

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ОЦІНКИ СТАБІЛЬНОСТІ АКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ УЛЬТРАЗВУКОВОЇ МАГНІТОСТРИКЦІЙНОЇ УСТАНОВКИ ПРИ ЗМІННОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Є.В. Кошеленко, Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», Україна

Вступ. Ультразвукова технологічна обробка складним електромеханічним процесом. Її ефективність визначається не тільки ефективністю прямого перетворення електричної енергії в механічну за допомогою п'єзоелектричного чи магнітострикційного перетворювача, але і взаємодією цього перетворювача з навантаженням. Збуджуючи коливання у мийному розчині – при ультразвуковій мийці, чи безпосередньо у матеріалі самої оброблюваної деталі, наприклад, при ультразвуковому різанні, стриктор створює складну картину накладання прямих та відбитих хвиль, при цьому сам отримує імпульси відбитих хвиль від середовища, що піддається обробці. У процесі обробки змінюються параметри оброблюваного середовища: підвищується температура мийного розчину, внаслідок чого змінюється його пружність, в'язкість, кавітаційна активність та інші параметри, при ультразвуковому різанні явно змінюється жорсткість середовища під час проходження загартованого шару металевих виробів. Таким чином, дослідження ефективності передачі енергії від джерела ультразвуку до оброблюваної поверхні вимагає не тільки врахування змін електричних величин у контурі збудження магнітострикційного чи п'єзоелектричного стрижня, але й врахування змін динамічних параметрів самого оброблюваного середовища. Тому актуальним буде дослідження залежності активної потужності коливань у навантаженні від змін параметрів як електричного контура збудження, так і динамічних параметрів самого навантаження.

Метою даної роботи є отримання аналітичних залежностей потужності механічних коливань у навантаженні від його динамічних параметрів.

Основна частина. У попередній роботі [1] було обґрунтовано електричну схему заміщення стриктора з навантаженням, яку доцільно використовувати при аналізі роботи імпульсної магнітострикційної установки. Схема заміщення з механічним відповідником представлена на рис.1.

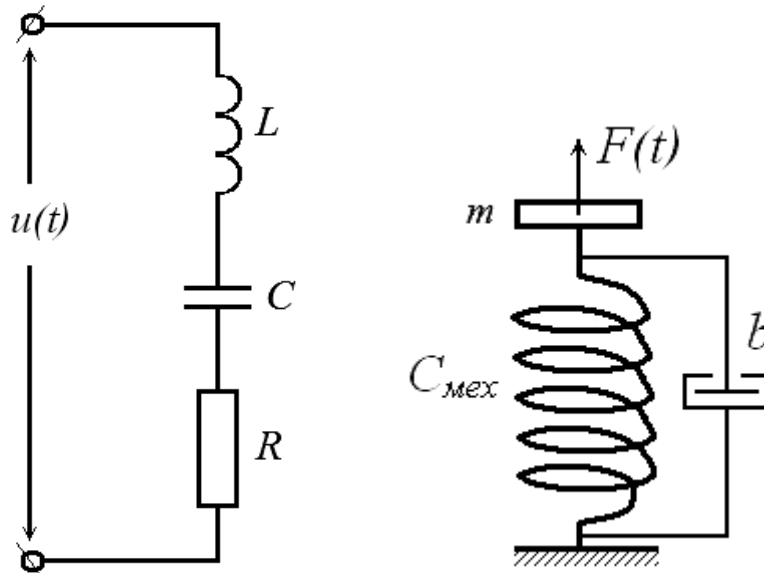


Рис. 1. Еквівалентна схема заміщення магнітостриктора з механічним навантаженням та відповідна механічна схема

Для даної механічної системи коливання описуються лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = P(t),$$

де m - маса стриктора з навантаженням, b - динамічна в'язкість навантаження, C_{mex} - еквівалентна жорсткість, $F(t)$ - збуджуюча сила, що може бути сталою або змінною у часі, x - зміщення відносно стану рівноваги маси, що коливається.

Коливання у електричному резонансному контурі еквівалентної схеми заміщення у загальному випадку також описуються лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = u(t),$$

де L - еквівалентна індуктивність, R - еквівалентний активний опір, C - еквівалентна електрична ємність, $u(t)$ - прикладена до резонансного контура напруга, q - електричний заряд.

Аналізуючи наведені диференціальні рівняння, які описують коливання в електричному та механічному коливальних контурах, бачимо, що вони подібні, тільки записані відповідно за допомогою електричних та механічних величин відповідно. Для переходу від однієї коливальної системи до другої застосуємо першу систему електромеханічних аналогій (заряд-переміщення). У цій системі електричні величини R, L, C можуть бути представлені за допомогою механічних величин M, b, C_{mex} у наступний спосіб:

$$\begin{cases} L = \frac{M}{K_1}; \\ C = \frac{\omega^2 M}{K_3}; \\ R = \frac{\omega \sqrt{b}}{\omega_0 K_2} = \frac{\omega \sqrt{Mb}}{K_2 \sqrt{C_{mex}}}. \end{cases}$$

Коефіцієнти K_1, K_2, K_3 - дозволяють масштабувати електричні та відповідні їм механічні величини та узгодити їх розмірності.

Для дослідження впливу зміни механічних параметрів на активну потужність коливань у навантаженні введемо наступні позначення:

M_0 - маса навантаження магнітостриктора, при якому спостерігається резонансний режим – максимальна амплітуда механічних коливань та резонанс напруги в електричному контурі;

R_0, L_0, C_0 - електричні величини активного опору, індуктивності та ємності, що відповідають режиму з масою завантаження M_0 ;

$M_1 = kM_0$ - маса навантаження у робочому режимі; k - коефіцієнт відхилення маси у робочому режимі від маси у резонансному режимі;

R_1, L_1, C_1 - електричні величини, що відповідають робочому режиму з масою навантаження M_1 .

Тоді, для режиму резонансу напруги, маса навантаження M_0 , маємо:

$$Z_0^2 = R_0^2 + (X_{L_0} - X_{C_0})^2.$$

Використовуючи умову резонансу напруги у коливальному контурі, $X_{L_0} = X_{C_0}$, отримаємо:

$$Z_0^2 = R_0^2.$$

Також з умови $X_{L_0} = X_{C_0}$ випливає, що $\frac{\omega_0 M_0}{K_1} = \frac{K_3}{\omega_0^3 M_0}$ або $\omega_0^4 M_0 - K_1 K_3 = 0$.

Активна потужність, що виділяється на активному опорі:

$$P_0 = I_0^2 R_0 = \frac{U^2}{Z_0^2} R_0 = \frac{U^2}{R_0^2} R_0.$$

Залишимо вираз у такому вигляді, зручному для подальшого аналізу.

Запишемо аналогічні вирази для режиму коливань із масою навантаження M_1 :

$$Z_1^2 = R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2;$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{U^2}{Z_1^2} R_1.$$

Напругу на активному елементі в обох режимах (з M_0 та M_1 вважаємо однаковою для зіставлення потужності, що віддає активний елемент при однаковій дії на нього.

Виконаємо перетворення у виразі для реактивного опору коливального контура:

$$X_{L1} = \omega_1 L_1 = \frac{\omega_1 k M_0}{K_1};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C_1} = \frac{K_3}{\omega_1^3 M_1} = \frac{K_3}{\omega_1^3 k M_0};$$

$$X_{L1} - X_{C1} = \frac{\omega_1^4 k^2 M_0^2 - K_1 K_3}{K_1 \omega_1^3 k M_0} = \frac{\omega_1^4 k^2 M_0^2 - \omega_0^4 M_0^2 + [\omega_0^4 M_0^2 - K_1 K_3]}{K_1 \omega_1^3 k M_0} = \frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \frac{M_0}{K_1}.$$

Тоді вираз для повного опору коливального контура:

$$Z_1^2 = R_1^2 + \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \right)^2 L_0^2.$$

Враховуючи, $R_1 = \frac{\omega_1 \sqrt{k M_0 b}}{K_2 \sqrt{C_{\max}}} = \frac{\omega_1 \sqrt{k}}{\omega_0} R_0$ що, отримаємо:

$$Z_1^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 k R_0^2 + \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \right)^2 L_0^2.$$

Активна потужність у навантаженні:

$$P_1 = \frac{U^2}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 k R_0^2 + \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \right)^2 L_0^2} R_1.$$

Знайдемо відношення активних потужностей, що виділяються в активному навантаженні при масах M_0 та M_1 - відповідно.

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 k R_0^2 + \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \right)^2 L_0^2}{R_0^2} \cdot \frac{R_0}{R_1} = \left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 k + \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k} \right)^2 \frac{L_0^2}{R_0^2} \right] \frac{\omega_0}{\omega_1 \sqrt{k}}.$$

Враховуючи, що $\frac{R_0}{2L_0} = \frac{b}{2M_0} = \delta$ - коефіцієнт згасання коливань; а також $\frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{b^2}{4C_{\max}}$

остаточно отримаємо:

$$\frac{P_0}{P_1} = \left[\left(1 - \frac{b^2}{4C_{\max}} \right) k + \left(\omega_0^2 - \delta^2 \right) \left(\frac{k^2 - 1}{k} \right)^2 \left(\frac{M_0}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{4C_{\max}}{k(4C_{\max} - b^2)}}.$$

Таким, чином отримано вираз, який дозволяє аналізувати зміну активної потужності у навантаженні магнітостриктора в залежності від зміни маси навантаження в ході технологічного процесу ультразвукової обробки.

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \delta^2$$

$$\left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k}\right)^2 = \left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_1^4 - 2\omega_1^2 \delta^2 - \delta^4}{\omega_1^3 k}\right)^2.$$

При малому згасанні коливачь третім та четвертим доданком у чисельнику дробу можна знехтувати, тоді

$$\left(\frac{\omega_1^4 k^2 - \omega_0^4}{\omega_1^3 k}\right)^2 \approx \omega_1^2 \left(\frac{k^2 - 1}{k}\right)^2 = (\omega_0^2 - \delta^2) \left(\frac{k^2 - 1}{k}\right)^2.$$

Резонансна кутова частота визначається як:

$$\omega_0^2 = \frac{C_{\text{max}}}{M_0}, \quad \delta^2 = \frac{b^2}{4M_0^2}.$$

Тоді отриману залежність P_0/P_1 запишемо у вигляді:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{\left[\left(1 - \frac{b^2}{4C_{\text{max}}}\right)k + (\omega_0^2 - \delta^2) \left(\frac{k^2 - 1}{k}\right)^2 \left(\frac{M_0}{b}\right)^2 \right] \sqrt{k(4C_{\text{max}} - b^2)}}.$$

Практичний інтерес має обернена залежність відношення потужності у робочому режимі до резонансного режиму - $\frac{P_1}{P_0}$:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{\left[\left(1 - \frac{b^2}{4C_{\text{max}}}\right)k + (\omega_0^2 - \delta^2) \left(\frac{k^2 - 1}{k}\right)^2 \left(\frac{M_0}{b}\right)^2 \right] \sqrt{k(4C_{\text{max}} - b^2)}}.$$

Враховуючи, що динамічна в'язкість та жорсткість середовища змінюються для кожної речовини у відомих межах, а маса завантаження ультразвукової магнітострикційної установки змінюється в залежності від технологічних потреб, отримана залежність дозволяє оцінити вплив зміни маси навантаження магнітострикційної установки на стабільність корисної потужності ультразвукового озвучування завантаження.

Висновок. У даній роботі на основі електричної та механічної схем заміщення електротехнологічної магнітострикційної установки та відомих співвідношень між їх параметрами побудовано математичну модель, яка дозволяє оцінити відхилення активної потужності установки при заданих параметрах мийного середовища і зміні масі завантаження порівняно з потужністю у режимі з номінальним завантаженням. З однієї сторони, це дозволить виділити межі відхилення робочої маси завантаження ультразвукових ванн при яких активну потужність можна вважати сталою, тобто зону ефективної роботи установки. З іншої сторони ця модель дає можливість оцінити ступінь відхилення активної потужності магнітострикційної установки при зміні маси завантаження у тих межах, яких вимагає конкретна технологія виробництва.

Список використаних джерел

1. Випанасенко С.І. Визначення потужності магнітострикційної установки з імпульсним струмом / Випанасенко С.І., Кошеленко Є.В. // Гірничя електромеханіка та автоматика. – 2013. - №90. – С. 125-129.