

## УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫШЕК БУРОВЫХ УСТАНОВОК

*Ф.Л. Шевченко, Ю.В. Петтик,  
ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», Украина*

В работе рассматривается актуальная задача расчета буровых вышек на устойчивость, при этом пространственную стержневую систему переменной жесткости в теоретических расчетах необходимо заменить эквивалентным стержнем переменной жесткости, при его загрузке сосредоточенными и распределенными нагрузками.

Показана возможность расчета на устойчивость сквозной башни при одновременном воздействии собственного веса и сосредоточенной силы в верхнем сечении.

Буровая вышка представляет пространственную стержневую систему переменной жесткости, поэтому в теоретических расчетах появляется необходимость замены такой системы эквивалентным стержнем переменной жесткости, при его загрузке сосредоточенными и распределенными нагрузками.

Такая замена возможна при расчетах ферменных конструкций на прочность и жесткость [1, 2]. Для этого пространственная стержневая конструкция, состоящая из сочетания ферм, заменяется простой балкой, в которой пояса фермы воспринимают изгибающий момент, а решётка фермы дополняет изгибные перемещения дополнительными прогибами от сдвига.

Такая замена весьма эффективна при расчетах сквозной стержневой вышки на устойчивость, что сводится к уравнению Бесселя и использованию этих функций в практических расчетах буровых вышек на устойчивость.

Особенностью задачи на устойчивость буровой вышки является три обстоятельства: вышка представляет пространственную стержневую систему в виде четырех плоских ферм, образующих конструкцию в виде усеченной пирамиды, при этом нагрузкой на вышку нужно считать не только вес оборудования, передающегося через талевую систему на верхнее сечение вышки, но и собственный вес, распределенный по высоте вышки.

Задача об устойчивости стержня постоянной жесткости от нагрузки, приложенной к верхнему сечению, и первые попытки расчета устойчивости однородного стержня, сжатого собственным весом, были выполнены еще Л. Эйлером во второй половине XVIII века. Появление конструкций в виде стержневых систем вызвало необходимость использования разработок Эйлера главным образом вопросов устойчивости сплошных однородных невесомых стержней. И лишь в начале прошлого века академик А. Н. Динник [3] уделил серьезное внимание потере устойчивости сплошных стержней от собственного веса.

Вопросы устойчивости сквозных стержней несмотря на решения некоторых частных задач такого типа еще Тимошенко С. П. [4] в начале прошлого века и фундаментальные исследования Вольмира А.С. [5], до сих пор не получили должного развития несмотря на широкое использование сквозных стержневых систем больших длин в различных областях практического применения.

Несмотря на наличие расчетов на устойчивость стержней переменной жесткости на распределенные вдоль геометрической оси стержня нагрузками в работах А. Н. Динника [3] и расчетов на устойчивость сквозных стержневых систем на сосредоточенную силу в работах С. П. Тимошенко [4] и А.С. Вольмира [5], до сих пор не существует расчета на устойчивость пространственных систем на одновременное воздействие сосредоточенных и распределенных нагрузок, кроме первых публикаций по этому вопросу, появившихся лишь в текущем году [6]. В этой работе приведен расчет на устойчивость буровой вышки загруженной собственным весом и сосредоточенной сжимающей силой на верхней площадке и показано существенное влияние собственного веса, когда задача решается по Тимошенко или Вольмиру.

Целью данной работы является исследование возможности расчета на устойчивость сквозной башенной вышки при одновременном воздействии собственного веса и сосредоточенной силы на верхнем сечении.

Для этого необходимо решить следующие задачи:

1. Вывести уравнение устойчивости для принятой расчетной схемы.
2. Определить величины критической силы на основании решения приближенного дифференциального уравнения изогнутой оси стержня второго порядка при выборе начала координат в точке пересечения угловых несущих стержней вышки.

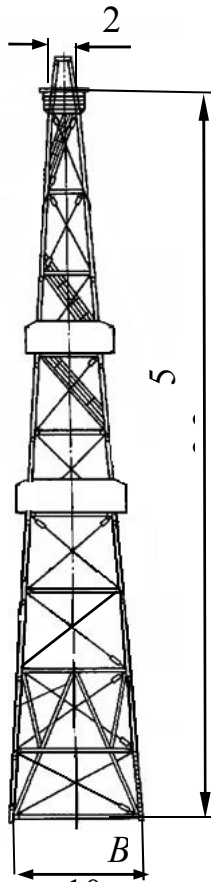


Рис. 1. Общий вид вышки ВВ-53-320

На рис. 1. приведен общий вид вышки ВВ-53-320, которая используется при реактивно-турбинном бурении шахтных стволов и вентиляционных скважин большого диаметра.

В пространственных стержнях в виде усеченных конусов при постоянном наклоне угловых опорных стоек погонный вес можно считать постоянным, рис. 2.

$$q = 4 \left[ \frac{q_1}{\cos \alpha} + 2 \frac{q_2}{\cos \beta} + q_3 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \right],$$

где:  $q_1$  - погонный вес угловых стоек, раскосов и соединительных горизонтальных стержней,  $\alpha$ - угол наклона опорных стоек вышки,  $\beta$ - угол наклона раскосов (изменяется незначительно).

При вычислении моментов инерции площади поперечного сечения усеченных вышек собственными моментами инерции угловых стоек можно пренебрегать и учитывать только моменты инерции площадей сечения относительно центральных осей. Для буровой вышки ВВ-53-320 с угловыми несущими трубчатыми стойками с площадью  $F = 87,84 \text{ см}^2$  и шириной вышки у основания  $B=10 \text{ м}$  получим момент инерции площади нижнего поперечного сечения

$$J_0 = \frac{\pi D^4}{64} \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right] = \frac{\pi \cdot 24,5^4}{64} \left[ 1 - \left( \frac{22,1}{24,5} \right)^4 \right] = 5976,7 \text{ см}^4,$$

а жесткость всего поперечного сечения при изгибе

$$EJ = 87,86 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{11} = 175,72 \cdot 10^9 \text{ Нм}^2.$$

При выборе начала координат в точке пересечения угловых опорных стержней

$$EJ(x) = EJ \frac{x^2}{l^2}, \text{ т.е. } EJ(x) = 175,72 \cdot 10^9 \cdot x^2 / l^2 = EJ \cdot x^2 / l^2 \text{ Нм}^2.$$

Следуя Диннику [3] дифференциальное уравнение изгиба оси стойки с квадратичным изменением жесткости можно получить дифференцированием изогнутой оси

$$EJ \frac{x^2}{l^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = M(x) = \int_0^x q(u)(y-v) du,$$

что равно поперечной силе, как сумме проекций всех сил с одной стороны от сечения

$$Q(x) = \frac{d^3 y}{dx^3} \cdot EJ \frac{x^2}{l^2} + EJ \frac{2x}{l^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -qx \frac{dy}{dx}. \quad (1)$$

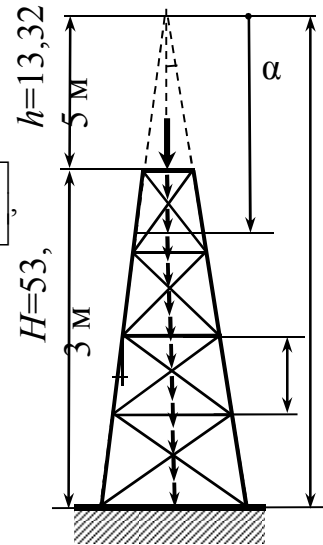


Рис. 2 Расчетная схема вышки ВВ-53-320

Отсюда получаем дифференциальное уравнение изогнутой оси [3]

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{2}{x} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{ql^2}{EJ \cdot x} \cdot \frac{dy}{dx}. \quad (2)$$

Обозначив через  $a^2 = \frac{ql^2}{EJ}$ , введем безразмерную переменную  $z = 2a\sqrt{x}$ ,  $\frac{dz}{dx} = \frac{a}{\sqrt{x}}$  и

подготовим производные, входящие в (1):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{a}{\sqrt{x}}, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 y}{dz^2} \cdot \frac{a^2}{x} - \frac{dy}{dz} \cdot \frac{a}{2 \cdot x\sqrt{x}},$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{d^3 y}{dz^3} \cdot \frac{a^3}{x\sqrt{x}} - \frac{3}{2} \cdot \frac{d^2 y}{dz^2} \cdot \frac{a^2}{x^2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{dy}{dz} \cdot \frac{a}{x^2\sqrt{x}}.$$

Подставляя эти производные в (1), получаем уравнение Бесселя

$$\frac{d^3 y}{dz^3} + \frac{1}{z} \cdot \frac{d^2 y}{dz^2} + \left(1 - \frac{1}{z^2}\right) \cdot \frac{dy}{dz} = 0 \quad (3)$$

относительно  $\frac{dy}{dz} = \theta(z)$

$$\frac{d^2 \theta(z)}{dz^2} + \frac{1}{z} \cdot \frac{d\theta(z)}{dz} + \left(1 - \frac{1}{z^2}\right) \cdot \theta(z) = 0. \quad (4)$$

Решение этого уравнения известно в функциях Бесселя первого и второго рода первого порядка [7]

$$\theta(x) = \theta(z)\sqrt{x} = [AJ_1(z) + BY_1(z)]\sqrt{x}. \quad (5)$$

Отсюда с использованием формул дифференцирования функций Бесселя можно найти кривизну изогнутой оси стержня

$$y''(z) = a[AJ_0(z) + BY_0(z)]. \quad (6)$$

Если рассматривать усеченную вышку с нагрузкой от собственного веса  $q$  и сосредоточенной силой  $P$  в верхнем сечении, то исходное дифференциальное уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{d^3 y}{dx^3} \cdot EJ \frac{x^2}{l^2} + EJ \frac{2x}{l^2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -(qx + P) \frac{dy}{dx}.$$

В этом случае безразмерная координата  $z$  будет вычисляться по формуле

$$z = 2\sqrt{\frac{q}{EJ} \left(x + \frac{N}{q}\right)^3}. \quad (8)$$

Для определения критической нагрузки нужно решение дифференциального уравнения (4) подчинить условиям на торцах рассматриваемой консоли, т.е. в верхнем сечении при  $x = h$ ,

$z_1 = 2\sqrt{\frac{q}{EJ} \left(h + \frac{N}{q}\right)^3}$  нужно кривизну (6) приравнять нулю, так как здесь изгибающий момент

равен нулю, а в защемлении при  $x = l$ ,  $z_2 = 2\sqrt{\frac{q}{EJ} \left(l + \frac{N}{q}\right)^3}$  нужно приравнять нулю угол поворота сечения.

Из этих условий получаем систему однородных уравнений:

$$AJ_0(z_1) + BY_0(z_1) = 0,$$

$$AJ_1(z_2) + BY_1(z_2) = 0.$$

Приравнявая определитель этой системы уравнений нулю, получим уравнение устойчивости

$$J_0(z_1) \cdot Y_1(z_2) - J_1(z_2) \cdot Y_0(z_1) = 0. \quad (9)$$

Так как при больших значениях аргументов функций Бесселя для первого корня уравнения (9) соблюдаются зависимости

$$J_0(z_1) \approx J_1(z_2) \quad \text{и} \quad Y_1(z_2) \approx -Y_0(z_1), \quad (10)$$

то из условия (10) подбором сосредоточенной силы  $P=N$  находим  $z_1=364,496$  и  $z_2=367,477$  чему соответствует критическая сила  $P=69,17 \cdot 10^6 \text{ Н} = 69,17 \text{ кН}$ .

Если положить  $q=0$ , то получим практически прежнее значение критической сосредоточенной силы. Это указывает на то, что собственным весом буровой вышки при вычислении сосредоточенной критической силы на верхней площадке вышки можно пренебречь.

При таком условии сосредоточенную критическую силу при  $q=0$  можно найти из дифференциального уравнения изгиба консоли переменной жесткости, представленного в работах С.П. Тимошенко [4] и А.С. Вольмира [5].

Расчет основан на приближенном дифференциальном уравнении изогнутой оси стержня второго порядка при выборе начала координат в точке пересечения угловых несущих стержней вышки, рис. 3

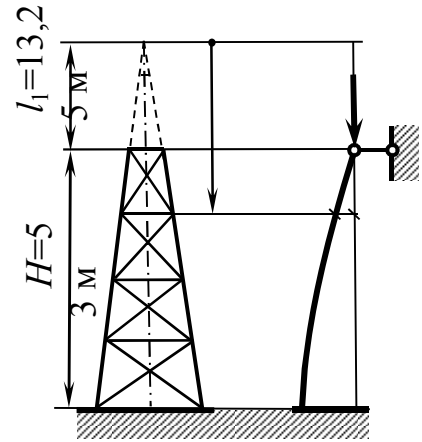


Рис. 3 Расчетная схема вышки Тимошенко

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} EJ \left( \frac{x}{l} \right)^2 + P_{кр} y = 0.$$

При обозначении  $\frac{P_{кр} l^2}{EJ} = k^2$  это уравнение принимает вид обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянным коэффициентом

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + k^2 x^{-2} y = 0. \quad (9)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$y(x) = [A \sin(s \ln x) + B \cos(s \ln x)] \sqrt{x}, \quad (10)$$

где

$$s^2 = k^2 - 0,25. \quad (11)$$

Дифференцированием (9) получено уравнение углов поворота

$$\frac{dy(x)}{dx} = A \left[ \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin(s \ln x) + \frac{s}{\sqrt{x}} \cos(s \ln x) \right] + B \left[ \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos(s \ln x) - \frac{s}{\sqrt{x}} \sin(s \ln x) \right]. \quad (12)$$

При выборе начала координат в точке пересечения угловых стержней вышки в деформированном состоянии с учетом граничного условия при  $x = h$  прогиб равен нулю  $y(h) = 0$ , и согласно (10) получим зависимость  $B = -A \operatorname{tg}(s \cdot \ln h)$ .

Из условия защемления при  $x = h + H = l$   $y'(l) = 0$  согласно (12) получена зависимость

$$A \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}(s \cdot \ln l) + s \right] + B \left[ \frac{1}{2} - s \cdot \operatorname{tg}(s \cdot \ln l) \right] = 0,$$

откуда следует расчетное уравнение для определения параметра  $s$

$$\operatorname{tg} \left( s \cdot \ln \frac{h}{l} \right) = 2s. \quad (13)$$

Зная параметр  $s$ , на основании (11) можно найти критическую силу

$$P_{кр} = \frac{EJ}{l^2} k^2 = \frac{EJ}{(l_1 + H)^2} \left( s^2 + \frac{1}{4} \right). \quad (14)$$

Подставляя в (13) параметры рассмотренной вышки  $h_1/l = 0,2$  подбором находим  $s=1,2183$ , чему соответствует критическая сила (14)

$$P_{кр} = \frac{175,72 \cdot 10^9}{(13,325 + 53,3)^2} (1,218^2 + 0,25) = 69,18 \cdot 10^6 \text{ Н},$$

что в точности совпадает с решением в функциях Бесселя.

Максимальная нагрузка на буровую вышку ВБ 53-320 составляет 3200 кН, что обеспечивает коэффициент запаса устойчивости  $k_y = 21,6$ .

#### Выводы

1. Буровые вышки для проходки шахтных стволов и вентиляционных скважин большого диаметра буровым способом работают с завышенным коэффициентом запаса устойчивости.

Так статическое напряжение от суммарной нагрузки (расчетной технологической 3200 кН и собственного веса вышки 40 кН) составляет 102 МПа.

2. Конструкцию вышки можно существенно облегчить, выполнив расчет вышки на прочность с учетом собственного веса, технологической и ветровой нагрузки, расчета на устойчивость и динамику.

#### Список литературы

1. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н. Общие и различные свойства балок и ферм // Журнал «Современное промышленное и гражданское строительство» ДонНАСА, 2011, № 4, С. 42-48.
2. Шевченко Ф.Л., Царенко С.Н., Петтик Ю.В. Упрощенный способ определения частоты основного тона поперечных колебаний пространственных стержневых вышек и динамический расчет буровой вышки на ветровую нагрузку. Шевченко Ф.Л., Петтик Ю.В., Царенко С.Н., // Матеріали міжнародної конференції Форум гірників – 2012: Д.: Національний гірничий університет, том № 3, С 247-251.
3. Динник А.Н. Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости. Избранные труды. К.: АН УССР, 1955. – Том 2. – 220 с.
4. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1971. – 807 с.
5. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1967. – 983 с.
6. Шевченко Ф.Л., Улитин Г.М., Царенко С.Н. Расчет на устойчивость составных металлоконструкций переменной жесткости. // Вісник СевНТУ. Збірник наукових праць. Серія: Механіка, Енергетика, Екологія. Випуск 133. Севастополь, 2012. С. 85-89.
7. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, часть 1. Напряженно-деформированное состояние стержней: Учебное пособие с грифом МОН. Донецк, 2006. - 293 с.

## УСТОЙЧИВОСТЬ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ БУРОВЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ БУРЕНИЯ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ

*Ф.Л. Шевченко, Ю.В. Петтик,*

*ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», Украина*

В работе рассматривается актуальная задача расчета устойчивости бурильной колонны ступенчато-переменного сечения буровых установок для бурения шахтных стволов. Показано, что для буровых установок с агрегатами РТБ жесткость нижнего участка (зона турбобуров) настолько велика, что ее деформациями можно пренебречь.