УДК 621:922 https://doi.org/10.33271/crpnmu/62.168

© Ю.Г. Кравченко[1], С.Т. Пацера[1]
[1] Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

РОЗРАХУНОК СКЛАДОВИХ СИЛИ РІЗАННЯ НА ПЕРЕДНІЙ ПОВЕРХНІ АБРАЗИВНОГО ЗЕРНА

© Yu. Kravchenko[1], S. Patsera[1]
[1] Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

CALCULATION OF THE COMPONENTS OF CUTTING FORCE ON THE FRONT SURFACE OF THE ABRASIVE GRAIN

Мета. Розробити інженерну методику і на основі параметрів процесу шліфування вивести формулу прямого розрахунку дотичної і нормальної складових сили різання на передній поверхні абразивного зерна.

Методика дослідження полягає в утворенні розрахункової моделі стружкоутворення з поверхнею зсуву від абразивного зерна, головними параметрами якої служили еквівалентний радіус кривизни верхньої основи поверхні зсуву (включає радіус площадки зносу зерна на задній поверхні), кут нахилу твірної поверхні зсуву до нормальної вісі схеми розрахунку (напрямку нормальної складової сили різання одиничним зерном) і кут положення проєкції рівнодіючої сили стружкоутворення відносно дотичної вісі (дотичної складової сили різання).

Результати дослідження. Складне інтегральне обчислення площі поверхні зсуву при стружкоутворенні замінено на інженерний розрахунок і доступний пошук еквівалентного радіусу еліпса. Головним досягненням розробки є вивід компактної формули прямого розрахунку, яка комплексно включає всі вихідні дані процесу стружкоутворення: товщину зрізу; еквівалентний радіус; радіус площадки зносу; кут нахилу твірної поверхні зсуву; кут положення проєкції рівнодіючої сили стружкоутворення; інтенсивність дотичних і нормальних напружень.

Наукова новизна. Розрахунок здійснений на основі запропонованої реальної схеми невільного різання одиничним зерном з поверхнею зсуву при стружкоутворенні і площадкою зносу по задній поверхні. Заміна радіусу кривизни еліпса верхньої основи поверхні зсуву на еквівалентний радіус кола забезпечується із умови рівності площі еліпса і кола. Кінцева точність розрахунку досягається відповідністю числового значення кута положення вектора рівнодіючої сили умові канонічного рівняння еліпса методом ітерацій.

Практична значимість. Складові сили стружкоутворення на передній поверхні разом з силами тиску та тертя на задній поверхні зносу одиничного зерна дають можливість з урахуванням числа контактуючих зерен з заготовкою визначити сумарні дотичну і нормальну складові сили різання при шліфуванні в цілому. Це дозволяє затратне динамометрування складових сили шліфування замінити на аналітичне їх визначення.

Ключові слова: *дотична і нормальна сила, поверхня зсуву, одиничне зерно, кут нахилу, кут положення.*

Вступ. Особливістю процесу шліфування є значні деформації зсуву металу внаслідок великих від'ємних передніх кутів ($-\gamma \approx 45 - 80°$) абразивних зерен, утворення площадок зносу на задній поверхні активних (різальних) зерен, особливо при шліфуванні загартованих легованих сталей, і невільне різання з боковою течією металу та навалами по сторонам рисок [1-5].

Серед відомих розрахунків складових сили різання при шліфуванні заслуговує уваги методика С.М. Корчака [1], але прийнята схема вільного різання з прямолінійною різальною кромкою зерен є значним недоліком.

Більш досконалим представляється подальший розрахунок Ю.Г. Кравченко і О.Б. Федосєєва [6] з урахуванням перелічених вище основних особливостей процесу шліфування. Проте, не зважаючи на введення графічних значень інтегралів від безрозмірних параметрів поверхні зсуву при стружкоутворенні, така методика залишається складною.

Мета роботи – розробити інженерну методику розрахунку дотичної і нормальної складових сили різання на передній поверхні одиничного абразивного зерна.

Постановка задачі. Розрахункова схема з умовною поверхнею зсуву, яка розділяє зону недеформованого металу зрізуваного шару і вже віддеформованого матеріалу стружки, приведена на рис. 1.

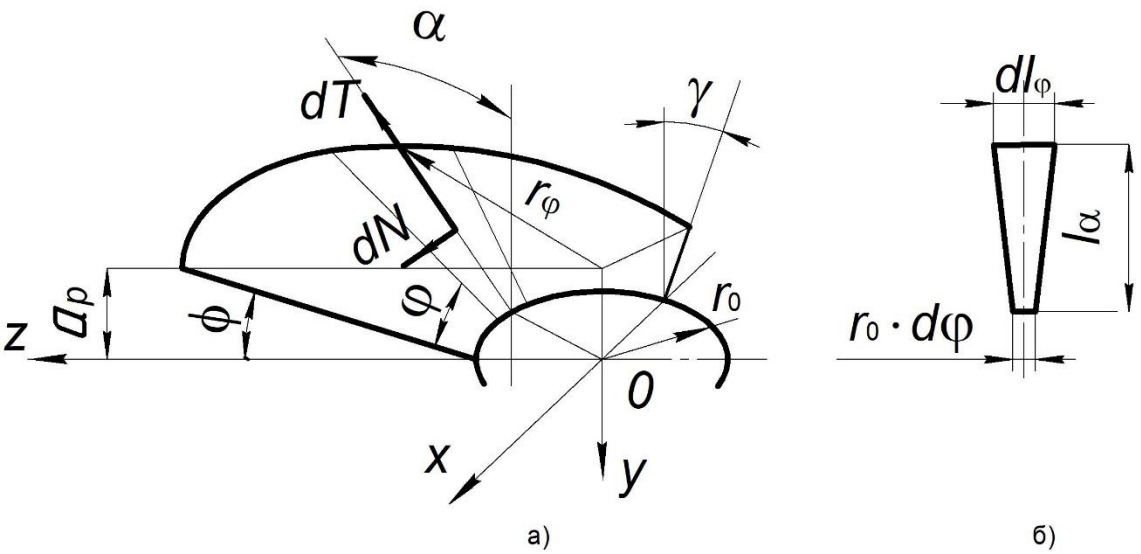

Рис. 1. Схема розрахунку дотичної і нормальної в напрямку вісей z і y складових сили різання одиничним зерном: а) – геометрія поверхні зсуву; б) – параметри елементарної смужки

Основою розрахунку були наступні положення:

- формою абразивного зерна по об'єму прийнята куля, а проєкцією верхньої основи поверхні зсуву – еліпс;
- напрямки дотичних напружень збігаються з напрямками деформацій в поверхні зсуву;
- співвідношення інтенсивності дотичних і нормальних напружень підчиняються умові пластичності Трески – Сен-Венана $\tau_i = 0{,}5 \cdot \sigma_i$.

Вихідними даними для розрахунку слугують товщина зрізу одиничним зерном a_z, коефіцієнт стружкоутворення k_c [5], передній кут γ та діаметр площадки зносу d_0 зерна, коефіцієнт потовщення стружки k_a [2-4] та інтенсивність напружень σ_i [1].

Висота поверхні зсуву $a_{\text{р}} = a_z / k_{\text{с}}$ визначається через товщину зрізу a_z та коефіцієнт стружкоутворення $k_{\text{с}}$. В центральному перерізі yz кут зсуву по формулі І.А. Тіме дорівнює (|γ|– передній кут по модулю)

$$\tan\phi = \cos|\gamma| / (k_a - \sin|\gamma|). \quad (1)$$

В бокових перерізах кут ϕ зменшується до нуля. Нижня основа поверхні зсуву обмежується площадкою зносу зерна радіусом $r_0 = 0{,}5 \cdot d_0$.

Основна частина. Рішення задачі складається із трьох блоків.

1. Напрямок елементарних сил. Для визначення загальної рівнодіючої сили опору пластичній деформації при стружкоутворенні розглянемо дію сил на елементарній площадці в залежності від її положення на поверхні зсуву. Площинами (φ) і (φ + d φ) , перпендикулярними площині різання xz, виділяємо на поверхні зсуву елементарну смужку площею dS з дотичною dT і нормальною dN силами

$$\begin{cases} dT = \tau_i \cdot dS, \\ dN = \sigma_i \cdot dS. \end{cases} \quad (2)$$

Площа смужки (трапеції) дорівнює

$$dS = 0{,}5 \cdot l_\alpha \cdot \left(dl_\varphi + r_0 \cdot d\varphi\right), \quad (3)$$

де l_α – поточна довжина поверхні зсуву, dl_φ і $r_0 \cdot d\varphi$ – верхня і нижня ширина смужки.

Твірна поверхні dS і вісь y в площині (φ) утворюють перемінний кут α.

Розкладання діючих сил по площадці dS по вісям z і y приводить до виразів

$$\begin{cases} dT_z = dT \cdot \sin\alpha \cdot \cos\varphi, \\ dN_z = dT \cdot \cos\alpha \cdot \cos\varphi, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} dT_y = dT \cdot \cos\alpha, \\ dN_y = dT \cdot \sin\alpha. \end{cases} \quad (5)$$

У зв’язку з симетрією поверхні зсуву відносно площини zy сили dT_x і dN_x урівноважуються.

2. Площа поверхні зсуву. Маємо два варіанта визначення на інженерному рівні.

2.1. Варіант *А*, що оснований на умові рівності площ еліпса $\pi \cdot a \cdot b$ і кола $\pi \cdot r^2$, а також на заміні перемінного радіуса кривизни еліпса на радіус кола $r_\varphi = \sqrt{a \cdot b}$. При цьому велика і мала піввісі еліпса верхньої основи поверхні зсуву згідно рис.1 складають:

$$\begin{cases} a_z = a_{\text{р}} / \tan\phi + r_0, \\ b_x = a_{\text{р}} \cdot \tan\gamma + r_0. \end{cases} \quad (6)$$

Відповідно еквівалентний радіус кривизни еліпса в межах $0 < \varphi < \pi/2$ обчислюється по формулі:

$$r_\varphi = \sqrt{(a_\text{p}/\tan\phi + r_0) \cdot (a_\text{p} \cdot \tan\gamma + r_{0)}}. \quad (7)$$

Тоді з урахуванням r_φ (7) величина кута α, довжина l_α, і дуга l_φ дорівнюють:

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1}(r_\varphi - r_0)/a_\text{p}, \\ l_\alpha = a_\text{p}/\cos\alpha, \\ l_\varphi = (\pi/2)\cdot r_\varphi. \end{cases} \quad (8)$$

2.2. Варіант *Б*, що оснований на спрощеній умові середнього значення кута α між поверхнею зсуву та віссю y, яке визначається способом інтегрування функції рівномірного розподілу величини α в межах $\gamma < \alpha < (90 - \phi)$

$$\alpha_\text{c} = {}^{1}/_{(\pi/2)} \cdot \int_0^{\pi/2} [(90 - \phi)\cdot\cos^2\varphi + \gamma\cdot\sin^2\varphi]d\varphi =$$

$$= \frac{2}{\pi}\left[(90 - \phi)\cdot\left(\frac{1}{2}\sin\varphi\cdot\cos\varphi + \frac{1}{2}\varphi\right) + \gamma\cdot\left(-\frac{1}{2}\sin\varphi\cdot\cos\varphi + \frac{1}{2}\varphi\right)\right]_0^{\pi/2} =$$

$$= \frac{1}{2}(90 - \phi + \gamma).$$

Тоді середній радіус еліпса (кола) верхньої основи поверхні зсуву буде дорівнювати

$$r_{\varphi\text{c}} = a_\text{p}\cdot\tan\alpha_\text{c} + r_0. \quad (9)$$

Аналогічно (8) маємо вихідні параметри:

$$\begin{cases} \alpha_\text{c} = \frac{1}{2}(90 - \phi + \gamma), \\ l_{\alpha\text{c}} = a_\text{p}/\cos\alpha_\text{c}, \\ l_{\varphi\text{c}} = (\pi/2)\cdot r_{\varphi\text{c}}. \end{cases} \quad (10)$$

В результаті для площі поверхні зсуву S (3) на основі вихідних даних $\alpha, l_\alpha, l_\varphi$ (8) або (10) одержана формула

$$S = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{a_\text{p}}{\cos\alpha}\cdot(r_\varphi + r_0). \quad (11)$$

Положення дотичної dT_z і нормальної dN_z сил зсуву (4) визначається через кут φ на площині zx. Величина кута φ розраховується за допомогою канонічного рівняння еліпса:

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1,$$

де вісі координат

$$z = r_\varphi\cdot\cos\varphi$$
$$x = r_\varphi\cdot\sin\varphi \quad (12)$$

збігаються з вісями еліпса a_z і b_x (6). Після підстановки a_z, b_x (6) і z, x (12) канонічне рівняння приймає остаточний вигляд

$$\left(\frac{r_\varphi \cdot \cos\varphi}{a_\text{p}/\tan\phi + r_0}\right)^2 + \left(\frac{r_\varphi \cdot \sin\varphi}{a_\text{p} \cdot \tan\gamma + r_0}\right)^2 = 1. \qquad (13)$$

Пошуковий кут φ (13) визначається методом ітерацій. Першою ітерацією приймається середнє значення функції $\cos\varphi$ (4)

$$\varphi_\text{c} = {}^1\!/_{(\pi/2)} \cdot \int_0^{\pi/2} \cos\varphi \, d\varphi = \frac{2}{\pi} = 36{,}5°.$$

Звичайно рівність (13) досягається після 2-3 ітерацій значення φ спочатку з кроком (5-9)°, потім ± (1-3)°.

3. Приклад розрахунку. Алгоритм і результати розрахунків при висоті поверхні зсуву $a_\text{p} = a_z / k_\text{c} = 0{,}00076$ мм ($a_z = 0{,}00061$ мм [7], $k_\text{c} = 0{,}8$ [5]), передньому куті – $\gamma = 70°$, коефіцієнті потовщення стружки $\eta = 1{,}5$ [3] і радіусі площадки зносу зерна $r_0 = 0{,}02$ мм наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Порівняльні результати розрахунків площі поверхні зсуву S [11] і кута положення напрямку сили зсуву φ [4]

№№	Параметри процесу і розмірність	Розрахункові значення	
		варіант *А*	варіант *Б*
1	Кут зсуву ϕ [1], град	7,97	
2	Радіус кривизни r_φ [7], мм	0,0237	
3	Кут нахилу поверхні зсуву α [8], мм	78,39	
4	Кут нахилу поверхні зсуву α [10], мм		76,01
5	Радіус кривизни r_φ [9], мм		0,0231
6	Площа поверхні зсуву S [11], мм^2	0,00013	0,00010
7	Значення рівняння (13) при кутах: $\varphi = 36{,}5°$ $\varphi_1 = 45°$ ($\Delta\varphi = 8{,}5$ °) $\varphi_2 = 42{,}5°$ ($\Delta\varphi = 6$ °)	0,976 1,009 0,999	0,926

Результати розрахунків (табл. 1) показали адекватність варіантів *А* і *Б* по формулам радіусу кривизни r_φ (7), r_φ (9), і площі поверхні зсуву S (11). Але по куту напрямку φ (4) варіант *А* забезпечує більш точні значення канонічного

рівняння (13) і приймається в подальшому основним. Остаточно значення кута φ (4) визначається методом ітерацій.

4. Результуючі формули. Після складання елементарних сил dT і dN (4) і (5) по вісям z і y та подвоювання результату одержимо вирази для визначення дотичної і нормальної складових сили стружкоутворення

$$\begin{cases} Q_z = 2 \cdot (T \cdot \sin\alpha + N \cdot \cos\alpha) \cdot \cos\varphi, \\ Q_y = 2 \cdot (N \cdot \sin\alpha - T \cdot \cos\alpha). \end{cases} \quad (14)$$

З урахуванням значення S (11) вирази (14) набувають розрахункового виду

$$\begin{cases} Q_z = \dfrac{\pi}{2} \cdot a_{\text{р}} \cdot (r_\varphi + r_0) \cdot (\tau_i \cdot \tan\alpha + \sigma_i) \cdot \cos\varphi, \\ Q_y = \dfrac{\pi}{2} \cdot a_{\text{р}} \cdot (r_\varphi + r_0) \cdot (\sigma_i \cdot \tan\alpha - \tau_i). \end{cases} \quad (15)$$

Аналіз і реалізація. Таким чином був здійснений розрахунок складових сили стружко-утворення на основі реальної схеми невільного різання одиничним зерном з площадкою зносу на задній поверхні.

Прийнята розрахункова модель на основі еквівалентного (середнього) радіусу кривизни r_φ верхньої основи поверхні зсуву, кута нахилу твірної поверхні зсуву α до нормальної вісі y і кута положення проєкції рівнодіючої сили стружкоутворення φ відносно дотичної вісі z дозволила розробити спрощену методику на інженерному рівні.

Практично складне інтегральне обчислення площі поверхні зсуву при стружкоутворенні замінено на інженерний розрахунок і доступний пошук еквівалентного радіусу еліпса r_φ (7) і (9). Для визначення кута положення φ застосовано канонічне рівняння еліпса (13) і метод ітерацій.

Головним досягненням розробки є вивід компактної формули прямого розрахунку, яка комплексно включає всі вихідні дані процесу стружкоутворення.

Складові сили стружкоутворення на передній поверхні Q_z і Q_y (15) разом із силами тиску R_y і тертя $F_z = \mu \cdot R_y$ (μ – коефіцієнт тертя між абразивним і оброблюваним матеріалами [8, 9, 10]) на задній поверхні одиничного зерна [11] визначають сумарну дотичну і нормальну складові сили різання при шліфуванні

$$\begin{cases} P_z = (Q_z + F_z) \cdot z_{\text{кр}} \\ P_y = (Q_y + R_y) \cdot z_{\text{кр}}, \end{cases}$$

де $z_{\text{кр}}$ [7, 12] – число зерен рельєфа різальної поверхні круга із заготовкою, які одночасно беруть участь в процесі зйому припуску.

Висновки.

1. Спрощення розрахунку ґрунтується на введенні числових параметрів процесу стружкоутворення: еквівалентного радіусу кривизни верхньої основи

поверхні зсуву; кута нахилу твірної поверхні зсуву до нормальної вісі і кута положення проєкції рівнодіючої сили стружкоутворення відносно дотичної вісі.

2. Заміна радіусу кривизни еліпса на еквівалентний радіус кола забезпечується із умови рівності площі еліпса і кола або середнього значення кута нахилу поверхні зсуву до нормальної вісі.

3. Кінцева точність розрахунку досягається відповідністю числового значення кута положення вектора рівнодіючої сили умові канонічного рівняння еліпса методом ітерацій.

Перелік посилань

1. Корчак, С.Н. (1974) *Производительность процесса шлифования стальных деталей*. Машиностроение.
2. Евсеев, Д.Г., & Сальников, А.Н. (1978). *Физические основы процесса шлифования*. Изд-во Саратовского университета.
3. Филимонов, Л.Н. (1979). *Высокоскоростное шлифование.* Машиностроение.
4. Островский, В.И. (1981). *Теоретические основы процесса шлифования.* Изд-во Ленингр. ун-та.
5. Богомолов, Н. И. (1968). Исследование деформации металла при абразивных процессах под действием единичного зерна. *Труды ВНИИАШ*, *7*, 74-87.
6. Кравченко, Ю.Г., & Федосеев, О.Б. (1982). Расчет составляющих сил резания при шлифовании. *Сб. науч. Трудов: Труды ВНИИАШ*, 28-32.
7. Кравченко, Ю.Г., & Пацера, С.Т. (2020). Кількість абразивних зерен в контакті і товщина зрізу при шліфуванні. *Збірник наукових праць НГУ*, *60*, 217-229. https://doi.org/10.33271/crpnmu/60.217
8. Богомолов, Н. И. (1965). О работе трения в абразивных процессах. *Труды ВНИИАШ N*, *1*, 72-79.
9. Худобин, Л.В. (1971). *Смазочно-охлаждающие средства, применяемые при шлифовании.* Машиностроение.
10. Попов, С.А., Кравченко, Ю.Г. & Крашенинников, А.Н. (1981). Шлифуемость быстрорежущих сталей при использовании СОЖ с различными свойствами. *Станки и инструмент*, *5*, 20-21.
11. Кравченко, Ю.Г. & Савченко, Ю.В. (2005). Расчет нормальной силы на задней поверхности износа абразивного зерна. *Вісник НТУ «ХПІ». Зб. наук. праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні*, *23*, 137-142.
12. Кравченко, Ю.Г. & Пацера, С.Т. (2019). Значення параметрів абразивного рельєфу різальної поверхні абразивних кругів. *Науково-популярний журнал «Shipbuilding & marine infrastructure» / Судостроение и морская инфраструктура*, *1*, 32-38.

АННОТАЦИЯ

Цель. Разработать инженерную методику и на основе параметров процесса шлифования вывести формулу прямого расчета касательной и нормальной составляющих силы резания на передней поверхности абразивного зерна.

Методика исследования заключается в создании расчетной модели стружкообразования с поверхностью сдвига от абразивного зерна, главными параметрами которой служили эквивалентный радиус кривизны верхней основы поверхности сдвига (включая радиус площадки износа зерна на задней поверхности), угол наклона образующей поверхности сдвига к нормальной оси схемы расчета (направления нормальной составляющей силы резания единичным

зерном) и угол положения проекции равнодействующей силы стружкообразования относительно касательной оси (касательной составляющей силы резания).

Результаты. Сложное интегральное исчисления площади поверхности сдвига при стружкообразовании заменено на инженерный расчет и доступный поиск эквивалентного радиуса эллипса. Главным достижением разработки является вывод компактной формулы прямого расчета, которая комплексно включает все выходные данные процесса стружкообразования: толщину среза; эквивалентный радиус; радиус площадки износа; угол наклона образующей поверхности сдвига; угол положения проекции равнодействующей силы стружкообразования; интенсивность касательных и нормальных напряжений.

Научная новизна. Расчет осуществлен на основе предложенной реальной схемы несвободного резания единичным зерном с поверхностью сдвига при стружкообразовании и площадкой износа по задней поверхности. Замена радиуса кривизны эллипса верхней основы поверхности сдвига на эквивалентный радиус окружности обеспечивается из условия равенства площади эллипса и круга. Конечная точность расчета достигается соответствием числового значения угла положения вектора равнодействующей силы условию канонического уравнения эллипса методом итераций.

Практическое значение. Составляющие силы стружкообразования на передней поверхности вместе с силами давления и трения на задней поверхности износа единичного зерна дают возможность с учетом числа контактирующих зерен с заготовкой определить суммарные касательную и нормальную составляющие силы резания при шлифовании в целом. Это позволяет затратное динамометрирование составляющих силы шлифования заменить аналитическим их определением.

Ключевые слова: *касательная и нормальная сила, поверхность сдвига, единичное зерно, угол наклона, угол положения.*

ABSTRACT

Purpose. The purpose of this paper is to develop the engineering methodology and derive a formula for direct calculation of the tangential and normal components of cutting force on the front surface of the abrasive grain based on the parameters of the grinding process.

Methodology. The research methodology involves creating a calculation model of chip formation with a shearing surface from an abrasive grain, the main parameters of which included an equivalent radius of curvature of the upper base of the shearing surface (including the radius of the grain worn place on the rear surface), tilt angle of the shearing surface generator to the normal axis of the calculation pattern (directions of normal component of single-grain cutting force) and the angle of position of the projection of the resultant force of chip formation relative to the tangential axis (tangential component of cutting force).

Results. The complex integral calculus of the shearing surface area during chip formation is substituted for the engineering calculation and an accessible search for the equivalent radius of an ellipse. The chief accomplishment of the invention is to derive a compact formula for direct calculation, which comprehensively includes all the output data of the chip formation process: thickness of cut; equivalent radius; radius of worn place; tilt angle of the shearing surface generator; angle of position of the projection of the resultant force of chip formation; intensity of tangential and normal stresses.

Scientific novelty. The calculation was carried out on the basis of proposed real scheme of constrained single-grain cutting with a shearing surface during the chip formation and a worn place along

the rear surface. The substitution of the radius of curvature of the ellipse of the upper base of the shearing surface for the equivalent radius of the circle is provided under condition of equality of the areas of an ellipse and a circle. The final accuracy of calculation is achieved by way of bringing the numerical value of the angle of position of the resultant force vector to conformity with the condition of canonical equation of an ellipse by the method of iterations.

Practical importance. The components of the chip formation forces on the front surface together with the pressure force and friction force on the rear single-grain wearing surface afford an opportunity to determine the total tangential and normal components of cutting force during the grinding process as a whole, with due regard for the number of grains being in contact with a workpiece. This enables to substitute the cost-based dynamometry of the grinding force components for their analytical determination.

***Key words**: tangential and normal force, shearing surface, single grain, tilt angle, position angle.*