УДК 622.7

В.И. КРИВОЩЕКОВ, канд. техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

К ОЦЕНКЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. При исследовании турбулентных течений в различных технологических аппаратах используются уравнения неразрывности и Навье-Стокса осредненного движения двухфазной среды [1-3]. Если между фазами отсутствуют химические взаимодействия, то двухфазная среда состоит из дисперсной и непрерывной фазы. Причем первая распределена в объеме второй.

В случае, когда непрерывная фаза представляет собой вязкую жидкость или газ (соответственно жидкая и газообразная фаза), а дисперсная фаза – твердые частицы (твердая фаза), то при математическом моделировании динамики двухфазной среды вводят основное допущение, согласно которому между твердыми частицами отсутствует обмен импульсом и энергией. При этом в качестве характерного размера частиц принимается их эквивалентный диаметр. Последнее связано с тем, что форма твердых частиц, как правило, отличается от сферической.

Наличие твердых частиц неизбежно способствует их столкновению и изменению структуры потока, что существенно влияет на эффективность работы сепарационных технологических устройств.

Анализ исследований и публикаций. Движение двухфазных и многофазных течений описывается уравнениями механики гетерогенных сред. При этом для учета межфазных и внутрифазных взаимодействий необходимы рациональные схематизации, приводящие к решению определенных уравнений [4].

Степень влияния твердых частиц на структуру непрерывной фазы зависит от их концентрации и величины отношения времени динамической релаксации частиц к характерному промежутку времени затухания флуктуаций непрерывной фазы [5]. При турбулентном движении двухфазной среды в канале наблюдается хаотическое движение твердых частиц и их взаимодействие со стенками. Однако, несмотря на потери импульса, частицы приобретают интенсивное вращательное движение, что способствует их перемещению поперек канала и осредненному скольжению фаз [6].

Математическое моделирование турбулентных и ламинарных течений двухфазных сред с использованием подхода Лагранжа [7] позволяет исследовать воздействие твердых частиц на структуру мелких турбулентных вихрей вязкой жидкости или газа. Однако адекватные результаты получаются лишь при малых концентрациях твердой фазы.

В работе [8] рассмотрено моделирование движения газа с частицами пыли в цилиндрической трубе с применением метода Эйлера. При этом использовались уравнения для первых и вторых моментов флуктуаций скорости твердых частиц с учетом их взаимодействия со стенками трубы.

Более точные результаты были получены при моделировании движения ансамбля твердых частиц с заданным вероятностным законом изменения скорости непрерывной фазы [9].

Способ описания динамики частиц пыли в каналах на основе уравнений для функции плотности вероятности распределения твердых частиц по координатам и скоростям рассмотрен в работе [10].

Постановка задачи. Цель данной работы – исследование особенностей столкновений твердых частиц в ламинарном и турбулентном потоках двухфазной среды.

Изложение материала и результаты. При ламинарном движении двухфазной среды влияние сил внутреннего трения между смежными слоями непрерывной фазы приводит к возникновению поперечного градиента ее скорости. Так как твердые частицы имеют различный эквивалентный диаметр, то их средние скорости будут отличаться как в смежных слоях непрерывной фазы, так и вдоль каждой из линий тока. Такая неоднородность в распределении скоростей приводит к соударениям твердых частиц и изменению траекторий их движения.

В случае турбулентного режима течения, присутствие мелких вихрей непрерывной фазы приводит к уменьшению поперечного градиента скорости и искажению линий тока. Такой характер течения приводит к еще большему изменению поля скоростей твердой фазы и увеличению числа соударений.

Рассмотрим процесс соударения твердых частиц A_1 и A_2 с эквивалентными радиусами R_1 и R_2 соответственно в ламинарном потоке вязкой жидкости. Оценим величину столкновения этих частиц при условии, что центр частицы A_1 вместе со сферой ее действия радиусом $R_1 + R_2$ неподвижен, и определим, какое количество частиц перенесут эту сферу за единицу времени. Поскольку вблизи твердой частицы структура потока вязкой жидкости искажается, то введем допущение об отсутствии данной особенности.

В течение промежутка времени Δt = 1с число столкновений N частиц A_2 с частицами A_1 определяется как

$$N = 2C_2 \frac{\partial U}{\partial z} \iint z dy dz = \frac{4C_2}{3} R^3 \frac{\partial U}{\partial z}, \tag{1}$$

где $\partial U/\partial z$ – поперечный градиент скорости потока вязкой жидкости; C_2 – объемная концентрация частиц A_2, д.е.; $R = R_1 + R_2$ – эффективный радиус столкновения частиц, м.

Поскольку число столкновений N сопоставимо с потоком диффузии I частиц A_1 к одной из частиц A_2, то

$$I = 4\pi D_0 R C_2, \tag{2}$$

а с учетом уравнения (2) относительное увеличение числа соударений запишется так:

$$\frac{N}{I} = \frac{1}{3\pi}\frac{R^2}{D}\frac{\partial U}{\partial z}, \qquad (3)$$

где D – коэффициент диффузии твердых частиц A_2, м^2/с; D_0 = 10^{-6} м^2/с – коэффициент диффузии частиц вязкой жидкости, м^2/с.

Выражение (3) при коэффициенте подвижности твердой частицы по Стоксу ($B = 6^{-1}\pi\,\mu R$) примет следующий вид

$$\frac{N}{I} = \frac{2\mu}{k\overline{C}}\left(R_1 + R_2\right)R_1R_2, \qquad (4)$$

где μ – динамическая вязкость жидкости, Па·с; k – числовая константа.

Из уравнения (4) следует, что под влиянием градиента скорости число столкновений крупных частиц увеличивается. Если принять, что $R_1 = R_2 = 10$ мкм и $\partial U/\partial z = 1$ м/с, то $N/I = 10^{-6}$. При увеличении радиусов частиц в 100 раз, т.е. до 1 мм, это отношение станет равным единице. Следовательно, даже незначительное возрастание градиента скорости потока вязкой жидкости приводит к увеличению числа столкновений относительно крупных частиц, но при этом не оказывает влияния на число столкновений твердых частиц, близких к молекулярным размерам.

Из уравнения (3) видно, что число столкновений крупных частиц с мелкими при перемешивании также увеличивается. При этом выражение (4) отражает лишь качественное изменение из-за искажения потока вязкой жидкости вблизи более крупной частицы.

Рассмотрим столкновение твердых частиц в потоке двухфазной среды с однородной изотропной турбулентностью. Связь между средней разностью скоростей $\overline{U}_r$ (осредненная пульсация скорости) и расстоянием между частицами l можно записать приближенно из соображения размерности, т.е. как

$$\overline{U}_r \approx \left(\frac{l\varepsilon}{\rho}\right)^{1/3}, \qquad (5)$$

где ε – скорость диссипации энергии, кДж/(м^3/с); ρ – плотность непрерывной фазы, кг/м^3.

В уравнении (5) числовой множитель порядка 1 исключен, а область его применимости ограничена с одной стороны масштабом потока L, а с другой – величиной l_0, которая находится из соотношения

$$\mathrm{Re} = \frac{U_0 l_0}{\nu} = 1,$$

где ν – кинематическая вязкость жидкости, м^2/с; U_0 – значение величины $\overline{U}_r$, соответствующее расстоянию l_0, которое с учетом выражения (5) будет

$$l_0 = \frac{\nu^{3/4}\rho^{1/4}}{\varepsilon^{1/4}}. \tag{6}$$

Для движения твердых частиц на расстоянии $l < l_0$ значение величины $\overline{U}_r$ можно принять таким

$$\overline{U}_r \approx U_0 \frac{l}{l_0}. \tag{7}$$

Из уравнения (6) и (7) следует, что в турбулентном потоке двухфазной среды средняя относительная скорость двух частиц увеличивается с расстоянием между ними. Если масса твердых частиц соизмерима с массой мелких вихрей, то частицы увлекаются пульсациями непрерывной фазы. При $l > l_0$ коэффициент турбулентной диффузии $D_т$ равен произведению длины свободного пробега частицы на ее среднюю скорость [11], т.е.

$$D_т = k\overline{U}_r l$$

или

$$D_т = k_1 \left(\frac{\varepsilon_1}{\rho_1}\right)^{1/3} l^{4/3} \text{ при } l > l_0, \tag{8}$$

где k_1 – числовая константа.

Из выражения (8) следует, что, если две частицы, увлеченные пульсациями потока непрерывной фазы, находятся на расстоянии $l > l_0$, то для оценки расстояния между ними через некоторый промежуток времени можно записать

$$\frac{\partial r^2}{\partial t} = k_2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\rho_1}\right)^{1/3} l^{4/3}. \tag{9}$$

Отсюда при $\bar{l}^2 = l^2$ получим

$$l^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 k_2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\rho_1}\right) t^3 \text{ при } l << L_0. \tag{10}$$

Таким образом, в турбулентном потоке двухфазной среды твердые частицы удаляются друг от друга быстрее, чем при ламинарном режиме течения. В этом случае коэффициент турбулентной диффузии для малых масштабов

$$D_т = k_3 l^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\nu}} . \qquad (11)$$

В задачах прикладного характера большое значение имеет установление взаимосвязи между турбулентным и молекулярным коэффициентом диффузии (молекулярный коэффициент диффузии учитывает движение частиц в мелких вихрях непрерывной фазы) для масштаба, соответствующего размерам твердых частиц. Если $D_т / D < 1$, то турбулентность не оказывает влияния на диффузионный процесс, а при $D_т / D > 1$ определяющее значение имеет турбулентная диффузия. С учетом выражения (11) для потока диффузии к одной из выделенных частиц получим

$$I = 12\pi l^3 k_3 n \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\nu}} . \qquad (12)$$

Наряду с описанным механизмом столкновения, твердые частицы увлекаются пульсациями непрерывной фазы лишь частично.

При достаточно большой концентрации частиц и соответственно высокой вероятности их столкновений наблюдается дополнительное скольжение твердых частиц и непрерывной фазы. Если частица диаметром $2R_1$ движется со скоростью U_1 относительно отдельных частиц двухфазной среды, то она будет сталкиваться со всеми частицами, центры которых расположены внутри цилиндрического объема диаметром $4R_1$. Причем ось симметрии последнего коллинеарна скорости U_1. В объеме $\pi(4R_1^2)L/4$ таких частиц находится меньше, чем

$$k_N = \frac{C\frac{\pi}{4}\left(4R_1\right)^2 L}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{2R_1}{2}\right)^3} = \frac{6CL}{2R_1} , \qquad (13)$$

где C – объемная концентрация частиц, д.е.

Полагая $k_N = 2$, определим среднюю длину пути частицы между двумя последовательными соударениями при минимальной ее подвижности по формуле

$$\overline{L} = \frac{2R_1}{3C} . \qquad (14)$$

Величина $\overline{L}$ в (14) отличается от среднего расстояния между частицами, размещенными в узлах кубической решетки со стороной L_0. Из условия равномерного распределения этих кубических объемов в рассматриваемой области течения получим, что:

$$C = \frac{8\frac{4}{3}\pi\left(\frac{2R_1}{2}\right)^3}{(2L_0)^3}; \quad L_0 = 2R_1\sqrt{\frac{\pi}{6C}}. \tag{15}$$

Тогда среднее расстояние между частицами в такой решетке приближенно равно

$$\overline{L}_0 \approx 1,42 L_0. \tag{15}$$

Следует отметить, что средняя длина свободного пробега мелких частицы в потоке двухфазной среды среди относительно малоподвижных крупных частиц существенно превышает расстояние между последними. Если твердые частицы имеют отличную от нуля компоненту скорости, нормальную к U_1, то вероятность столкновения возрастает, и величина L стремится к $\overline{L}_0$.

В принятых предположениях среднее время движения твердой частицы между двумя последовательными соударениями приближенно можно определить так:

$$t \approx \frac{L}{U_1} \approx \frac{2R_1}{3U_1}.$$

Если это время меньше характерного времени свободного пробега частицы, то влияние соударения частиц существенно. При различной крупности частиц соударение между ними неизбежно даже при ламинарном движении. Их соударение проявляется в том, что скорости гидравлически более крупных частиц уменьшаются, а скорости более мелких – увеличиваются. Кроме того, частицы всех размеров уменьшают свою скорость при соударении со стенкой. Все эти процессы соударений действуют однозначно, а именно, увеличивают потери энергии несущей среды.

Таким образом, рассмотренный процесс соударения частиц приводит к формулировке требований подобия, которые в реальных условиях трудновыполнимы. Практически требование подобия процессов соударения частиц некоторыми авторами [12, 13 и др.] сводится к условию неизменности в натуре и на модели соотношений средних скоростей твердой и жидкой фаз либо к правилу Фруда.

Выводы и направления дальнейших исследований:

- наличие твердых частиц в двухфазном потоке приводит к качественной перестройке характера течения. При этом происходит снижение интенсивности турбулентности и как следствие – локальное уменьшение потерь энергии на гидротраспортировку и сепарацию зернистой смеси;
- в случае движения трехфазной среды последнюю можно заменить схемой двухфазного течения, пренебрегая при этом взаимным относительным движением одной из пар фаз.

Дальнейшие исследования автора будут направлены на установление зависимостей распределения концентрации твердой фазы в потоке от его структуры и конструктивных особенностей стенок, ограничивающих этот поток.

Список литературы

1. Фортье А. Механика суспензий [Текст] / А. Фортье. – М.: Мир, 1971. – 264 с.

2. Кривощеков В.И. Кинетический подход к выводу уравнений движения двухфазной среды в сепарационных аппаратах [Текст] / В.И. Кривощеков // Обогащение руд. – 2001. – №6. – С. 23-26.

3. Приходько А.А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене [Текст] / А.А. Приходько. – К.: Наук. думка, 2003. – 379 с.

4. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред [Текст] / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

5. Турбулентные течения газовзвеси [Текст] / А.А. Шрайберг, Л.Б. Гавин, В.А. Наумов, В.П. Яценко. – К.: Наук. думка, 1987. – 240 с.

6. Течение и теплообмен мелкодисперсных турбулентных потоков в каналах [Текст] / И.В. Деревич, В.М. Ерошенко, Л.И. Зайчик // ИФЖ. – 1987. – Т.53, №5. – С. 740 – 751.

7. Squires K.D. Particle response and turbulence modification in isotropic turbulence [Text] / K.D. Squires, J.K. Eaton // Phys. Fluid Ф. – 1990. – V.2, N 7. – P. 1191.

8. Кондратьев Л.В. Исследование турбулентного течения газовзвеси в трубе с учетом соударения частиц со стенкой и вращения частиц [Текст] / Л.В. Кондратьев, В.В. Шор // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1990. – № 1. – С. 56-64.

9. Adeniji-Fashola A. Modeling of confined turbulent fluid-particle flows using Eulerian and Lagrangian schemes [Text] / A. Adeniji-Fashola, C.P. Chen // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1990. – V. 33, N 4. – PP. 691-701.

10. Деревич И.В. Расчет турбулентного течения газовзвеси частиц, интенсивно взаимодействующих со стенками канала [Текст] / И.В. Деревич // ПМТФ. – 1992. – №6. – С. 73-81.

11. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика [Текст] / В.Г. Левич. – М.: Физматгиз, 1959. – 699 с.

12. Леви И.И. Моделирование гидравлических явлений [Текст] / И.И. Леви. – Л.: Энергия, 1967. – 235 с.

13. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло– и массообмена [Текст] / А.А. Гухман. – М.: Высш. шк., 1974. – 328 с.

© Кривощеков В.И., 2013

Надійшла до редколегії 24.11.2012 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом