

УДК 622.625.28

РАЗРУШЕНИЕ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЫ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ

Ю.В. Савченко, старший преподаватель кафедры технологии горного машиностроения Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: savcheny@ua.fm

И.В. Вернер, заведующий лаборатории информационных технологий проектирования кафедры основ конструирования механизмов и машин Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина, E-mail: ill3@mail.ru

Г.И. Саричева, студент группы АТММ-10-1 Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», Днепропетровск, Украина

Аннотация. В работе проведено теоретическое исследование прогнозирования количества осколков и их различных характеристик тела подверженного быстро напряжённому состоянию за пределами прочности материала.

Ключевые слова: твёрдый сплав, импульсные нагрузки, осколки, прогнозирование, взрыв.

FRACTURE HETEROGENEOUS ENVIRONMENTS UNDER IMPULSIVE LOADS

Y. Savchenko, Senior Lecturer, Department of Mining Engineering State Higher Educational Institution "National Mining University" in Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: savcheny@ua.fm

I. Verner, Head of informational technology design laboratory, Machinery Design Bases Department State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: ill3@mail.ru

G. Sarycheva, Student of group ATMM-10-1 State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnepropetrovsk, Ukraine

Abstract. In this paper, a theoretical study of forecasting the amount of fragments and their various characteristics of the body exposed to quickly stress state outside the strength of the material.

Keywords: tungsten carbide, impulsive loads, debris, forecasting, explosion.

Введение. Практически все конструкционные материалы неоднородны по своей структуре. В одних случаях это обусловлено технологией изго-

товления материалов (пористость, различного рода инородные включения), в других вторая фаза вводится с целью достижения комбинации свойств, не присущих каждому из компонентов (твёрдые сплавы).

Если некоторый объём твёрдого тела подвержен быстро напряжённому состоянию за пределами прочности материала, то разрушение носит множественный характер и сопровождается образованием осколков самых различных форм и размеров. Такое разрушение имеет место при ударе и взрыве. Проблема прогнозирования количества осколков и их различных характеристик имеет важное прикладное значение [1, 3].

Знание распределения энергии взрыва по среде, окружающей заряд, позволяет судить не только о геометрических размерах зоны разрушения, но и о крупности дробления [2].

Цель работы. Провести теоретическое исследование прогнозирования количества осколков и их различных характеристик тела подверженного быстро напряжённому состоянию за пределами прочности материала. Решение задачи требует подробного анализа поля скоростей по осям координат v_1, v_2, v_3 , так как в общем случае сообщенная среде кинетическая энергия только частично расходуется на разрушение среды, а оставшая часть этой энергии затрачивается на перемещение отделившихся кусков.

Материал и результаты исследований. Получим основные расчетные соотношения непосредственно из рассмотрения баланса энергии, произвольно выделенного в среде элемента. Деформации произвольного достаточно малого элемента в общем случае состоят: 1) из поступательного движения элемента, 2) из его вращения как твердого тела и 3) из собственно деформаций относительно некоторой системы координат, неразрывно связанной с частицами этого элемента.

О величине и направлении скорости поступательного движения данного элемента можно судить по вектору скорости v_{10}, v_{20}, v_{30} частицы, лежащей в центре инерции этого элемента. Поэтому для составления баланса энергии достаточно рассмотреть поле относительных скоростей $v_1 - v_{10}, v_2 - v_{20}, v_3 - v_{30}$. В случае, если начальное поле скоростей вызвано действием взрыва, то скорости имеют потенциал, и, следовательно, вращательное движение отсутствует. Таким образом, поле относительных скоростей полностью определяет деформации выделенного элемента.

При деформациях малых элементов всякий объём, ограниченный поверхностью второго порядка, переходит в другой объём, также ограниченный поверхностью второго порядка, так как в этих условиях мы ограничиваемся лишь вторыми степенями расстояний между точками и отбрасыва-

ем по малости члены, содержащие более высокие степени. Поэтому, например, объём, ограниченный какой-либо сферой, описанной вокруг центра инерции элемента, после деформирования будет ограничен поверхностью трехосного эллипсоида. Последняя же поверхность может быть получена из начальной сферы, как известно, путем растяжений (или сжатий) по трем взаимно перпендикулярным главным направлениям.

Если оси координат будут совмещены с этими главными направлениями, то кинетическая энергия, идущая на деформирование единицы объема данного элемента, будет равна сумме кинетических энергий, затрачиваемых на растяжение элемента по каждому из главных направлений в отдельности. Действительно, из соотношения, определяющего вектор скорости по его составляющим v_1, v_2 и v_3

$$V^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2,$$

имеем

$$E = \frac{\rho V^2}{2} = E_1 + E_2 + E_3.$$

Вырежем рассматриваемый элемент в форме кубика, ребра которого параллельны осям координат и равны $2a$, таким образом, что начало координат совпадает с его центром инерции (рис. 1). Тогда при растяжении вдоль оси x абсолютные скорости его частиц будут определяться общим выражением

$$v_1 = v_{10} + x \frac{\partial v_1}{\partial x}$$

Отсюда находим относительные скорости

$$v_1 - v_{10} = x \frac{\partial v_1}{\partial x}$$

Вычислим кинетическую энергию E идущую на растяжение кубика по оси Ox . Она будет, очевидно, равна

$$E_1 = \int_{-a}^{+a} \frac{\rho (v_1 - v_{10})^2}{2} (2a)^2 dx = 4\rho a^2 \int_0^a \left(x \frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 dx = 4\rho a^2 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \int_0^a x^2 dx = \frac{4}{3} \rho a^5 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2.$$

Следовательно, полная энергия деформации будет равна сумме энергий растяжения по трем главным направлениям и составит

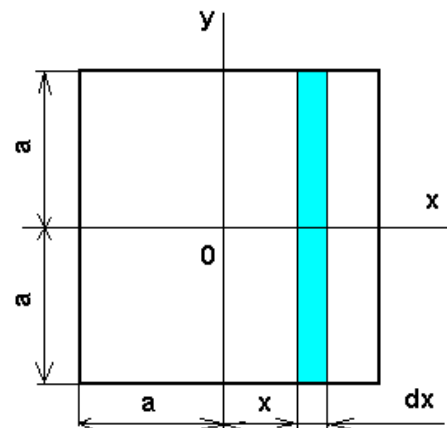


Рис. 1 Исследуемый элементарный объём

$$E = \frac{4}{3} \rho a^5 \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 \right]$$

С другой стороны, если размеры кубика соответствуют размерам отделившегося куска, то найденная энергия должна быть равна работе разрушения среды в объеме кубика, т. е.

$$E = 8a^5 A,$$

где A – удельная работа разрушения среды, отнесенная к единице объема. Из последних двух выражений находим размер кусков

$$a = \sqrt[5]{\frac{6A}{\rho \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 \right]}}$$

При этом входящие в знаменатель производные должны быть взяты по главным направлениям.

Вместо удельной работы A можно внести критическую скорость $v_{кр}$ из условия, что

$$A = \frac{\rho v_{кр}^2}{2}$$

Тогда получим

$$a = \frac{v_{кр} \sqrt{3}}{\sqrt[5]{\left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 \right]}} \quad (1)$$

В общем случае главные направления деформаций не совпадают с осями координат. Поэтому в уравнении (1) следует знаменатель преобразовать к произвольной прямоугольной системе координат. Наиболее просто это преобразование можно выполнить, если ввести потенциал скорости Φ . Следовательно

$$H = \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial z} \right)^2 = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right)^2 = \sum_i \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial w_i^2} \right)^2$$

При преобразовании координат в другую прямоугольную систему x_1, y_1, z_1 значения Φ , конечно, останутся без изменения. Нужно будет лишь вычислить новые значения производных

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = b_{11} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + b_{21} \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} + b_{31}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = b_{12} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + b_{22} \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} + b_{32}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = b_{13} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + b_{23} \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} + b_{33}$$

Здесь коэффициенты **b** сокращенно обозначают производные новых координат по старым

$$b_{11} = \frac{\partial x_1}{\partial x}, b_{12} = \frac{\partial x_1}{\partial y}, b_{13} = \frac{\partial x_1}{\partial z}, b_{21} = \frac{\partial y_1}{\partial x}, \dots$$

Рассмотрим подробно вращение системы около оси z. Тогда изменяются только две координаты x и y. При этом имеют место следующие соотношения

$$x_1 = x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha$$

$$y_1 = y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha$$

Тогда получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \cos \alpha - \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} \sin \alpha$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \sin \alpha + \frac{\partial \varphi}{\partial y_1} \cos \alpha$$

Повторным дифференцированием находим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} \cos^2 \alpha - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial y_1} \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2} \sin^2 \alpha$$

Соответственно будем иметь

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} \sin^2 \alpha + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial y_1} \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2} \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} \sin 2\alpha + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial y_1} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2} \sin 2\alpha$$

Теперь можно составить из вторых производных инвариант, который сохраняет свое выражение при перемене координат

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right)^2 = \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial y_1} \right)^2$$

В общем случае при изменении всех координат точки сохраняется следующий инвариант

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}\right)^2 = \\ & = \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_1^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial y_1}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1 \partial z_1}\right)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

В частном случае, если оси координат совпадают с главными направлениями и одновременно с главными осями эллипсоида деформаций, то эти оси являются в то же время и осями симметрии, вследствие чего смешанные производные обращаются в нули. Отсюда следует, что в знаменателе формулы (1) под знаком корня должен стоять инвариант (3), вследствие чего расчетная формула будет иметь следующий вид,

$$a = \frac{v_{кр} \sqrt{3}}{\sqrt{\sum_i \sum_j \frac{\partial^2 \varphi}{\partial w_i \partial w_j} \cdot \delta_i^j}}, \quad (4)$$

где δ_i^j - символы Кронекера, причем под радикал корня должны входить все вторые производные φ , как в выражении (3).

Если нам известно поле потенциала скорости, то по уравнению (4), можно определить крупность дробления по всей среде, окружающей заряд уточняя границы зоны дробления.

Например, в случае сферической симметрии имеем

$$v_{кр} = \frac{\theta}{r^2},$$

где θ - функция, зависящая от времени и позволяет вычислить скорость v в любой момент t на любом расстоянии r ; в момент времени t скорость убывает по мере удаления от заряда обратно пропорционально квадрату расстояния r ;

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\partial v_1}{\partial r} = -\frac{2 \cdot \theta}{r^3}, \quad \frac{\partial v_2}{\partial y} = \frac{\partial v_3}{\partial z} = \frac{v_1}{r} = \frac{\theta}{r^3}.$$

Следовательно

$$a = \frac{v_{кр} \sqrt{3}}{\sqrt{\frac{4 \cdot \theta^2}{r^6} + \frac{\theta^2}{r^6} + \frac{\theta^2}{r^6}}} = \frac{v_{кр} \cdot r^3}{\theta \sqrt{2}} \quad (5)$$

Последнее соотношение дает результаты в отношении распределения крупности дробления. Предварительно построим на рис. 2 кривую. На поверхности заряда в точке А находятся внутренние грани кусков первого ряда. Поэтому из точки А проводим под углом в 45° прямую АВ до пересечения с кривой в точке В, т.к. главные направления деформаций совпадают с осями координат. Соответствующая ордината $a_1=BC$ определит размер этих кусков и положение в точке D внутренних граней второго ряда. Повторив указанное построение, находим, средний размер кусков второго ряда $a_2=EF$. Прямая, проведенная из точки G может и не пересекаться с кривой и, следовательно, дальнейшее дробление будет невозможным.

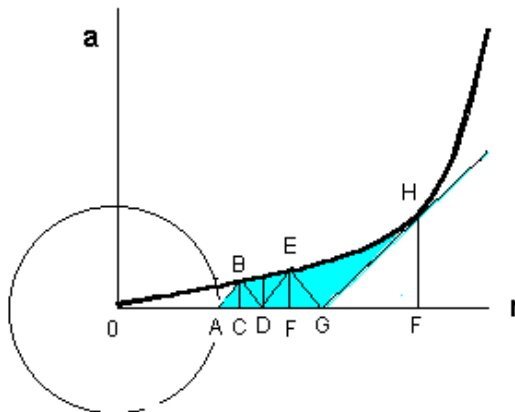


Рис. 2 График распределения крупности дробления

Вывод. На основании проведенных исследований можно прогнозировать количество осколков и их различные характеристики для тела подверженного быстро напряжённому состоянию за пределами прочности материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.В. Савченко, О.С. Караваева Моделирование разрушения гетерогенной среды при высокоэнергетических нагрузках // Трансфер технологій: від ідеї до прибутку : матеріали 1 міжнар. наук.-практ. конф. студ., асп. и мол. учених в 2 Т.- Д.: НГУ, 2010 Т. 1. – С. 101-103.
2. Патент №15322, МКИ В22F 3/08, 3/12; С22В 34/36 (Украина). Дідик Р.П., Савченко Ю.В., та ін. Спосіб регенерації вольфрамовмісних твердих сплавів. - Бюл. № 6. – 2000.
3. К.П. Станюкович. - Неустановившиеся движения сплошной среды. М., 1978 - С. 421-430.