

БАЗИСНЫЕ МОДЕЛИ МЕТАНООТДАЧИ НЕОДНОРОДНЫХ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ

И.Р. Венгеров, А.Н. Молчанов, А.А. Камчатный, Институт физики горных процессов НАН Украины, Украина

Приведены формулировки математических моделей метаноотдачи угольных пластов с учётом десорбции метана, трещиноватости, пористости и проницаемости их.

В работе применен системный подход. Формулируются практически значимые модели метаноотдачи угольных пластов. Исследование этих моделей (математическое моделирование) осуществляется на основе базисных моделей – модулей: ММ1, ММ2, ММ3 – краевых задач фильтрации для двухслойных и двумерных систем. Модели-модули $ММ_i (i=1, 2, 3)$, в свою очередь, строятся на основе элементарных (ординарных) моделей $ОМ_j (j=1, 2, 3)$. Построение базисных моделей метаноотдачи пластов ММП осуществляется комбинированием $ММ_i$. Таким образом, используется иерархия: $\{ОМ_j\}, \{ММ_i\}, \{ММП\}$.

Математическое моделирование метаноотдачи угольных пластов характеризуется: 1) линеаризацией уравнений Р.И. Кричевского по методу Р.Н. Кригман [1]; 2) рассмотрением только стационарных систем; 3) учётом макрокинетики процессов десорбции по Ленгмюру; 4) учётом макронеоднородности и ортотропности пласта (наличием экзогенной и эндогенной зон и различием фильтрационных параметров по латтерали и нормали пласта; 5) учётом локальной непрерывной неоднородности фильтрационных параметров пласта в экзогенной зоне.

Базисные модели фильтрации метана.

Система базисных моделей строится на основании следующих положений:

1. В угольном пласте, под влиянием горных работ образуются поверхности обнажения (грудь очистного забоя и забоя подготовительной пластовой выработки, боковые поверхности пластовой выработки, вертикальные и горизонтальные скважины, разгрузочные щели).

2. Поверхности обнажения индуцируют (способствуют возникновению) экзогенные зоны – области пласта, к ним примыкающие, в которых пористость и проницаемость пласта существенно превышают таковые в эндогенной зоне пласта (в части пласта, где не ощутимо влияние горных работ и поверхностей обнажения).

3. Повышенные трещиноватость, пористость и проницаемость пласта в экзогенных зонах принимают максимальные значения на поверхностях обнажения и по мере удаления от них вглубь пласта убывает, достигая на внутренней границе экзогенной зоны (т.е. на границе с эндогенной зоной) значений, характерных для нетронутого пласта (эндогенные значения n_∞, K_∞).

4. Характер этого убывания функций $n(z)$ и $K(z)$ (ось Oz – по нормали к поверхности обнажения), по экспериментальным данным [2] – экспоненциальный. Протяженности экзогенных зон: $l_{1,z}$ – для одномерной фильтрации к забою; Δr_1 – для радиальной фильтрации к скважине с радиусом r_0 ($\Delta r_1 = r_1 - r_0$). Экзогенные зоны (области пласта) обозначаем:

$$\Omega_1^{(1)} = \{z \in (0, l_{1,z})\}, \quad \Omega_1^{(2)} = \{z \in (r_0, r_1)\}$$

5. Области $\Omega_1^{(1)}$ и $\Omega_1^{(2)}$ называем внутренними, а области – эндогенные зоны конечных размеров $\Omega_2^{(1)}$ и $\Omega_2^{(2)}$ – внешними (по отношению к поверхностям обнажения). Области $\Omega_2^{(1)}$ и $\Omega_2^{(2)}$ – конечные:

$$\Omega_2^{(1)} = \{z \in (l_{1,z}, l_{2,z})\}, \quad \Omega_2^{(2)} = \{z \in (r_1, r_2)\}$$

В них фильтрационные параметры постоянны: $n_\infty = \text{const}, K_\infty = \text{const}$.

6. На внутренних поверхностях (границах) экзогенных зон ($z=0$, $r=r_0$) во всех случаях ставим граничные условия первого рода:

$$P(z, t)|_{z=0} = P_0 = const, \quad P(r, t)|_{r=r_0} = P_0 = const \quad (1)$$

Здесь P_0 – давление на поверхности обнажения, которое может совпадать с атмосферным давлением P_a , превышать его и быть меньше его (при наличии откачивающих метан насосов).

7. На внешних границах экзогенных зон (на контакте с эндогенными зонами) могут встречаться граничные условия: 1) первого рода, когда давление $P(l_{1,z}, t)$ (или $P(r, t)$) равно давлению в эндогенной зоне P_∞ ; 2) четвёртого рода (условие «склейки» полей), когда равны друг другу давления и потоки (определяемые законом Дарси); 3) однородные граничные условия второго рода:

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} |_{z=l_{1,z}} = \frac{\partial P_1}{\partial r} |_{r=r_1} = 0, \quad (2)$$

когда границы $z=l_{1,z}$ и $r=r_1$ метанонепроницаемы, что возможно, если эти границы – границы пласта угля с породами (которые считаем метанонепроницаемыми) или поверхности, разделяющие симметричные области.

8. На внешних границах эндогенных зон могут быть граничные условия первого рода, когда давление весь период газоотдачи равно P_∞ , и однородные граничные условия второго рода, интерпретируемые также, как и в предыдущем случае.

9. Начальное распределение давления метана в обеих зонах пласта считаем одинаковым, постоянным и равным эндогенному давлению:

$$P(z, t)|_{t=0} = P(r, t)|_{t=0} = P_0 = const, \quad z \in (\Omega_1^{(1)}, \Omega_1^{(2)}), \quad r \in (\Omega_1^{(2)}, \Omega_2^{(2)}) \quad (3)$$

10. Угольный пласт – стационарная система (подвигание забоев лав и пластовых выработок отсутствуют, фильтрационные параметры со временем не изменяются), процесс фильтрации – изотермичен. Линеаризация уравнений всегда осуществляется по методу Р.Н. Кригман [1], что приводит к уравнениям типа теплопроводности относительно функции $U_1=P_1^2$ (для экзогенной зоны; для эндогенной – $U_2=P_2^2$).

В декартовой системе координат одномерное уравнение фильтрации в экзогенной зоне имеет вид:

$$C_1(z) \frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_1(z) \frac{\partial U_1}{\partial z} \right), \quad z \in \Omega_1^{(1)}, \quad t > 0. \quad (4)$$

Параметр $C_1(z)$ будем называть U -ёмкостью (по аналогии с теорией теплопроводности), он имеет вид:

$$C_1(z) = \frac{\mu}{P_*} \left[n_1(z) + \frac{abRT}{(1+bP_*)^2} \right], \quad P_* = 0,86P_\infty, \quad (5)$$

где: P_* - параметр линеаризации по Р.Н. Кригман; μ – вязкость метана, величину которой в принятых диапазонах температуры и давления можно считать постоянной и равной $\mu=36,1 \cdot 10^{-15}$ атм.·час [3]; $R=53 \cdot 10^{-4}$ атм.·м³/кг·град – газовая постоянная метана.

В полярной системе координат одномерное уравнение фильтрации имеет вид:

$$C_1(r) \frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r K_1(r) \frac{\partial U_1}{\partial r} \right), \quad r \in \Omega_1^{(2)}, \quad t > 0 \quad (6)$$

Двумерное уравнение фильтрации, учитывающее анизотропию (ортотропность) фильтрационных параметров угольного пласта, имеет вид:

$$C(x, z) \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(x) \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(z) \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad U = U(x, z, t), \quad (7)$$

где

$$C(x, z) = \frac{\mu}{P_*} \left[n(x, z) + \frac{abRT}{(1+bP_*)^2} \right], \quad x, z \in D = \{x \in (0, l_{1,z}), z \in (0, l_{1,z})\}. \quad (8)$$

Уравнение для функций $U=U(y,z,t)$ аналогично (7) (достаточно замены $x \rightarrow y$).

Базисные модели метаноотдачи пластов

1. Пласты без скважин

К математическим моделям метаноотдачи пластов при отсутствии скважин (ММО) относятся: 1) модель метаноотдачи через поверхность очистного забоя (через плоскость АВССD на рис. 1) с площадью $S_3=mL_n$; 2) модель метаноотдачи через поверхность забоя при наличии разгрузочной щели, увеличивающей площадь поверхности метаноотдачи. Эти модели обозначаем, соответственно, ММО1 и ММО2.

Модель ММО1. Область фильтрации метана – пласт угля, имеющий форму параллелепипеда (Рис. 1). Рассматривается конечная, длиной $l_{2,z}$, шириной L_n и толщиной m , часть бесконечного (в длину) пласта. Ось Oz направлена вглубь пласта, $z=0$ – поверхность обнажения, к которой примыкает область $\Omega_1^{(1)} = \{z \in (0, l_{1,z})\}$ – экзогенная зона пласта. Область $\Omega_2^{(1)} = \{z \in (l_{1,z}, l_{2,z})\}$ – эндогенная зона пласта, имеющая длину $\Delta l_2 = l_{2,z} - l_{1,z}$. Движение метана в области $\Omega_{\Sigma}^{(1)} = \Omega_1^{(1)} + \Omega_2^{(1)}$ – одномерное, вдоль оси Oz, по направлению к поверхности $z=0$.

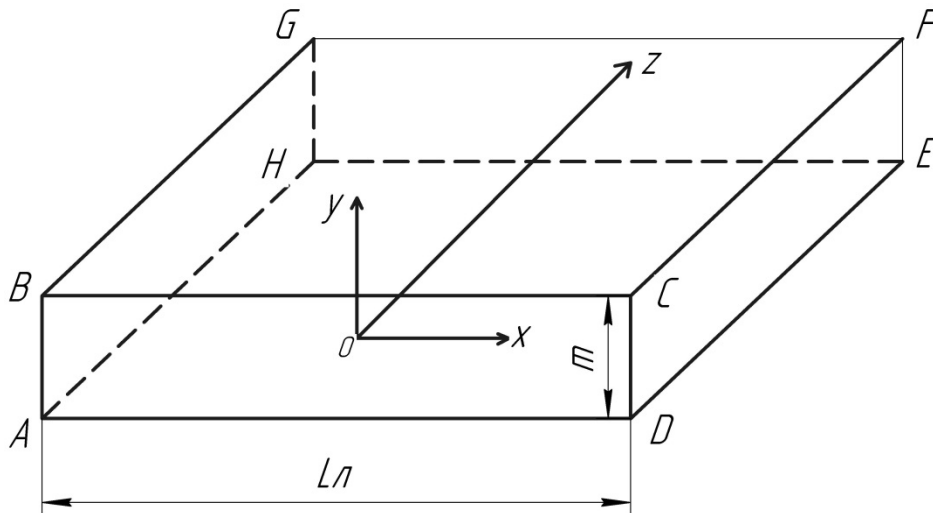


Рис. 1. Пласт с системой координат Охуз

Уравнение фильтрации метана в области $\Omega_1^{(1)}$ дано (4), где $C_1(z)$ определено (5) с $n_1(z)$ согласно

$$n_1(z) = n_{0,z} \exp\left(-\alpha_z \frac{z}{l_{1,z}}\right), \quad K_1(z) = K_{0,z} \exp\left(-k_z \frac{z}{l_{1,z}}\right). \quad (9)$$

Функция метанопроницаемости $K_1(z)$ дана (9). В области $\Omega_2^{(1)}$ фильтрация описывается уравнением (4), в котором C_1 заменено на C_2 и K_1 – на K_2 . При этом $C_2 = \text{const}$, $K_2 = K_{\infty} = \text{const}$, $C_2 = C_2(n_{\infty})$. Поскольку пласт неограничен, граница (внешняя) эндогенной зоны $z=l_{2,z}$ определяется по заданному максимальному промежутку времени – $t \in (0, t_d)$, где t_d – длительность процесса метаноотдачи (дренирования) пласта, на основе понятий квазифинитных функций и зон влияния граничных условий [4, 5]. Таким же образом, при необходимости, решается и обратная задача – определение времени t_d достижения границей области гипобарического (пониженного, по сравнению с начальным) давления метана.

Поскольку все базисные уравнения фильтрации имеют в качестве искомой функции $U=r^2$, будем говорить об U -полях и U -потоках – производных $\partial U/\partial z$ (или по другой, пространственной координате). Модель ММО1 представляет собой сопряженную краевую задачу для двухслойной системы $\{\Omega_1^{(1)}, \Omega_2^{(1)}\}$. Метод решения таких задач – метод функций склейки [4] состоит во введении на границе между $\Omega_1^{(1)}$ и $\Omega_2^{(1)}$ ($z=l_{1,z}$) неизвестной функции склейки – $\mu_U(t)$, «расщепляющей» краевую задачу на две: для области $\Omega_1^{(1)}$ – ординарную краевую задачу (модель ОМ1) и для области $\Omega_2^{(1)}$, в которой решение $U_2(z,t)$ ищется с помощью модели ОМ1⁽⁺⁾, две разновидности которой рассматриваются далее.

В случае неограниченного пласта процесс фильтрации имеет два временных режима: 1) режим интенсивной метаноотдачи; 2) режим нормальной метаноотдачи. Первый из них характеризуется временным интервалом $t \in (0, t_1)$, где $t=t_1$ – первое характерное время, по наступлении которого гипобарический фронт подходит к границе экзогенной зоны $z=l_{1,z}$. Второй – характерным интервалом $t \in (t_1, t_2)$, где $t=t_2$ – момент времени, к которому гипобарический фронт достигает границы $z=l_{2,z}$. При этом $t_2=t_d$, т.е. процесс фильтрации оканчивается.

В случае ограниченного пласта, когда параметр $z=l_{2,z}$ задан, к указанным двум временным режимам добавляется третий – режим истощения (метана). Этот режим характеризуется периодом $t \in (t_2, t_3)$, где при $t=t_3$ U -поток к поверхности обнажения становится пренебрежимо малым.

В случае, когда граница экзогенной зоны $z=l_{1,z}$ является метанонепроницаемой, для $\Omega_1^{(1)}$ ставится смешанная краевая задача – с граничным условием первого рода при $z=0$ и граничным условием второго рода (однородным) при $z=l_{1,z}$. Соответствующая ординарная модель называется вспомогательной (модель ОМ1(B)).

Таким образом, ММО1 сводится к двухслойной задаче фильтрации, в которой в первом слое – $\Omega_1^{(1)}$ параметры зависят от координаты. Эту краевую задачу будем называть моделью-модулем ММ1. Последняя входит, как составная часть других, более сложных, чем ММО1, моделей.

Модель ММО2. При длине разгрузочной щели, совпадающей с шириной лавы L_d (совершенная щель), движение метана в пласте будет двумерным (вдоль Oz – к забою и вдоль оси Oy – по мощности пласта). Для её решения мы воспользуемся двумя методами, разработанными в рамках горной теплофизики [4]: 1) методом адиабатических (одномерных) стержней, 2) методом ϕ -композиции («восстановления размерности»). Рассматриваем (см. Рис. 2) верхнюю (по мощности) половину пласта, чего ввиду симметрии достаточно. Если выделить тонкий слой пласта, примыкающий к кровле $y \in [(m/2)-\varepsilon; m/2]$, то течение в нём метана будет одномерным – вдоль оси Oz , в сторону «выступа» забоя, образованного щелью. Перетоками метана вдоль оси Oy (к середине пласта $y=0$) можно пренебречь [4]. Для такой « ε -плоскости» (можно считать $\varepsilon=0$) мы получим уже описанную модель-модуль ММ1, по которой находим U -поток $q_{U,1}^{(-)} = \left(\frac{\partial U_1}{\partial z}\right)_{z=-h_z}$. Если выделить такой же второй (но сдвинутый на h_z относительно первого) « ε -слой» в центре пласта (т.е. область) $y \in [(-\varepsilon/2, \varepsilon/2]$, то движение метана в нём также можно считать одномерным, а, следовательно, вновь использовать модель ММ1. По этой модели находим $q_{U,2}^{(-)} = \left(\frac{\partial U_1}{\partial z}\right)_{z=0}$. Затем методом ϕ -композиции [4], получаем выражение для полного U -потока из пласта.

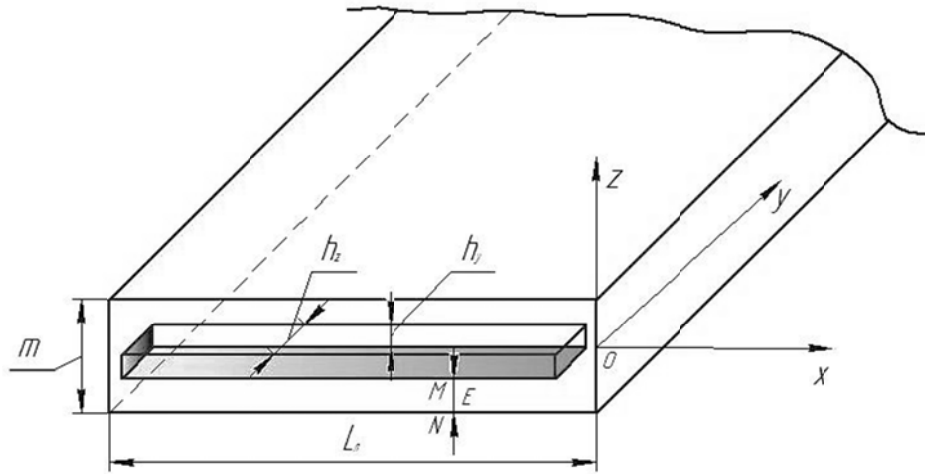


Рис. 2. Плат с разгрузочной щелью $h_x=L_x, 2MN+h_y=m$

2. Платы с вертикальными скважинами

В эту группу моделей (ММВ) входят: 1) модель метаноотдачи в одиночную вертикальную скважину из неограниченного пласта (ММВ1); 2) то же, при полуограниченности пласта (ММВ2); 3) модель метаноотдачи из неограниченного пласта к галерее скважин (ММВ3).

Модель ММВ1. Одиночная скважина с радиусом r_0 проведена по нормали к пласту (Рис. 3). На Рис. 3: 1 – кровля пласта; 2 – угольный пласт; 3 – почва пласта; m – мощность пласта; $\Omega_1^{(2)}=\{r \in (r_0, r_1)\}$ – экзогенная зона; $\Omega_2^{(2)}=\{r \in (r_1, r_2)\}$ – эндогенная зона (обе зоны симметричны относительно скважины).

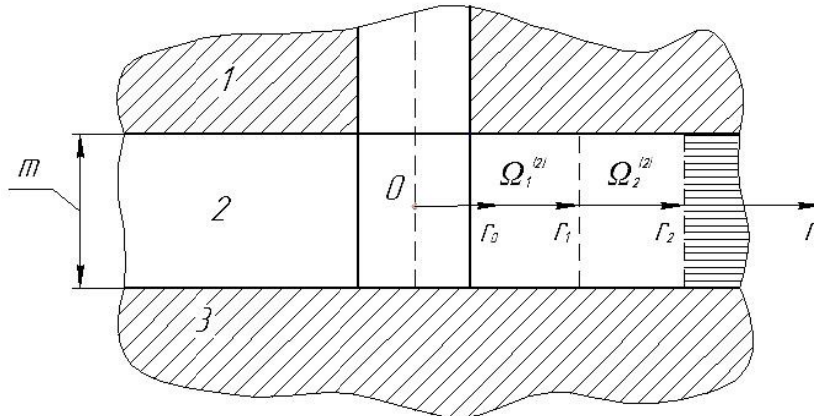


Рис. 3. Схема к ММВ1

Уравнения фильтрации метана: в экзогенной области $\Omega_1^{(2)}$:

$$C_1 \frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r K_1(r) \frac{\partial U_1}{\partial r}), \quad r \in \Omega_1^{(2)}, \quad t > 0, \quad U_1 = U_1(r, t), \quad (10)$$

в эндогенной области $\Omega_2^{(2)}$:

$$C_\infty \frac{\partial U_2}{\partial t} = \frac{K_\infty}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial U_2}{\partial r}), \quad r \in \Omega_2^{(2)}, \quad t > 0, \quad U_2 = U_2(r, t). \quad (11)$$

Здесь:

$$C_1(r) = \frac{\mu}{P_*} (n_1(r) + N_*), \quad C_\infty = \frac{\mu}{P_*} (n_\infty + N_*), \quad N_* = \frac{abRT}{(1+bP_*)^2}, \quad (12)$$

а функции $n_1(r)$ и $K_1(r)$

$$n_1(r) = n_{0,r} \exp \left[-\alpha_r \left(\frac{r-r_0}{\Delta r_1} \right) \right], \quad K_1(r) = K_{0,r} \exp \left[-k_r \left(\frac{r-r_0}{\Delta r_1} \right) \right], \quad \Delta r_1 = r_1 - r_0. \quad (13)$$

Краевые условия к (10) и (11) имеют вид:

$$\begin{aligned} U_1(r, t)|_{t=0} = U_2(r, t)|_{t=0} = U_\infty = P_\infty^2 = const, \quad U_1(r, t)|_{r=r_0} = P_0 = const, \\ U_2(r, t)|_{r=r_2} = U_\infty. \end{aligned} \quad (14)$$

На границе между $\Omega_1^{(2)}$ и $\Omega_2^{(2)}$ ($r=r_1$) имеем граничные условия IV-рода (условие склейки):

$$U_1(r, t)|_{r=r_1} = U_2(r, t)|_{r=r_1} = \mu_U(t), \quad \frac{\partial U_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \frac{\partial U_2}{\partial r} \Big|_{r=r_1}, \quad t > 0. \quad (15)$$

Модель фильтрации в экзогенной зоне будем называть ординарной моделью ОМ2, а модель фильтрации в эндогенной зоне $\Omega_2^{(2)}$ – ОМ2⁽⁺⁾, две разновидности которой рассмотрим далее. Модель ММВ1 в целом ((10) – (15)) будем называть моделью-модулем ММ2.

Модель ММ2. Вновь воспользуемся Рис. 3, полагая теперь, что граница эндогенной зоны $\Omega_2^{(2)}$ – $r=r_2$ является метанопроницаемой (что показано штриховкой области пласта правее границы $r=r_2$). Фрагмент пласта, при виде его со стороны кровли (луч зрения нормален пласту) изображен на Рис. 4.

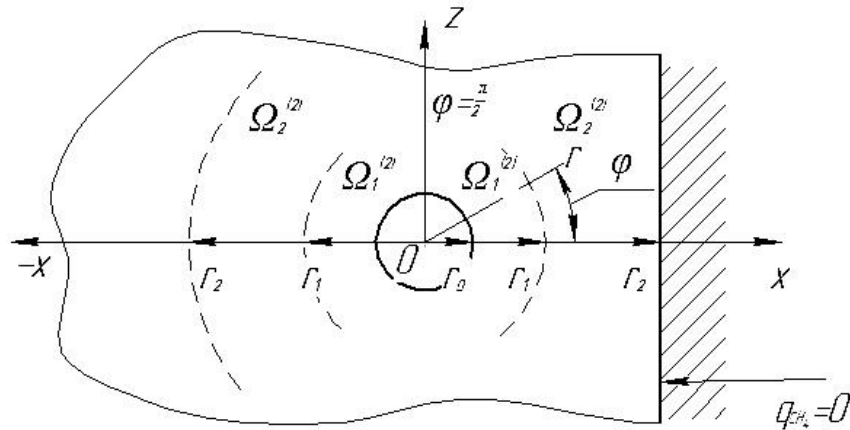


Рис. 4. Схема к ММВ2

На Рис. 4: $\Omega_1^{(2)}$ – экзогенная зона, для которой $r \in (r_0, r_1)$, $\varphi \in (0, 2\pi)$; $\Omega_2^{(2)}$ – эндогенная зона, ограничена с правой стороны метанопроницаемой границей $r = \bar{r}_2 = l_{2,2} < r_2$, являющейся двумерной при $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ и одномерной при $\varphi \in (\pi/2, 3/2\pi)$; поля U_1 и U_2 в $\Omega_1^{(2)}$ и $\Omega_2^{(2)}$ симметричны относительно оси Oх, что позволяет ограничиться решением только для первого квадранта ($\varphi \in (-0, \pi/2)$) Поскольку вдоль оси Oz пласт не ограничен, поля U_1 и U_2 на оси Oz (т.е. при $\varphi = \pi/2$) и на оси Oх совпадают.

Формулировка модели ММВ2 аналогична формулировка ММВ1, скорректированной путём замены последнего из граничных условий (14) (заменой его на однородное граничное условие II-го рода – условие метанонепроницаемости границы $x=l_{2,x}$). Аналитические решения аналогичных двумерных задач весьма громоздки и практически численно не реализуемы [6,7]. С точки зрения геотеплофизики [2], совпадающей с точкой зрения авторов [9 –11], предпочтение следует отдать приближенным аналитико-численным методам решения двумерных задач.

Такие методы предложены в [4], в частности метод понижения размерности задачи, использующий редукцию её на две одномерные задачи с последующим «восстановлением размерности» путём φ -композиции. Последняя применяется к двум одномерным моделям-модулям. ММ1 – для фильтрации вдоль оси Oz в область $x \in (r_0, \bar{r}_2)$, и ММ2 – для решений фильтрации во втором и третьем квадрантах (при $\varphi \in (\pi/2, 3/2\pi)$). Решение и U -поток к скважине в последней совпадают с таковыми для оси Oz .

Найденные по этим моделям U -поток:

$$q_{U,x} = (\partial U_1 / \partial \tilde{x})_{\tilde{x}=0} \quad (\tilde{x} = x - r_0) \quad \text{и} \quad q_{U,z} = (\partial U_1 / \partial \tilde{z})_{\tilde{z}=0} \quad (\tilde{z} = z - r_0)$$

являются граничными для первого квадранта: один из них в этом квадранте минимален, другой – максимален. U -поток, направленный к скважине под произвольным углом $\varphi \in (0, \pi/2)$ будет иметь, в силу непрерывности изменения U -поток в первом квадранте, промежуточное значение, которое в методе φ -композиции имеет вид:

$$q_{U,\varphi} = q_U(\varphi) = q_{U,x} + (q_{U,z} - q_{U,x})\psi(\varphi), \quad (16)$$

где функция $\psi(\varphi)$:

- а) непрерывна и монотонна;
- б) принимает граничные значения:

$$\psi(\varphi) = 0, \quad \psi(\pi/2) = 1, \quad (17)$$

в) имеет нулевые граничные производные:

$$\frac{d\psi}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} = \frac{d\psi}{d\varphi} \Big|_{\varphi=\pi/2} = 0. \quad (18)$$

Указанным требованиям, а также условию простоты отвечает функция

$$\psi(\varphi) = \sin^2 \varphi, \quad (19)$$

что позволяет записать (16) в виде:

$$q_U(\varphi) = q_{U,x} + (q_{U,z} - q_{U,x})\sin^2 \varphi \quad (20)$$

Полный U -поток к скважине из первого квадранта (равный таковому из четвертого) легко найти, интегрируя (20) по φ от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi/2$. Полный U -поток к скважине из второго и третьего квадранта определяется умножением U -потока $q_{U,z} = q_{U,r}$, найденного по ММ2, на площадь $S_{1/2} = \pi r_0 m$.

Таким образом, модель ММВ2 «собирается» из блоков – ММ1 и ММ2, которые, в свою очередь, формируются из соответствующих ординарных моделей.

Модель ММВ3. Галерея N_c скважин образуется равноудалёнными друг от друга вертикальными скважинами, оси которых лежат на одной линии (см. Рис. 5).

На Рис. 5: Вид со стороны кровли пласта; O_1, O_2, \dots, O_{N_c} – оси скважин; $2H$ – расстояние между осями для двух любых смежных скважин; $A_0 A_1 A_2$ – плоскость симметрии, отстоящая от осей скважин на расстояние H и являющаяся метанонепроницаемой границей, на которой U -поток равен нулю.

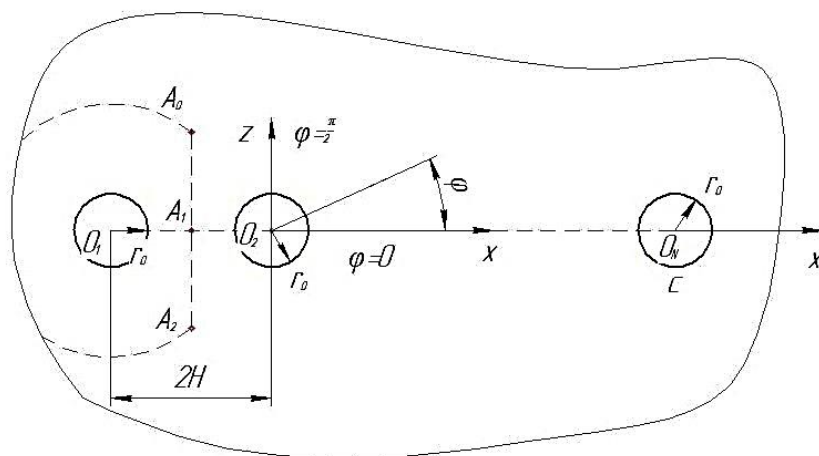


Рис. 5. Схема к ММВ3

Из Рис. 5 видно, что модель ММВ3 редуцируется на N_c моделей, из которых две (граничные скважины O_1 и O_{Nc}) соответствуют модели ММВ2, а остальные $N_c - 2$ модели представляют собой модели фильтрации к скважине в полосе $\pm H$ (т.е. для «дважды ограниченных» пластов). Для этих $(N_c - 2)$ -х моделей дважды используется метод φ -композиции – в первом и во втором квадрантах, при этом вместо ММ2 используется ММ1 (т.е. дважды – для осей Ox и Oz) U-потоки к граничным скважинам одинаковы и отличны от U-потоков к $(N_c - 2)$ -м внутренним скважинам (которые тоже одинаковы).

3 Пласты с горизонтальными скважинами

Эти модели наиболее сложны, т.к. движение метана к скважинам и к забою – трёхмерное. Имеет место перекрытие экзогенных зон, индуцированных очистной выемкой и проходной скважиной. Модели этого типа будем называть моделями ММГ. Рассмотрим две модели: ММГ1 – одиночная горизонтальная скважина в неограниченном пласте; ММГ2 – галерея горизонтальных скважин.

Модель ММГ1. Расчётная схема к модели приведена на Рис. 6.

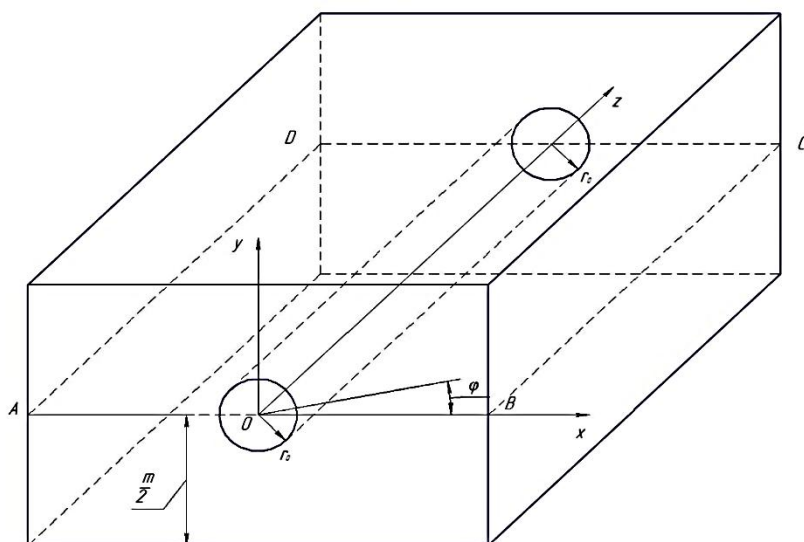


Рис. 6. Расчётная схема к ММГ1

На Рис.6: Плоскость ABCD делит пласт пополам (по мощности m); O – начало декартовой системы координат, оси направлены: Ox – вдоль лавы; Oy – по нормали к пласту; Oz – вглубь пласта (и совпадает с осью скважины); угол φ лежит в плоскости $z=0$.

Решение осуществляется факторизацией трёхмерной задачи (математическая формулировка которой не приводится, поскольку в этом нет необходимости) на двухмерные задачи: фильтрации метана в плоскости ABCD и в плоскости, ей перпендикулярной, задаваемой условием $x=0$. Расчёт ведётся для области

$$R_1 = \{x \in (r_0, OB - r_0), y \in \left(r_0, \frac{m}{2} - r_0\right), z \in (0, L_c)\},$$

где L_c -длина скважины, совпадающая с границей экзогенной z -зоны $I_{1,z}$ (индуцированной поверхностью обнажения $z=0$ -забоем лавы). Область R_1 будем называть первым кубантом. Второй, третий и четвёртый кубанты (R_2, R_3, R_4) определяются аналогично; решение для них строится аналогично решению для R_1 .

Двумерная задача фильтрации в плоскости (x,z) ($y=0$) называется ординарной двумерной задачей, а соответствующая модель – ОМЗ. Для фильтрации в перпендикулярной ABCD плоскости (y,z) ($x=0$) имеем аналогичную ОМЗ модель (тождественность достигается заменой $x \rightarrow y$). Модели ОМЗ(x) и ОМЗ(y) образуют, в совокупности, модель-модуль ММЗ. Последняя осуществляет ϕ -композицию усреднённых U -поток, позволяя найти их значение на стенках скважины и на поверхности обнажения – забое ($z=0$).

Модель ММГ2. Модель фильтрации к галерее скважин рассматривается аналогично. При этом рассматриваются U -поток в 1-м и во 2-м кубантах (R_1 и R_2), ввиду симметрии $R_2 \rightarrow R_3, R_1 \rightarrow R_4$. Решение осуществляется факторизацией на ММЗ.

Выводы.

Системный подход в математическом моделировании фильтрации метана в неоднородных пластах угля является новым, перспективным научным направлением. Он позволяет построить глобальную иерархию моделей, сводящую построение и исследование сложных многомерных моделей к нескольким более простым.

Предложенные постановки краевых задач фильтрации являются первым этапом планируемых обширных работ по математическому моделированию метаноотдачи угольных пластов.

Список литературы

1. Кригман Р.Н. Приближенный метод расчёта распределения газа вокруг дренирующей скважины, пробуренной по напластованию угольного пласта / Р.Н. Кригман // Известия ВУЗов, Горный журнал. – 1969. – №4. – С. 69 - 73.
2. Венгеров И.Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. – В 2-х томах / Том 1. Анализ парадигмы / И.Р. Венгеров– Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 632 с.
3. Гиматудинов Ш.К. Физика нефтяного и газового пласта / Ш.К. Гиматудинов, А.И. Ширковский. – М.: Недра, 1982. – 312с.
4. Венгеров И.Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. – В 2-х томах / Том 2. Базисные модели / И.Р. Венгеров. – Донецк: Донбасс, 2012. – 684 с.
5. Венгеров И.Р. Хроноартефакты термодинамики / Монография / И.Р. Венгеров. – Донецк: Норд-Пресс, 2005. – 236 с.
6. Галицын А.С. Краевые задачи теплофизики подземных сооружений / А.С. Галицын. – Киев: Наукова думка, 1983. – 236 с.
7. Галицын А.С. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности / А.С. Галицын, А.Н. Жуковский.– Киев: Наукова думка, 1976. – 284 с.
8. Рогов Е.И. Математические модели адаптации процессов и подсистем угольной шахты / Е.И. Рогов, Г.И. Грицко, В.Н. Вылегжанин. – Алма-Ата: Наука, Казах. ССР, 1979. – 240 с.
9. Беренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Беренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик.– М.: Недра, 1984. – 212 с.
10. Васючков Ю.Ф. Физико-химические способы дегазации угольных пластов / Ю.Ф. Васючков.– Недра, 1986. – 255с.
11. Огильви А.А. Основы инженерной геофизики / А.А. Огильви.– М.: Недра, 1990. – 502 с.