УДК 622.7

Л.І. СЕРАФІМОВА, **канд. техн. наук**
(Україна, Донецьк, Державний ВНЗ "Донецький національний технічний університет")

КІНЕТИКА ЙМОВІРНОСТІ МІНЕРАЛІЗАЦІЇ БУЛЬБАШОК ПРИ ФЛОТАЦІЇ

Відповідно до сучасних уявлень про механізм флотації і етапах флотаційного прилипання прийнято оцінювати процес твором умовних ймовірностей послідовних подій:

$$P = P_c * P_a * P_e * P_f . \qquad (1)$$

Розподіл флотаційного прилипання на етапи є до певної міри умовним, так як не можна точно визначити початок і кінець кожного з явищ, крім того в деяких випадках їх взагалі не можна розглядати окремо. Проте такий розподіл необхідно, оскільки воно дозволяє роздільно враховувати різні властивості частинок пульпи, їх вплив на швидкість і селективність флотації, а також вплив гідродинамічних умов і параметрів режиму.

Формула (1) виражає ймовірність флотації довільно обраної частинки пульпи.

Однак при переході до загального вигляду рівнянь швидкість флотації такий твір ймовірностей етапів флотації окремої частки може втратити вид єдиного параметра, оскільки такі рівняння поряд з урахуванням ступеня заповнення поверхні і навантаженості бульбашок повинні також відображати складну кінетику відриву закріпилися частинок і процесів в пінному шарі.

У даному повідомленні наводиться висновок рівняння вільної беспенний флотації з урахуванням третього етапу мінералізації пухирця, робиться також спроба отримати шляхом узагальнення літературних даних формулу для розрахунку вірогідності зіткнення (P_c).

Для обліку третього етапу необхідно рівняння кінетики мінералізації елементарної порції бульбашок, що враховує заповнення їх поверхні, доповнити членом, що відображає кінетику відриву частинок від бульбашок. У першому наближенні можна вважати, що число часток, що відриваються від бульбашок в одиницю часу, пропорційно кількості частинок, що знаходяться на бульбашках в даний момент часу, оскільки частинки рівномірно розподілені по бульбашках, а частка бульбашок, що піддаються дії збільшених сил відриву за умови їх рівномірного розподілу за обсягом камери постійна. Однак у такому першому наближенні відбито вплив передісторії частинок на швидкість їх відриву: чим довше частинка зберігалася на бульбашці, тим менше відповідно до теорії третього етапу, повинна бути швидкість відриву. Для простоти, яка, однак, не призводить до спотворення основних висновків роботи, будемо характеризувати шви-

дкість відриву деякої середньої за період перебування бульбашки в пульпі константою φ.

При виводі рівняння в роботі передбачалося, що всі ділянки поверхні бульбашки однаково ефективні. Це припущення справедливо в умовах, коли відносний рух пухирця й пульпи равноймовірно у всіх напрямках або, коли переважну роль грає хаотичний рух часток щодо рідкої фази. Якщо зіткнення здійснюється в основному за рахунок спрямованого руху бульбашки вгору, що, мабуть, має місце в існуючому флотаційному процесі, то заповнення нижньої півсфери бульбашки не надає вплив на швидкість його мінералізації.

Виходячи з вищевикладеного, можна записати рівняння кінетики мінералізації бульбашок однорідними частинками в наступному вигляді:

$$-\frac{dS}{d\tau} - K'*C\frac{S_0}{4}\left(1+\frac{\rho}{R}\right)^2 * P_2'\sigma\, P_a * \frac{1}{\eta} - \bar{\varphi}(S_0 - S)\,, \qquad (2)$$

де $\sigma = f\left(\frac{s}{s_0}\right)$ – деяка функція ступеня заповнення поверхні.

Множення $\left(1+\frac{\rho}{R}\right)^2 * P_c' = E$ являє собою ефективність гідродинамічного захоплення частинок бульбашками.

В умовах вільної флотації, коли заповнення поверхні бульбашок не проявляється, маємо:

$$-\frac{dS}{d\tau} = \frac{K'}{4} * \frac{E * P_a}{\eta} C * S_0 - \bar{\varphi}(S_0 - S)\,. \qquad (3)$$

Рішення цього рівняння при прийнятих в допущених дає наступну величину заповненої поверхні в момент часу τ_m, тобто при виході бульбашок на поверхню:

$$\bar{S} = S_0 - S = \frac{K'}{4} * \frac{E * P_a}{\eta}\tau_m * \left[\frac{1}{\bar{\varphi}\tau_m}(1 - e^{\bar{\varphi}\tau_m})\right] C * S_0\,. \qquad (4)$$

Звідси легко перейти до наступного рівняння швидкості безпінної флотації

$$-\frac{dC}{dt} = S_0 * \frac{K'}{4} * \frac{E * P_a P^*_{в^{\tau}m}}{V} * C\,. \qquad (5)$$

Тут $P_в^* = \left[\frac{1}{\bar{\varphi}\tau_m}(1 - e^{\bar{\varphi}\tau_m}) \right]$ – величина, що виражає

$$-\frac{dC}{dt} = \frac{S_0}{4} * \frac{E * \varphi'}{V} L_{ср.эфф} * C \,. \tag{6}$$

Таким чином, отримано наступний вираз для константи швидкості вільної безпінної флотації:

$$\phi = \frac{S_0}{4} * \frac{E * \varphi'}{V} L_{ср.эфф} \,. \tag{7}$$

Величину φ' можна підрахувати за результатом кінетичних флотаційних дослідів, якщо вдало визначити всі інші коефіцієнти. Основну трудність представляє обчислення величини Е.

У роботі дано найповніший теоретичний аналіз зіткнення частинок з бульбашкою в умовах гідродинамічного обтікання. Вказується, що зіткнення в цих умовах здійснюється, в основному, за рахунок двох ефектів: ефекту зачеплення, пов'язаного з кінцевим розміром частинок, і інерційного ефекту. О.С. Богданов і А.М. Годен при підрахунку *E* обмежилися лише розглядом ефекту зачеплення. Проте в роботі не дається загальної формули, що враховує обидва ефекту одночасно. Таку формулу можна отримати з таких міркувань.

Для повністю інерційних часток ($P_c' = 1$) ефект зачеплення визначається співвідношенням

$$E_{ин} = \left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^2 \approx \left(\frac{\rho}{R} << 1\right) \approx 1 + 2\frac{\rho}{R}. \tag{8}$$

Для частинок з мізерно малою інерцією, наступних за струмом рідини, у разі потенційного обтікання бульбашки, має наближено

$$E_{зац} = \left(1 + \frac{\rho}{R}\right)^2 - \frac{1}{1 + \frac{\rho}{R}} \approx 3\frac{\rho}{R}\left(\frac{\rho}{R} << 1\right). \tag{9}$$

Ймовірно для частинок з кінцевою інерцією

$$E_{зац} < E < E_{ин} \,. \tag{9}$$

У випадку, коли розмірами частинки можна нехтувати ($E_{зац} = 0; E_{ин} = 1$), ефективність захвату визначається наближеною формулою Лангмюр:

$$E = \frac{Stk^2}{(Stk + 0{,}5)^2}, \text{ при } Stk > Stk_{крит} = 0{,}08;$$
$$E = 0, \text{ при } Stk < Stk_{крит}, \quad (11)$$

де $Stk = \frac{2}{9} * \frac{U_\infty * \rho^2 (\gamma - \gamma_ж)}{\mu R}$ – критерій Стокса;

Ця формула апроксимує дані, отримані чисельним рішенням рівняння руху частки в умовах потенційного обтікання бульбашки і вузького обтікання частинки. Більш точні обчислення привели Фонду та Герне на електронній цифровій машині. Їх дані, представлені у вигляді графіка, збігаються з формулою (11) при $Stk > 0{,}6$. Крива Фонду та Герне підтверджена аерозольними дослідами Валтона і Вуллкока. Для апроксимації цієї кривої можна запропонувати наступну формулу:

$$E^* = \frac{(Stk - Stk_{крит})^2}{(Stk + 0{,}37)^2}, \text{ при } Stk \geq Stk_{крит} = 0{,}08;$$
$$E^* = 0, \text{ при } Stk \leq Stk_{крит}. \quad (12)$$

Використання формули (12) для випадку частинок з кінцевими розмірами можливо наступним чином:

$$E = E_{зац} + (E_{ин} - E_{зац}) E^*. \quad (13)$$

З ростом інерційності частинок, тобто при $Stk \to \infty$, $E^* \to \infty$, сімейство кривих (13) $E = f(Stk, \rho)$ буде асимптотично наближатися до кривої $E_{ин}(\rho)$. Можливість такої апроксимації можна підтвердити порівнянням кривих (13) з кривими, отриманими Фонду та Герне для різних співвідношень $\frac{\rho}{R}$ і підтвердженими флотацій дослідами Брауна.

Ефективність захоплення Е, що підраховується за формулою (13), висловлює ймовірність умовного зіткнення, тобто перетину траєкторією частинки поверхні бульбашки, яке спостерігалося б за відсутності різного роду поверхневих ефектів, умовно відносяться до другого етапу. Сюди відносяться гідродинамічна взаємодія поверхонь і вплив прикордонного шару, а також дії деяких поверхневих сил тяжіння і відштовхування, які проявляються не тільки в процесі прилипання частинки, але і на етапі зіткнення. Всі ці невраховані ефекти повинні враховуватися параметром φ'.

Справедливість формули (13) обмежена також відсутністю взаємодії між бульбашками, а також між частинками в процесі їх зближення з бульбашкою. Ці припущення, мабуть, справедливі в умовах вільної флотації.

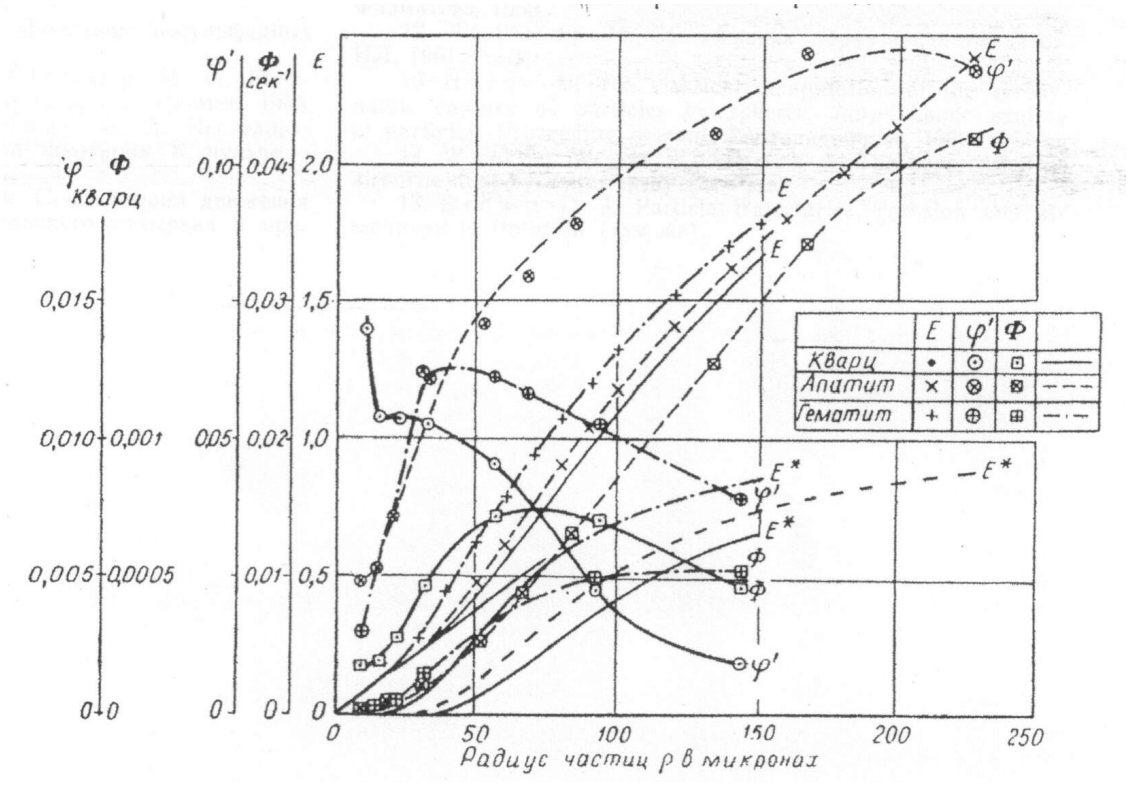
Визначення залежності E від розмірів частинок було здійснено за даними вельми ретельних флотаційних дослідів Томлінсона і Флемінга, що проводилися на спеціальній машинці для безпінної флотації. Ці дані представлені у вигляді залежностей константи швидкості флотації від середнього проектованого радіуса частинки апатиту, гематиту і кварцу. Автори вказують наступі умови проведення дослідів: S_0 = 2,48 см^2/с, U_∞ = 10 см/с, R = 0,04 см, V = 60 см^3, H = 12 см. Коефіцієнт ζ було орієнтовно прийнятий рівним 1,5. Число Рейнольдса для бульбашки $R_в$ = 100, що дає можливість застосовувати формулу (13) для підрахунку E. За даними дослідів з формули (7) підраховані значення φ', результати розрахунків представлені на рисунку.

Отримані залежності між імовірністю стійкого закріплення і крупністю частинок носять складний характер, залежить від природи мінералу: для апатиту – це залежність, зростаюча з поступовим переходом в ділянку насичення і зі слабкою схильністю до подальшого спаду, у гематиту є яскраво виражений максимум, у кварцу швидкий спад змінюється плато з пологим підйомом і потім настає повільний спад. Можна запропонувати наступне трактування отриманих залежностей.

Авторами роботи встановлено, що флотація всіх класів крупності проводилася при одній і тій же концентрації збирача – 5 мг/л олеату калію, причому можливість флотації всіх класів крупності при цій концентрації перевірена попередніми випробуваннями за методом "прилипає – не прилипає". Тому хід залежностей $\varphi'(\rho)$ навряд чи може бути пояснений розходженням у поверхневих властивостях: він відображає вплив крупності частинок на ймовірність як другого, так і третього етапів прилипання.

Дрібні і легкі частинки відчувають при інших рівних умовах малі сили відриву і тому можна вважати, що у таких частинок константа швидкості відриву близька до нуля, а ймовірність збереження на бульбашці близька до одиниці. У цих умовах визначальним є другий етап, тобто можливість прилипання залежить від успішного (протягом часу контакту) уточнення проміжної водної прошарку. Як видно з рисунка, ділянка зростання φ' у апатиту і гематиту починається зі значення ρ, відповідних $Stk_{крит}$. При $Stk < Stk_{крит}$ частинки стикаються з бульбашкою тільки ковзанням. Починаючи с $Stk_{крит}$, все більшу роль відіграє зіткнення ударом, ефективність якого зростає зі збільшенням маси часток (кінетичної енергії). Дослідами Брауна встановлено, що ймовірність закріплення значно зростає з наближенням точки дотику до вертикальної осі бульбашки, а точніше зі зменшенням кута між напрямком руху частинки і нормаллю до поверхні бульбашки, що пов'язано, мабуть, із зростанням ударної складової при зіткненні, що супроводжується збільшенням часу контакту. Таким чином, ділянка зростання можна пояснити збільшенням ролі удару в зіткненні і збільшенням ефективності цього удару за рахунок підвищення інерційності частинок. З цієї точки зору хід кривої $\varphi'(\rho)$ повинен узгоджуватися з ходом кривої $E^*(\rho)$ до деякої межі, пов'язаного з початком прояву сил відриву. У легкого апатиту

відривні сили починають проявлятися при великих крупності і ростуть зі збільшенням крупності менш інтенсивно, ніж у важкого гематиту. Тому ділянку зростання φ' у апатиту охоплює більший діапазон крупності і характеризується поступовим зменшенням інтенсивності зростання відповідно до $E^*(\rho)$, тоді як у гематиту поступове згасання не встигає з'являтися і інтенсивне зростання φ' досить різко змінюється повільним спадом. Цей спад пов'язаний як із зменшенням P_a так і зі зменшенням P_a^*, причому роль останньої переважає, мабуть, на початку ділянки спаду.



Залежність параметрів рівняння швидкості флотації
від розмірів частинок деяких мінералів:
ϕ – константа швидкості флотації (експеримент);
E – ефективність гідродинамічного захоплення частинок бульбашками (розрахунок);
E^* – ефективність гідродинамічного захоплення, розглянута без урахування ефекту зачеплення; φ' – ймовірність стійкого закріплення при зіткненні (розрахунок)

Флотації оптичного кварцу проводилася при тій же концентрації збирача – 5 мг/л, однак попередні випробування за методом "прилипає – не прилипає" не проводилися. Оскільки чистий кварц надзвичайно погано фільтрується олеатом в дистильованої води, сили відриву повинні виявлятися на всьому діапазоні крупності (за винятком самих дрібних частинок). З цієї причини, а також зважаючи малої питомої ваги кварцу, ділянка зростання φ' майже не проявляється

і в цілому залежність носить регресивний характер. Цікавим є існування у кварцу ділянки інтенсивного зменшення ϕ' при $Stk < Stk_{крит}$, пов'язаного з тим, що ефективність зіткнення ковзанням падає зі збільшенням крупності частинок. Цікаво також відзначити, що значення ймовірностей закріплення при зіткненні частинок дрібного розміру у різних мінералів близькі один до одного, тобто мало залежать від природи мінералу і ступеня гідрофобності поверхні: розбіжність у гідрофобності, з якими пов'язана вибірковість флотації, проявляється при середніх розмірах часток, при великих крупності виявляється розбіжність у питомій вазі.

Очевидно, що для більш повної і точної трактування отриманих залежностей необхідно провести експерименти при різних концентраціях збирача, різних розмірах бульбашок і часу їх знаходження в пульпі.

Висновки

1. Розгляд кінетики відриву частинок від бульбашок в умовах вільної флотації і беспінний режимі призводить до появи у вираженні для константи швидкості флотації додаткового сомножителя – ймовірності збереження частки на бульбашці до виносу в пінний шар, що є функцією коефіцієнта швидкості відриву і часу перебування бульбашки в пульпі. Це дає можливість при заданому часу знаходження розглядати твір ймовірностей прилипання та збереження як кінетичну константу, звану ймовірністю стійкого закріплення.

2. Запропоновано наближена формула для розрахунку ефективність захоплення частинки бульбашкою в умовах потенційного гідрадінаміческого обтікання, що враховує як інерційний ефект, так і ефект зачеплення. Ця формула повністю апроксимує точні чисельні розрахунки, підтверджені рядом експериментів.

3. На основі відомих з літератури експериментальних залежностей константи швидкості флотації трьох мінералів від розмірів частинок і розрахованих для заданих умов експериментів значень імовірності зіткнення отримані розрахунковим шляхом залежності ймовірності стійкого закріплення зіткнулися з бульбашкою частинок від їх розмірів. Ця залежність носить складний (у загальному випадку екстремальний) характер. Запропоновано можливе трактування цих залежностей, заснована на аналізі впливу інерційності і ваги частинок на ймовірність етапів.

Список літератури

1. Полулях А.Д. Технологические регламенты углеобогатительных фабрик: Справ.-информ. пособие. – Днепропетровск: НГУ, 2002. – 856 с.

2. Назимко Е.И., Друц И.Н. Исследование кинетики взаимодействия мелких частиц с пузырьками воздуха в процес се флотации // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2003. – Вип. 18(59).

3. Зайденберг И.Ш., Лисовский Д.И., Буровой И.А. Об одному подходе к построению математической модели процесса флотации // Цветные металлы. – 1967. – №7.

4. Эйгелес М.А. Основы флотации несульфидных минералов. М.: Недра, 1964. – 408 с.

5. Tomlinson H.S., Fleming M.G. Flotation rate studies // VI International Mineral Processing Congress1963. Cannes: Pergamon Press. – 1965. – P. 562-573.

6. Максимов И.И., Хайнман В.Я. Исследование взаимного влияния частиц при флотации в пульпе // Обогащение руд. – 1966. – №1.

7. Дерягин Б.В., Духин С.С. Теория движения минеральных частиц вблизи всплывающего пузырька в применении к флотации. // Изв. АН СССР. Сер. Металлургия и топливо. – 1959. – №1.

8. Deriaguin B.V., Duckin S.S. Theory of flotation of small and medium-sire particles. Trans. // IMM. – 1960. – №70, 221.

9. Погорелый А.Д. Границы использования кинетического уравнения К.Ф. Белоглазова. // Известия вузов. Цветная металлургия. – 1962. – №1.

10. Глембоцкий В.А., Классен В.И., Плаксий И.Н. Флотация. – М.: Госгортехиздат, 1961. – 548 с.

11. Вопросы теории и технологии флотации / О.С. Богданов, В.Я. Хайнман, А.К. Поднек и др. // Труды института Механобр. – 1959. – Вып. 124.

12. Годэн А.М. Флотация. – М.: Госгортехиздат, 1959. – 652 с.

13. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. – М.: Физматгиз, 1959. – 700 с.

14. Лангмюр И. Сб. Физика образования осадков. – ИЛ, 1951. – 147 с.

15. Herne H. The classical computation of the aerodynamic capture of particles by spheres. Aerodynamic capture of particles. Proceeding of conf. Pergamon press, 1960.

16. Walton W., Wollcock A. The suppression of airborne dust by water spray.

17. Brown D.J. Particle trajectories, collision and attachment in flotation.

© Серафімова Л.І., 2015

Надійшла до редколегії 25.06.2015 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим