Пістунов І.М.

Моделювання економіки: навч. наоч. посіб. Дніпро : НТУ «ДП», 2024. 40 с.

В посібнику розглядаються такі сучасні економічні моделі, як моделі поведінки споживачів, моделі поведінки виробників, моделі спільної поведінки споживачів та виробників, модель рекламної кампанії, павутиноподібна модель, модель Леонтьєва, тощо.

Наведено приклади розрахунків, надано пояснення щодо використання електронних таблиць Excel.

Призначено для студентів спеціальності 051 «Економіка»

Рецензенти:

Васильєва Н.К., завідувач каф. інформаційних систем ДДАЕУ, проф.

Пилипенко Ю.І., зав каф. Економічної теорії та міжнародних економічних відносин НТУ “ДП”, проф.

Визначення залежності фактору від швидкості зміни іншого фактору

1. Розрахувати прирощення кожного фактору і коефіцієнти кореляції факторів та їх прирощень.
2. Там, де коефіцієнт є найбільшим – можна вважати, що існує диференціальний зв’язок.
3. Не забувайте, що Δx – це dx/dt !

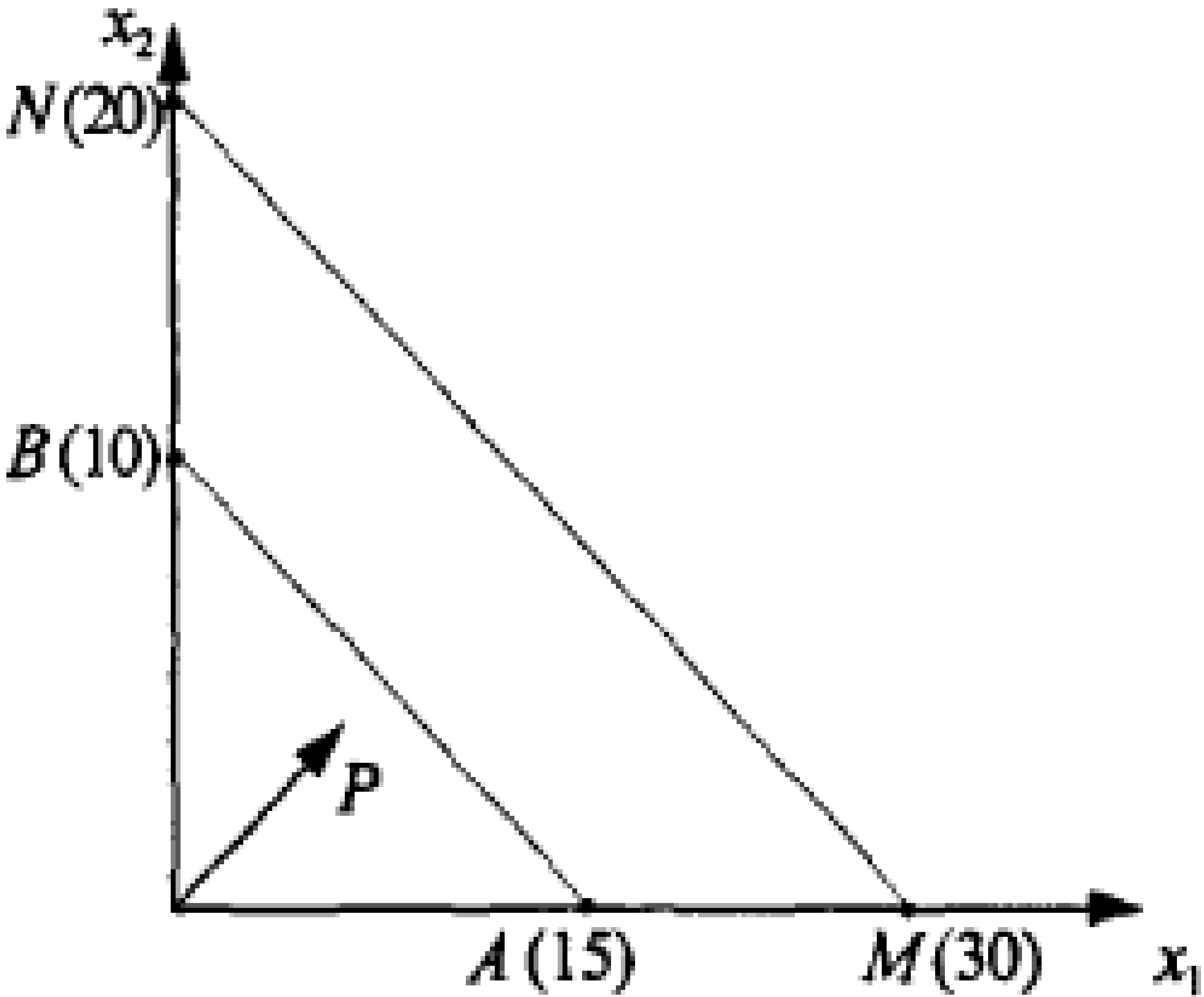
Моделі поведінки споживачів

Товар – деяке благо, або послуга, що надходить у продаж і має ціну P_i та кількість X_i. Сукупність цін та кількостей товару складає скалярний добуток цих векторів

$$PX = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n$$

і називається ціною набору *X*. Відношення вірної вартості розбиває простір товарів на класи, що не перетинаються.

Розглянемо два класи вартістю 30 та 60 одиниць для 2-х товарів, якщо вектор цін *P*(2, 3)


x_2
$N(20)$
$B(10)$
P
$A(15)$
$M(30)$
x_1

Бюджетна множина

Нехай індивід має дохід *Q*. Тоді множина товарів, при цінах *P* вартістю не більше *Q*, називається бюджетною множиною *B*.

Множина товарів вартості, яка точно дорівнює *Q* називається межею цієї бюджетної множини.

Тобто,

$$\boldsymbol{B(P,Q)} = \{(x_1,\ldots x_n) \geq 0,\ p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n \leq \mathbf{Q}$$

$$\boldsymbol{G(P,Q)} = \{(x_1,\ldots x_n) \geq 0,\ p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n = \mathbf{Q}$$

Переваги споживача

Коли споживач розрізняє набори товарів X та Y, вважаючи один із них кращий за інший, можуть мати місце наступні співвідношення:

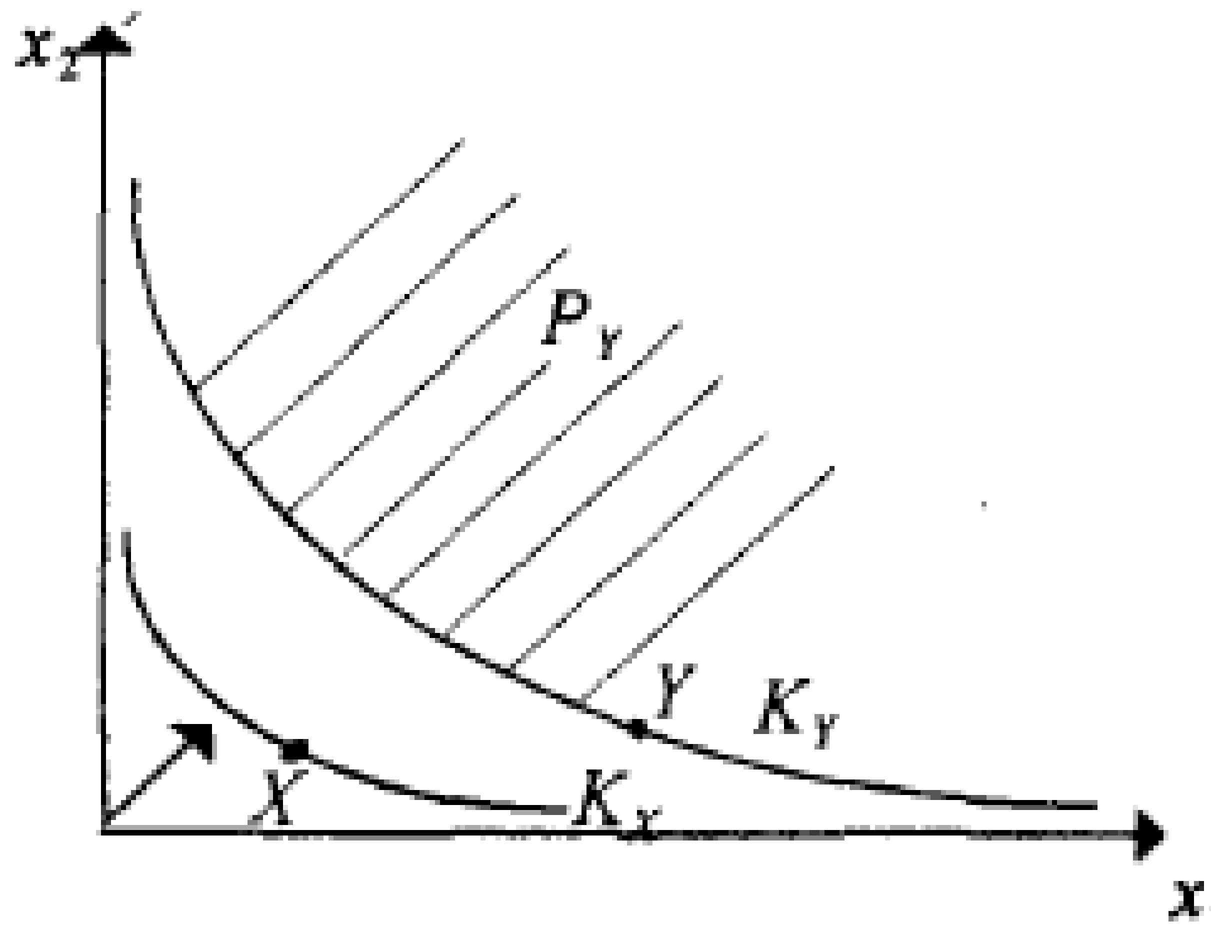
- Сильна перевага $X > Y$
- Слабка перевага $X \geq Y$
- Байдужість $X = Y$

Для кожної системи переваг можна визначити функцію корисності виду

$$U(p, x) = F(p, x)$$

Чим більше значення функції, тим більшою є перевага одного набору цін та товарів від іншого

Типова картина для двох видів товару *Kx* та *Ky*. Стрілка – показник рівноцінності, заштриховане поле – множина переваг цін *Py* над *Px*



У теорії споживання припускаються гіпотези і вважається, що функція корисності має такі властивості:

1) $\frac{\partial u}{\partial x_i} > 0$ — зі зростанням споживання блага корисність зростає;

2) $\lim\limits_{x_i \to 0} \frac{\partial u}{\partial x_i} = \infty$ — невеликий приріст блага за його початкової відсутності різко збільшує корисність;

3) $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} < 0$ — зі зростанням споживання блага швидкість зростання корисності зменшується (спадає);

4) $\lim\limits_{x_i \to \infty} \frac{\partial u}{\partial x_i} = 0$ — коли є дуже великий обсяг блага, його подальше зростання не приводить до зростання корисності.

Поверхнею байдужості називають гіперповерхню розмірністю ($n-1$), на якій корисність постійна:

$$u(x) = c = \text{const},$$

або має диференційовану форму:

$$du = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u}{\partial x_i} dx_i = 0 \quad . \tag{7.1}$$

Умова (7.1) означає, що дотична до поверхні байдужості перпендикулярна градієнтові корисності.

Це означає (з погляду споживача) можливість заміни одного товару певною кількістю іншого (рівноцінного) товару.

Нехай в (7.1) $dx_i = 0$ для $i = 3, \ldots, n$, тоді це співвідношення має вигляд:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0,$$

звідси

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} \ , \tag{7.2}$$

тобто гранична **норма заміщення** першого товару другим дорівнює відношенню граничної корисності першого та другого товарів.

РІВНЯННЯ СЛУЦЬКОГО

$$\frac{\partial x^*}{\partial p_n} = \left(\frac{\partial x^*}{\partial p_n}\right)_{\text{comp}} - \frac{\partial x^*}{\partial M} x_n^* .$$

Воно об'єднує проблеми зміни попиту за умов зміни ціни на *n*-й продукт, а також зміни попиту за умов зміни доходу *M*. * - оптимальне рішення.

Рівняння складено у векторній формі

Задача оптимального (раціонального) вибору споживача

$$\max_{x \in B \bigcap X} u(x) = \max_{px = M} u(x).$$

***L*(*x*, l) = *u*(*x*) - λ (*px* - *M*)**

Необхідні умови локального екстремуму:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_j^* = M ,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i}(x_i^*) - \lambda^* p_i = 0 , \quad i = 1, \ \dots, n .$$

Приклад

$$L(x_1, x_2, \lambda) = 20\sqrt{x_1 x_2} - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - 400)$$

Необхідні умови локального екстремуму:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 10\frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} - \lambda p_1 = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 10\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} - \lambda p_2 = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - 400 = 0$$

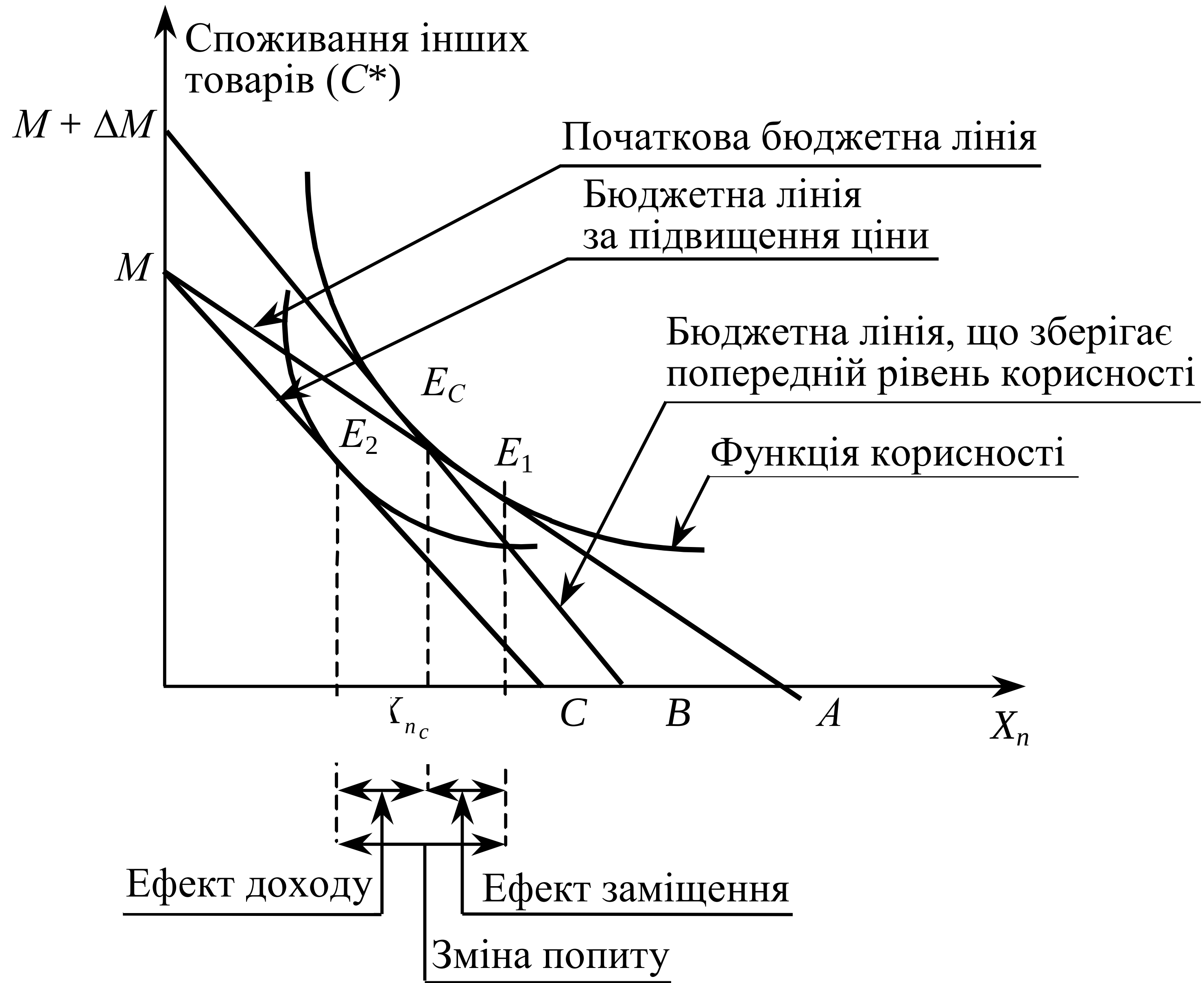
Розв’язавши систему рівнянь:

$$\begin{cases} 10\dfrac{\sqrt{x_2}}{p_1\sqrt{x_1}} = \lambda \\ 10\dfrac{\sqrt{x_1}}{p_2\sqrt{x_2}} = \lambda \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = 400 \end{cases}$$

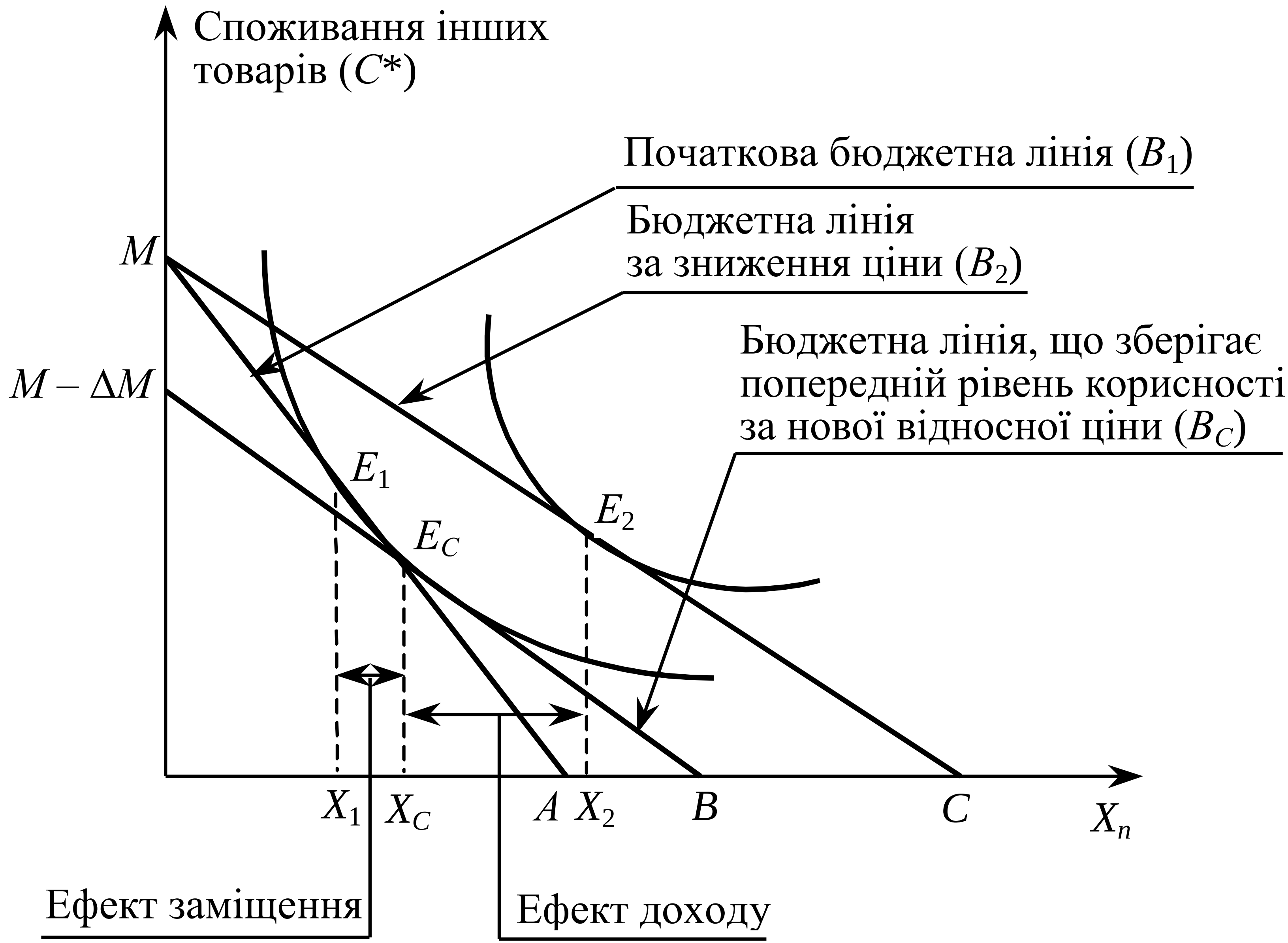
отримаємо функцію попиту споживача .

$$\begin{cases} x_1^{*} = \dfrac{200}{p_1} \\ x_2^{*} = \dfrac{200}{p_2} \end{cases}$$

Підвищення ціни p_n



Зниження ціни p_n



Моделі поведінки виробників

ВИРОБНИЧА ФУНКЦІЯ (ВФ)

ВФ є економіко-статистичною моделлю процесу виробництва продукції в даній економічній системі й виражає стійку закономірну кількісну залежність між об’ємними показниками ресурсів і випуску продукції.

У теорії виробничих функцій виробничий процес аналізується з погляду перетворення ресурсів у продукт (продукцію). Входами є потоки ресурсів різноманітного виду, повністю чи частково використовувані у виробництві, виходом — готова до реалізації продукція. Функціонуючі в системі ресурси (чинники), технологія та умови організації виробництва визначають потенційні можливості та стан процесу (системи).

Функція з фіксованими пропорціями чинників (функція Леонтьєва).

$$y = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2}\right)$$

Функція Кобба—Дугласа

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$$

$$X = AK^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}, \quad \alpha_1 = \alpha, \quad \alpha_2 = 1 - \alpha.$$

Лінійна функція

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2$$

Функція Аллена

$$y = a_0 x_1 x_2 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2$$

Функція постійної еластичності заміщення чинників (функція CES)

$$y=\left(a_1 x_1^{a_3}+a_2 x_2^{a_3}\right)^{a_4}.$$

Функція Солоу

$$y=\left(a_1 x_1^{a_3}+a_2 x_2^{a_4}\right)^{a_5}$$

Як ресурси (чинники виробництва) на макрорівні здебільшого розглядаються накопичена (уречевлена) праця у формі виробничих фондів (капітал) *K* і поточна (жива) праця *L*. А як результат — валовий випуск *X* (чи валовий внутрішній продукт *Y*, чи національний дохід *N*). У всіх випадках результат узагальнено називатимемо випуском і позначатимемо через *X*.

Параметр A здебільшого інтерпретують як параметр нейтрального технічного прогресу: за тих самих значень α_1 і α_2 випуск у точці (K, L) буде тим більшим, чим більше A.

α_1 — коефіцієнт еластичності випуску за основними фондами, а α_2 — коефіцієнт еластичності випуску за працею.

Коефіцієнт еластичності чинника показує, на скільки відсотків збільшиться випуск, якщо чинник зросте на 1 %.

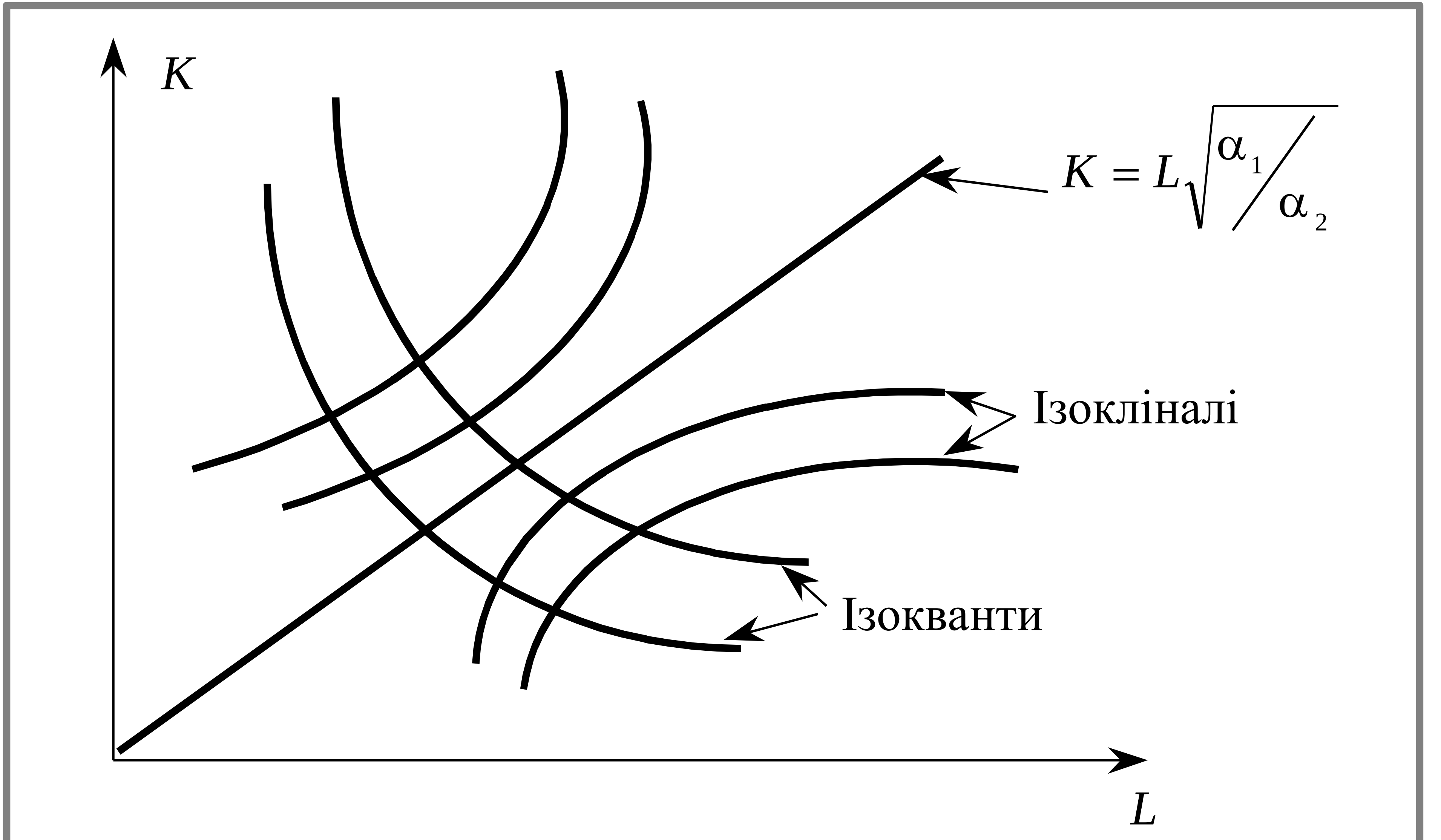
Лінією рівня на площині *K*, *L*, ***ізоквантою***, називають множину тих точок площини, для котрих

$F(K, L) = X_0 = \mathrm{const}.$

Ізокліналями називають лінії найшвидшого зростання ВФ. Ізокліналі ортогональні лініям нульового зростання, тобто ортогональні ізоквантам.

$$K = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} L^2 + a}\,, \quad a = \mathrm{const},$$

$$a = K_0^2 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\, L_0^2\,,$$


K
$K = L\sqrt{\alpha_1 / \alpha_2}$
Ізокліналі
Ізокванти
L

Моделі оптимального (раціонального) вибору виробника

$$\Pi(x) = pF(x) - wx$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_j} = p\frac{\partial F}{\partial x_j} - w_j \le 0,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_j} x_j = \left(p\frac{\partial F}{\partial x_j} - w_j\right) x_j = 0,\ \ x_j \ge 0,\ \ j = 1,\dots,n$$

$$p\frac{\partial F(x^*)}{\partial x_j} = w_j\,,\ \ j = 1,\dots,n\,,$$

Визначимо максимальний випуск, якщо на оренду фондів і оплату праці виділено 150 грош. од., вартість оренди одиниці фондів w_k = 5 грош. од., ставка зарплати w_L = 10 грош. од./люд.

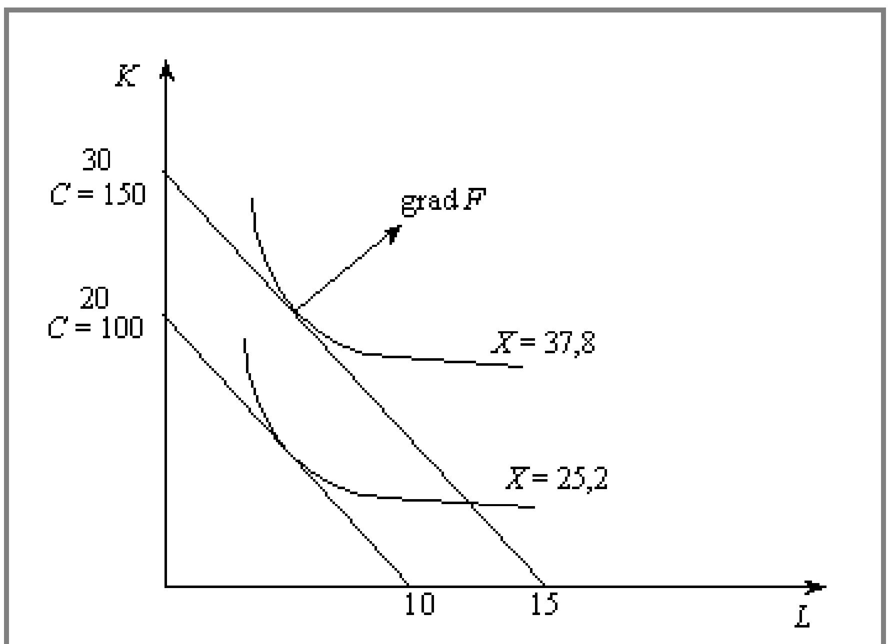
ПРИКЛАД

$$X = F(K, L) = 3K^{\frac{2}{3}} L^{\frac{1}{3}}\ .$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \lambda w_K\ , \quad \frac{\partial F}{\partial L} = \lambda w_L$$

$$\frac{2}{3}\ \frac{F(K^*, L^*)}{K^*} = \lambda w_K\ , \quad \frac{1}{3}\ \frac{F(K^*, L^*)}{L^*} = \lambda w_L\ .$$

$$L^* = \frac{w_K}{2w_L} K^* \qquad w_K K^* + w_L L^* = 150, \qquad 5K + 10L = const,$$



$$-\frac{dK}{dL} = S_K = \frac{\partial F / \partial L}{\partial F / \partial K} = \frac{1/3}{2/3} \frac{K^*}{L^*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{5} = 2,$$

Модель рекламної кампанії

$$\frac{dN}{dt} = \left[\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)\right](N_p - N(t)).$$

$$\ddot{\ddot{N}}(t) = \frac{\ddot{\ddot{N}}_p}{\left[1 + \left(\ddot{\ddot{N}}_p \frac{a_2(t)}{a_1(t)} - 1\right) e^{-\ddot{\ddot{N}}_p a_2(t) t}\right]}$$

$$\ddot{\ddot{N}}_p = \frac{a_1(t)}{a_2(t)} + N_p \qquad \ddot{\ddot{N}}(t) = \frac{a_1(t)}{a_2(t)} + N(t) \qquad a_1(t) = Ae^{-Bt}$$

$$a_2(t) = C\left(1 - e^{-Dt}\right) \qquad P = pN(t)\int_0^t \alpha_1(t)\,dt, \qquad S = s\int_0^t \alpha_1(t)\,dt.$$

$$P = pN(t)(1 - \ell^{-Bt}) \qquad S = sAD(1 - 1^{-Bt})$$

Павутиноподібна модель

Ідеться про формалізацію економічного закону попиту та пропозиції, згідно з яким:

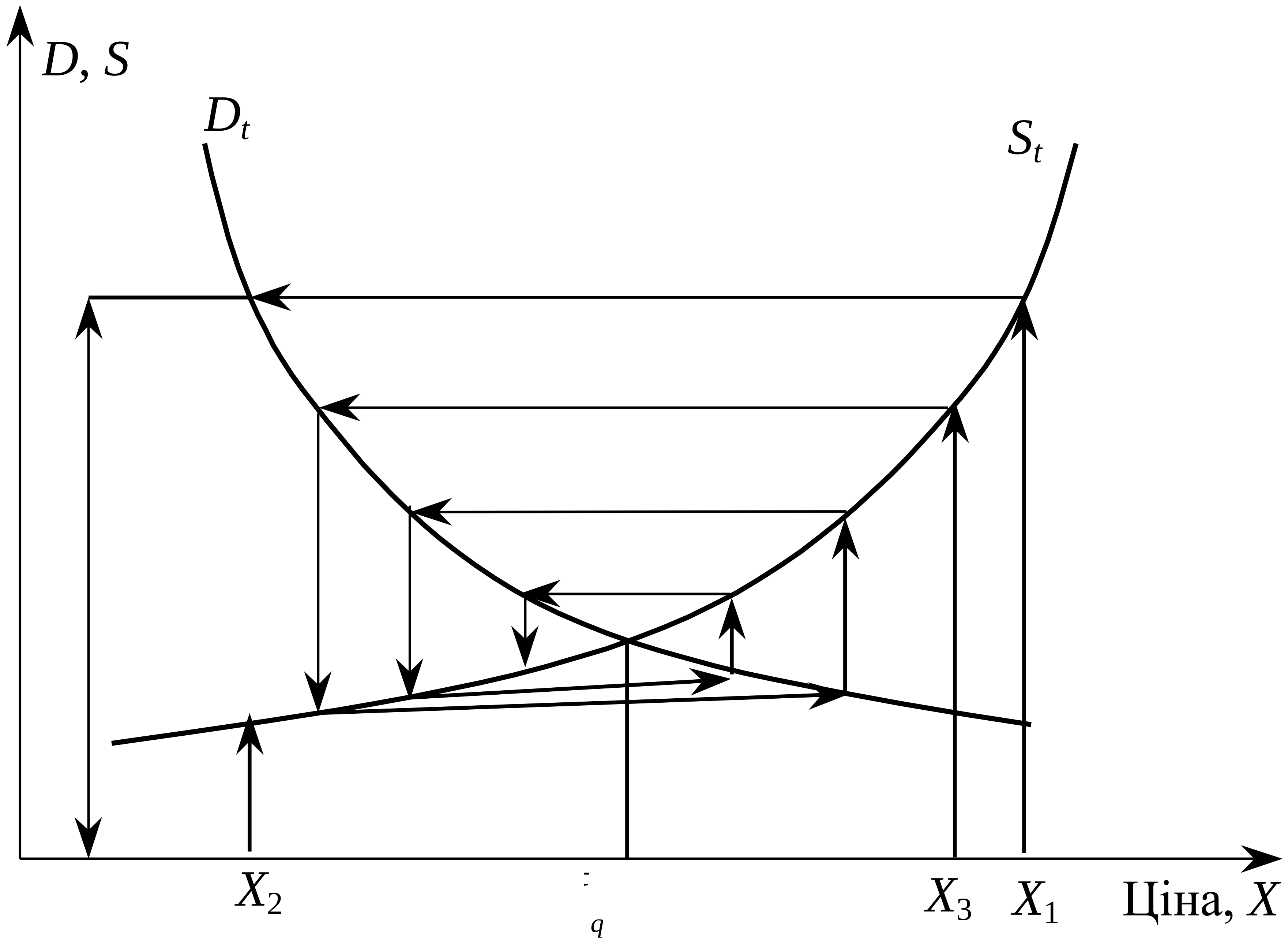
- кількість товару, що його можна продати на ринку (тобто попит), змінюється у напрямку, протилежному зміні ціни товару;
- кількість товару, який виробляють і доставляють на ринок (тобто пропозиція), змінюється у тому самому напрямку, що й ціна;
- водночас реальна ринкова ціна формується на рівні, на якому попит і пропозиція наближено дорівнюють одне одному (приблизно збігаються з деякою заданою точністю), тобто перебувають у рівновазі.

Нехай X_t — ціна товару в момент часу t, а D_t і S_t — кількість товару, купленого і пропонованого відповідно на ринку в той самий момент часу t. Тоді, з урахуванням одного інтервалу часу, необхідного виробникам-продавцям для того, щоб «зреагувати» на ціну X, можна математично сформулювати наведені закономірності:

$$S_t = f(X_{t-1}),\ D_t = g(X_t),$$

$$\lim_{t\to\infty} f(X_{t-1}) = \lim_{t\to\infty} g(X_t);\ \lim_{t\to\infty} X_t = \bar{X}_q,$$

де $f(X)$ — деяка монотонно зростаюча і $g(X)$ — монотонно спадна функції від аргументу X (тобто від ціни), $\bar{X}_q$ — рівноважна ціна.



D, S
D_t
S_t
X_2
q
X_3
X_1
Ціна, X

МОДЕЛІ ВЗАЄМОДІЇ СПОЖИВАЧІВ І ВИРОБНИКІВ

Модель Еванса

$d = d(t) = \Phi[p(t)],\ s = s(t) = \Psi[p(t)]$

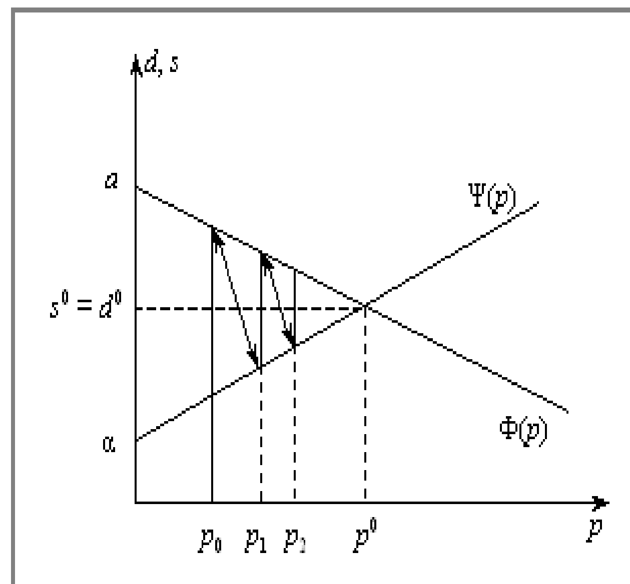
$\Phi(p) = \alpha - \beta p$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ (попит зі зростанням ціни спадає);

$\Psi(p) = a + bp$, $a > 0$, $b > 0$ (пропозиція зі зростанням ціни зростає). $dp = \gamma\,(d - s)dt$, $\gamma > 0$.

$$\frac{dp}{dt} = \gamma\left(-(b+\beta)p + a - \alpha\right),\ p(0) = p_0.$$

$$p^0 = \frac{a-\alpha}{b+\beta} > 0.$$

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma(b+\beta)t} + \frac{a-\alpha}{b+\beta}\left[1 - e^{-\gamma(b+\beta)t}\right]$$



Модель Вальраса

$$K_i(p) = pb_i + l_i(p).$$

$$\psi_k(p) = \left\{ y_k^* : py_k^* = \max_{y_k \in Y_k} py_k \right\}.$$

$$X(p) = \{ x : x \in X,\ px \le K(p) \}$$

$$\Phi(p) = \left\{ x^* : u(x^*) = \max_{x \in X(p)} u(x) \right\},$$

$$Y = \left\{ y : y = \sum_{k=1}^{m} y_k,\ y_k \in Y_k,\ \ k = 1, \ \ldots, m \right\}.$$

$$\begin{cases} x_i^* \in \Phi_i(p^*), \ \ i = 1, \ldots, l, \\ y_k^* \in \psi_k(p^*), \ \ k = 1, \ldots, m, \\ \sum\limits_{k=1}^{m} y_k^* + b \ge \sum\limits_{i=1}^{l} x_i^*, \\ p^* \left(\sum\limits_{k=1}^{m} y_k^* + b \right) = p^* \sum\limits_{i=1}^{l} x_i^*. \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{m} p_{Ck}^* y_k + \sum_{i=1}^{l} p_{Ti}^* (b_i - x_i) \to 0$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_k + \sum_{i=1}^{l} b_i \ge \sum_{i=1}^{l} x_i$$

$$x_i = \Phi_i(p_{Ti}), \quad i = 1, \ldots, l,$$

$$y_k = \Psi_k(p_{Ck}), \quad k = 1, \ldots, m.$$

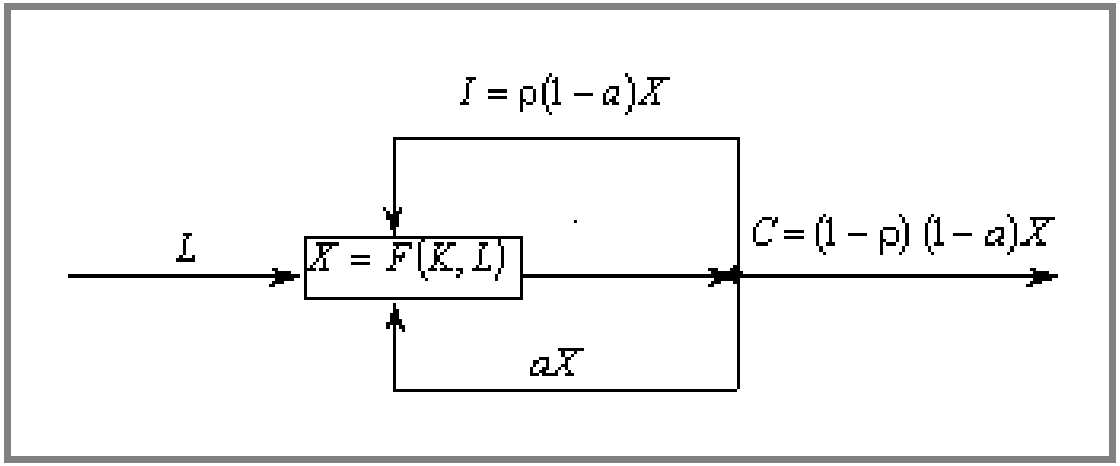
$$p_{\grave{O}i},\ p_{Ck},\ y_k,\ x_i \ge 0.$$

Односекторна модель економічного розвитку (МОДЕЛЬ СОЛОУ)

$$-1 < \nu < 1,$$
$$0 < \mu < 1,$$
$$0 < a < 1,$$
$$0 < \rho < 1.$$

$$L = L_0 e^{\nu t}; \;\; \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho(1-a)X, \;\; K(0) = K_0;$$

$$X = F(K, L), \;\; I = \rho(1-a)X; \;\; C = (1-\rho)\,(1-a)X.$$



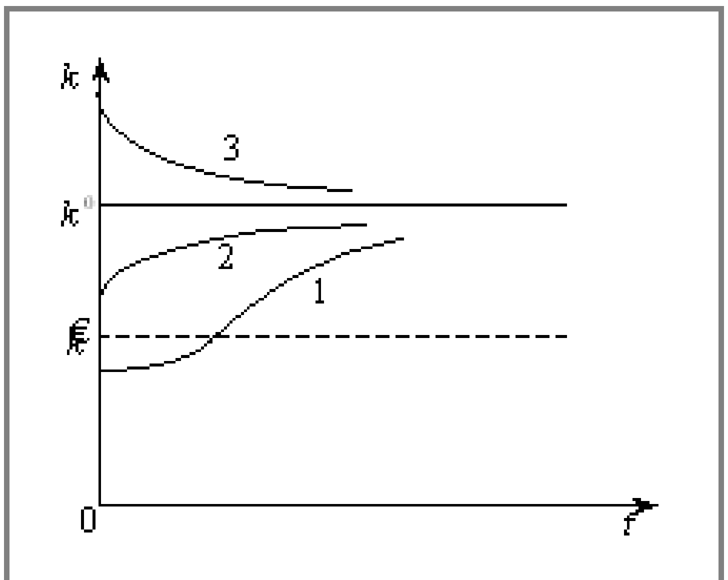
$$\frac{dk}{dt} - -\lambda k + \rho(1-a)f(k), \lambda = \mu + \nu, k(0) = k_0 = \frac{K_0}{L_0}$$

Перехідний режим у моделі Солоу

$$\frac{dk}{dt} = -\lambda k + \rho(1-a)f(k), \quad k(0) = k_0$$

$$\frac{d^2k}{dt^2} = \frac{dk}{dt}\left[\rho(1-a)f'(k) - \lambda\right]$$

$$f(k) = Ak^{\alpha}, \; \hat{k} = \left[\frac{\alpha\rho(1-a)A}{\lambda}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \; k^0 = \left[\frac{\rho(1-a)A}{\lambda}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}},$$



$$u(t) = \left[\left(k^0\right)^{1-\alpha} e^{(1-\alpha)\lambda t} + k_0^{1-\alpha} - \left(k^0\right)^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

$$k(t) = \left[\left(k^0\right)^{1-\alpha} + e^{-(1-\alpha)\lambda t}\left(k_0^{1-\alpha} - \left(k^0\right)^{1-\alpha}\right)\right]^{\frac{1}{1-\alpha}},$$

Моделі розвитку держави, як фактору економічної діяльності

РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ СУСПІЛЬНОГО БОРГУ

$$\dot{M} \equiv \frac{d}{dt} M(t)$$

$$\dot{M} + \dot{B} = P(G - T) + RB,$$

$$\dot{B} \equiv \frac{d}{dt} B(t)$$

$$S = \frac{\dot{M}}{P}$$

$$\dot{b} = rb - S + (G - T),$$

P – інфляція, *P*(*G* - *T*) – дефіцит державного бюджету в номінальному вираженні; *G* – бюджетні витрати в реальному вираженні; *T* – реальні податки, що не змінюють обсягів випуску; *RB* – обсяг обслуговування державного боргу за ставкою номінального відсотка *R* > 0.

$$S_N \equiv S - (G - T) \le 0,$$

$$b - \frac{r}{2} b^2 = S_N t$$

Корні рівняння: $b_1=1$

$$b_2 = -\frac{2S_N t}{r}$$

$$S_N \equiv S - (G - T) > 0,$$

$$b(t) = e^{rt} \int_t^{\infty} e^{-r\tau} \left[S(\tau) + T(\tau) - G(\tau) \right] d\tau$$

Позики держави й накопичений борг

$$dB = -rB\,dt\,,$$

$$dV = \alpha V dt,$$

$$B(t) = F \exp[-rt]$$

$$\hat{V}(t) = F\exp(\alpha t)$$

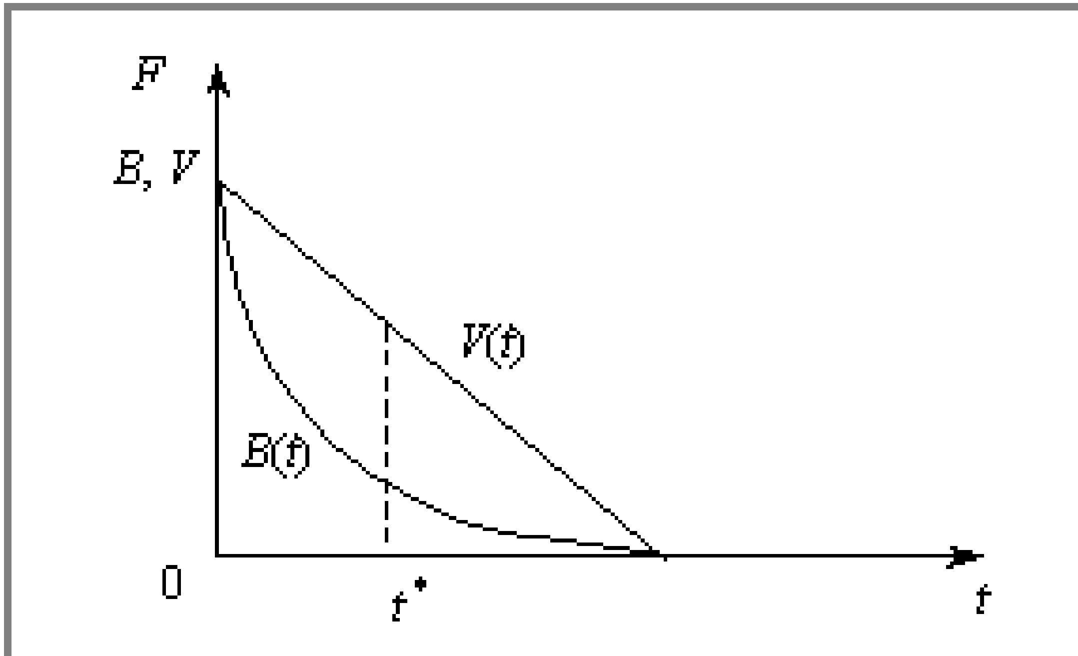
$$V(t) = [F\exp(\alpha t)]\exp[-rt] = F\exp[-(r-\alpha)\,t\,].$$

$$\max\{V(t^*) - B(t^*)\} = \max\{F[\exp(\alpha t^*) - 1]\exp(-rt^*)\}.$$

$$f(t) = [V(t) - B(t)].$$

$$t^* = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{r}{r-\alpha}$$

$$f(V) = \max\{V - B,\,0\}.$$



Модель багатогалузевої економіки Леонтьєва

Позначимо через X_i *обсяг валової продукції* $i-oї$ галузі за запланований період, а через Y_i *обсяг кінцевої продукції* $i-oї$ галузі, призначеної для невиробничого споживання $i=(1,2,...,n)$, $x_{ij}-$ частина продукції $i-oї$ галузі, що споживається $j-ою$ для забезпечення випуску її продукції в розмірі X_j.

Величини $a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j}$, $(i,j=1,2,...,n)$ називаються коефіцієнтами прямих витрат.

Ці коефіцієнти утворюють квадратну *матрицю коефіцієнтів прямих витрат.*

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

Матриця $A=\|a_{ij}\|-$ містить інформацію про структуру міжгалузевих зв'язків та про технологію виробництва даної економіко-виробничої системи.

Рівняння вигляду

$$\begin{cases} X_1 = x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1n} + Y_1, \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2n} + Y_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{in} + Y_i, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_n = x_{n1} + x_{n2} + \ldots + x_{nn} + Y_n. \end{cases}$$

Тоді балансові співвідношення можна записати у вигляді

$$(E - A)X = Y,$$

де E – одинична матриця.

Основною задачею міжгалузевого балансу є знаходження вектора валового випуску X, який при відомій матриці прямих затрат A забезпечує заданий вектор кінцевого продукту Y. Тому, якщо матриця $(E - A)$ не вироджена, то

$$X = (E - A)^{-1} Y.$$

Матриця

$$S = (E - A)^{-1}$$

називається матрицею *повних затрат.*

Галузь	Споживання продукції		Валовий випуск
	Енергетика	Машинобуд	
Енергетика	100	160	500
Машинобудування	275	40	400

Обчислити необхідний об'єм валового випуску кожної галузі, що забезпечує вектор випуску кінцевої продукції $Y = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}55 & 0{,}1 \end{pmatrix},$$

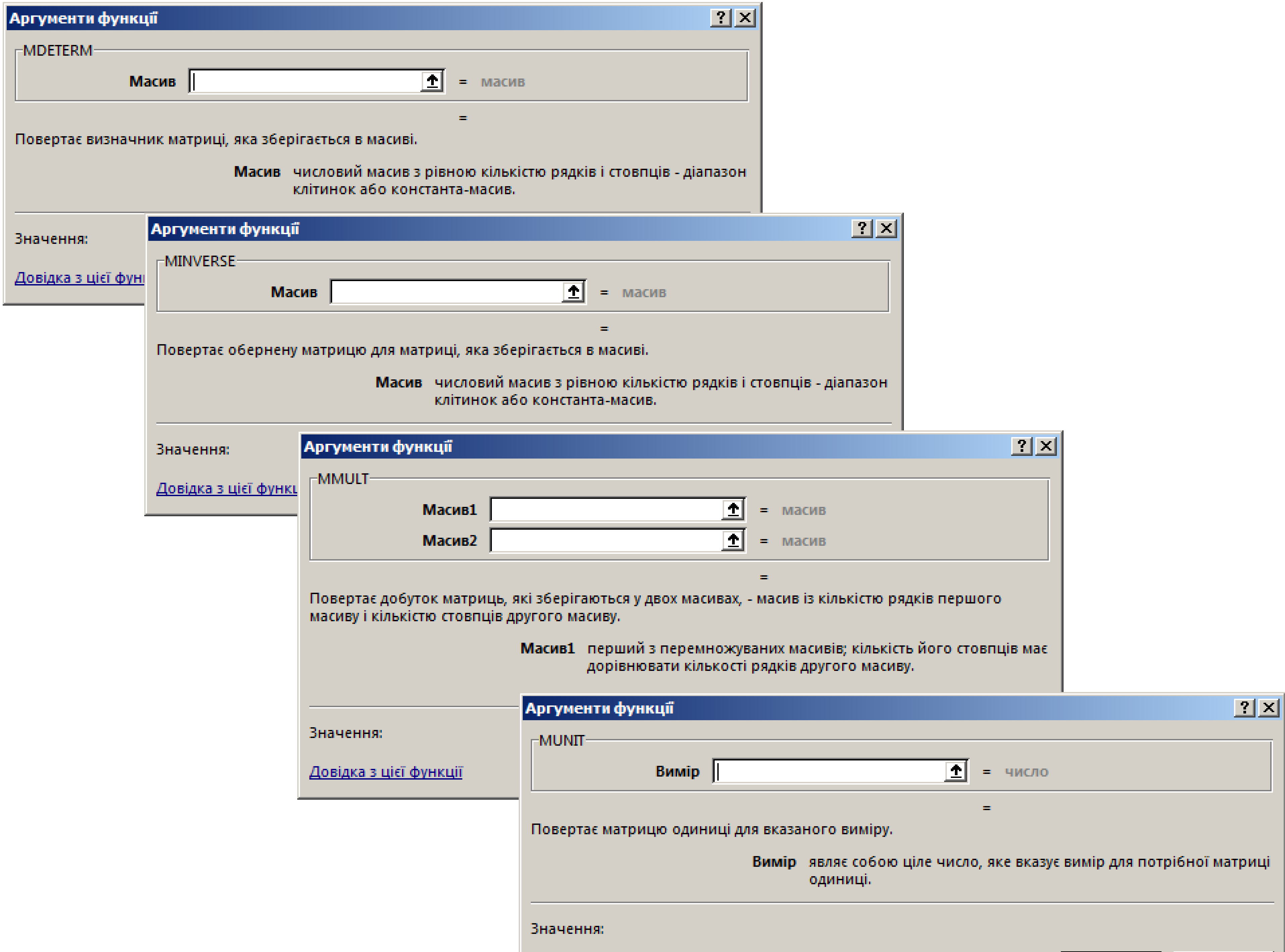
$$S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{0{,}5}\begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}4 \\ 0{,}55 & 0{,}8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}8 & 0{,}8 \\ 1{,}1 & 1{,}6 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1{,}8 & 0{,}8 \\ 1{,}1 & 1{,}6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 440 \\ 380 \end{pmatrix}.$$

```
>>>E=eye(3)
>>> A=[0,2, 0,4; 0,55, 0,4]
>>> Y=[200; 100]
```

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$ A^{-1}=E/A

```
>>> X=E/(E-A)*Y
```


Аргументи функції
MDETERM
Масив
= масив
=
Повертає визначник матриці, яка зберігається в масиві.
Масив числовий масив з рівною кількістю рядків і стовпців - діапазон клітинок або константа-масив.
Значення:
Аргументи функції
MINVERSE
Масив
= масив
=
Повертає обернену матрицю для матриці, яка зберігається в масиві.
Масив числовий масив з рівною кількістю рядків і стовпців - діапазон клітинок або константа-масив.
Значення:
Аргументи функції
MMULT
Масив1
= масив
Масив2
= масив
=
Повертає добуток матриць, які зберігаються у двох масивах, - масив із кількістю рядків першого масиву і кількістю стовпців другого масиву.
Масив1 перший з перемножуваних масивів; кількість його стовпців має дорівнювати кількості рядків другого масиву.
Значення:
Довідка з цієї функції
Аргументи функції
MUNIT
Вимір
= число
=
Повертає матрицю одиниці для вказаного виміру.
Вимір являє собою ціле число, яке вказує вимір для потрібної матриці одиниці.
Значення:

Коефіцієнт нерівномірного розподілу прибуткового податку

Нехай y є частиною загального прибуткового податку, яка пропорційна частині x усього населення держави. Графік функції $y = f(x)$, яка описує дійсний розподіл прибуткового податку, називають ***кривою Лоренца***.

Коефіцієнтом нерівномірності розподілу податку кривої Лоренца (коефіцієнтом Джині) *називають відношення площі фігури, обмеженої кривою Лоренца та прямою* $y = x$ *(на рис. 4 вона заштрихована) до площі фігури, що лежить нижче прямої* $y = x$ *(на рис. 4 – це прямокутний трикутник:* $0 \le x \le 1;\ 0 \le y \le 1;\ y = x$.

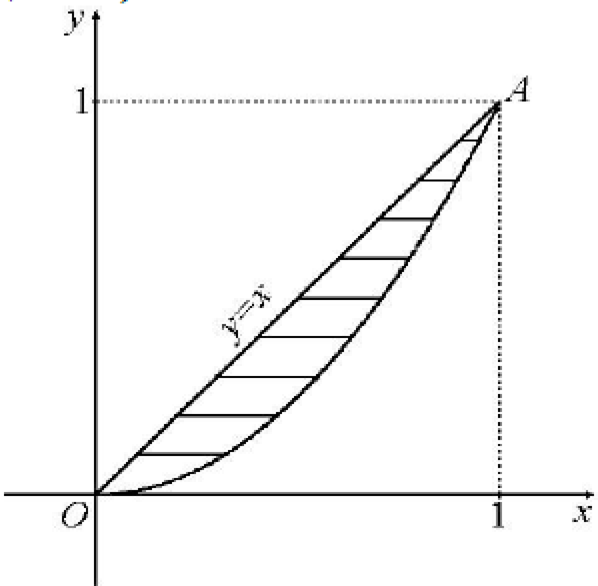


Рис. 4

Площа трикутника

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

Площу заштрихованої фігури одержимо з використанням визначеного інтегралу за формулою

$$S_1 = \int_0^1 \left(x - f(x)\right) dx.$$

Тому, згідно з означенням, коефіцієнт Джині обчислюють за формулою

$$L = \frac{S_1}{S_{OAB}}.$$

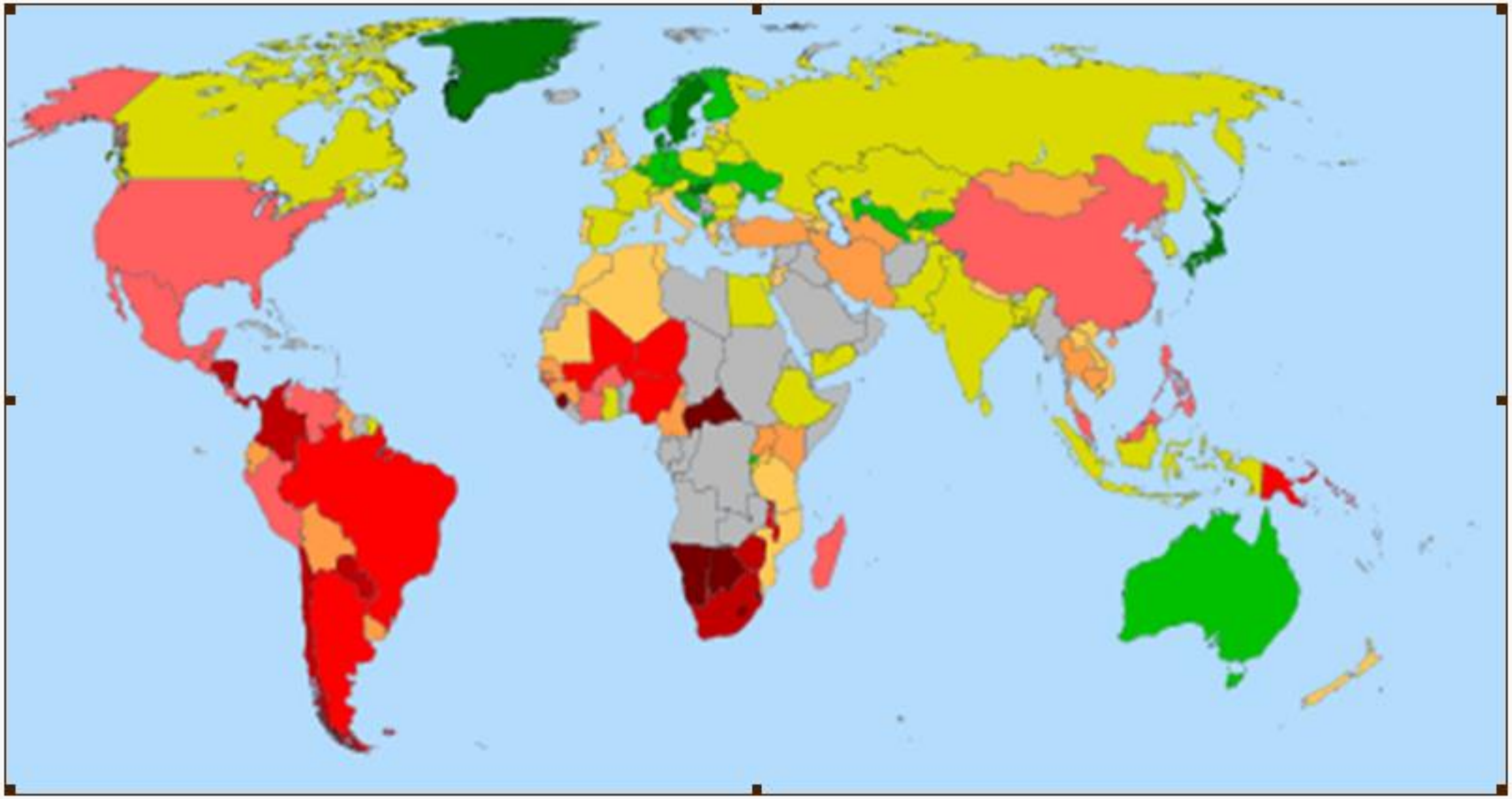
Коефіцієнт можна розрахувати за формулою Брауна:

$$G = \left|1 - \sum_{k=1}^{n}(X_k - X_{k-1})(Y_k + Y_{k-1})\right|,$$

або за формулою Джині:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|y_i - y_j|}{2n^2\bar{y}},$$

де G – коефіцієнт Джині, Xk – кумулированная частка населення (населення заздалегідь ранжируване за збільшенням доходів), Yk – частка доходу, яку в купності отримує Xk, n – число домогосподарств, yk – частка доходу домогосподарства в загальному доході, $\bar{y}$ – середнє арифметичне частки доходів домогосподарств.



Коефіцієнт Джіні (0 1), індекс Джіні (0 100 %)

< 0.25 | 0.25–0.29 | 0.30–0.34 | 0.35–0.39 | 0.40–0.44

0.45–0.49 | 0.50–0.54 | 0.55–0.59 | Г 0.60 | N/A