6. Гловински Р. Численное исследование вариационных неравенств / Р. Гловински, Ж.-Л. Лионс, Р. Тремольер. – М.: Мир, 1979. – 574 с.

Рекомендовано до друку: д-ром техн. наук, проф. Самусею В.І.

УДК 622.23.05

К.А. Зіборов, В.В. Плахотнік, канд.-ти. техн. наук, В.М. Мар'єнко
(Україна, Дніпропетровськ, Державний ВНЗ «Національний гірничий університет»)

ДО ПИТАННЯ РОБОТИ РОТОРА ШАХТНОГО ВЕНТИЛЯТОРА ГОЛОВНОГО ПРОВІТРЮВАННЯ В УМОВАХ НЕСПІВВІСНОСТІ ПІДШИПНИКОВИХ ОПОР

Вступ. Зростання інтенсивності робіт на вугільних і рудних шахтах, а також збільшення глибини видобутку і довжини підземних виробок на гірничо-видобувних підприємствах можливе тільки за умови подачі у них значних об'ємів повітря. При цьому пов'язане з цим зростання робочих параметрів вентиляторів має досягатися без збільшення габаритів, які вже наприкінці минулого століття досягли своєї межі по технологіях виготовлення, монтажу та транспортабельності [1].

З урахуванням законів подібності встановлено, що продуктивність вентилятора пропорційна першій ступені, а нагнітальний тиск – квадрату частоти обертання, тобто, змінюючи частоту обертання привідного двигуна, можна істотно впливати на аеродинамічну характеристику машини [1].

У каталогах і технічній документації [2] виробників вентиляційного обладнання наведені гранично допустимі частоти обертання роторів за умовами їх працездатності. Вибираючи вентилятор, часто орієнтуються саме на цю величину при визначенні параметрів двигуна вентилятора. Відомий ряд випадків [1], коли вентиляційний режим знаходиться значно нижче зони економічної роботи, встановленого на шахті типорозміру вентилятора. А робота машини в режимі закритої заслінки характеризується пульсуючими навантаженнями, підвищеною вібрацією, що незмінно призводить до відмов підшипникових вузлів ротора.

Мета роботи. 1. Проаналізувати вплив неспіввісного розташування підшипникових опор шахтного вентилятора головного провітрювання (на прикладі ВЦД-4,7) на статичний і динамічний прогини вала. 2. Проаналізувати зміну навантажень на підшипникові вузли з урахуванням отриманих залежностей.

Матеріали та результати досліджень. До появи технологічного дисбалансу роторів шахтних вентиляторів головного провітрювання приводить їх конструктивна особливість, пов'язана з тим, що підшипникові опори не мають спільної рами і встановлюються на окремих плитах безпосередньо на бетон фундаменту з подальшим підливанням плит. При цьому горизонтальність вала і співвісність опор досягається тільки за рахунок виставлення плит і корпусів при монтажі [3 – 4].