

гірничої енциклопедії», 2009. – 436 с.

5. Сокур М.І., Сокур І.М. Маркетинг енергоресурсів при збагаченні руд: Монографія. – Кременчук: ПП. Щербатих, 2006. – 300 с.

6. ANDRITZ hyperbaric disc filter HBF/ <https://www.andritz.com/products-en/group/separation/disc-drum-filters/andritz-hyperbaric-disc-filter-hbf>

7. Смирнов В.О., Білецький В.С., Шолда Р.О. Переробка корисних копалин: Монографія. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2013. – 600 с.

8. Центробежные насосы и трубопроводные сети в горной промышленности : справочное пособие / Ф.А. Папаяни, Н.Б. Трейнер, В.И. Никитин и др. ; Под общ. ред. Ф.А. Папаяни, Н.Б. Трейнера. – Донецк: Східний видавничий дім, 2011. – 334 с.

© Сокур М.І., Губін Г.В., Білецький В.С., Бабець Є.К., 2018

*Надійшла до редколегії 18.09.2018 р.*

*Рекомендовано до публікації д.т.н. І.К. Младецьким*

УДК 622.7

**А.Ю. КРИВЕНКО, Ю.Ю. КРИВЕНКО**, кандидаты техн. наук,  
(Украина, Кривой Рог, Государственное ВУЗ «Криворожский национальной университет»)

### **ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИКИ ЧАСТИЦ ПУЛЬПЫ ПРИ КРУГОВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПИТАЮЩЕГО ПОТОКА РАДИАЛЬНОГО СГУСТИТЕЛЯ**

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.* Дешламация имеет важнейшее значение при гравитационном обогащении железных руд, поскольку позволяет существенно снизить себестоимость получения концентрата. Процесс гидравлического обогащения железорудного сырья является достаточно сложным, так как зависит от многочисленных воздействий, часть из которых даже не измеряются, выступая в роли возмущений, таких как, содержание твердого в пульпе, температура пульпы и окружающей среды.

Как один из возможных путей преодоления и прогнозирования этих трудностей является метод математического моделирования. Реализация этого метода путем построения адекватных математических моделей с последующей организацией вычислительных экспериментов на базе современной вычислительной техники даст возможность не только расширить информационный диапазон исследований, но и найти оптимальные решения.

*Анализ исследований и публикаций.* Решение проблемы повышения качества обогащаемого продукта при гидравлическом гравитационном збагачення корисних копалин, 2018. – Вип. 71(112)

обогащенні в основному решалося за рахунок змінення його конструктивних параметрів і наступуючому математическому моделюванню впливання їх на процес обесшлямливання.

Внимание же масопереносу всередині чана дешляматора, в частині русуванню частиць в живаючому потоці пульпи і вмісту в ньому твердого для наступуючого прогнозу розділення уділялось недостаточно [1, 2, 3].

*Постановка задачі.* Одним із способів підвищення ефективності гидравлического обогащення залісних руд являється удосконалення конструкцій апаратів, які реалізують цей процес, шляхом змінення формувания вихідного живання, що впливає на сепарационні характеристики дешляматора.

В свою чергу, сепарационні характеристики дешляматора знаходяться в прямій залежності від факторів передопреділяючих характер русування частиць твердої фази. Цими факторами являються як шкрусність подачі вихідного живання, так і вміст твердого в живаючій струмі.

В зв'язі з цим, задачею дослідів являється встановлення шкрусних характеристик потоку і вмісту твердого в живаючій струмі при радіально-направленому живанні, рішення якої дозволить спрогнозувати сепарационні характеристики апарату удосконаливши тим самим якість концентрата.

*Изложение материала и результаты.* Анализ свойств потока, выходящего из радиально-питающего устройства (РПУ) дешляматора, позволяет сделать вывод, что его можно отнести к полным веерным затопленным струям [4]. В этом случае поток рассеивается в плоскости во все стороны, причем плотность потока практически не отличается от плотности среды, в которую он попадает, то есть от плотности пульпы в ванне. Характерной особенностью рассматриваемой струи является то, что она расширяется в двух направлениях. Во-первых, в плоскости принудительного расширения, то есть при выходе из РПУ, во-вторых, в перпендикулярной плоскости в результате турбулентного перемешивания.

Для моделирования рассматриваемого потока, естественно, принять, что на выходе из РПУ начальный импульс струи рассчитывается по формуле

$$I_0 = \varphi \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot S_0, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скорости потока пульпы по боковой поверхности РПУ;  $\rho$  – плотность пульпы,  $кг/м^3$ ;  $S_0 = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot d$  – площадь боковой поверхности РПУ,  $м^2$ .

Текущий импульс рассматриваемой струи в ее поперечном сечении, то есть на боковой поверхности цилиндра, определится интегралом

$$I_x = \rho \cdot \iint_D v^2 d\sigma, \quad (2)$$

где  $D$  – боковая поверхность цилиндра радиусом  $x$ , ( $x > R$ ),  $m^2$ ;  $d\sigma = \frac{ds}{|\cos \alpha|}$ ;

$ds$  – элемент площадки,  $m^2$ ;  $\alpha$  – угол между направлением скорости струи и перпендикуляром к площадке  $ds$ ,  $rad$ .

Площадка  $ds$  представляет собой полоску на боковой поверхности цилиндра радиусом  $x$  и высотой  $dy$

$$ds = 2\pi \cdot x \cdot dy. \quad (3)$$

Скорость движения пульпы в произвольной точке струи вследствие турбулентного перемешивания может быть записана в виде.

$$v = v_m \cdot e^{-b^2 \cdot \frac{r^2}{l^2}}, \quad (4)$$

где  $v_m$  – скорость движения пульпы в центре произвольного поперечного сечения струи,  $m/c$ ;  $b$  – параметр, который находится из эксперимента;  $r$  – расстояние от выбранной точки до оси струи,  $m$ ;  $l$  – длина оси струи до точки на оси, от которой рассчитывается расстояние до выбранной точки,  $M$ .

Расстояние от выбранной точки  $M(x, y)$  до оси струи, которая задается функцией  $a(x)$ , находится по формуле

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - a(x_0))^2}, \quad (5)$$

где  $M_0(x_0, a(x_0))$  – точка пересечения нормали, проведенной к графику функции  $a(x)$  из точки  $M(x, y)$ , с графиком функции  $a(x)$ .

Для нахождения абсциссы  $x_0$  необходимо решить уравнение, которое является уравнением нормали к графику функции  $a(x)$ , проведенным из точки  $M(x, y)$

$$y - a(x_0) + \frac{x - x_0}{a'(x_0)} = 0, \quad (6)$$

где  $a'(x)$  – производная функции  $a(x)$ .

В свою очередь, длина оси струи до точки  $M_0(x_0, a(x_0))$ , находится с помощью интеграла

$$l = \int_{x_n}^{x_0} \sqrt{1 + (a'(x))^2} dx, \quad (7)$$

где  $x_n$  – расстояние, на котором начинает формироваться основной участок струи,  $M$ .

Учитывая, что направление скорости в струе определяется функцией  $a(x)$ , имеет место

$$\cos \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + (a'(x))^2}}. \quad (8)$$

Тогда формула (2) с учетом (4), (8) примет вид

$$I_x = 2\pi \cdot \rho \cdot v_m^2 \cdot x_0 \cdot \sqrt{1 + (a'(x_0))^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2b^2(1+(a'(x_0))^2) \frac{\xi^2}{l^2}} d\xi. \quad (9)$$

При записи интеграла в (9) было принято, что в направлении перпендикулярном оси струя быстро «затухает», что дает возможность расширить пределы интегрирования до бесконечности.

Подставляя в (9) величину интеграла, которая равна

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2b^2(1+(a'(x_0))^2) \frac{\xi^2}{l^2}} d\xi = \frac{l \cdot \sqrt{\pi}}{b \cdot \sqrt{2(1+(a'(x_0))^2)}}, \text{ находим}$$

$$I_x = \frac{\sqrt{2\pi^3} \cdot \rho \cdot v_m^2 \cdot x_0 \cdot l}{b}. \quad (10)$$

Далее, необходимо воспользоваться тем, что количество движения пульпы, проходящей через каждое поперечное сечение струи, остается постоянным и равно начальному количеству движения пульпы, то есть

$$I_x = I_0. \quad (11)$$

Подставляя (1) и (10) в равенство (11), находим

$$v_m = v_0 \sqrt{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\varphi \cdot R \cdot d \cdot b}{x_0 \cdot l}}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (4), находим формулу, которая дает возможность вычислить скорость пульпы в любой точке струи

$$v = v_0 \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\varphi \cdot R \cdot d \cdot b}{x_0 \cdot l}} \cdot e^{-\frac{b^2(x-x_0)^2 + (y-a(x_0))^2}{l^2}}. \quad (13)$$

Направление скорости, величина которой рассчитывается по формуле (13), задается единичным вектором

$$\vec{n} = \left( \frac{1}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}}; \frac{a'(x_0)}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \right). \quad (14)$$

Необходимо отметить, что решение рассматриваемой задачи упрощается, если сначала выбрать точку  $M_0(x_0, a(x_0))$  на оси струи. Тогда, согласно формуле (14), можно рассчитать величину скорости в точках  $M\left(x, a(x_0) - \frac{x-x_0}{a'(x_0)}\right)$ , лежащих на нормали к оси струи в точке  $M_0(x_0, a(x_0))$ .

Формула (12) позволяет вычислить минимальное расстояние, на котором она применима. Очевидно, что скорость струи не может быть больше начальной, поэтому минимальное расстояние находится из решения уравнения

$$x \cdot \int_{x_n}^x \sqrt{1+(a'(x))^2} dx = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \varphi \cdot R \cdot d \cdot b. \quad (15)$$

Если задана минимальная скорость струи  $v_{\min}$ , то можно определить кинематическую дальность струи, то есть расстояние, на котором кончается осязаемая струя. Для этого необходимо решить уравнение

$$x \cdot \int_{x_n}^x \sqrt{1+(a'(x))^2} dx = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \left( \frac{v_0}{v_{\min}} \right)^2 \cdot \varphi \cdot R \cdot d \cdot b. \quad (16)$$

Формула (13) позволяет определить изотакси, то есть линии постоянных скоростей струи. Путем несложных преобразований формулы (13) находим параметрическое представление изотакс

$$x = x_0 \pm \frac{a'(x_0)}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \frac{l}{b} \ln \left( \frac{v_0}{v} \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\varphi \cdot R \cdot d \cdot b}{x_0 \cdot l}} \right), \quad (17)$$

$$y = a(x_0) \mp \frac{1}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \frac{l}{b} \ln \left( \frac{v_0}{v} \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\varphi \cdot R \cdot d \cdot b}{x_0 \cdot l}} \right).$$

Задавая минимальную величину скорости потока пульпы, можно определить внешние контуры струи.

Поток пульпы, выходящий из РПУ, имеет содержание твердого, которое отличается от содержания твердого в ванне дешламатора. Это приводит к тому, что, благодаря перемешиванию в поперечных сечениях струи, устанавливаются характерные профили содержания твердого с максимальным значениям на оси струи и плавным спадом к ее краям.

Для нахождения содержания твердого на оси струи необходимо знать общую массу твердого, которую вносит струя в окружающее ее пространство, а также характер распределения твердого в поперечных сечениях струи. Масса частиц, которая проходит через поперечное сечение, постоянна и равна начальной массе

$$M_x = M_0. \quad (18)$$

Это следует из закона сохранения массы вещества. Второе предположение о распределении содержания твердого в поперечных сечениях струи, следуя турбулентному характеру перемешивания, можно записать, как и для скорости пульпы в струе, в виде

$$c = c_m \cdot e^{-k^2 \frac{r^2}{l^2}}, \quad (19)$$

где  $c$  – содержание твердого в произвольной точке струи,  $кг/кг$   $c_m$  – содержание твердого на оси струи,  $кг/кг$ ;  $k$  – экспериментальная постоянная.

Так как скорость и плотность частиц в струе распределены неравномерно, то поток массы частиц через поперечное сечение струи, выражается посредством интеграла

$$M_x = \iint_D c \cdot v \cdot d\sigma. \quad (20)$$

Подставляя (4), (19) и (20) в (18), получаем

$$c_m \cdot v_m \cdot \iint_D e^{-(k^2+b^2) \frac{r^2}{l^2}} d\sigma = M_0. \quad (21)$$

Учитывая, что интегрирование проводится так же, как и для случая расчета скорости струи, интеграл в (21) можно записать в виде

$$\iint_D e^{-\frac{(k^2+b^2)r^2}{l^2}} d\sigma = 2\pi \cdot \sqrt{1+(a'(x_0))^2} \cdot x_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(k^2+b^2)\sqrt{1+(a'(x_0))^2}\xi^2}{l^2}} d\xi. \quad (22)$$

Так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(b^2+k^2)(1+(a'(x_0))^2)\xi^2}{l^2}} d\xi = \frac{l \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{b^2+k^2} \cdot \sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \quad \text{и} \quad M_0 = 2\pi \cdot R \cdot d \cdot v_0 \cdot c_0,$$

То

$$c_m = c_0 \sqrt{\frac{(b^2+k^2)\varphi \cdot R \cdot d}{\sqrt{2\pi} \cdot x_0 \cdot l \cdot b}}. \quad (23)$$

Тогда, согласно (19), содержание твердого в любой точке струи находится по формуле

$$c = c_0 \sqrt{\frac{(b^2+k^2) \cdot \varphi \cdot R \cdot d}{\sqrt{2\pi} \cdot x_0 \cdot l \cdot b}} \cdot e^{-\frac{k^2(x-x_0)^2+(y-a(x_0))^2}{l^2}}. \quad (24)$$

Уравнения линий постоянного содержания твердого в пульпе определяются, согласно (24), в параметрическом виде по формулам

$$x = x_0 \pm \frac{a'(x_0)}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \frac{l}{k} \ln \left( \frac{c_0}{c} \sqrt{\frac{(b^2+k^2) \cdot \varphi \cdot R \cdot d}{\sqrt{2\pi} \cdot x_0 \cdot l \cdot b}} \right), \quad (25)$$

$$y = a(x_0) \mp \frac{1}{\sqrt{1+(a'(x_0))^2}} \frac{l}{k} \ln \left( \frac{c_0}{c} \sqrt{\frac{(b^2+k^2) \cdot \varphi \cdot R \cdot d}{\sqrt{2\pi} \cdot x_0 \cdot l \cdot b}} \right).$$

Таким образом, поток пульпы, выходящий из РПУ, образует струю, в которой происходит турбулентное перемешивание частиц железорудного сырья. При этом скорость пульпы и содержание твердого изменяются в струе согласно закономерностям, представленными формулами (13) и (24). Необходимо подчеркнуть, что в ядре струи, вследствие интенсивного перемешивания, практически не происходит гравитационного разделения

## **Зневоднення та сушіння. Водно-шламове господарство**

железорудного сиров'язя. Однак при зменшенні шкорути пульпи в струе интенсивность перемешивания зменшується, вшледствие чего починаєт происходить гравитационное разделение железорудного сиров'язя.

*Выводы и направление дальнейших исследований.* В соответствии с установленными расчетными зависимостями установлено, что шкорути потока пульпы на выходе из устройства исходного питания зависит от параметров его конструктивных элементов, а также от содержания твёрдого в питающем потоке.

Вшледствие интенсивного перемешивания, практически не происходит гравитационного разделения железорудного сиров'язя. Однак при зменшенні шкорути пульпы в струе интенсивность перемешивания зменшується, вшледствие чего починаєт происходить гравитационное разделение железорудного сиров'язя.

### **Список литературы**

1. Барский М.Д. Гравитационная классификация зернистых материалов / М.Д. Барский, В.И. Ревнивцев. – М.: Недра, 1974. – 232 с.
2. Остапенко П.Е. Обогащение железных руд. – М.: Недра, 1977. – 272 с.
3. Барский М.Д. О соотношении шкорути витания и осаждения твердых частиц в жидкой среде / М.Д. Барский, А.В. Говоров // Горный журнал. – 1978. – № 1. – С. 169-171.
4. Повх И.Л. Техническая гидромеханика. – Л.: Машиностроение, 1969. – 524 с.

© Кривенко А.Ю., Кривенко Ю.Ю., 2018

*Надійшла до редколегії 04.09.2018 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. Т.А. Олійник*

УДК 622.7

**А.Ю. КРИВЕНКО, Ю.Ю. КРИВЕНКО**, кандидаты техн. наук,

**Р.И. ГРИЦАН, А.О. ЖУРАВСКАЯ**

(Украина, Кривой Рог, Государственное ВУЗ «Криворожский национальной университет»)

### **ОБОСНОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ ЧАСТИЦ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ ПУЛЬПЫ В ПОТОКЕ ИСХОДОГО ПИТАНИЯ ДЕШЛАМАТОРА**

*Проблема и ее связь с научными и практическими задачами* Широкое применение при обогащении железорудного сиров'язя, нашли гидравлические гравитационные способы обогащения, в которых в качестве технологического оборудования применяются дешламаторы. Эффективность этих устройств обеспечивается за счет деления компонентов твердой фазы пульпы по