

© Т.В. Хом'як¹, Н.С. Коханчик¹, А.В. Малієнко¹

¹ Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТУ НА ПІДПРИЄМСТВІ

© T. Khomyak¹, N. Kokhanchyk¹, A. Malienko¹

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

SOLVING THE VEHICLE ROUTING PROBLEM AT THE ENTERPRISE

Мета дослідження полягає в вирішенні задачі маршрутизації на підприємстві ТОВ «Лайт» з метою знаходження оптимальних маршрутів для перевезення товарів замовникам.

Методика дослідження. Для вирішення поставленої задачі застосовано алгоритм Кларка-Райта, який дозволяє ефективно знаходити рішення в задачі маршрутизації транспорту. Він відноситься до числа наближених, ітераційних методів і може використовуватися для комп'ютерного розв'язання задачі перевезення, похибка рішення не перевищує в середньому 5-10 %. Перевагами методу є його простота, надійність і гнучкість, що дозволяє враховувати цілий ряд додаткових факторів, які впливають на кінцеве рішення задачі. Цей алгоритм заснований на ранжуванні відрізків шляху за “кілометровими виграшами” та наступним додаванням цих відрізків до кінцевого маршруту. Це дозволяє мінімізувати кінцеву відстань маршруту та, відповідно, час на доставку товарів.

Результати дослідження. В роботі проведено системний аналіз діяльності підприємства, виявлено цільові задачі, функціональна діяльність кожного з підрозділів підприємства і взаємодія між ними, інформаційні потоки всередині підрозділів і між ними, зовнішні по відношенню до підприємства об'єкти і зовнішні інформаційні впливи, а також нормативно-довідкова документація, дані за наявними на підприємстві засобів і систем автоматизації. Сформульовано постановку задачі маршрутизації транспорту на підприємстві, надано матрицю відстаней між містами-замовниками, та отримано три кінцеві маршрути.

Наукова новизна. Отримано математичну модель задачі маршрутизації транспорту на підприємстві, для вирішення поставленої задачі застосовано алгоритм Кларка-Райта і розроблено програмне забезпечення.

Практичне значення. Вирішення задачі маршрутизації та розроблене програмне забезпечення за алгоритмом Кларка-Райта дозволяє знаходити оптимальні за дистанцією маршрути для перевезення товарів замовникам, що значно скорочує матеріальні витрати підприємства, а також витрати часу на перевезення та сприяє більш ефективній роботі підприємства.

Ключові слова: системний аналіз, задача маршрутизації транспорту, метод Кларка-Райта.

Вступ. У сучасних ринкових умовах в зв'язку зі збільшенням обсягу вантажоперевезень зростає роль сфери транспортно-логістичних послуг. Велика частина логістичних витрат припадає саме на транспортну логістику – до 50 % [1]. В умовах сучасної ринкової конкуренції необхідно розвивати і вдосконалювати транспортну галузь, тому посилення ролі сфери транспортно-логістичних послуг є основною тенденцією багатьох розвинених країн світу.

Задача маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, далі – VRP) сходить до кінця п'ятидесятих років минулого століття, коли Данциг і Рамзер розробили формулювання математичного програмування і алгоритмічний підхід для вирішення задачі доставки бензину на станції [2]. З того часу зацікавленість у VRP еволюціонувала від невеликої групи математиків до широкого кола дослідників і практиків з різних дисциплін, які працюють в цій галузі сьогодні. Ця задача має велике прикладне значення та застосування, а складність її вирішення примушує продовжувати шукати найкращі та найновіші методи для пошуку ідеального рішення.

Згідно з визначенням VRP, m транспортних засобів спочатку знаходяться на складі і повинні доставляти дискретні кількості товарів n клієнтам. Визначення оптимального маршруту, використаного групою транспортних засобів при обслуговуванні групи користувачів, є проблемою VRP. Мета полягає в тому, щоб мінімізувати загальні транспортні витрати. Рішення класичної проблеми VRP – це набір маршрутів, які починаються і закінчуються в депо, і який задовольняє обмеженню, згідно з яким всі клієнти обслуговуються тільки один раз. Вартість перевезення може знизитися за рахунок зменшення загальної пройденої відстані і зменшення кількості необхідних транспортних засобів.

Метою даної роботи є пошук кількох оптимальних маршрутів для перевезення товарів, які дозволяють скоротити кількість транспорту, загальну відстань маршруту та витрачений час на перевезення.

Актуальність задачі маршрутизації транспорту на підприємстві полягає в необхідності оптимізації логістичної роботи підприємств, за рахунок скорочення сумарно витрачених коштів та швидшого обслуговування клієнтів.

Аналіз підприємства. Для постановки задачі та подальшого її вирішення, проведено системний аналіз діяльності ТОВ «Лайт» та виявлено цільові задачі моделі, функціональну діяльність кожного з підрозділів підприємства і функціональні взаємодії між ними [3-5].

Вказане підприємство є рекламною компанією, що надає клієнтам різноманітні види реклами, такі як реклама в інтернеті, зовнішня реклама, реклама на сітілайтах тощо. Процес створення рекламного продукту представлено моделлю на рис.1.

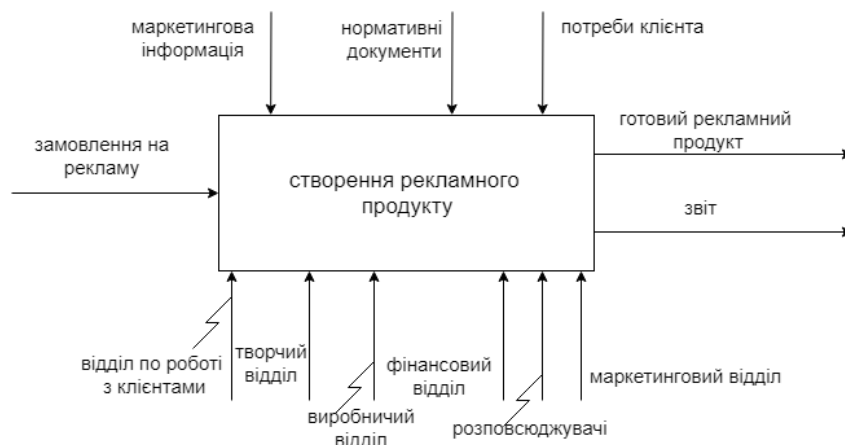


Рис. 1. Модель діяльності ТОВ «Лайт»

Вхідною інформацією для початку процесу є замовлення на рекламу (рекламну кампанію). Цей процес регламентується та керується маркетинговою інформацією, нормативними документами та потребами клієнта. Механізмами впливу на бізнес-процес будуть усі відділи компанії, а також розповсюджені готової реклами. На виході компанія видає клієнту звіт з виконаної роботи, а також випускає готовий рекламний продукт.

Другим етапом розробки функціональної моделі системи є декомпозиція основного процесу на більш детальні складові (рис. 2). Отже, основний процес можна поділити на такі етапи: підписання договору з замовником, розробка попереднього проекту, створення кінцевого макету, затвердження готового макету замовником, відправка на розповсюдження, формування звіту.

Тобто спершу підписується договір з замовником, далі розробляється попередній макет, що повинен бути затверджений замовником, після затвердження створюється кінцевий макет, також затверджується у замовника, потім відправляється на розповсюдження, а готовий звіт з виконаної роботи віддається замовнику.

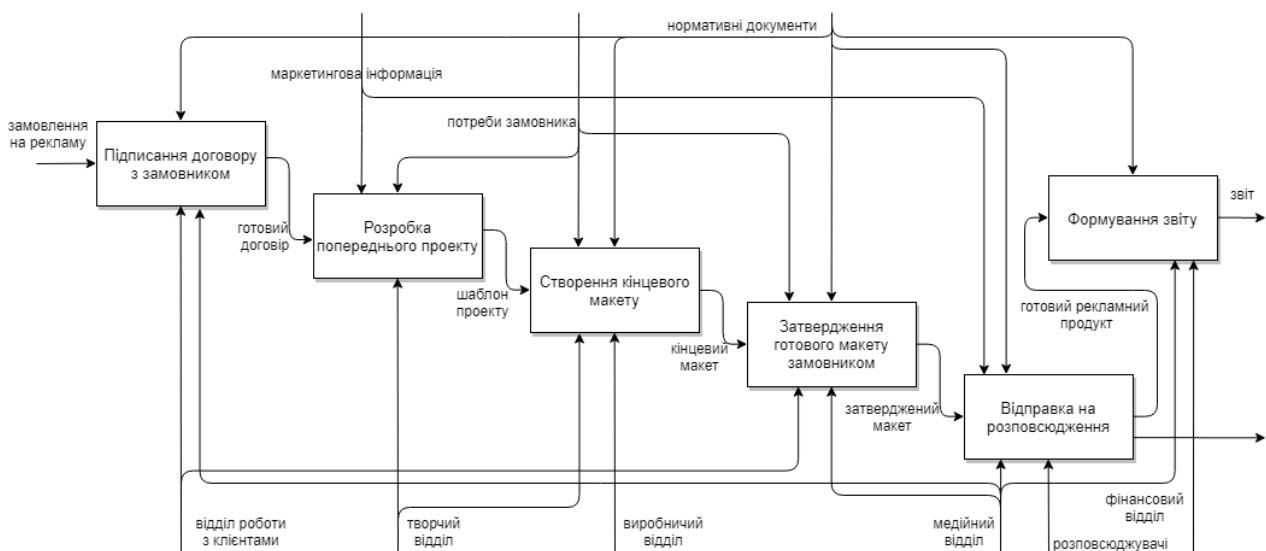


Рис. 2. Декомпозиція моделі

Постановка задачі. Кожного тижня компанія має поставляти готові банери своїм замовникам, що знаходяться в Дніпропетровській області (рис. 3). Компанія має одну машину і п'ять робочих днів для того, щоб перевозити усі товари. В даному випадку, об'єм замовлень та грузопідйомність машини не будуть використовуватися як обмеження задачі.

Тож, єдиним обмеженням під час пошуку низки маршрутів через міста клієнтів є кількість кілометрів, що одна машина може проїхати за день. В даному випадку, це 500 км на день за умовою 9-годинного робочого дня, який може за необхідності подовженим, за рахунок наявності другого водія.

Для вирішення задачі маршрутизації обрано метод Кларка-Райта, який відноситься до числа наближених, ітераційних методів і може використовуватися для комп'ютерного розв'язання задачі перевезення [6]. Перевагами методу є його

простота, надійність і гнучкість, що дозволяє враховувати цілий ряд додаткових факторів, що впливають на кінцеве рішення задачі.

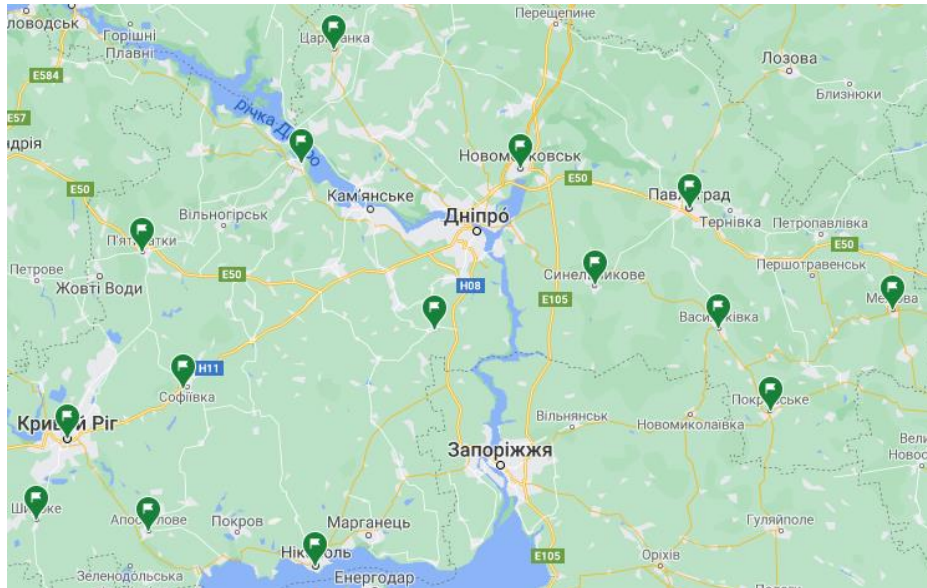


Рис. 3. Населені пункти, в яких знаходяться клієнти

Математична модель задачі. Є деяка кількість клієнтів N ($N = \overline{1, n}$), що знаходяться в різних населених пунктах. Кожній парі пунктів (i, j) , де $i, j \in N$ та $i \neq j$, відповідає відстань d_{ij} між цими пунктами. Центральний пункт (“депо”) позначений цифрою 0. Транспортні засоби V ($V = \overline{1, m}$) виїжджають з депо та повертаються назад. Позначимо через $R_i = (r_i(1), \dots, r_i(n_i))$ маршрут для i -го транспортного засобу, де $r_i(j)$ - це індекс j -ого клієнта, до якого приїхала машина, а n_i - це кількість клієнтів на маршруті. Так як кожен маршрут закінчується у депо, то $r_i(n_i + 1) = 0$ [6].

Змінні, що використовуються в моделі:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{якщо транспортний засіб } k \text{ виїхав з } i\text{-го пункту до } j\text{-го пункту;} \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Мета даної задачі - мінімізувати маршрут транспортного засобу, тобто:

$$\min \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}^k.$$

Дана модель має наступні обмеження:

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1, \quad (k = \overline{1, m}). \quad (1)$$

Обмеження (1) означає, що кожна машина виїде з депо та прибуде до конкретного замовника.

$$\sum_{i=0}^n x_{ip}^k - \sum_{j=0}^n x_{pj}^k = 0, (p = \overline{0, n}, k = \overline{1, m}). \quad (2)$$

Обмеження (2) означає, що кожна машина виїде від конкретного замовника та повернеться у депо.

$$x_{ij}^k = \{0, 1\}, (i = \overline{0, n}; j = \overline{0, n}; k = \overline{1, m}). \quad (3)$$

Обмеження (3) визначає допустимі значення змінних.

Викладання основного матеріалу. Суть методу полягає в тому, щоб, відштовхуючись від вихідної схеми перевезення товарів (депо - клієнт - депо), по кроках перейти до оптимальної схеми перевезення з кільцевими маршрутами (депо - клієнт 1 - клієнт 2 - ... - клієнт n - депо). З цією метою вводиться таке поняття, як кілометровий виграш – S_{ij} [6, 8]:

$$S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}, \quad (4)$$

де S_{ij} – кілометровий виграш, одержуваний при об'єднанні пунктів i та j (км); d_{0i} , d_{0j} – відстань між оптовою базою і пунктами i та j відповідно (км); d_{ij} – відстань між пунктами i та j (км).

Отримані значення заносяться в таблицю 1, де представлені відстані між пунктами d_{ij} (права верхня частина матриці) і кілометрові виграші S_{ij} (ліва нижня частина матриці).

Таблиця 1

Матриця відстаней між населеними пунктами

		Дніпро	Кривий Ріг	Новомосковськ	Покровське	Нікополь	Синельникове	Павлоград	П'ятихатки	Верхньодніпровськ	Солоне	Широке	Апостолово	Царичанка	Межова	Васильківка	Софіївка
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Дніпро	0	0	145	25	127	159	50	77	111	72	40	173	185	84	162	96	105
Кривий Ріг	1	0	0	174	303	106	209	225	166	144	164	30	46	185	310	255	41
Новомосковськ	2	0	-4	0	126	147	52	54	139	89	66	201	213	94	139	97	134
Покровське	3	0	-31	26	0	179	81	79	269	230	153	331	237	202	63	32	229
Нікополь	4	0	198	37	107	0	165	196	213	173	97	106	59	208	280	211	111
Синельникове	5	0	-14	23	96	44	0	40	174	134	83	236	247	125	124	51	168
Павлоград	6	0	-3	48	125	40	87	0	191	141	114	253	264	146	89	48	181
П'ятихатки	7	0	90	-3	-31	57	-13	-3	0	63	130	100	110	144	273	221	50
Верхньодніпровськ	8	0	73	8	-31	58	-12	8	120	0	90	171	183	89	225	181	103
Солоне	9	0	21	-1	14	102	7	3	21	22	0	171	153	126	199	129	102
Широке	10	0	288	-3	-31	226	-13	-3	184	74	42	0	45	212	337	282	69
Апостолово	11	0	284	-3	75	285	-12	-2	186	74	72	313	0	223	348	293	80
Царичанка	12	0	44	15	9	35	9	15	51	67	-2	45	46	0	233	189	151
Межова	13	0	-3	48	226	41	88	150	0	9	3	-2	-1	13	0	95	270
Васильківка	14	0	-14	24	191	44	95	125	-14	-13	7	-13	-12	-9	163	0	213
Софіївка	15	0	209	-4	3	153	-13	1	166	74	43	209	210	38	-3	-12	0

Крок 1. Розраховуємо кілометрові виграші та заносимо їх в таблицю. Для прикладу, розрахуємо кілометровий виграш для пари (1, 2):

$$S_{12} = d_{01} + d_{02} - d_{12} = 145 + 25 - 174 = -4.$$

Крок 2. Рангуємо кілометрові виграші за значеннями, від найбільших до найменших та заносимо їх в таблицю 2 (стовпці 1, 2, 3).

Крок 3. За будь-яких умов, додаємо перший рядок таблиці до першого маршруту. Для кожного наступного рядка таблиці перевіряємо умови:

1 – пункти i та j не входять до одного маршруту;

2 – пункти i та j є початковими і/або кінцевими пунктами тих маршрутів, до яких вони входять.

Крок 4. Якщо рядок відповідає обом умовам (тобто в стовпцях 4 та 5 стоїть “+”), додаємо цей відрізок до раніше знайденого маршруту за таких умов:

1 – послідовність пунктів на маршруті 1 від початку i до пункту i не змінюється;

2 – пункт i зв'язується з пунктом j ;

3 – послідовність пунктів на маршруті 2 від пункту j та до кінця не змінюється.

Наприклад, розглянемо другий рядок таблиці 2 – пункти 1 та 10. У попередньому маршруті був задіяний тільки пункт 10, але не пункт 1, тобто перша умова виконана. Пункт 10 у першому маршруті стоїть початковим після депо, тобто і друга умова виконана. Додаємо цей відрізок шляху до маршруту.

Новий маршрут 0-1-10-11-0, тобто зберігаємо послідовність пунктів з кожного з відрізків: 1-10 та 10-11.

Крок 5. Коли маршрут побудовано, рахуємо його довжину за допомогою матриці відстаней. Перевіряємо, чи задовольняє така довжина маршруту обмеженню (в нашому випадку це 500 км). Якщо так, записуємо цей маршрут як той, що задовольняє усім умовам, та переходимо до наступного рядка. Якщо ні, відмічаємо цей маршрут як незадовільний та переходимо до наступного рядка.

Крок 6. Якщо обидва пункти, що розглядаються в рядку, раніше не використовувались в жодному з маршрутів, даний маршрут позначається як новий та записується цифрою 2.

Дані кроки продовжуються, доки не будуть задіяні усі пункти [7].

Як видно з таблиці 2, отримано три маршрути для трьох транспортних засобів:

Маршрут 1: 0-7-15-1-10-11-4-9-0, що складає 473 кілометри.

Маршрут 2: 0-5-14-3-13-6-2-0, що складає 364 кілометри.

Маршрут 3: 0-8-12-0, що складає 245 кілометрів.

Тобто, щоб відвезти товар п'ятнадцятьом замовникам, відстані між кожним з яких є достатньо великими, компанії потрібно лише три робочих дні, а сумарний пробіг за усі дні дорівнює $473 + 364 + 245 = 1082$ км.

Таблиця 2

Процес рішення

i	j	Sij	Перевірка умов		маршрут	відстань, км	менше ніж 500 км?	№ маршруту
			1	2				
10	11	313	+	+	0-10-11-0	403	+	1
1	10	288	+	+	0-1-10-11-0	405	+	1
4	11	285	+	+	0-1-10-11-4-0	438	+	1
1	11	284	-	+	-	-	-	-
3	13	226	+	+	0-3-13-0	352	+	2
4	10	226	-	-	-	-	-	-
11	15	210	+	-	-	-	-	-
10	15	209	+	-	-	-	-	-
1	15	208	+	+	0-15-1-10-11-4-0	440	+	1
1	4	198	-	-	-	-	-	-
3	14	191	+	+	0-14-3-13-0	353	+	2
7	11	186	+	-	-	-	-	-
7	10	184	+	-	-	-	-	-
7	15	166	+	+	0-7-15-1-10-11-4-0	496	+	1
13	14	163	-	-	-	-	-	2
4	15	153	-	+	-	-	-	-
6	13	150	+	+	0-14-3-13-6-0	357	+	2
3	6	125	-	+	-	-	-	-
6	14	125	-	+	-	-	-	-
7	8	119	+	+	0-8-7-15-1-10-11-4-0	520	-	1
3	4	107	-	+	-	-	-	-
4	9	102	+	+	0-7-15-1-10-11-4-9-0	473	+	1
3	5	96	-	-	-	-	-	2
5	14	96	+	+	0-5-14-3-13-6-0	362	+	2
1	7	90	-	+	-	-	-	-
5	13	88	-	+	-	-	-	-
5	6	87	-	+	-	-	-	-
3	11	75	-	-	-	-	-	-
8	10	73	-	-	-	-	-	-
8	11	73	-	-	-	-	-	-
8	15	73	-	-	-	-	-	-
1	8	72	-	-	-	-	-	-
9	11	72	-	-	-	-	-	-
8	12	66	+	+	0-8-12-0	245	+	3
4	7	57	-	-	-	-	-	-
4	8	57	-	-	-	-	-	-
7	12	50	-	-	-	-	-	-
2	6	48	+	+	0-5-14-3-13-6-2-0	364	+	2

За отриманими результатами, за допомогою Google Maps побудовані усі маршрути, завдяки чому можна порівняти результати розрахунків та подивитися, як рішення виглядає графічно.

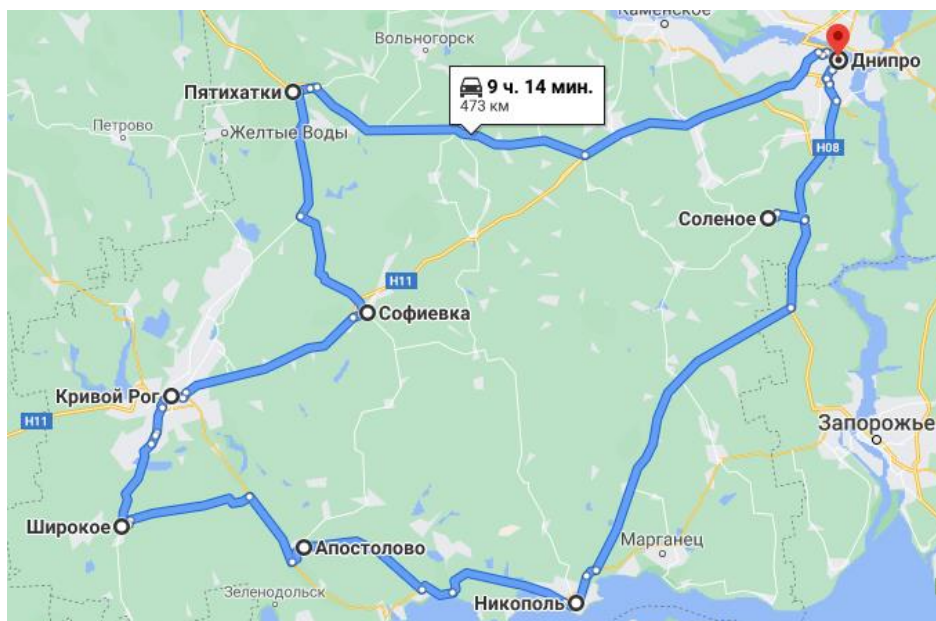


Рис. 4. Маршрут 1

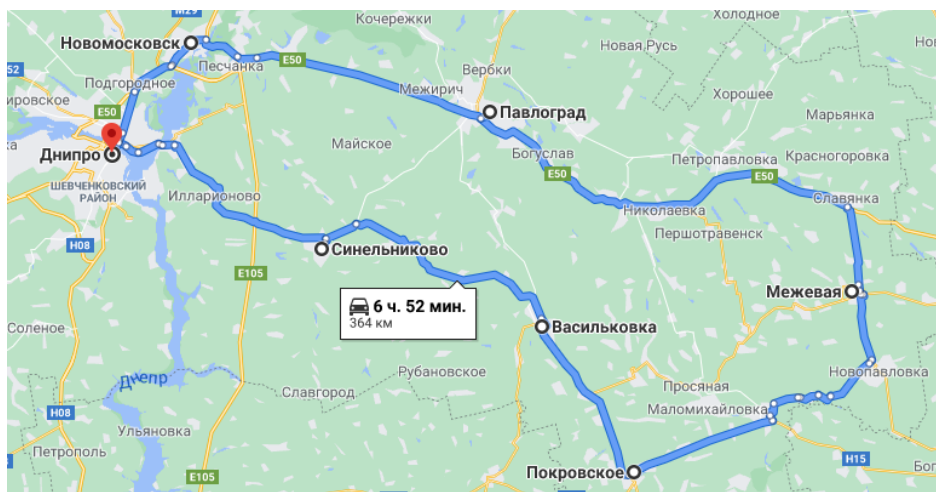


Рис. 5. Маршрут 2

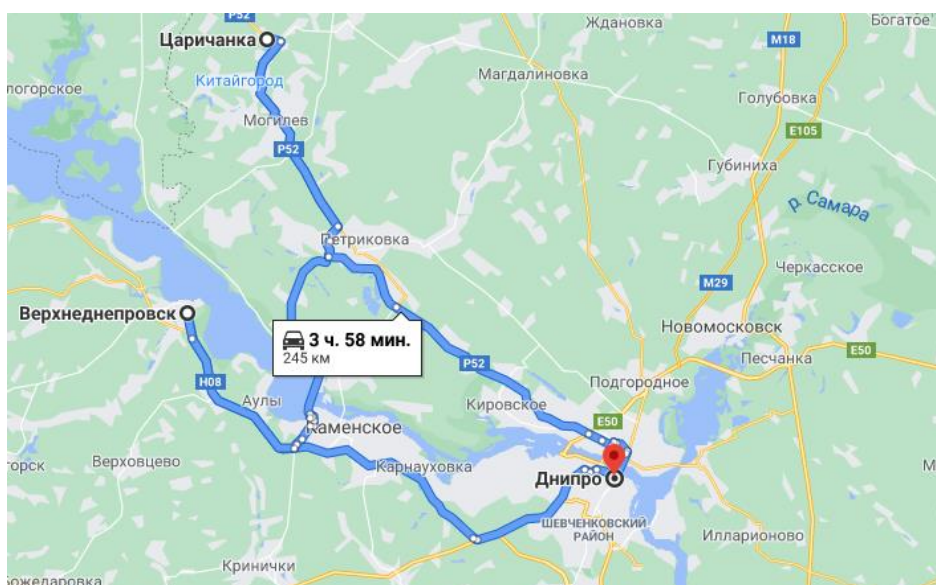


Рис. 6. Маршрут 3

Довжина маршрутів за алгоритмом та за інформацією з Google Maps співпадає (див. рис. 4-6). Отримані результати обчислень занесені у таблицю 3.

Таблиця 3

Результати обчислень

№ маршруту	Маршрут	Довжина, км
1	0-7-15-1-10-11-4-9-0	473
2	0-5-14-3-13-6-2-0	364
3	0-8-12-0	245
	Усього:	1082

Для автоматизації роботи підприємства розроблене програмне забезпечення, де менеджеру треба обирати потрібні пункти доставки, вводити обмеження за відстанню в км на день (рис. 7).

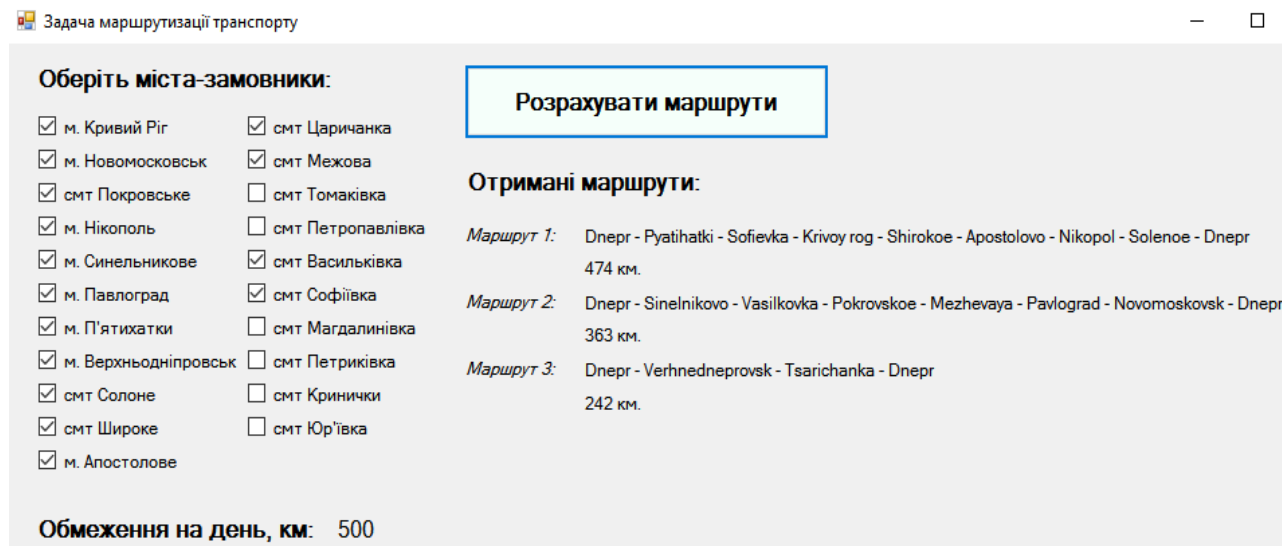


Рис. 7. Програмне забезпечення для розрахунку маршрутів доставки.

Висновки. В роботі розглянута задача маршрутизації транспорту на підприємстві ТОВ «Лайт» для п'ятнадцяти пунктів доставки. Сформульовано математичну постановку даної задачі та розглянуті методи, за допомогою яких її вирішують. В результаті за допомогою методу Кларка-Райта отримано три маршрути сумарною довжиною у 1082 км.

Вирішення задачі допоможе підприємству скоротити логістичні витрати, а також підвищити ефективність роботи за рахунок більш швидкої роботи з перевезення товарів клієнтам.

Перелік посилань

1. Алесинская, Т.В. (2005). *Основы логистики. Общие вопросы логистического управления: Учебное пособие*. Изд-во ТРТУ.
2. Golden, B., Raghavan, S., & Wasil, E. (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. Springer.

3. Lonnie, D. (2007). *Systems Analysis and Design for the Global Enterprise 7th Edition*. McGraw-Hill.
4. Хом'як, Т. В., Малієнко, А. В., & Симонець, Г. В. (2019). Застосування методів згладжування для прогнозування обсягу виробництва. *Вісник Національного Технічного Університету «ХПІ». Збірник Наукових Праць, Серія: Системний Аналіз, Управління Та Інформаційні Технології, 1*, 8–12.
<https://doi.org/10.20998/2079-0023.2019.01.02>
5. Хом'як, Т. В., Малієнко, А. В., & Фішбах, К. К. (2019). Розробка системи підтримки прийняття рішень для вибору виду діяльності підприємства. *Збірник Наукових Праць Національного Гірничого Університету, 59*, 132–142.
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/59.132>
6. Shankar, R. B. S., Reddy, K. D., & Venkataramaiah, P. (2018). Solution to a capacitated vehicle routing problem using heuristics and firefly algorithm. *International Journal of Applied Engineering Research, 13*(21), 15247-15254.
7. Altinel, İ. K., & Öncan, T. (2005). A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society, 56*(8), 954–961.
<https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601916>

АННОТАЦІЯ

Цель исследования заключается в решении задачи маршрутизации на предприятии ООО «Лайт» с целью нахождения оптимальных маршрутов для перевозки товаров заказчиком.

Методы исследования. Для решения поставленной задачи применен алгоритм Кларка-Райта, который позволяет эффективно находить решение в задаче маршрутизации транспорта. Он относится к числу приближенных, итерационных методов и может использоваться для компьютерного решения задачи перевозки, погрешность решения не превышает в среднем 5-10%. Преимуществами метода является его простота, надежность и гибкость, позволяющая учитывать целый ряд дополнительных факторов, влияющих на конечное решение задачи. Этот алгоритм основан на ранжировании отрезков пути по "километровым выигрышам" и последующим добавлением этих отрезков к конечному маршруту. Это позволяет минимизировать конечное расстояние маршрута и, соответственно, время на доставку товаров.

Результаты исследования. В работе проведен системный анализ деятельности предприятия, выявлены целевые задачи, функциональная деятельность каждого из подразделений предприятия и взаимодействие между ними, информационные потоки внутри подразделений и между ними, внешние по отношению к предприятию объекты и внешние информационные воздействия, а также нормативно-справочная документация, данные по имеющимся на предприятии средствам и системам автоматизации. Сформулирована постановка задачи маршрутизации транспорта на предприятии, представлена матрица расстояний между городами-заказчиками, и получено три конечных маршрута.

Научная новизна. Получена математическая модель задачи маршрутизации транспорта на предприятии, для решения поставленной задачи применен алгоритм Кларка-Райта и разработано программное обеспечение.

Практическое значение. Решение задачи маршрутизации и разработанное программное обеспечение по алгоритму Кларка-Райта позволяет находить оптимальные по дистанции маршруты для доставки товаров заказчиком, что значительно сокращает материальные затраты предприятия, а также затраты времени на перевозку и способствует более эффективной работе предприятия.

Ключевые слова: системный анализ, задача маршрутизации транспорта, метод Кларка-Райта.

ABSTRACT

The purpose of the research is to solve the vehicle routing problem at the company LLC «Light» in order to find optimal routes for the transportation of goods to customers.

Research methods. To solve the problem, the Clark-Wright algorithm is used, which allows to effectively find a solution in the vehicle routing problem. It belongs to the number of approximate, iterative methods and can be used for the computer solution of the vehicle routing problem, the error of the solution does not exceed, on average, 5-10%. The advantages of the method are its simplicity, reliability and flexibility, which allows to take into account a number of additional factors that affect the final solution of the problem. This algorithm is based on ranking the sections of the path according to "kilometer gains" and then adding these sections to the final route. This allows to minimize the final distance of the route and, accordingly, the time for the delivery of goods.

The results. The work carried out a systematic analysis of the activities of the enterprise, identified the target tasks, the functional activities of each of the divisions of the enterprise and the interaction between them, information flows within the divisions and between them, objects external to the enterprise and external information influences, as well as regulatory and reference documentation, data according to the means and automation systems available at the enterprise. The formulation of the *vehicle routing problem* at the enterprise has been formulated, a matrix of distances between customer cities has been presented, and three final routes were obtained.

Scientific novelty. A mathematical model of the vehicle routing problem at the enterprise was obtained, the Clark-Wright algorithm was used to solve the problem, and software has been developed.

The practical significance. The solution of the vehicle routing problem and the developed software according to the Clark-Wright algorithm allow finding the optimal routes for the delivery of goods to customers, which significantly reduces the material costs of the enterprise, as well as the time spent on transportation, and contributes to more efficient operation of the enterprise.

Keywords: system analysis, vehicle routing problem, Clark and Wright method.