

**И.В. Новицкий, д-р техн. наук, А.Г. Ночовный**

(Украина, Днепропетровск, Государственное ВУЗ «Национальный горный университет»)

## ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ОПЕРАТИВНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

### Введение

Системы управления (СУ) обязательно имеют три свойства:

- состоят из различных частей (подсистем);
- подсистемы имеют общую цель функционирования;
- подсистемы обмениваются потоками информации.

Большинство реально функционирующих сложных СУ обладает этими свойствами и имеют централизованную (рис. 1, а) либо иерархическую (рис. 1, б) структуру [1].

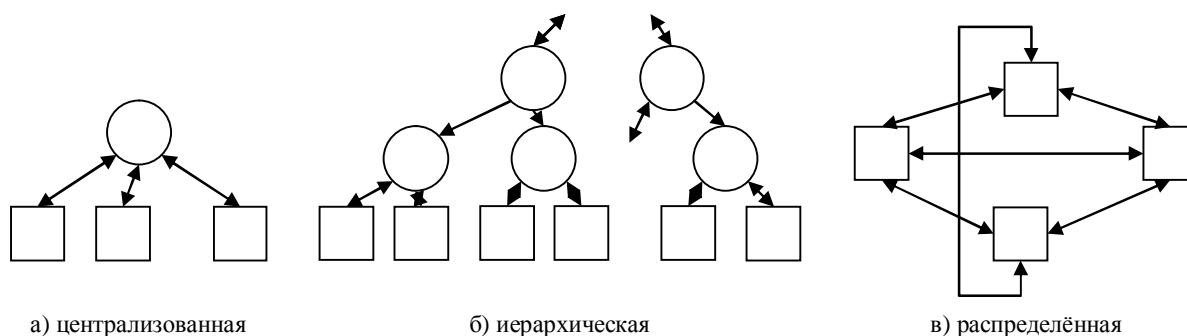


Рис. 1. Возможные структуры СУ

Кроме этих структур существуют рассредоточенные (распределённые) СУ (рис. 1, в), в которых каждая подсистема непосредственно может обмениваться информацией с любой другой подсистемой. Такие распределённые СУ по сравнению с централизованными и иерархическими СУ обладают повышенной живучестью, так как выход из строя любого элемента системы практически не влияет на эффективность работы всей системы. Недостатком системы на рис. 1 в является большое количество каналов связи для обеспечения информационного обмена между всеми подсистемами. В определённых ситуациях организовать такой обмен невозможно технически.

В последнее время появился ряд работ [2, 3], посвящённых вопросам децентрализованного управления. В системе децентрализованного управления (СДУ) отсутствует какой-либо центр управления и, кроме того, исключен непосредственный обмен информацией между подсистемами. С позиций приведенного выше определения СДУ состоит из отдельных подсистем, имеющих общую цель функционирования. Естественно, каждый элемент СДУ не является информационно изолированным: он получает информацию об остальных элементах системы, но не непосредственно по каналам связи, а опосредованно через внешнюю среду (рис. 2).

Следует ожидать, что отсутствие непосредственного обмена информацией между подсистемами при децентрализованном управлении приведёт к снижению оперативности управления (замедленный выход системы на оптимальный режим работы). Однако, в определённых ситуациях преимущества децентрализованного управления (повышенная живучесть и отсутствие каналов связи) могут иметь решающее значение.

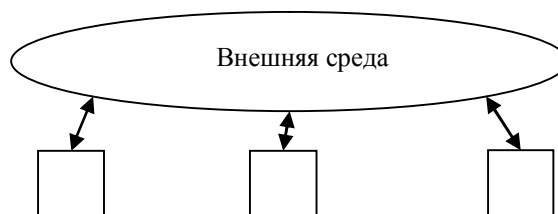


Рис. 2. Структура системы децентрализованного управления

### Постановка задачи

Пусть на каждом  $j$ -ом шаге управления источник обеспечивает определённое постоянное количество ресурса  $Q$ . Это количество распределяется между  $n$  потребителями пропорционально поданным заявкам  $q_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Потребность каждого потребителя в ресурсе равна величине  $c_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  и является величиной постоянной на период квазистационарности. Очевидно, что на очередном шаге каждый из потре-

бителей получит ресурс в количестве  $Q_i = \frac{Q}{\sum_{k=1}^n q_k} q_i$ . Требуется определить такой алгоритм формирования

заявок  $q_i$  каждым потребителем, чтобы критерий функционирования всей системы

$$I = \sum_{i=1}^n (Q_i - C_i)^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

был бы минимален.

Если бы информация обо всех значениях  $c_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  была сконцентрирована в некотором центральном органе управления (распределения), то эта задача решалась бы за один шаг методом множителей Лагранжа как задача оптимизации функции  $n$  переменных (1) при одном очевидном ограничении:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = Q. \quad (2)$$

Действительно, для задачи (1), (2) функция Лагранжа равна:

$$F = \sum_{i=1}^n (Q_i - C_i)^2 + \lambda \left( \sum_{i=1}^n Q_i - Q \right). \quad (3)$$

Для определения оптимальных  $Q_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  и  $\lambda$  решается система  $n+1$  уравнений:

$$\begin{cases} 2(C_i - Q_i) = \lambda, & i = \overline{1, n} \\ \sum_{i=1}^n Q_i - Q = 0; \end{cases} \quad (4)$$

Обозначим оптимальное решение задачи (1), (2)  $Q_i^*$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Особенностью сформулированной задачи является то, что каждый из потребителей имеет в качестве априорной информации о суммарном ресурсе  $Q$  и собственных потребностях  $C_i$ . Этой информации для формирования оптимального  $Q_i^*$  недостаточно. Очевидно, что алгоритм формирования заявок  $q_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  каждым потребителем должен обеспечивать поступление апостериорной информации каждому потребителю в процессе функционирования системы и постепенный выход всей системы на оптимальный режим с точки зрения критерия (1). Рассмотрим возможные пути решения этой задачи.

### Решение задачи

Вначале рассмотрим простейший случай, когда имеется всего два потребителя  $n = 2$ . Формирование заявок каждым из них осуществляется по формулам:

$$\begin{aligned} q_1 &= Q_1 + k_1(C_1 - Q_1); \\ q_2 &= Q_2 + k_2(C_2 - Q_2); \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $k_1, k_2$  – настраиваемые коэффициенты, причём  $k_1 = -k_2$ . Первому потребителю известно, что на очередном шаге второй сделал заявку  $q_2 = \frac{q_1}{Q_1}(Q - Q_1)$  и получил ресурс  $Q_2 = Q - Q_1$ . Ему также известно, что второй потребитель сформировал заявку по формуле (4). Поэтому первый потребитель может на очередном шаге оценить величину  $C_2$ :

$$q_2 = \frac{q_1}{Q_1}(Q - Q_1) = (Q - Q_1) + k_2 \left[ \hat{C}_2 - (Q - Q_1) \right] \Rightarrow \hat{C}_2 = \frac{\frac{q_1}{Q_1}(Q - Q_1) - (Q - Q_1)}{k_2} + (Q - Q_1),$$

где  $\hat{C}_2$  – оценка величины  $C_2$  первым потребителем. Аналогичные рассуждения справедливы для второго потребителя, оценивающего  $C_1$ .

Из выражения (3) следует, что необходимым условием экстремума критерия (1) является соотношение:

$$(Q_1 - C_1) = (Q_2 - C_2). \quad (6)$$

Поэтому настройка  $k_1$  и  $k_2$  выполняется с учётом (6) по формуле:

$$\begin{aligned} k_1 &= s \left[ (C_1 - Q_1) - \left( \hat{C}_2 - (Q - Q_1) \right) \right] \cdot \text{sign} \left( C_1 + \hat{C}_2 - Q \right); \\ k_2 &= s \left[ (C_2 - Q_2) - \left( \hat{C}_1 - (Q - Q_2) \right) \right] \cdot \text{sign} \left( \hat{C}_1 + C_2 - Q \right) \end{aligned} \quad (7)$$

где  $s$  – параметр, определяющий скорость настройки.

Если потребителей больше двух  $n > 2$ , то для оценки  $c_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  на каждом шаге потребуется несколько  $(n - 1)$  независимых замеров с синхронизацией по времени, что не всегда возможно. Поэтому, если  $n > 2$  целесообразнее использовать адаптивный алгоритм формирования заявок следующего вида:

$$q_{i, \text{след.}} = \begin{cases} q_i + s \left( (C_i - Q_i)^2 - \frac{q_i}{Q_i} \right) - n p u \sum_{i=1}^n C_i > Q & i = \overline{1, n} \\ q_i - s \left( (C_i - Q_i)^2 - \frac{q_i}{Q_i} \right) - n p u \sum_{i=1}^n C_i < Q \end{cases} \quad (8)$$

Алгоритм (8) имеет более медленную сходимость по сравнению с (7), однако он работоспособен в условиях полной автономности потребителей. На рис. 3 представлены процессы выхода системы 3-х потребителей на оптимальный режим работы ( $Q_1^* = 3$ ,  $Q_2^* = 4$  и  $Q_3^* = 5$ ) при значениях параметров задачи  $Q = 12$ ,  $C_1 = 6$ ,  $C_2 = 7$ ,  $C_3 = 8$ ,  $s = 1$  и использовании правил (8) формирования заявок.

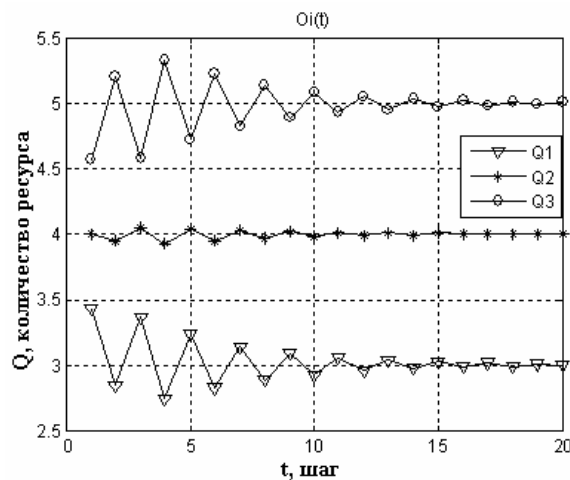


Рис. 3. Процесс выхода системы децентрализованного управления на оптимальный режим работы

В ходе проведения исследований были установлены следующие закономерности:

1. Для конкретного количества потребителей  $n$  существует целесообразное значение параметра  $s$ , обеспечивающее достаточно большую скорость настройки и устойчивость этого процесса.
2. При правильно выбранном значении  $s$  время настройки слабо чувствительно к количеству потребителей  $n$ .

3. Время настройки существенно зависит от величины общего дефицита (или избытка) ресурса и с ростом модуля  $/Q - \sum_{i=1}^n C_i /$  увеличивается.

#### **Вывод**

Задача оптимального распределения ограниченного или избыточного ресурса может быть достаточно эффективно решена как задача децентрализованного управления в условиях отсутствия центрального органа управления и полного отсутствия информационного обмена между подсистемами.

#### **Список литературы**

1. Денисов, А.А. Теория больших систем управления [Текст] / А.А. Денисов, Д.Н. Колесников – Л.: Энергоиздат, Ленинградское отделение, 1982. – 288 с., ил.
2. Варшавский, В.И. Оркестр играет без дирижера: размышления об эволюции некоторых технических систем и управлении ими [Текст] / В.И. Варшавский, Д.А. Пospelов – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 208 с.
3. Децентралізоване керування [Текст] / Г.Г. Півняк, С.М. Проценко, М.І. Стаднік, В.В. Ткачов. – Д.: Національний гірничий університет, 2007 – 107 с.

*Рекомендовано до друку проф. Ткачовим В.В.*