ВИБІР МОДЕЛІ ҐРУНТІВ ОСНОВ ВІДВАЛІВ ГІРНИЧО-ЗБАГАЧУВАЛЬНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

Ю.Л. Винников, Р.О. Повзик, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Україна

Представлено результати тестового моделювання напружено-деформованого стану циліндричних зразків трьох видів ґрунтів (суглинку, піску і глини) в умовах трьохосьового стиску, а також основ відвалів висотою від 10 до 50 м з використанням геотехнічних моделей Мора – Кулона і зміцнення ґрунту. За порівнянням деформацій ґрунтів доведено, що за умов тисків 400 – 1000 кПа і більше коректніше використовувати модель зміцнення ґрунту.

Вступ. За даними проф. В.І. Крутова [1] при виплавлюванні 1 т заліза утворюється в середньому 1,2 т порожньої породи та 0,9 т шлаку, 1 т міді — відповідно 4,2 т порожньої породи та 30 т шлаку, а для отримання 1 т золота переробляють 23 млн. т гірської маси.

Оскільки ґрунти основ відвалів гірничо-збагачувального виробництва знаходяться під тиском 400 – 1000 кПа і більше, то визначати їх параметри найбільш достовірно можливо у приладі трьохосьового стиснення (стабілометрі) [2].

З іншого боку, вважається, що при високих тисках на ґрунт найбільш достовірними у популярному серед геотехніків і геомеханіків програмному комплексі Plaxis є моделі Мора – Кулона (Mohr-Coulomb Model) і модель зміцнення ґрунту (Hardening Soil Model). Тому в якості тестових задач доцільно провести моделювання стабілометричних випробувань зразків ґрунтів, а також напружено-деформованого стану (НДС) основи відвалів методом скінченних елементів (МСЕ).

Стан питання. Вибір моделей ґрунту для оцінювання НДС основ відвалів гірничо-збагачувального виробництва при дії високих тисків мало розглядаються в сучасній геотехнічній літературі. Головну увагу геотехніки приділяють розрахункам з використанням МСЕ стійкості відвалів, зокрема: солей поташу — R. Katzenbach [3]; армованих насипів автомобільних доріг — А.А. Коршунов [4], тощо. В роботах, де оцінюється НДС основ насипів (M. Leoni [5], S.J. Lee та ін. [6]), аналізуються переважно нові експериментальні моделі ґрунтів і гірських порід.

Виділення невирішеної частини проблеми. Питання вибору доцільної моделі ґрунту основ відвалів гірничо-збагачувального виробництва мало досліджене. Моделювання НДС ґрунтів з різними параметрами при використанні однієї моделі дають відмінні величини деформацій. Те ж саме відбувається при моделюванні НДС одного виду ґрунту, але з використанням його різних моделей.

Відвал гірничо-збагачувальної промисловості, за фактичними параметрами якого надалі здійснено моделювання, розташований у межах майданчика зведення комплексу крупного дрібнення №3 ВАТ «Полтавський ГЗК» поблизу м. Комсомольськ Полтавської області. Безпосередньо біля відвалу зведено насип із залізничною колією (рис. 1).

Моделювання НДС основи відвалу було проведено для визначення впливу відвалу на деформації основи колії за межею лінійної стадії усього процесу за двома моделями ґрунту.

Мета роботи – визначити найбільш коректну модель ґрунту, котру доцільно використовувати при оцінюванні НДС основ, що знаходяться під високими тисками відвалів.

Постановка задач. Провести моделювання НДС трьох видів ґрунту (суглинку, піску та глини) в умовах випробувань у приладі трьохосьового стиску, а також основ відвалів п’яти різних висот (від 10 до 50 м з градацією 10 м при ширині насипу – 100 м) з використанням моделі Мора – Кулона й моделі зміцнення ґрунту. Слід проаналізувати та порівняти значення деформацій як дослідних зразків ґрунту, так і в цілому основ відвалів.

Виклад основного матеріалу досліджень. Для проведення математичного моделювання використано вісесиметричну та плоску версії програмного комплексу PLAXIS, що являє собою пакет прикладних геотехнічних програм для скінченно-елементного аналізу НДС ґрун-

тових масивів. Є можливість змоделювати поведінку ґрунтів, використовуючи вже апробовані моделі: Мора – Кулона (Mohr-Coulomb Model), тріщинуватих скельних порід (Jointed Rock Model), зміцнення ґрунту (Hardening Soil Model), м'якого ґрунту (Soft Soil Model), м'якого текучого ґрунту (Soft Soil Creep Model) та ін. [7].

Рисунок 1 — Відвал гірських порід і залізнична колія на суміжному насипу (у момент проведення інженерно-геологічних досліджень майданчика)

Першою використано пружно-пластичну модель Мора – Кулона (Material model: Mohr – Coulomb), що включає в себе п’ять параметрів, значення яких отримано в лабораторних умовах за нормативною методикою (таблиця 1).

Надалі було застосовано модель зміцнення (ущільнення) ґрунту (Hardening Soil Model). Вона являє пружно-пластичний різновид гіперболічної моделі, що описує пластичність ґрунтів при їх ущільненні. Крім того, у ній враховують ущільнення при стиску для моделювання незворотного стиску ґрунту в умовах первинного ущільнення. HSM може бути використана для моделювання поведінки як піску та гравію, так і слабких ґрунтів. Параметри, необхідні для моделі зміцнення (ущільнення) ґрунту, також подано у таблиці 1.

Моделювання НДС циліндричних зразків (діаметром 60 мм і висотою 120 мм) проводилося для трьох видів ґрунту: суглинок; пісок; глина. Параметри зразків (таблиця 2) задавалися відповідно до моделі ґрунту. Нижня та ліва частини зразків були умовно закріплені, справа та зверху діяло рівномірно розподілене навантаження q_1=1 кН/м^2 і q_1=2 кН/м^2 відповідно. Штамп зверху було подано як сталеву пластину (тип матеріалу – Elastic: EA=2,1·10^6 кН/м^3; EI=17,5 кН^2/м; d=0,01 м).

Таблиця 1 — **Параметри ґрунту для моделі Мора – Кулона та моделі зміцнення (ущільнення) ґрунту**

Модель Мора – Кулона		Модель зміцнення ґрунту		Одиниця виміру
Параметр	Позн.	Параметр	Позн.	
Модуль деформації ґрунту	E	Модуль деформації ґрунту, що визначають при досягненні деформації від тиску, що дорівнює половині від руйнуючого навантаження	E_{50}^{ref}	кН/м^2
		Компресійний модуль деформації ґрунту, який визначають за початковою ділянкою кривої	E_{oed}^{ref}	
		Модуль пружності при розвантаженні – повторному завантаженні	E_{ur}^{ref}	
Коефіцієнт Пуассона	v	Коефіцієнт Пуассона при розвантаженні – повторному завантаженні	v_{ur}	–
–	–	Параметр нелінійності компресійної кривої	m	–
–	–	Коефіцієнт бічного тиску ґрунту $K_0=\sigma_{xx}'/\sigma_{yy}'$, $K_0=1-\sin\varphi$	K_0	–
–	–	Базовий тиск, за замовчуванням p^{ref}=100 кПа	p^{ref}	кН/м^2
Питоме зчеплення з трьохосьових випробувань	c	Ефективне зчеплення з трьохосьових випробувань	c'	
Кут внутрішнього тертя	φ	Ефективний кут внутрішнього тертя з трьохосьових випробувань	φ'	град.
Кут дилатансії з трьохосьових випробувань	ψ	Кут дилатансії з трьохосьових випробувань, зазвичай $\psi=\varphi-30°$	ψ	

Таблиця 2 — **Параметри ґрунту, що задавалися у програмному комплексі Plaxis для моделі Мора – Кулона та моделі зміцнення ґрунту**

Позн.	Модель Мора – Кулона			Модель зміцнення ґрунту			Од. вим.
	Суглинок	Пісок	Глина	Суглинок	Пісок	Глина	
γ_{sat}	18			18			кН/м^3
γ_{unsat}	18			18			кН/м^3
k_x	0			0			м/день
k_y	0			0			м/день
E^{ref}	10000			-			кН/м^2
E_{50}^{ref}	-			1020			
E_{oed}^{ref}	-			1370			
E_{ur}^{ref}	-			10000			
v	0,35	0,3		-			–
m	-			0,8			–
c	15	0	40	15	0	40	кН/м^2
φ	15	30	10	15	30	10	град.
ψ	0			0			град.

Розрахунок вісесиметричної задачі (рис. 2) здійснено за три стадії: початкова, всебічний тиск (зверху та з боку зразків подано рівномірно розподілене навантаження в 100 кН/м^2), девіаторне напруження (зверху — рівномірно розподілене навантаження в 400 кН/м^2, з боку — у 100 кН/м^2).

Точки А і В, за якими проводилося визначення деформацій зразків ґрунтів, були розміщені зверху на осі Y зразка (координати: X=0,00 м; Y=0,12 м) і посередині правого боку зразка (координати: X=0,03 м; Y=0,06 м) відповідно (рис. 2). Відсоткове значення навантаження, при якому відбулося руйнування зразка, до заданого подано в таблиці 3.

Таблиця 3 — **Відсоткове значення навантаження, при якому відбулося руйнування зразка, до заданого кінцевого**

Модель Мора – Кулона			Модель зміцнення ґрунту			Одиниця виміру
Суглинок	Пісок	Глина	Суглинок	Пісок	Глина	
36,0	65,1	45,5	39,3	68,4	47,1	%

При моделюванні НДС зразків ґрунтів за умов випробувань у приладі трьохосьового стиску визначено деформації двох контрольних точок А і В (рис. 2).

При використанні моделі Мора – Кулона деформації точок А і В є дуже малими (рис. 3). У точок А і В вони є більшими по осі Y, ніж по осі X. При використанні моделі зміцнення ґрунту деформації дослідних точок є більшими (рис. 4).

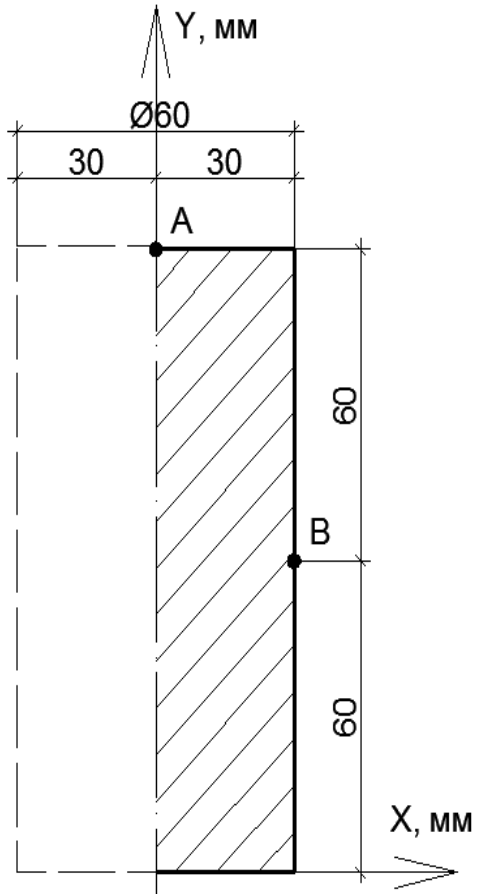


Рисунок 2 — Геометричні параметри зразка та розміщення контрольних точок А і В

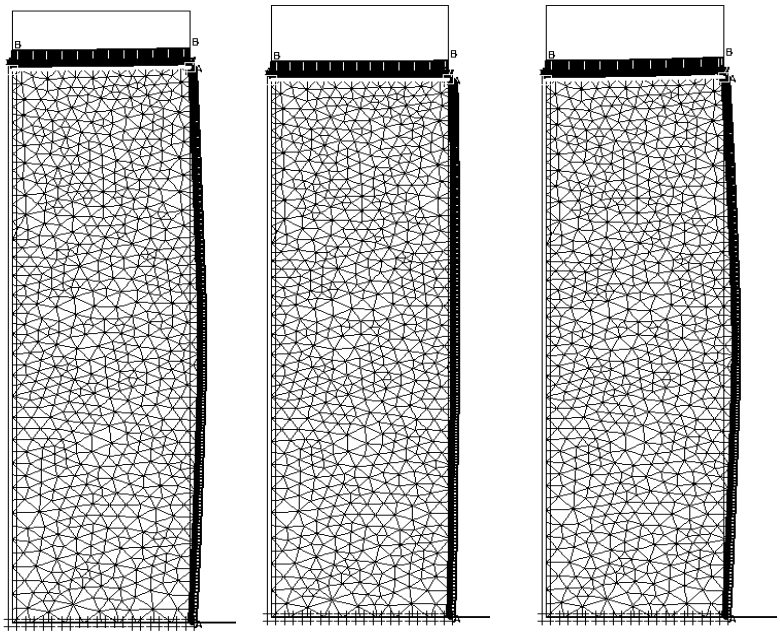
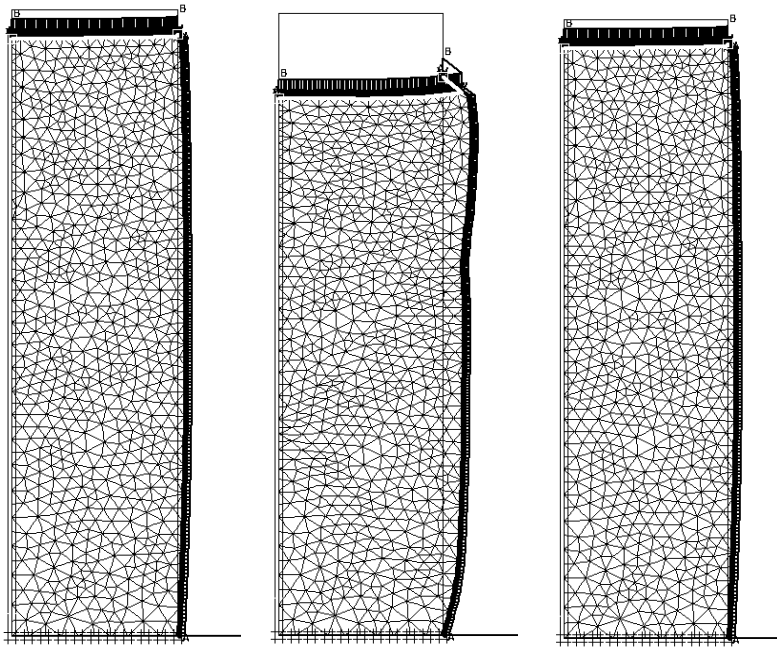


Рисунок 3 — Деформації зразків ґрунту за умов трьохосьового стиску при умовному 5-кратному збільшенні деформацій (модель Мора – Кулона): а — суглинок; б — пісок; в — глина.



а б в

Рисунок 4 — Деформації зразків ґрунту за умов трьохосьового стиску при умовному 20-кратному зменшенні деформацій (модель зміцнення ґрунту): а — суглинок, б — пісок; в — глина

Значення деформацій точок А і В із застосуванням моделей Мора – Кулона і зміцнення ґрунту подано у таблиці 4. Величини деформацій зразків ґрунту по осі X за другою моделлю більші у понад 70 разів, а по осі Y вони більші у понад 30 разів.

Таблиця 4 — **Значення деформацій точок А і В (рис. 2) при моделюванні МСЕ із застосуванням моделей Мора – Кулона та зміцнення ґрунту**

Ґрунт	Деформація зразка ґрунту, мм							
	Модель Мора – Кулона				Модель зміцнення ґрунту			
	точка А		точка В		точка А		точка В	
	Вісь X	Вісь Y	Вісь X	Вісь Y	Вісь X	Вісь Y	Вісь X	Вісь Y
Суглинок	0	-2,308	0,346	-1,133	0	-112	30	-51
Пісок	0	-2,946	0,1627	-1,44	0	-330	80	-115
Глина	0	-2,932	0,3528	-1,427	0	-102	24	-48

Отже, за високого тиску розрахунок за моделлю зміцнення ґрунту є більш достовірно оцінює НДС зразків ґрунтів при трьохосьовому обтисненні та девіаторному напруженні.

З геоморфологічної точки зору територія, де знаходиться відвал гірничо-збагачувальної промисловості (рис. 1), за фактичними параметрами якого здійснено моделювання, належить до лівобережної Придніпровської низовини, що входить до складу міжріччя річок Дніпро та Псел. Головними чинниками формування рельєфу району є ерозійно-акумулятивні та еолово-делювіальні процеси. Основними геоморфологічними елементами району є річкові тераси, притерасові зниження, заболочені стариці та озера, піщано-суглинисті підняття та притоки. Техногенні форми рельєфу представлено насипами автодоріг і залізниць (рис. 1), відвалами розкривних порід, водовідвідними каналами тощо.

Характеристики інженерно-геологічних елементів майданчика зведено до табл. 5. Рівень ґрунтових вод на ділянці становив 2,2 м від земної поверхні [8].

Таблиця 5 — **Характеристики інженерно-геологічних елементів**

Номер шару	Назва шару	Товщина шару, м	Питома вага грунту, кН/м^3	Модуль деформації E, МПа	Коефіцієнт пористості e	Показник текучості I_L	Питоме зчеплення грунту c, кПа	Кут внутр. тертя φ, °	Коефіцієнт фільтрації $K_ф$, м/добу	Коефіцієнт Пуассона
1а	Щебінь гранітний	0,9	20,00	45	–	–	1	30	0	0,28
3	Супісок пилуватий	1,1	18,50	6	0,76	0,15	11	20	0,7	0,30
4	Пісок мілкий	1,5	18,70	12	0,69	–	1	29	5	0,30
5	Пісок середньої крупності	8,9	20,10	22	0,63	–	1	34	7,5	0,30
6	Пісок середньої крупності	5,2	20,20	25	0,61	–	1	36	7	0,30
7а	Суглинок важкий пилуватий	1,1	20,00	14	0,73	0,30	29	22	0,05	0,35
9	Глина важка, напівтверда	1,4	19,70	14	0,77	0	48	18	0,015	0,35
10	Суглинок легкий пилуватий	1,3	19,60	12	0,73	0,50	22	21	0,07	0,35
8	Пісок середньої крупності	3,6	20,80	35	0,51	–	1	38	10	0,30

Прийняті до моделювання характеристики фізико-механічних властивостей ґрунтів (модель Мора – Кулона) представлено в табл. 6.

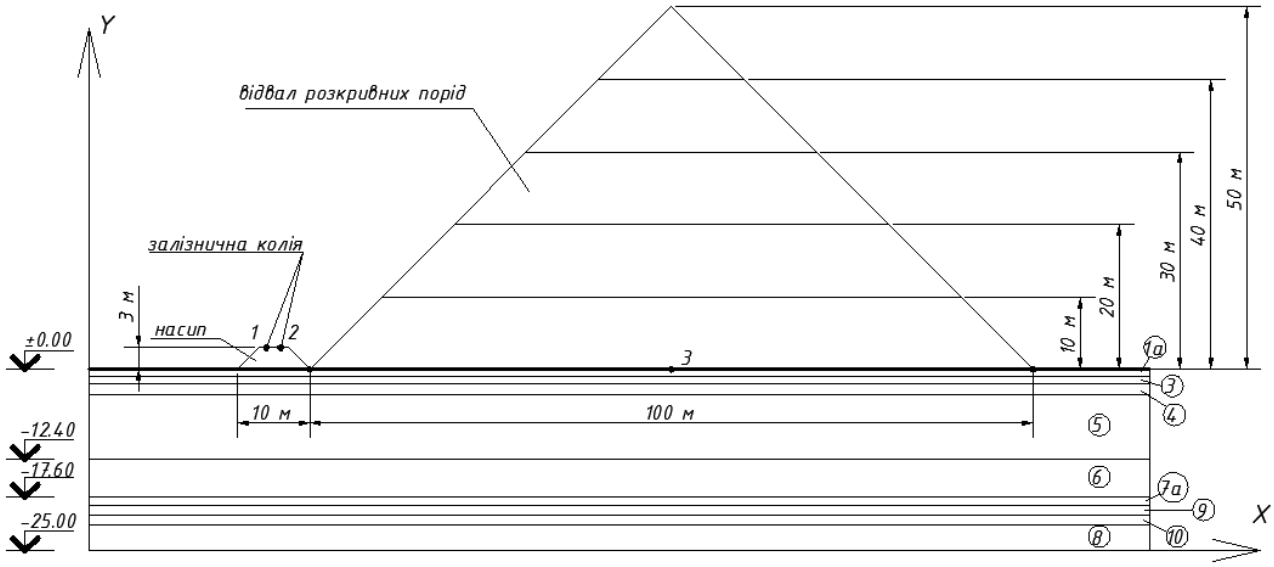
Таблиця 6 — **Властивості ґрунтів і відвалу для моделювання (модель Мора – Кулона)**

Позначення, одиниці виміру	Відвал	Щебінь гранітний	Супісок пилуватий	Пісок мілкий	Пісок середньої крупності	Пісок середньої крупності	Суглинок важкий пилуватий	Глина важка напівтверда	Суглинок легкий пилуватий	Пісок середньої крупності
γ_{unsat}, кН/м^3	25	20	18,5	18,7	20,1	20,2	20,0	19,7	19,6	20,8
γ_{sat}, кН/м^3	25	20	18,5	18,7	20,1	20,2	20,0	19,7	19,6	20,8
k_x, м/сут	0	0	0,7	5	7,5	7	0,05	0,015	0,07	10
k_y, м/сут	0	0	0,7	5	7,5	7	0,05	0,015	0,07	10
E_{ref}, МПа	80	45	6	12	22	25	14	14	12	35
ν	0,28	0,28	0,3	0,3	0,3	0,3	0.35	0,35	0,35	35
G_{ref}, МПа	31,3	17,6	2,31	4,5	8,5	9,6	5,2	5,2	4,4	13,5
E_{oed}, МПа	102,3	57,5	8,1	16,15	29,6	33,7	22,5	22,5	19,3	47,1
c_{ref}, кПа	1	1	11	1	1	1	29	48	22	1
φ, °	45	30	20	29	34	36	22	18	21	38
ψ, °	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Використовуючи пружно-пластичну модель Мора – Кулона, проведено п’ять циклів моделювань впливу відвалів на деформації основи колії. Кожен з них мав ширину 100 м, але різну висоту — від 10 до 50 м з градацією у 10 м. Вихідну схему з геометричними варіантами відвалів показано на рис. 5.

Змоделювавши 5 варіантів впливу відвалів на НДС основ за плоскою версією програмного комплексу Plaxis, отримано такі деформації осідання в точці 3 під центром відвалу (рис. 5):

при висоті відвалу 10 м – 0,015 м; при висоті відвалу 20 м – 0,084 м; при висоті відвалу 30 м – 0,031 м (розрахунок припинено при навантаженні 32,7 % від повного); при висоті відвалу



40 м – 0,04 м (34,7 % від повного), при висоті відвалу 50 м – 0,058 м (37,6 % від повного).

Рисунок 5 — Загальна схема варіантів геометричних параметрів відвалів

Відповідні вертикальні та горизонтальні деформації основи залізничної колії (точки 1 і 2) при цих п'яти варіантах подано в табл. 7. Отже, при моделюванні НДС основи відвалу з використанням пружно-пластичної моделі Мора – Кулона спостерігаються значні деформації точок залізничної колії по осі X і доволі малі по осі Y. Це відбувається переважно за рахунок деформацій матеріалу самого відвалу (рис. 6), який втрачає стійкість. Загальні деформації відвалу подані на рис. 7

Таблиця 7 — **Деформації точок залізничної колії при різній висоті відвалу (модель Мора – Кулона, рис. 7)**

	Деформації по осі X, м	Деформації по осі Y, м
Висота відвалу - 10 м		
Точка 1	-0,118	0,0039
Точка 2	-0,115	0,002
Висота відвалу - 20 м		
Точка 1	-0,240	0,0077
Точка 2	-0,229	0,0075
Висота відвалу - 30 м		
Точка 1	-0,071	0,012
Точка 2	-0,07	0,012
Висота відвалу - 40 м		
Точка 1	-0,083	0,013
Точка 2	-0,082	0,013
Висота відвалу - 50 м		
Точка 1	-0,095	0,014
Точка 2	-0,094	0,014

В якості альтернативної використано модель зміцнення (ущільнення) ґрунту (Hardening Soil Model). Величини її параметрів, необхідні для неї, подано у таблиці 8 (для відвалу і щебеню задавалася модель Мора – Кулона, їх параметри – в табл. 6).

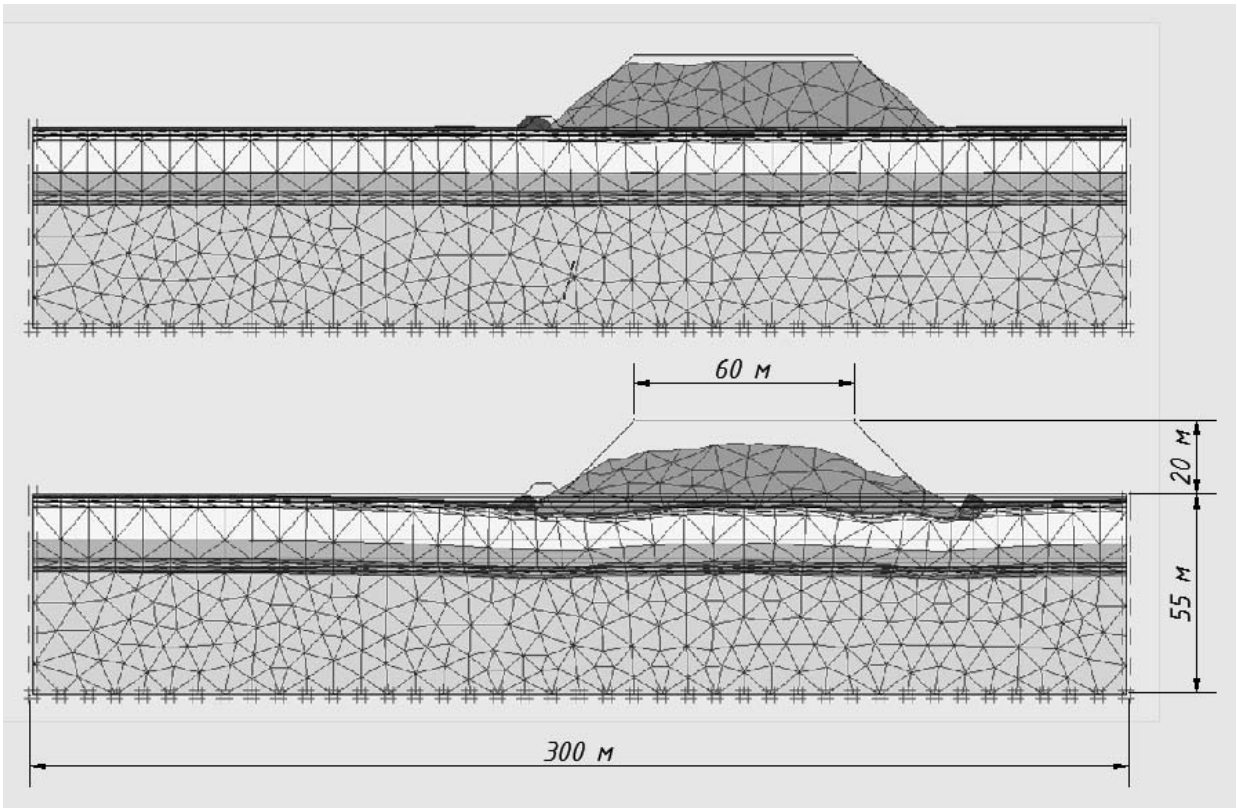


Рисунок 6 — Схема відвалу при досягненні руйнівного навантаження при моделюванні МСЕ (висота — 20 м, 10-кратне збільшення деформацій):
а – модель Мора – Кулона; б – модель зміцнення ґрунту.

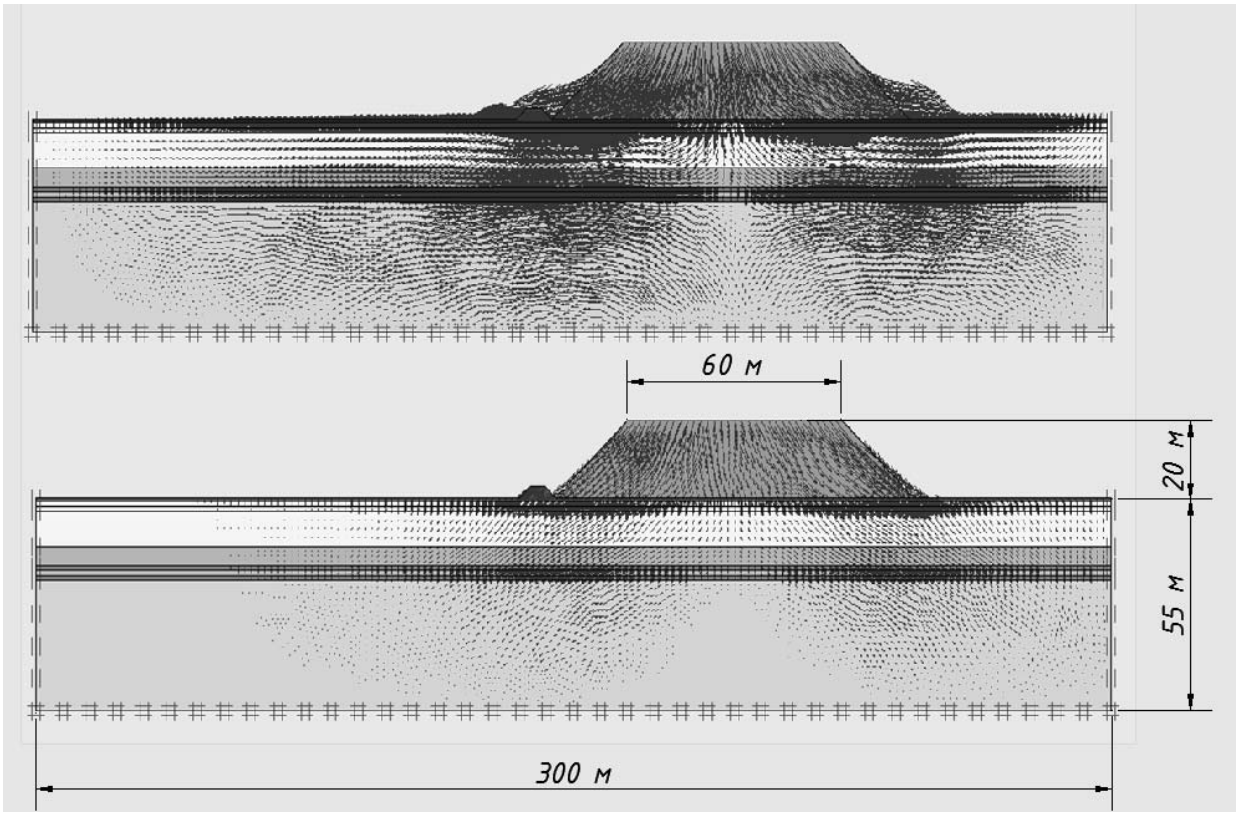


Рисунок 7 — Загальні деформації відвалу, отримані моделюванням МСЕ (висота — 20 м):
а – модель Мора – Кулона; б – модель зміцнення ґрунту.

Таблиця 8 — **Параметри ґрунту для моделі модель зміцнення (ущільнення) ґрунту**

Позн.	Супісок пилуватий	Пісок мілкий	Пісок середньої крупності	Пісок середньої крупності	Суглинок важкий пилуватий	Глина важка напівтверда	Суглинок легкий пилуватий	Пісок середньої крупності
γ_{unsat}, *кН/м*^{3}	18,5	18,7	20,1	20,2	20,0	19,7	19,6	20,8
γ_{sat}, *кН/м*^{3}	18,5	18,7	20,1	20,2	20,0	19,7	19,6	20,8
k_x, *м/сут*	0,7	5	7,5	7	0,05	0,015	0,07	10
k_y, *м/сут*	0,7	5	7,5	7	0.05	0.015	0,07	10
E_{50}^{ref}, *МПа*	0,6	1,2	2,2	2,5	1,4	1,4	1,2	3,5
E_{oed}^{ref}, *МПа*	1	1,5	2,5	3	1,7	1,7	1,5	3,8
E_{ur}^{ref}, *МПа*	6	12	22	25	14	14	12	35
m	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
c_{ref}, *кПа*	11	1	1	1	29	48	22	1
φ, °	20	29	34	36	22	18	21	38
ψ, °	0	0	0	0	0	0	0	0

Змоделювавши п’ять варіантів впливу відвалів на НДС основ у комплексі Plaxis, отримано такі деформації осідання в точці 3 під центром відвалу (рис. 7): при висоті відвалу 10 м – 0,079 м; при 20 м – 0,318 м; при 30 м – 0,083 м (розрахунок припинено при навантаженні 27,9 % від повного); при 40 м – 0,126 м (32,0 % від повного), при 50 м – 0,289 м (41,4 % від повного). Деформації точок залізничної колії при різній висоті відвалу подано у таблиці 9.

Таблиця 9 — **Деформації точок залізничної колії при різній висоті відвалу (модель Мора – Кулона і зміцнення ґрунту)**

Точка	Деформації по осі X, м		Деформації по осі Y, м	
	Модель Мора - Кулона	Модель зміцнення ґрунту	Модель Мора - Кулона	Модель зміцнення ґрунту
Висота відвалу - 10 м				
Точка 1	-0,118	-0,234	0,0039	-0,181
Точка 2	-0,115	-0,216	0,002	-0,187
Висота відвалу - 20 м				
Точка 1	-0,240	-0,477	0,0077	-0,357
Точка 2	-0,229	-0,453	0,0075	-0,365
Висота відвалу - 30 м				
Точка 1	-0,071	-0,070	0,012	-0,038
Точка 2	-0,07	-0,069	0,012	-0,036
Висота відвалу - 40 м				
Точка 1	-0,083	-0,080	0,013	-0,064
Точка 2	-0,082	-0,099	0,013	-0,062
Висота відвалу - 50 м				
Точка 1	-0,095	-0,160	0,014	-0,137
Точка 2	-0,094	-0,156	0,014	-0,136

З таблиці 9 видно, що при моделюванні НДС основи відвалу за моделлю Мора – Кулона і зміцнення ґрунту спостерігаються деформації точок залізничної колії як за віссю X, так і за

віссю Y. Значення деформацій зразків ґрунту по осі X за другою моделлю більші до 2 разів, ніж за першою, а по осі Y більші у понад 3 рази.

Отже, моделювання у плоскій версії МСЕ НДС основи відвалу при представленні ґрунту за моделлю його зміцнення більш коректно відображає стан основи відвалу за межею лінійної стадії деформування при тискові до 1000 кПа (рис. 6), а також деформації основи споруди, що розташована поряд (рис. 7).

Висновки. Таким чином, аналізуючи результати моделювання МСЕ НДС зразків ґрунту при випробуваннях у приладі трьохосьового стиску і НДС основ відвалів, встановлено, що більш коректнішим порівняно з моделлю Мора – Кулона є представлення ґрунту за моделлю зміцнення ґрунту. Це дозволить достовірніше оцінювати НДС ґрунтових основ, що знаходяться під тиском 400 – 1000 кПа і більше.

Список літератури

1. Крутов В.И. Основания и фундаменты на насыпных грунтах / В.И. Крутов. – М.: Стройиздат, 1988. – 224 с.

2. Бугров А.К. Исследование грунтов в условиях трехосного сжатия [Текст] / А.К. Бугров, Р.М. Нарбут, В.П. Сипидин. – Л.: Стройиздат, 1987. – 184 с.

3. Katzenbach R. Numerical Implementation of a Viscoplastic Constitutive Equation for the Modelling of Tailings Heaps / R. Katzenbach, S. Leppla, S. Wachter // Proc. of the 17th Intern. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (Alexandria, 2009). – Amsterdam: IOS Press, 2009. – Vol. 1. – P. 614 – 617.

4. Коршунов, А.А. Оценка надежности армированной грунтовой насыпи автомобильной дороги с помощью пакета Plaxis 2D / А.А. Коршунов, В.В. Коптяев, А.Л. Невзоров, А.М. Сажинов // Тр. междунар. конф. «Геотехнические проблемы XXI века в строительстве зданий и сооружений», 3-5 сентября 2007 г. – Пермь: Астер, 2007. – С. 154 – 160.

5. Leoni M. Physical and Constitutive Modelling: Numerical modelling of creep in soft soils. 17th Intl. Conf. Soil Mechanics & Geotechnical Engineering / M. Leoni, P.A. Vermeer // Proc. of the 17th Intern. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (Alexandria, 2009). – Amsterdam: IOS Press, 2009. – Vol. 1. – P. 328 – 331.

6. Lee S.J. Numerical modelling of creep in soft soils / S.J. Lee, I.W. Lee, J.U. Lee // Proc. of the 17th Intern. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (Alexandria, 2009). – Amsterdam: IOS Press, 2009. – Vol. 1. – P. 578 – 581.

7. PLAXIS 2012. Material Models Manual [An electronic resource]. – Mode of access: http://www.plaxis.nl/files/files/3D2012-3-Material-Models.pdf.

8. Савенко, Р.Г. Моделювання впливу відвалів гірничо-збагачувального виробництва на близькорозташовані споруди. / Р.Г. Савенко, Ю.Л. Винников, Р.О. Повзик // Збірник наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ. – 2012. – Вип. 4 (34). – Т. 2. – С. 190–197.

9. Строкова, Л.А. Определение параметров деформируемости грунтов для упругопластических моделей / Л.А. Строкова // Вестник Томского государственного университета. – Томск: ТГУ, 2013. – №367. – С. 190 – 194.

10. Фадеев, А.Б. Параметры модели упрочняющегося грунта программы «PLAXIS» / А.Б. Фадеев // Численные методы расчетов в практической геотехнике: сб. статей научн.-техн. конф. – СПб.: СПбГАСУ, 2012. – С. 13 – 20.