

$$\sigma_{rt} = -0,4(t_d - 6)^3 + 0,06 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3\alpha\right) \cdot (t_d - 9,6) + 29, \quad (2)$$

где t_d – дни; α – угол падения породных слоев.

Список литературы

1. Гапеев С.Н., Рязанцев А.Н. Учет слоистой структуры породного массива в задачах об устойчивости пород почвы одиночной выработки, расположенной вне зоны влияния лавы // Материалы международной конференции Форум горняков. – Днепропетровск: НГУ, 2005. – Том 1. – С. 179-185.
2. Моделирование предельного и запредельного состояния слоистого породного массива вокруг пластовой выработки / В.И. Бондаренко, И.А. Ковалевская, Г.А. Симанович, В.В. Фомичев // Материалы междунар. конф. Форум горняков-2007, Том.1. – Днепропетровск: НГУ, 2007. – С.158-162.
3. Ковалевская И.А., Поротников В.В., Фомичев В.В. Анализ подходов к разработке методов расчета параметров упрочнения вмещающих горную выработку слабых пород анкерами // Науковий вісник НГУ. – 2005. – №8. – С.7-8.
4. Ставрогин А.Н., Тарасов Б.Г., Певзнер Е.Д. Влияние скорости деформирования на запредельные характеристики горных пород // ФТПРПИ. – 1982. – №5. – С.8-15.
5. Самоделкина Н.А. Об одном способе учета реологических свойств пород в конечноэлементном анализе геомеханических процессов // ФТПРПИ. – 2003. – № 3. – С. 14-20.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Бондаренком В.І.
Надійшла до редакції 11.09.2014*

УДК 621.66

© М.Н. Трубицин

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУХПЛОСКОСТНОЙ БАЛАНСРОВКИ МЕТОДОМ АМПЛИТУД

Рассмотрено решение задачи двухплоскостной балансировки жесткого ротора методом амплитуд в общей постановке. Разработанный алгоритм включает два этапа: на первом – решаются четыре задачи одноплоскостной балансировки для нахождения приведенных дисбалансов; на втором – по приведенным дисбалансам определяется начальная неуравновешенность ротора.

The solution of the problem of two-plane balancing of a rigid rotor by the amplitudes in the general setting. The developed algorithm consists of two phases: the first - four problems are solved one two-plane. Balancing for finding given the imbalances; the second - to bring imbalances to determine the initial rotor unbalance.

Розглянуто рішення задачі двохплощинного балансування жорсткого ротору за методом амплітуд у загальному вигляді. Розроблений алгоритм містить два етапи: на першому – вирішуються чотири окремі задачі одноплощинного балансування для визначення приведених дисбалансів; на другому – за приведеними дисбалансами визначається початкова неврівноваженість ротору.

Вступление. Двухплоскостная балансировка (Б2П) жестких роторов является одним из распространенных технологических процессов любых отраслей машиностроения, включая различные основные и вспомогательные агрегаты горной промышленности: рабочие органы вентиляторов проветривания шахт; эксгаустеры и дымососные турбины аглофабрик; ролики и барабаны быстроходных конвейеров; центрифуги и роторы сепараторов сухого обогащения и многое другое оборудование, имеющие быстро вращающиеся детали с угловой скоростью ω .

Постановка проблемы. Традиционно, Б2П производится методом пробных пусков. Количество их зависит от применяемых вибродатчиков и, главное, от возможности замера фазы (угла расположения) вектора расположения радиального перемещения, скорости или ускорения опор вращающегося ротора. В зависимости от экспериментально измеренных параметров колебаний опор ротора балансировка проводится методом фаз и амплитуд (МФиА) или методом амплитуд (МА). Под Б2П МА будем понимать определение расположения векторов начальных дисбалансов d_{I0} и d_{II0} в плоскостях коррекции (ПК) *I* и *II*, рис. 1, только по установленным, в результате пусков, величинам амплитуд колебаний опор ротора *A* и *B*. При этом, обобщенный алгоритм решения задачи Б2П МА в литературе по балансировке [1,2,3] и др. не приводится.

В случаях вариантов балансировки роторов, в собственных подшипниках, где измерение фаз колебаний опор либо: не возможно (в виду отсутствия дорогостоящей и «капризной» аппаратуры – отметчиков угловых положений роторов); производится с большей погрешностью, чем замеры амплитуд колебаний опор, использование такого обобщенного, универсального алгоритма просто необходимо.

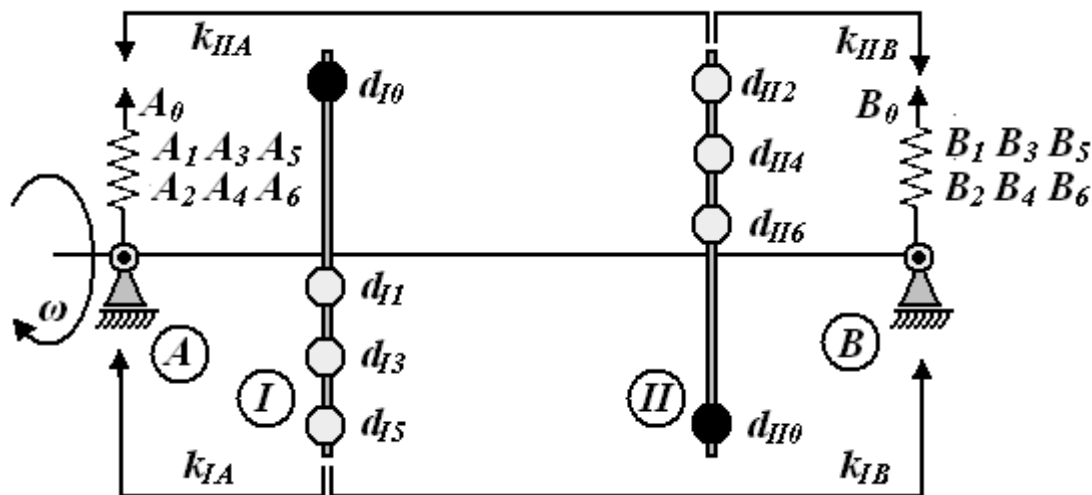


Рис. 1. Расчетная схема двухплоскостной балансировки: *I* и *II* – номера ПК, фазы – φ_j и ψ_j ; *A* и *B* – опоры ротора, где вибродатчиками измеряются колебания фазы – α_j и β_j ; d_{I0} и d_{II0} – начальные дисбалансы; d_{I1} d_{I3} d_{I5} , d_{II2} d_{II4} d_{II6} – тройки векторов пробных дисбалансов; k_{IA} , k_{IIA} , k_{IB} , k_{IIB} – ДКВ, (аргументы этих комплексных чисел – ξ_{MN} с соответствующими ПК и опорам индексами; $A_0 A_1 A_2 \dots A_6$, $B_0 B_1 B_2 \dots B_6$ – вектора амплитуд опор ротора *A* и *B*

Реализация работы планируется при нетрадиционном способе балансировки – на продолжительном по времени выбеге жесткого ротора, где будет иметь место быстротечное изменение фаз колебаний опор ротора и плавное изменение величин их амплитуд. При этом количество вариантов выбора наборов (по 14 модулей) амплитуд колебаний опор $|A_0|, |A_1| \dots |A_6|$ и $|B_0|, |B_1| \dots |B_6|$ теоретически бесконечно, что позволит уточнить результаты обработки экспериментальных данных для производства регулярного мониторинга сбалансированности роторов даже при штатном выключении двигателя установки.

Задача установки в ПК компенсирующих грузов, в силу своей простоты, в данной статье не рассматривается.

Описание задачи. Дисбалансы и экспериментально определенные амплитуды колебаний могут быть представлены в виде векторов (более удобный вид - комплексные числа, поэтому далее принимаем $i = \sqrt{-1}$), [1]

$$A_j = \operatorname{Re}(A_j) + i \cdot \operatorname{Im}(A_j) = |A_j| \cdot \exp(i \cdot \arg(A_j)) = |A_j| \cdot (\cos \alpha_j + i \cdot \sin \alpha_j)$$

$$B_j = \operatorname{Re}(B_j) + i \cdot \operatorname{Im}(B_j) = |B_j| \cdot \exp(i \cdot \arg(B_j)) = |B_j| \cdot (\cos \beta_j + i \cdot \sin \beta_j)$$

в МФИА, и в виде значений только одних амплитуд опор $|A_j|$ и $|B_j|$ в МА (индекс j соответствует номеру пуска). Углы расположения, соответственно номерам ПК или перечислению опор, векторов дисбалансов – φ_j и ψ_j ; или векторов амплитуд – α_j и β_j . Эти углы произвольны и связаны единой системой координат, удобной для балансировщика.

Условимся, что пуски с нечетными номерами ($j=1,3,5$) будут производиться с установкой пробных дисбалансов d_{Ij} в плоскости I , а пуски с четными номерами ($k=2,4,6$) – d_{IIk} в плоскости II , рис.1. Начальный пуск (индекс $j=0$) производится без установки пробных грузов и определяет исходные вибрации опор (исходный дисбаланс) балансируемого ротора.

В общем случае, вектор дисбаланса и вектор производимой этим дисбалансом амплитуды не лежат в одной плоскости. Считается, что вектор амплитуды несколько «запаздывает» относительно плоскости, проведенной через ось ротора и линию действия вектора дисбаланса. Принятая линейная постановка задачи балансировки должна позволять определить это «запаздывание», как постоянную величину для любого значения порождающего амплитуду дисбаланса, [2], а величина амплитуды остается при этом пропорциональной любой величине порождающего дисбаланса. Изложенное хорошо описывается с помощью комплексных чисел, определяющих слагаемое амплитуды, как произведение векторов (комплексных чисел) дисбаланса и так называемого динамического коэффициента влияния (ДКВ), [1,2]:

$$\text{начальный (нулевой) пуск} \quad \begin{cases} A_0 = k_{IA} d_{I0} + k_{IIA} d_{II0} \\ B_0 = k_{IB} d_{I0} + k_{IIB} d_{II0} \end{cases},$$

$$\text{первый пробный пуск} \quad \begin{cases} A_1 = k_{IA} (d_{I0} + d_{I1}) + k_{IIA} d_{II0} \\ B_1 = k_{IB} (d_{I0} + d_{I1}) + k_{IIB} d_{II0} \end{cases},$$

второй пробный пуск
$$\begin{cases} A_2 = k_{IA}d_{I0} + k_{IIA}(d_{II0} + d_{II2}) \\ B_2 = k_{IB}d_{I0} + k_{IIB}(d_{II0} + d_{II2}) \end{cases} \quad \text{и т. д.}$$

Индексы здесь принятых ДКВ означают: первый – *I* или *II* – в какой плоскости находится рассматриваемый дисбаланс; второй – *A* или *B* на какой опоре ротора измеряются колебания. Остальные индексы (арабские цифры) – соответствуют номерам пусков. ДКВ $k_{IA}, k_{IIA}, k_{IB}, k_{IIB}$ являются неизвестными (как и начальные дисбалансы d_{I0} и d_{II0}) и подлежат определению, как комплексные числа для последующего уменьшения пробных пусков при серийной балансировке методом фаз и амплитуд однотипных роторов, [2]. При Б2П за один пуск осуществляется одновременный замер параметров колебаний обоих опор ротора:

- МФиА, всего четыре параметра – два вектора колебаний;
- МА, два параметра – модули двух векторов колебаний.

Все дальнейшие выкладки в этой статье выполнены с помощью комплексных чисел. Комплексными являются также и элементы рассматриваемых матриц и векторов, если действительность их компонент специально не оговорена. Известные методы производства Б2П представлены в следующей таблице.

Таблица 1

Постановка задачи методов двухплоскостной балансировки

Количественные характеристики задачи	Метод	
	фаз и амплитуд	амплитуд
Замеряемые параметры колебаний опор ротора за один <i>j</i> -тый пуск	$A_j = A_j \cdot \exp(i \cdot \alpha_j)$ $B_j = B_j \cdot \exp(i \cdot \beta_j)$ $j=0,1,2$	$ A_j $ $ B_j $ $j=0,1,2 \dots 6$
Минимальное количество пробных пусков из каждой плоскости коррекции	1	3
Общее количество пусков (включая начальный $j=0$)	1+2·1=3	1+2·3=7
Количество экспериментально определенных величин, всего	6 комплексных чисел –	14 действительных чисел - модулей
	векторов амплитуд колебаний опор ротора	
Неизвестные, подлежащие определению	6 комплексных чисел	12 действительных чисел – компоненты 6 компл. чисел
Реально, метод позволяет определить только следующие компл. числа	$\begin{pmatrix} d_{I0} \\ d_{II0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{IA} & k_{IIA} \\ k_{IB} & k_{IIB} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} d_{I0} \\ d_{II0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{IA}/k_{IIA} \\ k_{IB}/k_{IIB} \end{pmatrix}$

Полученное в табл.1 несоответствие для МА: превышение количества условий (уравнений) – 14 над количеством искоемых неизвестных -12, позволяет

сформулировать **цель работы**: установление обобщенных зависимостей решения задачи двухплоскостной балансировки методом амплитуд с минимальным количеством произведенных пробных пусков для упрощения процесса балансировки. При этом, **идея работы** будет заключаться в выделении двух упрощенных этапов алгоритма и общего корректирующего условия – не вырожденности обрабатываемых на каждом этапе матриц.

Новизна полученных результатов, будет представлена выгодно отличающимся построенным компактным и легко поддающимся программированию алгоритмом (с произвольными углами расположения пробных дисбалансов) от громоздких формул или графических векторных построений задачи Б2П с единственным и обязательным условием расстановки пробных дисбалансов $\varphi_j = \psi_k = 0, \pi/2, \pi$, [3, с.64-70].

Автоматизация разработанного алгоритма основывается на ранее полученной обобщенной формуле Б1П, [4] и возможности работы современных пакетов (например, MathCad) с матрицами, компоненты которых есть комплексные числа.

Задача Б2П заранее является общим случаем одноплоскостной задачи хотя бы в случаях совмещения плоскостей коррекции ротора или наличия начального дисбаланса только в одной плоскости. Для более детального, аналитического подтверждения начала последнего предложения рассмотрим обе задачи балансировки в МФиА, табл. 2.

Таблица 2

Аналитическое описание метода фаз и амплитуд

Комплексные числа		Балансировка	
		одноплоскостная	двухплоскостная
Исходные данные для расчета	Амплитуды	A_0, A_1	A_0, A_1, A_2 B_0, B_1, B_2
	Пробные дисбалансы	d_{11}	d_{11}, d_{12} d_{11}, d_{12}
Система уравнений, связывающая амплитуды, дисбалансы и ДКВ		$\begin{cases} A_0 = k_{IA} d_{10} \\ A_1 = k_{IA} (d_{10} + d_{11}) \end{cases}$	$\begin{cases} A_0 = k_{IA} \cdot d_{10} + k_{IIA} \cdot d_{110} \\ B_0 = k_{IB} \cdot d_{10} + k_{IIB} \cdot d_{110} \\ A_1 = k_{IA} \cdot (d_{10} + d_{11}) + k_{IIA} \cdot d_{110} \\ B_1 = k_{IB} \cdot (d_{10} + d_{11}) + k_{IIB} \cdot d_{110} \\ A_2 = k_{IA} \cdot d_{10} + k_{IIA} \cdot (d_{110} + d_{112}) \\ B_2 = k_{IB} \cdot d_{10} + k_{IIB} \cdot (d_{110} + d_{112}) \end{cases}$
Результаты расчета	Начальные дисбалансы	$d_{10} = d_{11} \frac{A_0}{A_1 - A_0}$	$\begin{pmatrix} d_{10} \\ d_{110} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{IA} & k_{IIA} \\ k_{IB} & k_{IIB} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$
	ДКВ	$k_{IA} = \frac{A_1 - A_0}{d_{11}}$	$\begin{pmatrix} k_{IA} & k_{IIA} \\ k_{IB} & k_{IIB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{A_1 - A_0}{d_{11}} & \frac{A_2 - A_0}{d_{112}} \\ \frac{B_1 - B_0}{d_{11}} & \frac{B_2 - B_0}{d_{112}} \end{pmatrix}$

Обращая матрицу ДКВ, состоящую из комплексных чисел, последняя ячейка (с серой подложкой) табл. 2, получим решение задачи Б2П МФиА

$$\begin{pmatrix} d_{I0} \cdot d_{II}^{-1} \\ d_{II0} \cdot d_{II}^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 - A_0 & A_2 - A_0 \\ B_1 - B_0 & B_2 - B_0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$$

Из этих формул и табл. 2 видно, что сведение двухплоскостной задачи к одноплоскостной возможно в следующих случаях отсутствия:

- начального дисбаланса в одной из ПК, например во второй (II) - $d_{II0}=0$;
- влияния на формирование колебаний опоры *A* из второй (II) плоскости, т.е. при нулевых ДКВ - $k_{IIA}=k_{IIB}=0$;
- замеров фаз и амплитуд, например опоры *B*, т.е. именно эта опора в задаче не рассматривается, рис. 2.

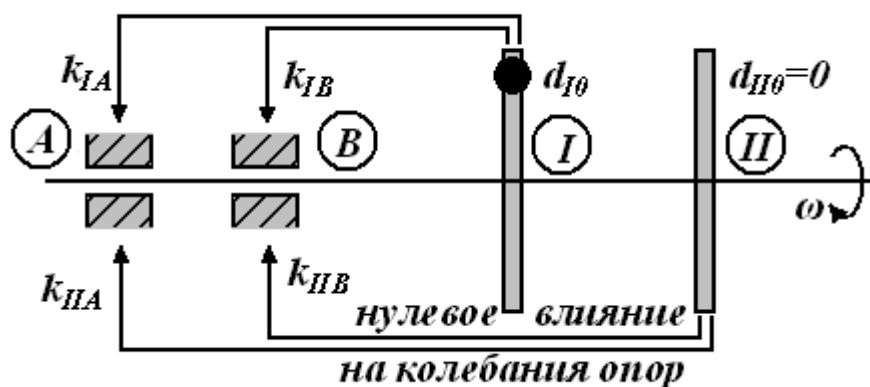


Рис. 2. Сведение задачи двухплоскостной балансировки к одноплоскостной (опора *B* при этом не рассматривается)

Определим возможность и последствия переноса начального дисбаланса из одной ПК в другую. Получаемый при этом суммарный дисбаланс будем называть приведенным, его индексы имеют тот же смысл, что и у ДКВ: первый индекс означает в какой ПК расположен дисбаланс; второй – на какой опоре определяется его влияние, рис. 3.

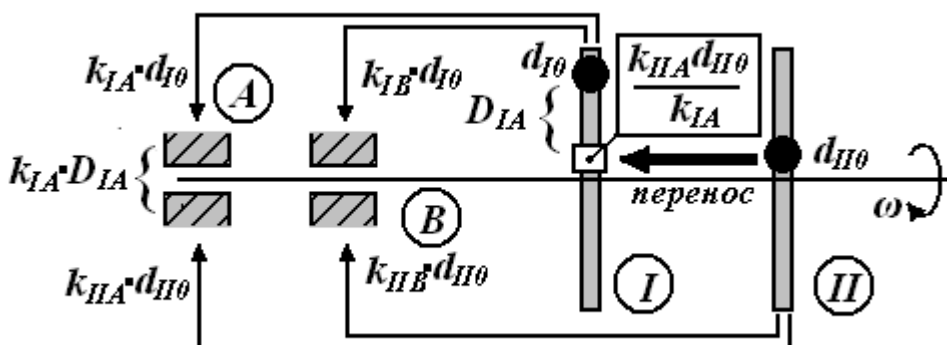


Рис. 3. Определение приведенного дисбаланса D_{IA}

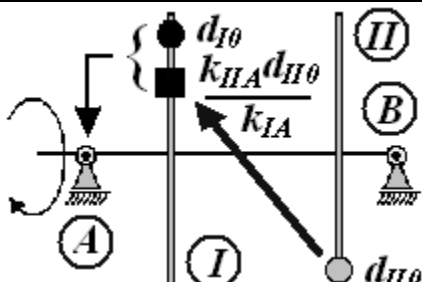
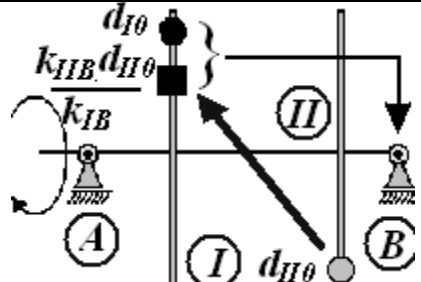
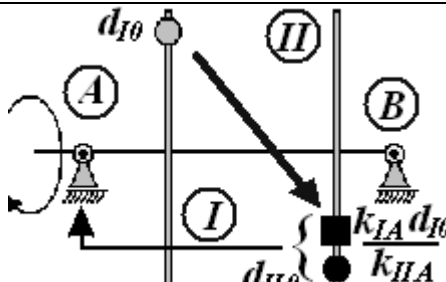
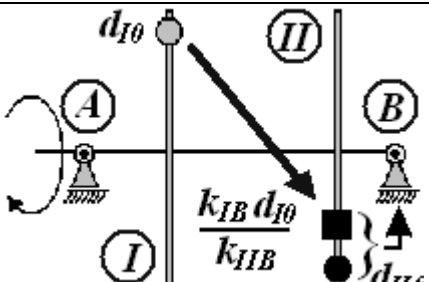
Действие приведенного дисбаланса (формирование колебаний указанной в его индексе опоры) должно быть таким же, как и от действия обоих начальных дисбалансов. Формально выделив множители для начальной амплитуды, получим рис. 3.

$$A_0 = k_{IA} \cdot d_{I0} + k_{IIA} \cdot d_{II0} = k_{IA} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IA}} d_{II0} \right) = k_{IA} D_{IA},$$

величину приведенного дисбаланса, указанного в скобках последней формулы. Аналогичные действия с остальными ПК и опорами представлены в табл.3.

Таблица 3

Определение приведенных дисбалансов

Из плоскости		«Начальная» амплитуда опоры и суммарный «начальный» дисбаланс, действующий на опору	
		A	B
I	№ пронных пусков: 1; 3; 5.	$A_0 = k_{IA} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IA}} d_{II0} \right) = k_{IA} D_{IA}$	$B_0 = k_{IB} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IB}} d_{II0} \right) = k_{IB} D_{IB}$
		$D_{IA} = d_{I0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IA}} d_{II0}$	$D_{IB} = d_{I0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IB}} d_{II0}$
			
II	№ пронных пусков: 2; 4; 6.	$A_0 = k_{IIA} \left(d_{II0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IIA}} d_{I0} \right) = k_{IIA} D_{IIA}$	$B_0 = k_{IIB} \left(d_{II0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IIB}} d_{I0} \right) = k_{IIB} D_{IIB}$
		$D_{IIA} = d_{II0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IIA}} d_{I0}$	$D_{IIB} = d_{II0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IIB}} d_{I0}$
			

Как видно из табл. 3, получаем четыре задачи Б1П для нахождения приведенных дисбалансов D_{IA} , D_{IIA} , D_{IB} , D_{IIB} . На этом заканчивается первый этап представляемого алгоритма.

Приведем полученный ранее алгоритм решения задачи Б1П МА для трех пробных пусков [4]. Если в комплексном уравнении для d_{10} МФиА, табл. 2, приравнять действительные и мнимые части, затем ввести безразмерную амплитуду – действительное число $\lambda_j = |A_j|/|A_0|$, то получим систему трех линейных алгебраических уравнений соответствующую трем пускам,

$$\left(|d_{10}| \cdot \lambda_j \right)^2 = |d_{10}|^2 + |d_{1j}|^2 + 2|d_{10}| \cdot |d_{1j}| \cos(\arg(d_{1j}) - \arg(d_{10}))$$

Решение системы в матричной форме имеет вид

$$\begin{pmatrix} |d_{10}|^2 \\ |d_{10}| \cos(\arg(d_{10})) = \operatorname{Re}(d_{10}) \\ |d_{10}| \sin(\arg(d_{10})) = \operatorname{Im}(d_{10}) \end{pmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1-\lambda_1^2}{2} & \operatorname{Re}(d_{11}) & \operatorname{Im}(d_{11}) \\ \frac{1-\lambda_2^2}{2} & \operatorname{Re}(d_{12}) & \operatorname{Im}(d_{12}) \\ \frac{1-\lambda_3^2}{2} & \operatorname{Re}(d_{13}) & \operatorname{Im}(d_{13}) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} |d_{11}|^2 \\ |d_{12}|^2 \\ |d_{13}|^2 \end{pmatrix}.$$

Это однозначное решение задачи Б1П методом трех пробных пусков, но при условии не вырожденности обращаемой матрицы с действительными компонентами. Теперь, остается подставить соответствующие индексы опор, ПК и выбрать из полученных решений действительные и мнимые части приведенных дисбалансов D_{MN} .

$$\begin{pmatrix} |D_{MN}|^2 \\ \operatorname{Re}(D_{MN}) \\ \operatorname{Im}(D_{MN}) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 - \left(\frac{N_{n1}}{N_0} \right)^2 & 2 \operatorname{Re}(d_{Mn1}) & 2 \operatorname{Im}(d_{Mn1}) \\ 1 - \left(\frac{N_{n2}}{N_0} \right)^2 & 2 \operatorname{Re}(d_{Mn2}) & 2 \operatorname{Im}(d_{Mn2}) \\ 1 - \left(\frac{N_{n3}}{N_0} \right)^2 & 2 \operatorname{Re}(d_{Mn3}) & 2 \operatorname{Im}(d_{Mn3}) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} |d_{Mn1}|^2 \\ |d_{Mn2}|^2 \\ |d_{Mn3}|^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$M = I, II \quad N = A, B$$

где

$$(n1 \quad n2 \quad n3) = \begin{cases} (1 \quad 3 \quad 5), & \text{if } M = I \\ (2 \quad 4 \quad 6), & \text{if } M = II \end{cases}$$

Фактическое определение только трех неизвестных $|D_{IA}|^2$, $\operatorname{Re}(D_{IA})$, $\operatorname{Im}(D_{IA})$ по четырем начальным условиям $|A_0|$, $|A_1|$, $|A_2|$, $|A_3|$ вызвано необходимостью проведения сравнения действий каждого пробного дисбаланса с начальным. Таким образом, при решении каждой задачи Б1П «теряется» нахождение одного неизвестного, здесь – модуля ДКВ.

Второй этап алгоритма заключается в определении начальных дисбалансов по уже найденным приведенным. Имеем четыре комплексных уравнения (ячейки с серой подложкой, табл. 2,3) относительно четырех комплексных неизвестных d_{10} , d_{110} , k_{IA}/k_{IIA} , k_{IB}/k_{IIB} . Решение в матричной форме

$$\begin{pmatrix} d_{I0} \\ d_{II0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{D_{IA}} & \frac{1}{D_{IIA}} \\ \frac{1}{D_{IB}} & \frac{1}{D_{IIB}} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + i \cdot 0 \\ 1 + i \cdot 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

Для оставшихся двух неизвестных, отношений ДКВ, получаем

$$\frac{k_{IA}}{k_{IIA}} = \frac{D_{IIA} - d_{II0}}{d_{I0}} = \frac{D_{IIA}}{D_{IA}} \quad \text{и} \quad \frac{k_{IB}}{k_{IIB}} = \frac{D_{IIB} - d_{II0}}{d_{I0}} = \frac{D_{IIB}}{D_{IB}}.$$

Из чего следует, что при решении задачи балансировки МА (как одноплоскостной, [3], так и двухплоскостной) с минимальным количеством пробных пучков не представляется возможным определить непосредственные значения ДКВ. Для более детального исследования вопроса нахождения ДКВ в Б2П рассмотрим оставшиеся четыре векторных уравнения, определяющих влияние рассмотренных выше приведенных дисбалансов на опоры, противоположные указанным в табл. 3. Аналитические выкладки сведем в табл. 4, где проведенные четыре сравнения амплитуд опор A_0 с A_0' ... B_0 с B_0'' дают одно и то же соотношение для ДКВ (ячейки с серой подложкой табл. 4), которое будет иметь место только в специальных случаях, например:

Таблица 4

Кососимметричное сравнение векторов амплитуд

Из плоскости		«Начальные» амплитуды опор от действия приведенного дисбаланса	
		А	В
I	№ проных пучков: 1; 3; 5	$A_0 = k_{IA} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IA}} d_{II0} \right) = k_{IA} D_{IA}$	$B_0 = k_{IB} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IB}} d_{II0} \right) = k_{IB} D_{IB}$
		$B_0' = k_{IB} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIA}}{k_{IA}} d_{II0} \right)$	$A_0' = k_{IA} \left(d_{I0} + \frac{k_{IIB}}{k_{IB}} d_{II0} \right)$
Соотношение ДКВ		$\frac{k_{IIA}}{k_{IA}} = \frac{k_{IIB}}{k_{IB}}$	
II	№ проных пучков: 2; 4; 6	$A_0 = k_{IIA} \left(d_{II0} + \frac{k_{IA}}{k_{IIA}} d_{I0} \right) = k_{IIA} D_{IIA}$	$B_0 = k_{IIB} \left(d_{II0} + \frac{k_{IB}}{k_{IIB}} d_{I0} \right) = k_{IIB} D_{IIB}$
		$B_0'' = k_{IIB} \left(d_{II0} + \frac{k_{IA}}{k_{IIA}} d_{I0} \right)$	$A_0'' = k_{IIA} \left(d_{II0} + \frac{k_{IB}}{k_{IIB}} d_{I0} \right)$
Соотношение ДКВ		$\frac{k_{IA}}{k_{IIA}} = \frac{k_{IB}}{k_{IIB}}$	

- все ДКВ можно считать равными между собой, т.е. разницей влияния формирования колебаний от действия дисбалансов из различных ПК на различные опоры можно пренебречь;

- балансируемый ротор идеален и абсолютно симметричен.

Рассмотрение подобных специфических случаев необходимо для полной и всесторонней проверки алгоритма, выходит за рамки данной работы. Так же, вопрос определения значений ДКВ в МА остается пока открытым.

Применяемый в разрабатываемом алгоритме аппарат линейной алгебры предъявляет единственное требование – не вырожденность обрабатываемых пяти, формулы (1, 2), матриц. Легко показать, что условие вырожденности матрицы с комплексными компонентами из (2) дает соотношение для ДКВ, отмеченное в серых ячейках табл. 4, или указанные выше специфические случаи равенства ДКВ. В виду отсутствия других выявленных условий, в алгоритм специально вносится проверка не вырожденности указанных пяти обрабатываемых матриц.

Проверка работы предлагаемого алгоритма Б2П проводилась на традиционных тестовых примерах, включающих статическую, моментную и смешанную начальную несбалансированность ротора при произвольных параметрах пробных дисбалансов.

Проведенные расчеты показали вполне удовлетворительную работу алгоритма в общих (полной) и частных (неполной) случаях неуравновешенности ротора. Более детальная тестовая проверка алгоритма объемна и должна быть рассмотрена отдельно.

Выводы:

1. Разработан обобщенный алгоритм решения задачи Б2П МАс двумя этапами расчета:

- решение четырех однотипных задач Б1П для определения четырех приведенных дисбалансов;

- определение начальной неуравновешенности ротора при помощи матриц с комплексными компонентами (аналогично МФиА).

2. Показано решение Б1П, как частного случая двухплоскостной задачи.

3. Определены условия корректности получения решения задачи балансировки – не вырожденность пяти обрабатываемых матриц.

4. При решении задач Б1П или Б2П МА не представляется возможным определить значения комплексных ДКВ.

5. Показаны условия нахождения и физический смысл приведенных дисбалансов первого этапа алгоритма.

Список литературы

1. М.Е. Левит, В.М. Рыженков Балансировка деталей и узлов. М.: Машиностроение, 1986.-248 с.
2. Гольдин А.С. Вибрация роторных машин. М.: Машиностроение, 2000.- 344 с.
3. Штейнвольф Л.И. Динамические расчеты машин и механизмов. М.: Машгиз, 1961 – 240с.
4. Трубицин М.Н., Таран И.А. Геометрическая интерпретация корректности решения задачи одноплоскостной балансировки методом амплитуд /Научовий журнал Вісник СУНУ ім. В. Даля, № 15(204), ч. 2, 2013, С. 141-146.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Самусею В.І.
Надійшла до редакції 26.09.2014*