Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Государственное высшее учебное заведение
«Национальный горный университет»

Методические указания
к лабораторной работе № **1.1**

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДИКИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

г. Днепропетровск
2011

Методические указания к лабораторной работе № 1 «Изучение методики статистической обработки экспериментальных данных » по разделу «Физические основы механики» курса физики для студентов всех специальностей.

Сост.: И.П. Гаркуша,
Днепропетровск: ГВУЗ «НГУ», 2011 г.

Лабораторная работа № 1.1

ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДИКИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

***Цель работы*:** ознакомиться с методами обработки результатов эксперимента и применить их к расчету удельного сопротивления проволоки.

Краткая теория.

Измеряя какую-либо физическую величину, мы получаем числа, которые указывают, сколько раз в измеряемой величине укладывается единица измерения.

Вследствие несовершенства измерительных приборов, методов измерения и наших органов чувств при измерениях неизбежно возникают погрешности.

Погрешностью Δx измерения называется разность между найденным на опыте и истинным значением физической величины:

$$\Delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}.$$

Истинное значение величины узнать нельзя, а полностью избежать погрешностей измерения принципиально невозможно. Однако с помощью серии измерений и обработки их результатов можно **найти приблизительное значение измеряемой величины и указать предельные значения, между которыми она находится.** В этом и заключается смысл обработки результатов эксперимента.

Многократно повторяя одни и те же измерения, можно заметить, что их результаты разбросаны вокруг некоторого среднего. С**лучайные** погрешности подчиняются статистическим закономерностям, и поэтому их значение позволяет оценить теория вероятностей.

Пусть в результате n измерений физической величины x получены значения x_1, x_2, x_3, …, x_i, …, x_n. В качестве наилучшего значения для измеряемой величины принимают **среднее арифметическое** из всех полученных результатов:

$$< x >= \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \ .$$

Для оценки точности результата измеренного значения используют такие характеристики: доверительный интервал и предельную ошибку среднего арифметического.

Введем величину $S_{<x>}$, характеризующую возможное отклонение найденного среднего арифметического от истинного значения.

Она называется **стандартным (или среднеквадратичным) отклонением среднего** и равна

$$S_{\langle x\rangle} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - <x>)^2}{n(n-1)}}\,.$$

Квадрат стандартного отклонения называется **дисперсией**:

$$S^2 = D.$$

Дисперсия – мера отклонения случайных величин от истинного значения измеряемой величины. Чем больше D, тем менее точны измерения.

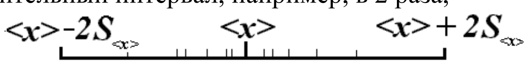
Результат измерений можно записать в виде

$$x = <x> \pm S_{<x>}.$$

Такая запись означает, что измеряемая величина x находится внутри промежутка (интервала) шириной 2 $S_{<x>}$. Интервал ($<x> - S_{<x>}$, $<x> + S_{<x>}$) показан на рисунке.

Его называют **доверительным интервалом**. Это интервал, который содержит истинное значение измеряемой величины с определенной вероятностью. Так, в данный интервал истинное значение $x_{ист}$ попадает в α = 68% случаев. При этом α называется коэффициентом доверия или **доверительной вероятностью**. Величину α можно выражать в долях единицы или в %.

Если требуется иметь большую уверенность в том, что $x_{ист}$ находится внутри доверительного интервала, последний необходимо расширить. Если расширить доверительный интервал, например, в 2 раза,



то вероятность того, что неизвестное значение окажется внутри этого интервала, возрастет до α = 95%. Следовательно, если доверительный интервал увеличивается, то возрастает вероятность того, что истинное значение величины попадает в рассматриваемый интервал. Заметим, однако, что с расширением доверительного интервала возрастает абсолютная и относительная погрешность измерения.

Мы рассмотрели варианты доверительных интервалов, полуширина которых составляла $S_{<x>}$ и 2 $S_{<x>}$. Построим теперь доверительный интервал, полуширина которого равна $t\,S_{<x>}$.

Здесь стандартное отклонение $S_{<x>}$ умножается на некоторое число t. Это число (оно называется коэффициентом Стьюдента) зависит от выбираемой экспериментатором доверительной вероятности α и количества n проведенных им опытов. Коэффициенты Стьюдента $t_{\alpha,n}$. рассчитаны в теории вероятностей и сведены в таблицу.

Таблица коэффициентов Стьюдента $t_{\alpha,n}$.

n / α	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,8	3,08	1,89	1,64	1,53	1,48	1,44	1,42	1,40	1,38
0,9	6,31	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,89	1,86	1,83
0,95	12,70	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26
0,98	31,80	6,96	4,54	3,75	3,36	3,14	3,00	2,90	2,82
0,99	63,70	9,92	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,36	3,25

Так, например, при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}9$ (или 90%) и числе опытов $n = 5$ коэффициент Стьюдента составляет $t_{\alpha,n} = 2{,}13$.

Полуширина такого доверительного интервала или **предельная погрешность Δx среднего арифметического** равна

$$\Delta x = t_{\alpha,n}\, S_{<x>}.$$

В итоге **окончательный результат** записывают в виде

$$x = <x> \pm \Delta x = <x> \pm t_{\alpha,n}\, S_{<x>}.$$

Методика обработки результатов измерений

1. Проводят n независимых опытов и определяют n значений искомой величины $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

2. Рассчитывают среднее арифметическое значение искомой величины:

$$< x >= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \ .$$

3.Рассчитывают отклонение каждого результата от среднего значения:

$$\Delta x_i = x_i - < x > .$$

4. Определяют стандартное отклонение среднего

$$S_{\langle x\rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - < x >)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \ldots}{n(n-1)}} \ .$$

5. Задают доверительную вероятность α. Обычно доверительную вероятность полагают равной 0,90; 0,95; 0,98; 0,99. По выбранному значению доверительной вероятности α и для выполненного количества измерений n по таблице определяют коэффициент Стьюдента $t_{\alpha,n}$.

6. Вычисляют полуширину доверительного интервала (абсолютную стандартную погрешность)

$$\Delta x = t_{\alpha,n}\ S_{<x>}.$$

7. Определяют относительную погрешность

$$E = \frac{\Delta x}{< x >}\cdot 100\% .$$

8. Окончательный результат измерения записывают в виде:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x$$

и указывают доверительную вероятность $\alpha = \ldots$

Эта запись означает, что в результате измерений найдено среднее значение $\langle x \rangle$ со стандартной погрешностью Δx, т.е. что с вероятностью $\alpha = \ldots$ истинное значение измеряемой величины будет лежать в пределах от $\langle x \rangle - \Delta x$ до $\langle x \rangle + \Delta x$.

Измерение удельного сопротивления нихромовой проволоки

Удельное сопротивление проволоки, изготовленной из однородного материала и имеющей всюду одинаковую толщину, может быть определено из формулы сопротивления $R = \rho \dfrac{\ell}{S}$:

$$\rho = \frac{RS}{\ell},$$

где R – сопротивление измеряемого отрезка проволоки; ℓ – его длина; S – площадь поперечного сечения проволоки.

Длину проволоки ℓ измеряют с помощью мерной шкалы прибора, площадь поперечного сечения вычисляют, определив диаметр проволоки d,

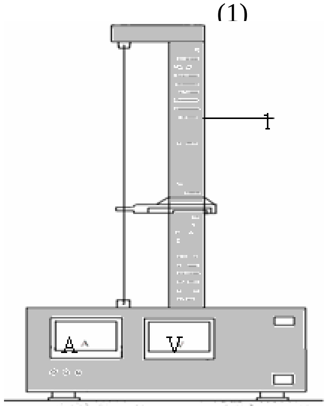
$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Электрическое сопротивление R можно определить по закону Ома, измерив силу тока I и падение напряжения U на проволоке амперметром и вольтметром:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Следовательно, удельное сопротивление проволоки может быть вычислено по формуле:

$$\rho = \frac{\pi d^2 U}{4I\ell}. \qquad (1)$$



Экспериментальная установка показана на рисунке.

Порядок выполнения работы

1. Перемещая подвижный кронштейн, установить длину ℓ проволоки, указанную преподавателем.
2. Включить установку, нажав кнопку "СЕТЬ".
3. С помощью амперметра установить заданное преподавателем значение силы тока I. Записать соответствующие показания вольтметра.
4. Меняя силу тока, проделать опыт три - пять раз.
5. Изменить длину проволоки и повторить те же

измерения.

6. Данные измерений занести в таблицу.

№ п/п	d, м	ℓ, м	I, А	U, В	ρ_i, Ом·м	$<\rho>$, Ом·м	$\Delta\rho_i$, Ом·м	$(\Delta\rho_i)^2$	$S_{<\rho>}$, Ом·м	α	$t_{\alpha,n}$	$\Delta\rho$, Ом·м	E, %
1.													
2.													
3.													
4.													
5.													
6.													

7. Вычислить удельное сопротивление для каждого измерения по формуле (1).

8. Произвести математическую обработку результатов измерения согласно приведенной выше методике и записать окончательный результат в виде

$$\rho = (<\rho> \pm \Delta\rho)\ \text{Ом}\cdot\text{м} \quad \text{при} \quad \alpha = \ldots$$

Контрольные вопросы

1 .В чем заключается смысл обработки данных эксперимента? Что называется абсолютной и относительной погрешностью?

2. Каков смысл доверительной вероятности и доверительного интервала?

3. Как изменяется погрешность измерения с увеличением коэффициента доверия?

4. Проанализируйте таблицу коэффициентов Стьюдента. Как изменяются коэффициенты Стьюдента с увеличением числа опытов? Каким образом увеличение числа опытов влияет на точность измерений?