



## ГИДРОТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛУБОКОВОДНОГО ГИДРОПОДЪЕМА 3-ФАЗНОЙ СМЕСИ С УЧЕТОМ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

В. Самуся<sup>1</sup>, В. Кириченко<sup>1</sup>, Е. Кириченко<sup>1</sup>, С. Ильина<sup>1</sup>, А. Антоненко<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Кафедра горной механики, Национальный горный университет, Днепр, Украина

\*Ответственный автор: e-mail [antonenko\\_anton.92@yahoo.com](mailto:antonenko_anton.92@yahoo.com), тел. +380988838487

## HYDRO-THERMODYNAMIC MODEL OF DEEP-WATER HYDRAULIC LIFT OF 3-PHASE FLUID CONSIDERING HEAT-MASS-EXCHANGE PROCESSES

V. Samusia<sup>1</sup>, V. Kyrychenko<sup>1</sup>, Ye. Kyrychenko<sup>1</sup>, S. Ilina<sup>1</sup>, A. Antonenko<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Mining Mechanics Department, National Mining University, Dnipro, Ukraine

\*Corresponding author: e-mail [antonenko\\_anton.92@yahoo.com](mailto:antonenko_anton.92@yahoo.com), tel. +380988838487

### ABSTRACT

**Purpose.** To justify theoretical dependences of the main flow parameters of 3-phase streams for modeling the process of hydraulic hoisting of polymetallic nodules in the flow section of the deep-water air-lift for various structures of heterogeneous fluid flow.

**Methods.** Theoretical studies allowed to establish dependences of the main flow parameters of 3-phase streams transporting solid material in a vertical pipeline.

**Findings.** We obtained dependences describing the main characteristics of 3-phase flows in vertical pipelines and calculation formulas for determining the flow parameters of polymetallic nodules hydraulic hoisting for different flow patterns of the fluid. An approach to the development of a mathematical treatment of the mechanism underlying solid materials transportation in the carrying fluid is proposed.

**Originality.** A thermohydrodynamic model of the rising pipe of the deep-water air-lift hydraulic hoisting is developed taking into account the heat-mass exchange processes with different structures of the 3-phase fluid.

**Practical implications.** We developed and prepared for trial operation the software simulating transitional operation modes of deep-water hydraulic lifts transporting polymetallic nodules.

**Keywords:** *hydraulic hoisting, deep-water, heat-and-mass-exchange, flow pattern, hydraulic fluid*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время мировое сообщество проявляет все больший интерес к освоению месторождений полезных ископаемых Мирового океана, где находятся крупные залежи полиметаллических руд, запасы которых многократно превышают аналогичные запасы на суше (Andreev, Verzhansky, & Cherkashev, 2017).

Данный факт дает толчок к развитию новой отрасли горного дела – морского горного дела. По мнению специалистов, наиболее перспективным способом транспортирования полезного ископаемого, при глубоководной добыче, является глубоководный эрлифтный гидроподъем благодаря своим высоким показателям надежности в сложных условиях.

В виду сложности процессов, протекающих в трубопроводе эрлифтной установки при движении трехфазной смеси (жидкость – газ – твердые части-

цы), возникает необходимость более детального изучения структур течения. Однако известные простые аналитические модели структур течения смеси учитывают усредненные параметры, что в свою очередь снижает точность результатов (Kyrychenko, Kyrychenko, Samusya, & Antonenko, 2014; Goman, Kirichenko, & Romanyukov, 2013). В связи с этим актуальным является совершенствование математического аппарата для получения более точных данных. При этом необходимо учитывать теплообменные и десорбционные процессы, имеющие место в подъемной трубе (Ghidaoui, Zhao, McInnis, & Axworthy, 2005; Kirichenko, Kirichenko, Shvorak, Yevteyev, & Khvorostyanou, 2012). Поэтому вопрос создания наиболее точного расчетного метода и, как следствие, получение достоверных результатов расчетов глубоководных гидроподъемов остается открытым.

## 2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 2.1. Пузырьковая структура

Физические процессы в подъемной трубе значительно сложнее, чем в подводящей, что приводит к резкому увеличению производимых вычислений. Поэтому при выборе математического описания исследуемой структуры течения смеси следует выполнить тщательный анализ физического процесса транспортирования смеси, удовлетворяющего не только требованиям адекватности и точности, но и экономичности самой модели (Курчченко, Курчченко, & Евтеев, 2013). Поэтому, в разрабатываемой комплексной модели подъемной трубы глубоководного эрлифтного гидроподъема при исследовании пузырьковой и снарядной структур течения учитываются только массообменные процессы, как доминирующие, а при кольцевой и дисперсной структурах – только теплообменные процессы. Кроме того, является принципиально новым то, что различные структуры описываются как двухфазными, так и трехфазными моделями.

Ввиду значительных давлений в нижних сечениях подъемного трубопровода (порядка двухсот атмосфер) при исследовании параметров течения становится актуальным вопрос о растворимости воздуха в морской воде. Можно предположить, что процесс абсорбции будет оказывать определенное влияние на работу глубоководного эрлифта, так как при подаче в подъемную трубу часть воздуха растворится в воде, уменьшая тем самым расчетное соотношение между фазами, необходимое для обеспечения требуемой “тяговой” силы установки. Количество растворенного воздуха зависит от давления и температуры. В то же время по мере подъема гидросмеси, сопровождающегося уменьшением давления, растворенный воздух будет десорбировать из жидкости, что приведет к увеличению расхода смеси и скорости ее движения, а, следовательно, и росту гидравлических сопротивлений (Geyer & Kostanda, 1965; Kononenko, 2005). Данные обстоятельства следует учитывать при определении расхода воздуха, необходимого для обеспечения заданной производительности установок. В литературе отсутствуют данные исследований растворимости воздуха в воде при высоких давлениях, а также учитывающие динамику среды. В данной работе в основу расчетов положен закон Генри, несколько завышающий расчетную растворимость воздуха, по сравнению с действительной, и работающий как бы “с запасом”.

Рассмотрим разработанную полуэмпирическую модель движения потока гидросмеси в подъемном трубопроводе ГЭГ, представляющую собой модификацию сплошной модели течения, учитывающую несоответствие скоростей фаз. Модель описывает смену структур течения, влияние угла наклона на величину истинного газосодержания и растворимость воздуха в воде. Предполагаем, что твердые частицы одинаковы по форме и диаметру, не оказывают влияние на коэффициент сопротивления смеси, а лишь увеличивают ее плотность.

Согласно принятой модели, при пузырьковой и снарядной структурах течения твердые частицы транспортируются в основном водой. В случае кольцевой и дисперсной структур осуществляется пнев-

мотранспорт твердой фазы. Таким образом, течение трехфазной смеси при пузырьковой и снарядной структурах в рамках принятых предположений эквивалентно двухфазному потоку пульпогазовой смеси. При этих структурах индексы “s” и “g” обозначают соответственно пульпу и газ. При кольцевой и дисперсной структурах первой фазой является жидкость, а второй – газ со взвешенными в нем твердыми частицами. При этом температуру и давление считаем одинаковыми для разных фаз и усредняем по сечению трубопровода. Потерями давления на местных сопротивлениях пренебрегаем. Границы устойчивости основных структур течения смеси указаны в работе.

Таким образом 3-х фазный поток (твердое – жидкость – газ) моделируется 2-х фазной (пульпа – газ) моделью. В рамках сделанных предположений двухскоростная однотемпературная модель пузырьковой структуры течения, описывающая одномерное установившееся изотермическое течение гидросмеси в подъемном трубопроводе ГЭГ с учетом массообменных процессов, базируется на уравнениях сохранения массы газовой фазы (1), массы смеси (2) и уравнении движения смеси (3):

$$\rho_g \cdot \varphi_g \frac{dV_g}{dx} + \rho_g \cdot V_g \frac{d\varphi_g}{dx} + V_g \cdot \rho_g \frac{d\rho_g}{dx} = M_{s,g}; \quad (1)$$

$$\rho_s (1 - \varphi_g) \frac{dV_s}{dx} + (\rho_g \cdot V_g - \rho_s \cdot V_s) \frac{d\varphi_g}{dx} + \left( \rho_g \frac{dV_g}{dx} + V_g \frac{d\rho_g}{dx} \right) \varphi_g = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1 - \varphi_g) \cdot \rho_s \cdot V_s \frac{dV_s}{dx} + \varphi_g \cdot \rho_g \cdot V_g \frac{dV_g}{dx} = \\ = -\frac{dp}{dx} - g \cdot \cos \theta_p [\rho_s (1 - \varphi_g) + \rho_g \cdot \varphi_g] - \\ - (V_s - V_g) (G_s + G_g) \cdot \frac{d\chi}{dx} - \frac{\lambda_c}{2 \cdot D_p} \times \\ \times [\varphi_g \cdot \rho_g \cdot V_g^2 + (1 - \varphi_g) \rho_s \cdot V_s^2] \end{aligned}, \quad (3)$$

где:

$M_{s,g}$  – приведенная скорость фазовых переходов, кг/(м<sup>3</sup>·с);

$\rho_s$  – плотность фазы, кг/м<sup>3</sup>;

$V_s$  – истинная скорость фазы, м/с;

$G_s$  – приведенная массовая скорость фазы, кг/(с·м<sup>2</sup>);

$\theta_p$  – угол наклона трубопровода к вертикали;

$\chi$  – расходное массовое газосодержание;

$D_p$  – диаметр трубопровода, м.

Приведенная скорость фазовых переходов согласно закону Генри, определяется по формуле:

$$M_{s,g} = \alpha \cdot (1 - \varphi_g) \cdot V_s \cdot \rho_{g,0} \frac{dp}{dx}, \quad (4)$$

где:

$\alpha$  – коэффициент пропорциональности, м·с<sup>2</sup>/кг;

$\rho_{g,0}$  – плотность атмосферного воздуха, кг/м<sup>3</sup>.

Уравнения состояния жидкой и газовой фаз имеют вид:

$$\rho_n = const ; \quad (5)$$

$$p = \rho_g \cdot k_g \cdot R \cdot T , \quad (6)$$

где:

$R$  – газовая постоянная, Дж/(кг·К);

$T$  – абсолютная температура, К;

$k_g$  – коэффициент сжимаемости газа, являющийся функцией текущих значений давлений и температур.

Так как уравнения (1) и (2) построены на основе общих соотношений механики многофазных сред, то они позволяют описать течение смеси при различных структурах. Вместе со сменой структуры течения должен изменяться и вид соответствующих замыкающих эмпирических выражений.

Получение надежных экспериментальных зависимостей требует проведения большого числа экспериментов на трубах различных диаметров в широком диапазоне изменения расходных, физических и динамических характеристик течения. Обобщение экспериментальных данных исследований двухфазных потоков и перенос их на натурные условия эффективно выполнять на основе теории подобия, позволяющей в компактной форме анализировать большое число взаимовлияющих факторов. Таким образом, для замыкания исходной системы уравнений (1) – (6) целесообразно выразить истинные концентрации фаз и коэффициент гидравлического сопротивления смеси в виде функциональных зависимостей от определяющих критериев течения. С этой целью был проанализирован обширный экспериментальный материал по определению  $\varphi_g$  и  $\lambda_c$  для каждой структуры течения водовоздушной смеси в вертикальных трубах. В результате выбраны зависимости, справедливые для натурального диапазона изменения скоростей течения, автомодельные по диаметру трубопровода и обладающие достаточной общностью.

Для пузырьковой структуры течения смеси на основании гомогенной модели приняты следующие замыкающие выражения:

$$\varphi_g = \frac{1+k_c}{2} - \sqrt{\frac{(1+k_c)^2}{4} - \beta \cdot k_c} ; \quad (7)$$

$$\lambda_c = \left( -2 \lg \left[ \left( \frac{6.81}{Re_c} \right)^{0.9} + \frac{\delta}{3.7 \cdot D_p} \right] \right)^{-2} , \quad (8)$$

где:

$\beta$  – расходное объемное газосодержание;

$Re_c$  – число Рейнольдса для смеси;

$\delta$  – абсолютная шероховатость внутренней поверхности трубопровода, мм.

$$k_c = \frac{V_s \cdot \sqrt{\rho_s}}{\sqrt{4 \cdot g \cdot \sigma \cdot (\rho_s - \rho_g)}} ;$$

$$Re_c = \frac{4}{\pi \cdot D_p} \left( \frac{W_s}{\mu_s} + \frac{W_g}{\mu_g} \right) , \quad (9)$$

где:

$\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;

$\mu$  – динамический коэффициент вязкости, Н·с/м<sup>2</sup>.

## 2.2. Снарядная структура течения смеси

Известны предшествующие попытки исследовать снарядную структуру течения в рамках двухфазной модели пульповоздушной смеси, однако в случае тяжелых частиц сходимость расчетных и экспериментальных данных является неудовлетворительной. Поэтому, в настоящей работе впервые предложен комбинированный итерационный подход для расчета трехфазных потоков с учетом массообменных процессов и взаимодействия непосредственно твердых частиц, как с жидкой, так и с газовой фазами. Разработанное для реализации данного подхода математическое описание не относится ни к одному из известных классов моделей многофазных потоков.

Исходное уравнение движения одиночной твердой частицы с учетом основных действующих на нее сил принимает вид (10). Силы Саффмена, Бусройда и Магнуса с результирующим влиянием на движение частицы не более 6 – 8% в уравнении не рассматриваются:

$$m_f \frac{dV_f}{dt} = R_{gr} + R_a + R_c + R_{in} = R_{\Sigma} , \quad (10)$$

где:

$m_f$  – масса твердой частицы, кг;

$V_f$  – абсолютная скорость частицы, м/с;

$t$  – время движения частицы, с;

$R_{gr}$  – действующая на частицу сила тяжести, Н;

$R_a$  – действующая на частицу сила Архимеда, Н;

$R_c$  – сила сопротивления движению частицы, Н;

$R_{in}$  – сила инерции, Н;

$R_{\Sigma}$  – результирующая сил, действующих на частицу, Н.

$$R_{gr} = -m_f \cdot g \cdot \cos \theta_p ;$$

$$R_a = m_e \cdot g \cdot \cos \theta_p ;$$

$$R_c = \frac{1}{2} S_M \cdot C_x \cdot \rho_c |W_e| W_e ;$$

$$R_{in} = m_{ad} \frac{dW_e}{dt} , \quad (11)$$

где:

$m_e$  – масса транспортирующей среды в объеме частицы, кг;

$S_M$  – площадь Миделя частицы, м<sup>2</sup>;

$C_x$  – коэффициент лобового сопротивления частицы;

$\rho_c$  – плотность транспортирующей среды, кг/м<sup>3</sup>;

$W_e$  – скорость частицы относительно транспортирующей среды, м/с;

$m_{ad}$  – присоединенная масса, кг.

Уравнение (10) принимает следующий вид:

$$a_1 \frac{dV_e}{dt} = -a_2 + a_{3i} \cdot A_i \cdot W_e^{2-n_i} , \quad (12)$$

где:

показатель степени изменяется в диапазоне  $1 \leq 2 - n_i \leq 2$  :

$$a_1 = 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_e}{\rho_g} ; \quad (13)$$

$$a_2 = g \cdot \cos \theta_p \left( 1 - \frac{\rho_e}{\rho_f} \right); \quad (14)$$

$$a_{3i} = \left( \frac{v_e}{d_f} \right)^{n_i} \cdot \frac{1}{2} \frac{S_M}{m_f} \rho_e = \frac{3}{4} \frac{\rho_e}{d_f \cdot \rho_f} \left( \frac{v_e}{d_f} \right)^{n_i}, \quad (15)$$

где:

$v_e$  – кинематический коэффициент вязкости транспортирующей среды, м<sup>2</sup>/с;

$d_f$  – диаметр твердой частицы, м.

С учетом выражений (12) – (15), условия (12) и при постоянстве  $v_e$  запишем уравнение (12) для относительной скорости твердой частицы:

$$-a_1 \frac{dW_f}{dt} = -a_2 + a_{3i} \cdot A_i \cdot W_f^{2-n_i}. \quad (16)$$

С учетом образованных безразмерных параметров уравнение (16) принимает следующий вид:

$$(1 + 0.5 \overline{\rho_e}) \frac{d\overline{W}_f}{dt} = \frac{1 - \overline{\rho_e}}{E} - \frac{3}{4} \frac{\overline{\rho_e} \cdot A_i}{F^{n_i} \cdot \overline{d}_f^{n_i+1}} \overline{W}_f^{2-n_i}, \quad (17)$$

где:

$i$  – диапазон изменения параметра Re;

$E$  и  $F$  – безразмерные комплексы.

$$E = \frac{v_e^2}{L_y \cdot g \cdot \cos \theta_p}; \quad (18)$$

$$F = \frac{v_c \cdot L_y}{v_c}. \quad (19)$$

Безразмерная предельная относительная скорость твердой частицы определяется из следующего выражения:

$$\overline{W}_{fmi} = \left( \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_e \cdot F^{n_i}}{A_i \cdot E} \overline{d}_f^{n_i+1} \right)^{\frac{1}{2-n_i}}; \quad (20)$$

$$\alpha_e = \frac{(1 - \overline{\rho_e})}{\rho_e}. \quad (21)$$

Индексу “ $i$ ” на основании значений Re присваивается показатель соответствующего диапазона I – IV.

Значения  $A_i$  и  $n_i$  в пределах каждого диапазона I – IV принимаются постоянными, что дает возможность для данных диапазонов получить следующие выражения безразмерной предельной относительной скорости:

$$\overline{W}_{fml} = 0.0555 \overline{d}_f^{-2} \alpha_e \frac{F}{E}; \quad (22)$$

$$\overline{W}_{fmII} = \overline{d}_f \left( 0.136 \alpha_e \frac{F^{1/2}}{E} \right)^{\frac{2}{3}}; \quad (23)$$

$$\overline{W}_{fmIII} = \left( 0.377 \alpha_e \frac{F^{1/5}}{E} \overline{d}_f^{6/5} \right)^{\frac{5}{9}}; \quad (24)$$

$$\overline{W}_{fmIV} = \left( 1.212 \alpha_e \frac{\overline{d}_f}{E} \right)^{1/2}. \quad (25)$$

При снарядной структуре течения массообменные процессы, как и в случае пузырьковой структуры течения, описываются уравнениями (1) – (9).

### 2.3. Кольцевая структура течения

Составная модель кольцевой структуры течения представлена из двух блоков уравнений (26) – (31) и (32) – (36). При кольцевой структуре смеси твердые частицы транспортируются в основном газом за счет высоких скоростей потока. Причем, теплообмен между фазами доминирует над массообменными процессами. Поэтому кольцевую структуру течения смеси целесообразно исследовать на базе следующей комбинационной итерационной термогидродинамической двухфазной модели, без учета массообмена:

$$\rho_g \cdot \varphi_g \frac{dV_g}{dx} + \rho_g \cdot V_g \frac{d\varphi_g}{dx} + V_g \cdot \varphi_g \frac{d\rho_g}{dx} = 0; \quad (26)$$

$$\rho_s (1 - \varphi_g) \frac{dV_s}{dx} + (\rho_g \cdot V_g - \rho_s \cdot V_s) \frac{d\varphi_g}{dx} + \left( \rho_g \frac{dV_g}{dx} + V_g \frac{d\rho_g}{dx} \right) \varphi_g = 0; \quad (27)$$

$$\begin{aligned} (1 - \varphi_g) \cdot \rho_s \cdot V_s \frac{dV_s}{dx} + \varphi_g \cdot \rho_g \cdot V_g \frac{dV_g}{dx} = \\ = -\frac{dp}{dx} - g \cdot \cos \theta_p [\rho_s (1 - \varphi_g) + \rho_g \cdot \varphi_g] - \\ - (V_s - V_g)(G_s + G_g) \cdot \frac{d\chi}{dx} - \frac{\lambda_c}{2D_p} \times \\ \times [\varphi_g \cdot \rho_g \cdot V_g^2 + (1 - \varphi_g) \rho_s \cdot V_s^2] \end{aligned} \quad (28)$$

При кольцевой структуре течения смеси определяющим критерием является комплекс, не имеющий линейного размера ( $Fr_c$ ,  $Re_c$ ), так как независимо от диаметра трубопровода все экспериментальные точки группируются вдоль линий постоянной скорости смеси:

$$\begin{cases} \varphi_g = 1 - (0.523 + 0.02W_*) (1 - \beta)^{(0.267 + 0.02W_*)} \\ W_* \geq 3.3; \\ \varphi_g = 1 - [0.74(3.3 - W_*)] + \\ + \left\{ [0.67 - 0.048(W_* - 2)^2] \cdot (1 - \beta)^{(0.73 - 0.12W_*)} \right\} \\ W_* < 3.3 \end{cases}; \quad (29)$$

$$\lambda_c = \lambda_0 \left\{ \begin{aligned} & 1 + 0.0033 \left( Re_c \cdot Fr_c \frac{\rho_s - \rho_g}{\rho_g} \right)^{0.5} \times \\ & \times \exp \left[ -15 \left( \frac{\rho_g}{\rho_s} + 1 - \beta \right) \right] \sqrt{100(1 - \beta)} \end{aligned} \right\}, \quad (30)$$

где:

$W_*$  – безразмерная скорость смеси в рабочих условиях.

$$W_* = \frac{4(Q_s + Q_g)}{\pi \cdot D_p^2} \left( \frac{\rho_s - \rho_g}{g \cdot \sigma} \right)^{0.25} \cdot \left( \frac{\rho_g}{\rho_s} \right)^{0.5};$$

$$\lambda_0 = \left\{ -21 \lg \left[ \left( \frac{6.81}{\text{Re}_c} \right)^{0.9} + \frac{\delta}{3.7 D_p} \right] \right\}^{-2}. \quad (31)$$

Первый закон термодинамики для двухфазной смеси имеет следующий вид:

$$I_{wq} + I_{aiq} + m_w \frac{V_{wq}^2}{2} + m_{aiq} \frac{V_{wq}^2}{2} + m_w \cdot g(H + H_e + h) + m_{ai} g \times (H + H_e + h) - (I_{wz} + I_{aiz} + m_w \frac{V_{wz}^2}{2} + m_{aiq} \frac{V_{wz}^2}{2} + m_{ai} g H_e) = 0 \quad (32)$$

где:

$I$  – полная энтальпия фазы.

Индексы “w”, “ai” определяют соответственно параметры воды и воздуха на входе (дополнительный индекс “z”) и на выходе (дополнительный индекс “q”) подъемной трубы эрлифта. Причем, под жидкостью здесь подразумевается пульпа.

Энтальпия потока воды определяется по формуле:

$$I_w = C_w T m_w + P_w \frac{m_w}{\rho_w}, \quad (33)$$

где:

$C_w$  – теплоемкость воды;

$T$  – абсолютная температура воды.

Энтальпия воздуха:

$$I_{ai} = C_p T m_{ai}, \quad (34)$$

где:

$C_p$  – изобарная теплоемкость воздуха.

Абсолютное давление воды на входе в эрлифт:

$$P_w = P_o + \rho_w g(H + H_e), \quad (35)$$

где:

$P_o$  – атмосферное давление на свободную поверхность воды.

Подставляя (35) в (33), а затем (33) и (34) в (32), после преобразований получим:

$$T_q = T_z - \frac{m_w (V_{wq}^2 - V_{wz}^2) + m_{ai} (V_{aiq}^2 - V_{aiz}^2)}{2(C_w m_w + C_{pai} m_{ai} + C_m m_m)} - \frac{m_w g h_e + m_{ai} g (H + h)}{C_w m_w + C_{pai} m_{ai}}. \quad (36)$$

### 3.4. Дисперсная структура течения

Составная 3-х фазная модель при дисперсной структуре течения представлена двумя блоками, учитывающими гидродинамику (37 – 53) и тепломассообмен (54 – 55) При дисперсной структуре течения твердые частицы транспортируются в основном водовоздушной пылью с учетом активной роли кон-

гломератов каплей жидкости (Курчченко, Самусья, Курчченко, & Antonenko, 2015). Далее под концентрацией дискретной фазы подразумеваются капли жидкости. Трехфазная гидротермодинамическая модель имеет следующий вид:

$$(1 - C_1 - C_2) \cdot V_0 \frac{dp}{dx} - \rho_0 a_0^2 \cdot V_0 \frac{dC_1}{dx} - \rho_0 a_0^2 \times \times V_0 \frac{dC_2}{dx} + \rho_0 a_0^2 (1 - C_1 - C_2) \frac{dV_0}{dx} = 0 \quad (37)$$

$$C_1 \cdot V_1 \frac{dp}{dx} + \rho_1 a_1^2 \cdot V_1 \frac{dC_1}{dx} + \rho_1 a_1^2 \cdot C_1 \frac{dV_1}{dx} = 0 \quad (38)$$

$$C_2 \cdot V_2 \frac{dp}{dx} + \rho_2 a_2^2 \cdot V_2 \frac{dC_2}{dx} + \rho_2 a_2^2 \cdot C_2 \frac{dV_2}{dx} = 0 \quad (39)$$

$$\left( 1 + \frac{C_1 k_1}{2} + \frac{C_2 k_2}{2} \right) \cdot V_0 \frac{dV_0}{dx} - \frac{C_1 k_1}{2} \times \times V_1 \frac{dV_1}{dx} - \frac{C_2 k_2}{2} \cdot V_2 \frac{dV_2}{dx} + \frac{(1 - C_1 - C_2) dp}{\rho_0 dx} = \varphi_0 \quad (40)$$

$$\left( \frac{\rho_1}{\rho_0} + \frac{k_1}{2} \right) \cdot V_1 \frac{dV_1}{dx} - \left( 1 + \frac{k_1}{2} \right) \times \times V_0 \frac{dV_0}{dx} + \frac{1}{\rho_0} \frac{dp}{dx} = \varphi_1 \quad (41)$$

$$\left( \frac{\rho_2}{\rho_0} + \frac{k_2}{2} \right) \cdot V_2 \frac{dV_2}{dx} - \left( 1 + \frac{k_2}{2} \right) \times \times V_0 \frac{dV_0}{dx} + \frac{1}{\rho_0} \frac{dp}{dx} = \varphi_2 \quad (42)$$

$$\varphi_0 = -(1 - C_1 - C_2) g \sin \alpha - \frac{\lambda}{2 D_p} \frac{\rho_{sm}}{\rho_0} |V_{sm}| V_{sm} - \frac{3}{8} \left[ \frac{C_1 C_{x1}}{R_1} |V_0 - V_1| (V_0 - V_1) \right] - \quad (43)$$

$$- \frac{3}{8} \left[ \frac{C_2 C_{x2}}{R_2} |V_0 - V_2| (V_0 - V_2) \right]$$

$$\varphi_1 = -\frac{\rho_1}{\rho_0} g \sin \alpha + \frac{3}{8} \frac{C_{x1}}{R_1} |V_0 - V_1| (V_0 - V_1); \quad (44)$$

$$\varphi_2 = -\frac{\rho_2}{\rho_0} g \sin \alpha + \frac{3}{8} \frac{C_{x2}}{R_2} |V_0 - V_2| (V_0 - V_2); \quad (45)$$

$$\frac{1}{a_1^2} = \frac{\rho_1}{K_1} + \frac{\rho_1}{F} \left( \frac{\partial F}{\partial p} \right); \quad (46)$$

$$\frac{1}{a_2^2} = \frac{\rho_2}{K_2} + \frac{\rho_2}{F} \left( \frac{\partial F}{\partial p} \right); \quad (47)$$

$$\frac{1}{a_0^2} = \frac{1}{a_1^2} + \frac{\rho_0}{F} \left( \frac{\partial F}{\partial p} \right); \quad (48)$$

$$a_1^2 = \frac{K_1}{\rho_0}; \quad (49)$$

$$K_1 = \frac{E_1}{3(1-2\theta_1)}; \quad (50)$$

$$\frac{1}{K_2} = \frac{1}{\rho_2} \left( \frac{\partial \rho_2}{\partial p} \right); \quad (51)$$

$$\rho_m = \rho_0^* + \rho_1^* + \rho_2^* = (1-C_1-C_2)\rho_0 + C_1\rho_1 + C_2\rho_2; \quad (52)$$

$$V_m = \frac{1}{\rho_m} (\rho_0^*V_0 + \rho_1^*V_1 + \rho_2^*V_2). \quad (53)$$

В трехфазной постановке первый закон термодинамики и выражение для конечной температуры имеют следующий вид:

$$I_{wq} + I_{aiq} + I_{fq} + m_w \frac{V_{wq}^2}{2} + m_{aiq} \frac{V_{gq}^2}{2} + m_{fq} \frac{V_{fq}^2}{2} + m_w g(H + H_e + h) + m_g g \times (H + H_e + h) + m_f g(H + H_e + h) -$$

$$\left( I_{wz} + I_{aiz} + I_{fz} + m_w \frac{V_{wz}^2}{2} + m_{aiq} \frac{V_{aiq}^2}{2} + m_{fq} \frac{V_{fq}^2}{2} \right) - (m_{ai} g H_e) = 0 \quad (54)$$

$$T_q = T_z - \frac{m_w (V_{wq}^2 - V_{wz}^2) + m_{ai} (V_{aiq}^2 - V_{gsz}^2)}{2(C_w m_w + C_w m_g + C_f m_f)} + \frac{m_f (V_{fq}^2 - V_{fz}^2)}{2(C_w m_w + C_w m_g + C_f m_f)} - \frac{m_w g h_e + m_g g(H + h) + m_f g(H + h + H_e)}{C_w m_w + C_g m_g + C_f m_f} \quad (55)$$

### 3. ВЫВОДЫ

Предложена комплексная модель, включающая математическое описание трехкомпонентного равновесного потока “твердое – жидкость – газ” и двухфазного неравновесного потока “пульпа – газ”, с учетом тепломассообменных десорбционных процессов, вызванными значительными градиентами давления.

Разработана новая комплексная термогидродинамическая модель, включающая описания трехкомпонентного гидравлического стационарного процесса, и трехкомпонентную термодинамическую стационарную модель кольцевой структуры течения гидросмеси.

Метод расчета расходных параметров неравновесного стационарного трехфазного потока в прочной части насосного глубоководного гидрподъема,

на базе гидродинамической комплексной модели и составного численного алгоритма, включающей модель трехкомпонентного равновесного потока “твердое – жидкость – газ” и модель двухфазного неравновесного потока “пульпа – газ”, с учетом массообменных десорбционных процессов, вызванными значительными градиентами давления.

Метод расчета стационарных расходных термодинамических параметров трехкомпонентного потока в прочной части глубоководного эрлифта с использованием феноменологического алгоритма и комплексной термогидродинамической модели, включающей трехкомпонентную гидравлическую стационарную модель, и трехкомпонентную термодинамическую стационарную модель кольцевой структуры течения гидросмеси.

### БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы данной работы выражают благодарность за содействие в подготовке статьи заведующему кафедрой строительной, теоретической и прикладной механики Д.Л. Колосову, а также сотрудникам кафедры горной механики Национального горного университета.

### REFERENCES

- Andreev, S.I., Verzhansky, A.P., & Cherkashev, G.A. (2017). The World Ocean: The lessons of History and the Modern Challenges. *Gornyi Zhurnal*, (2), 4-11. <https://doi.org/10.5040/9781474295741.ch-005>
- Geyer, V., & Kostanda, V. (1965). Universal'nye kharakteristiki pod'emnoy truby erlifta. *Gidravlicheskaya dobycha uglya*, (4), 30-35.
- Ghidaoui, M.S., Zhao, M., McInnis, D.A., & Axworthy, D.H. (2005). A Review of Water Hammer Theory and Practice. *Applied Mechanics Reviews*, 58(1), 49-76. <https://doi.org/10.1115/1.1828050>
- Goman, O.G., Kirichenko, V.Ye., & Romanyukov, A.V. (2013). Aero-Hydro-Dynamic Experimental Research of the Properties of the Deepwater Hydraulic Hoist Pipeline Units. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu* (1), 49-56.
- Kononenko, A. (2005). Model' rabocheho protsessa erlifta s emul'sionnoy strukturoy vodovozdushnogo potoka. *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, (101), 58-67.
- Kirichenko, Ye.A., Kirichenko, V.Ye., Shvorak, V.G., Yevteyev, V.V., & Khvorostyanoy, N.N. (2012). Methodical Maintenance of Automatic Way of Transient Regimes Control for Deep-Water Airlift Hydraulic Hoisting. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, (1), 49-58.
- Kyrychenko, E.A., Kyrychenko, V.E., & Evteev, V.V. (2013). *Teoriya i algoritmy rascheta snaryadnogo techeniya v erlifte*. Dnepropetrovsk: Natsyonal'nyy gornyy universitet.
- Kyrychenko, V., Kyrychenko, E., Samusya, V., & Antonenko, A. (2014). Concerning CAE Systems Development of Hydraulic Hoists Within Ship Mining Complexes. *Progressive Technologies of Coal, Coalbed Methane, and Ores Mining*, 451-455. <https://doi.org/10.1201/b17547-77>
- Kyrychenko, E., Samusya, V., Kyrychenko, V., & Antonenko, A. (2015). Thermodynamics of Multiphase Flows in Relation to The Calculation of Deep-Water Hydraulic Hoisting. *New Developments in Mining Engineering 2015: Theoretical and Practical Solutions of Mineral Resources Mining*, 305-311. <https://doi.org/10.1201/b19901-54>

## ABSTRACT (IN RUSSIAN)

**Цель.** Обоснование теоретических зависимостей основных расходных параметров 3-х фазных потоков для моделирования процесса гидроподъема полиметаллических конкреций в проточной части глубоководного эрлифта для различных структур течения гетерогенной смеси.

**Методика.** Теоретическими исследованиями установлены зависимости основных расходных параметров 3-х фазных потоков, транспортирующих твердый материал в вертикальном трубопроводе.

**Результаты.** Получены зависимости основных характеристик 3-х фазных течений в вертикальных трубопроводах и расчетные формулы для определения расходных параметров процесса гидроподъема полиметаллических конкреций при различных структурах течения смеси. Предложен подход к разработке математического описания механизма транспортирования твердых материалов в составе несущей гидросмеси.

**Научная новизна.** Разработана термогидродинамическая модель подъемной трубы глубоководного эрлифтно-го гидроподъема учитывающая тепломассообменные процессы при различных структурах 3-х фазной смеси.

**Практическая значимость.** Разработана и приготовлена к опытной эксплуатации программа, моделирующая рабочие переходные режимы глубоководных гидроподъемов, транспортирующих полиметаллические конкреции.

**Ключевые слова:** гидроподъем, глубоководный, тепломассообмен, структура течения, гидросмесь

## ABSTRACT (IN UKRAINIAN)

**Мета.** Обґрунтування теоретичних залежностей основних витратних параметрів 3-х фазних потоків для моделювання процесу гідропідйому поліметалічних конкрецій в проточній частині глибоководного ерліфта для різних структур течії гетерогенної суміші.

**Методика.** Теоретичними дослідженнями встановлено залежності основних витратних параметрів 3-х фазних потоків, що транспортують твердий матеріал у вертикальному трубопроводі.

**Результати.** Отримано залежності основних характеристик 3-х фазних потоків у вертикальних трубопроводах та розрахункові формули для визначення витратних параметрів процесу гідропідйому поліметалічних конкрецій при різних структурах течії суміші. Запропоновано підхід до розробки математичного описання механізму транспортування твердих матеріалів у складі несучої гідросуміші.

**Наукова новизна.** Розроблена термогидродинамічна модель підйомної труби глибоководного ерліфтного гідропідйому, що враховує тепломасообмінні процеси при різних структурах 3-х фазної суміші.

**Практична значимість.** Розроблена й підготована до дослідної експлуатації програма, що моделює робочі перехідні режими глибоководних гідропідйомів, що транспортують поліметалічні конкреції.

**Ключові слова:** гідропідйом, глибоководний, тепломасообмін, структура течії, гідросуміш

## ARTICLE INFO

Received: 13 February 2017

Accepted: 21 June 2017

Available online: 30 June 2017

## ABOUT AUTHORS

Volodymyr Samusia, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Mining Mechanics Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 3/15, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: [vsamusya@nmu.org.ua](mailto:vsamusya@nmu.org.ua)

Volodymyr Kyrychenko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Mining Mechanics Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 3/24, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: [duff\\_kirichenko@rambler.ru](mailto:duff_kirichenko@rambler.ru)

Yevhenii Kyrychenko, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Mining Mechanics Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 3/12, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: [ekyrychenko@nmu.org.ua](mailto:ekyrychenko@nmu.org.ua)

Svitlana Ilna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Mining Mechanics Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 3/11, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: [Sveta\\_il86@mail.ru](mailto:Sveta_il86@mail.ru)

Anton Antonenko, PhD Student of the Mining Mechanics Department, National Mining University, 19 Yavornytskoho Ave., 3/11, 49005, Dnipro, Ukraine. E-mail: [antonenko\\_anton.92@yahoo.com](mailto:antonenko_anton.92@yahoo.com)