УДК 622.776

И.К. МЛАДЕЦКИЙ, П.И. ПИЛОВ, д-ра техн. наук,
А.А. ЛЫСЕНКО,
К.А. ЛЕВЧЕНКО, канд. техн. наук,
О.Г. ПОПОВА
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

ТРЕБУЕМАЯ ТОЧНОСТЬ КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИИ ОБОГАЩЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Опробование и контроль в обогащении полезных ископаемых в значительной степени служит для того, чтобы с помощью измерения качественных показателей определять количественные. Измерение расходов пульповых потоков затруднено и поэтому выход, например для бинарного разделения, определяют как $\gamma = \dfrac{\alpha - \nu}{\beta - \nu}$, где α, β, ν – содержания ценного минерала в исходном продукте и продуктах разделения.

Априори известно, что чем выше точность контроля качественных показателей, тем выше будет точность вычисления количественных показателей.

Из дифференциального исчисления известно, что погрешность функции σ_Y определяется на основании погрешностей аргументов σ_X как:

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial Y}{\partial X_i})^2 \sigma_{X_i}^2 , \tag{1}$$

где n – количество измеряемых переменных функции $Y = f(\overline{X}) = f(X_1, X_2, ..., X_n)$.

Из выражения (1) также следует, что для достижения высокой точности определения показателей необходимо, чтобы частные производные были бы меньше единицы. Тогда существует вероятность, что погрешность функции будет меньше погрешности измерения ее аргументов. Однако изменить значения производных в точке технологической линии не всегда удается, а если такое возможно, то изменения происходят в нешироких пределах. Таким образом, возникает задача: какие необходимо обеспечить погрешности измерений σ_{Xi}, чтобы погрешность функции не превышала некоторого заданного значения σ_{Y3}.

Из выражения (1) запишем его в виде

$$1 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial Y}{\partial X_i} \frac{\sigma_{Xi}}{\sigma_Y})^2 .$$

Чем больше будет производная, тем меньше должна быть погрешность измерения аргументов. Т.е. существует обратная зависимость между значением производной и погрешностью измерения аргументов. Если определяется погрешность функции одного аргумента, то

$$\sigma_У^2 = (\frac{\partial У}{\partial X})^2 \sigma_X^2 , \quad \sigma_У = \frac{\partial У}{\partial X} \sigma_X , \quad \sigma_{Xi} = \frac{\sigma_У}{\frac{\partial Y}{\partial X_i}} .$$

Если функция множества переменных и погрешность измерения всех аргументов предположительно одинаковая и производные тоже, тогда

$$1 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial У}{\partial X_i} \frac{1}{\sigma_Y} \frac{K}{\frac{\partial Y}{\partial X_i}})^2 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{1}{\sigma_Y} \frac{K}{1})^2 = n(\frac{K}{\sigma_Y})^2 ,$$

отсюда $nK^2 = \sigma_Y^2$, или $K = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}}$. Тогда $\sigma_{Xi} = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{n}\frac{\partial Y}{\partial X_i}}$.

Однако, и измерения и чувствительность ко всем переменным различная, поэтому необходимо определить влияние каждой из них на общую допустимую погрешность. Поскольку функция погрешности является единственной, а измеряемых аргументов в ней может быть множество, то для определения допустимых погрешностей измерения необходимо такое же множество уравнений. Для этого ввести некоторые возможные соотношения между погрешностями измерения.

Функция определения погрешности функции единственная и имеет вид теоремы Пифагора

$$\sigma_У^2 = \sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial У}{\partial X_i})^2 \sigma_{X_i}^2 , \tag{2}$$

где n – количество аргументов исследуемой функции; $\sigma_{X_i}^2$ – погрешности определения аргументов.

При обогащении полезных ископаемых главной функцией является выход обогащенного продукта γ, и погрешность его определения регламентирована - $\sigma_{УЗ}^2$. В этом случае необходимо проводить измерение аргументов X_i с требуемой точностью – $\sigma_{X_iT}^2$, чтобы $\sigma_У^2$ не вышла за допустимые пределы:

$$\sigma_У^2 < \sigma_{УЗ}^2 .$$

Рассмотрим, каким образом, имеется возможность подобрать требуемые значения погрешностей измерения аргументов.

Допустим, имеем функцию погрешности

$$\sigma_{\gamma}^{2} = (\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha})^{2}\sigma_{\alpha}^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\beta})^{2}\sigma_{\beta}^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\nu})^{2}\sigma_{\nu}^{2}.$$

Возьмем одно слагаемое и решим полученное уравнение одной переменной относительно погрешности измерения аргумента, при условии, что погрешность выхода задана:

$$\sigma_{\alpha}^{2} = (\frac{\sigma_{\gamma\beta}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}})^{2}.$$

Предположим также, что каждое слагаемое входит в уравнение погрешности с некоторым весовым коэффициентом K_i, т.е.

$$\sigma_{\alpha}^{2} = (\frac{\sigma_{\gamma\beta}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}}K_{1})^{2}.$$

Тогда

$$\sigma_{\gamma}^{2} = (\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}\frac{\sigma_{\gamma}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}}K_{1})^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}\frac{\sigma_{\gamma}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}}K_{2})^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\nu}\frac{\sigma_{\gamma}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\nu}}K_{3})^{2} =$$

$$= (\sigma_{\gamma}K_{3})^{2} + (\sigma_{\gamma}K_{2})^{2} + (\sigma_{\gamma}K_{1})^{2},$$

или $1 = K_{3}{}^{2} + K_{2}{}^{2} + K_{1}{}^{2}$.

Обозначим производные $\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha} = A$, $\frac{\partial\gamma}{\partial\beta} = B$, $\frac{\partial\gamma}{\partial\nu} = C$ и отношения между весовыми коэффициентами и производными представим как:

$$K_{1}{}^{2} : K_{2}{}^{2} : K_{3}{}^{2} = \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}} : \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}} : \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\nu}}.$$

Теперь уже информации достаточно для составления совместной системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} K_1^2 : K_2^2 &= \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}} : \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}}, \\ K_2^2 : K_3^2 &= \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}} : \frac{1}{\frac{\partial\gamma}{\partial\nu}}, \\ 1 &= K_3^2 + K_2^2 + K_1^2. \end{aligned}\right\}$$

Из этой системы уравнений имеем:

$$K_1 = \frac{C}{A}\sqrt{\frac{1}{1+(\frac{C}{B})^2+(\frac{C}{A})^2}},\ K_2 = \frac{C}{B}\sqrt{\frac{1}{1+(\frac{C}{B})^2+(\frac{C}{A})^2}},\ K_3 = \sqrt{\frac{1}{1+(\frac{C}{B})^2+(\frac{C}{A})^2}}.$$

Предположим, что A=10, B= 5, C = 2, тогда

$$K_3^2 + K_2^2 + K_1^2 = \sqrt{\frac{25}{30}} + \sqrt{\frac{4}{30}} + \sqrt{\frac{1}{30}} = 1.$$

Теперь, с тем, чтобы пользоваться уравнением (2) необходимо эти коэффициенты еще разделить на производные от функции. Предположим, что заданная погрешность выхода составляет $\sigma_{\gamma 3}^2 = (0{,}05)^2$**,** тогда

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\sigma_{\gamma 3}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}} K_1\right)^2 = \left(\frac{0{,}05}{10}\sqrt{\frac{1}{30}}\right)^2 = \frac{5}{6}10^{-7};$$

$$\sigma_\beta^2 = \left(\frac{\sigma_{\gamma 3}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\beta}} K_2\right)^2 = \left(\frac{0{,}05}{5}\sqrt{\frac{4}{30}}\right)^2 = \frac{2}{15}10^{-4};$$

$$\sigma_\nu^2 = \left(\frac{\sigma_{\gamma 3}}{\frac{\partial\gamma}{\partial\nu}} K_3\right)^2 = \left(\frac{0{,}05}{2}\sqrt{\frac{25}{30}}\right)^2 = \frac{125}{24}10^{-4}.$$

Проверим, какова получена точность определения выхода:

$$\sigma_{\gamma}^{2} = (\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha})^{2}\sigma_{\alpha}^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\beta})^{2}\sigma_{\beta}^{2} + (\frac{\partial\gamma}{\partial\nu})^{2}\sigma_{\nu}^{2}.=$$

$$= 100\frac{5}{6}10^{-7} + 25\frac{2}{15}10^{-5} + 4\frac{125}{24}10^{-4} =$$

$$= 0{,}08\times10^{-4} + 3{,}33\times10^{-4} + 20{,}8\times10^{-4} = 24{,}21\times10^{-4}.$$

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{24{,}21\times10^{-4}} = 0{,}049 \approx 0{,}05.$$

Что и требовалось доказать.

Таким образом, имеется возможность подобрать требуемую точность контроля параметров функции с целью выполнения заданной точности вычисления ее.

Надійшла до редколегії 29.03.2013 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом