

И.К. МЛАДЕЦКИЙ, д-р техн. наук,

А.А. ЛЫСЕНКО

(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО В ОБОГАТИТЕЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Особенностью современных требований к измерениям является необходимость правильной оценки точности измерений. Важно не только, а иногда даже не столько повысить точность измерений, сколько уметь правильно ее оценить. При рассмотрении вопросов планирования измерений целесообразно учитывать уже давно принятое разделение всего множества разнообразных измерений на две группы. Одна из этих групп условно была названа "техническими" измерениями, другая – "лабораторными".

К "техническим" обычно относят измерения, проводимые в типовых технологических процессах. Характерной особенностью этих измерений является то, что оценку или контроль их точности в процессе измерений или после их окончания не производят. Точность технических измерений устанавливается заранее, до выполнения измерений, на основе предварительных исследований. Задачи обеспечения необходимой точности измерений (разработка методик, выбор средств измерений и др.) решаются до выполнения измерений. В этом главное отличие технических измерений от "лабораторных", уникальных. Планирование технических измерений в силу того, что при этом определяют окончательную оценку погрешности будущих измерений, имеет и свою специфику.

Указанная специфика технических измерений, а также общая тенденция к повышению точности вынуждают более тщательно проводить подготовку к измерениям, комплексно решать все вопросы обеспечения необходимой их точности. Большое значение приобретает планирование технических измерений. Планирование технических измерений в современном представлении включает в себя весь комплекс вопросов, связанных с подготовкой и проведением измерений, с обеспечением необходимой точности измерений: анализ и оценку априорной информации об объекте измерений, выбор методов и средств измерений, разработку технологии измерений, расчетную или экспериментальную оценку точности измерений до проведения самих измерений.

Целью планирования измерений является создание всех необходимых предпосылок для выполнения измерений с требуемой точностью.

Основные задачи, характерные для планирования измерений, прежде всего – это формирование представления о модели объекта, параметры или характеристики которого количественно оценивают с помощью измерений. Полученное представление о модели объекта и характеристиках, подлежащих количественному определению, позволяет перейти к установлению в определенном смысле оптимальной номенклатуры измеряемых величин.

Підготовчі процеси збагачення

Другой основною задачею являється установлення вимог до точності вимірювань. При цьому визначають також спосіб (форму) представлення результатів вимірювань і вираження показателів точності. Ці вимоги формулюють на основі аналізу задач, для рішення яких використовують результати вимірювань і свідчення про їх точність. Розробка переліку вимірюваних величин і вимог до точності вимірювань являється обов'язковим етапом при створенні об'єкта.

Далі переходять до формування технології вимірювань з урахуванням умов, в яких вони проводяться. На цьому етапі вирішують питання про те, до якої групи будуть відноситися вимірювання – до прямих або косвенних. Результати косвенних вимірювань обчислюють за відомою залежністю між шуканою величиною і величинами, визначеними шляхом прямих вимірювань. Необхідність звернутися до косвенних вимірювань може суттєво ускладнити планування вимірювань, так як збільшується номенклатура вимірюваних величин і необхідний аналіз констант, що входять до залежності між шуканою величиною і результатами прямих вимірювань.

Одною з найважливіших задач планування вимірювань є оцінка погрешності вимірювань. Її можна виконувати на різних стадіях планування вимірювань, починаючи з "прикидочної" оцінки при установленні номенклатури вимірюваних величин до оцінки погрешності з великою ступенню достовірності при атестації методик виконання вимірювань або при дослідженнях, пов'язаних з їх стандартизацією. Естественно, що наявність певної апріорної інформації дозволяє вирішити тільки частину вказаних задач планування вимірювань. Прикладом може служити стандарт "ГСП, Погрешності, допустимі при вимірюванні лінійних розмірів від 1 до 500 мм", в якому наведені норми точності вимірювань залежно від допустимих відхилень контролюваних розмірів.

Розглянемо характерні особливості цих вимірювань з точки зору задач планування. При цьому необхідно мати на увазі, що мова йде про технічні вимірювання (в тому умовному розумінні, як сформульовано вище).

Результати вимірювань, виконуваних під контролем показателів збагачення, повинні дати відповідь на одне питання: чи знаходяться значення контролюваних параметрів в заданих межах. При цьому умови вимірювань в багатьох випадках визначаються, як правило, жорстко нормованими умовами контролю і випробувань параметрів, а можливі значення вимірюваних величин – допусками на параметри. Таким чином, для планування вимірювань існує дуже конкретна апріорна інформація про об'єкт і умови вимірювань.

Для отримання результатів вимірювань, адекватних представленим інтересам властивостям, необхідно встановити, які параметри об'єкта або процесу відображають в необхідній ступені ці властивості і, відповідно, повинні бути прийняті як вимірювані величини. Початком при розробці методики виконання вимірювань є визначення вимірюваної величини як параметра моделі досліджуваного об'єкта. Найпростішим випадком є вимірювання

величиною является естественный параметр, например, содержание ценного минерала, выход, извлечение.

Подход к установлению требуемой точности измерений. Как указывалось выше, установление требований к точности измерений следует основывать на анализе задач, для решения которых используют результаты измерений.

Приведем соображения по установлению требований к точности измерений, типичных для управления и контроля.

Прежде всего, необходимо проанализировать задачи управления с целью установить, какой показатель точности измерения необходимо нормировать. Надо иметь в виду, что довольно часто измерения выполняют для расчета показателей работы того или иного оборудования, показателей – критериев эффективности управления. В таких случаях необходимо выявить характер связи измеряемых величин с показателями эффективности управления. Так, при определении технико-экономических показателей (ТЭП) проводят измерения ряда параметров в течение достаточно длительного времени, а результаты измерений усредняют при расчете ТЭП. Естественно, что в таких случаях точность определения ТЭП в большей степени зависит от систематических погрешностей измерений и несущественно зависит от случайных погрешностей с малым временем корреляции.

Наиболее простым является указание границ интервала суммарной погрешности измерения. Если эти интервалы определены для вероятности, настолько близкой к единице, что их можно принять в качестве наиболее возможных интервалов, то для получения погрешности определения ТЭП придется прибегнуть к арифметическому суммированию предельных погрешностей измерений отдельных параметров. Но полученная таким способом оценка погрешности определения ТЭП значительно превышает ее возможные значения в рабочих условиях и не может быть использована в подавляющем числе случаев. Поэтому при измерениях, связанных с вычислением ТЭП, целесообразно использовать такой способ выражения показателей точности измерений, который позволит достаточно корректно оценить точность определения ТЭП: срединные ошибки, средние квадратические отклонения.

Более детальный анализ характера использования результатов измерений может потребоваться, если в управляющей системе предусматривается та или иная процедура обработки результатов измерений с целью повышения достоверности измерительной информации, необходимой для управления. Вопрос установления требований к погрешности измерений (нормирование точности измерений) решается таким образом.

Исходя из общих положений об экономической эффективности в сфере материального производства, оптимальная норма точности измерений должна соответствовать минимуму суммарных приведенных затрат. Суммарные затраты, в основном, определяются двумя группами затрат: во-первых, различного рода потерями при проектировании, изготовлении и эксплуатации (применении) продукции, вызванными погрешностью измерений, во-вторых, затратами на разработку и реализацию методики выполнения измерений с заданной точ-

Підготовчі процеси збагачення

ністю (так называемые метрологические затраты). Как правило, увеличение погрешности измерений соответствует повышению затрат первой группы и уменьшению затрат второй группы ("метрологических" затрат).

Для нахождения связи затрат с погрешностью измерений используют зависимости потерь от изменений параметров, полученных из литературных источников, на основе результатов моделирования технологических процессов и режимов оборудования. Норма точности измерения принимается соответствующей минимальным приведенным затратам.

В случае, когда измерение применяется для оценки состояния объекта, усреднение измерений не производится, тогда погрешность измерения выдвигается на передний план: точность контроля технологического показателя должна быть выше точности технологического процесса.

Характеристики контроля технологических параметров обогатительных процессов тесно связаны с точностью самого технологического процесса.

Эксплуатация любой обогатительной технологии показывает, что дисперсия показателей качества входного потока полезного ископаемого постепенно снижается по мере прохождения его через технологический процесс. Наименьшая дисперсия этих показателей в концентрате. И это уменьшение тем существеннее, чем длиннее технологическая линия.

Дисперсия показателей качества влияет на выбор способа их измерения, чем меньше дисперсия технологического процесса, тем точнее должно быть измерение или тем выше точность измерительного устройства.

Таким образом, возникает задача оценить дисперсии технологических показателей. Выполним решение данной задачи.

Обогатительные процессы имеют большую долю случайной составляющей и поэтому являются полигармоническими, в которых неслучайная составляющая в значительной степени подавлена помехами. С целью выделения такой неслучайной составляющей пользуются спектральным разложением случайного процесса. По одной, достаточно длинной реализации стационарного случайного процесса спектральная функция вычисляется с помощью соотношения [1]

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

где $K_{xx}(\tau)$ – корреляционная функция случайного процесса; ω – частота.

Таким образом, задаваясь частотой ω и производя интегрирование (1) находим значение спектральной функции. Задаваясь множеством значений ω определяем всю функцию $S(\omega)$.

Любой динамический объект преобразует спектр входного процесса $S_x(\omega)$ в спектр выходного процесса $S_y(\omega)$ в соответствии со своей частотной характеристикой $\Phi(j\omega)$ ($j=\sqrt{-1}$), согласно выражения [2]

$$S_y(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 S_x(\omega). \quad (2)$$

Таким образом, если известна частотная характеристика технологической линии, то, находя квадрат ее модуля, определим спектр выходного процесса. А так как дисперсия процесса D_x есть

$$D_x = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega, \quad (3)$$

то будет найдена и дисперсия выходного процесса.

Определимся с частотной характеристикой. Она является динамическим показателем объекта и находится на основании передаточных функций этих объектов $W(p)$, которые представляют собой дифференциальные уравнения объектов, записанных в символической форме [3]. Если известна передаточная функция объекта $W(p)$, то частотная характеристика находится путем формальной замены аргумента p на аргумент $j\omega$ – $p \rightarrow j\omega$, с дальнейшими тождественными преобразованиями, направленными на выделение действительной $A(\omega)$ и мнимой $jB(\omega)$ частей.

Передаточная функция всей технологической линии обогащения складывается из передаточных функций отдельных аппаратов. Большинство аппаратов имеют одну емкость и поэтому могут быть представлены математическими в виде соотношения [4].

$$W(p) = \frac{Y}{T p + 1}, \quad (4)$$

где Y – выход продукта, T – постоянная времени переходного процесса $T = \frac{V}{Q}$, V – объем аппарата [m^3], Q – объемная производительность аппарата [m^3/c].

В зависимости от схемы соединения аппаратов и в соответствии с законами этих соединений [5] получают передаточную функцию технологической линии обогащения.

Рассмотрим пример. Имеется обогатительная технология, представленная схемой на рис. 1.

Каждый аппарат имеет системную характеристику, в соответствии которой осуществляется преобразование показателей качества входного потока. Для измельчения это измельчительная характеристика A , а для разделительных аппаратов – это сепарационные характеристики P_i . В соответствии с законами соединения аппаратов получаем характеристику соединения

$$P_c = \frac{A P_1 P_2 P_3}{(1 - A(1 - P_1))(1 - P_2(1 - P_3))}. \quad (5)$$

Передаточные функции аппаратов имеют вид:

Підготовчі процеси збагачення

$$W_A = \frac{1}{T_M p + 1}; W_1 = \frac{\gamma_1}{T_1 p + 1}; W_2 = \frac{\gamma_2}{T_2 p + 1}; W_3 = \frac{\gamma_3}{T_3 p + 1}; T_M = \frac{V_M}{Q_M}; T_1 = \frac{V_1}{Q_1}; T_2 = \frac{V_2}{Q_2}; T_3 = \frac{V_3}{Q_3}.$$

Подставляем в выражение (5) вместо P_i передаточные функции, получаем:

$$W_1(p) = \frac{W_A W_1 W_2 W_3}{1 - W_2(1 - W_3) - W_A(1 - W_1) + W_A W_2(1 - W_3)(1 - W_1)}. \quad (6)$$

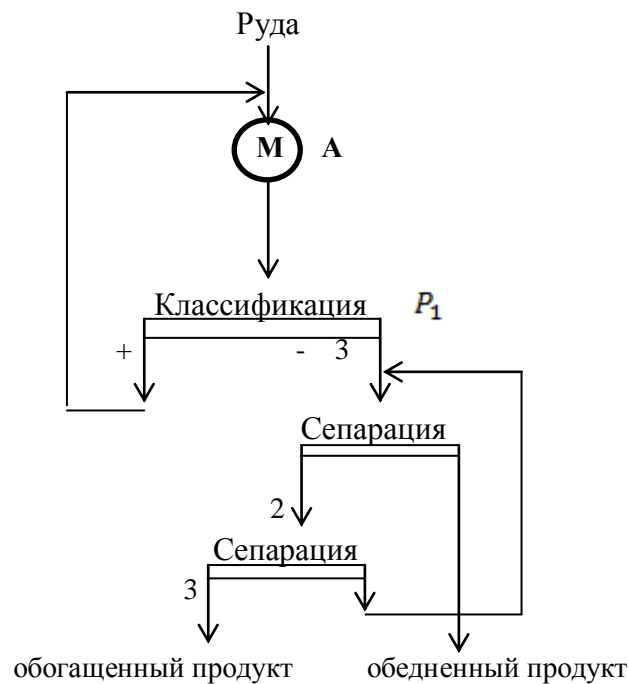


Рис. 1. Схема обогатительного технологического блока

После подстановки в (6) выражений для передаточных функций и некоторых тождественных преобразований имеем:

$$W_1(p) = \frac{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3}{(T_1 p + 1 - \gamma_1)(T_3 p + 1 - \gamma_3)(T_M p + 1)(T_1 p + 1) - (T_1 p + 1 - \gamma_1)(T_1 p + 1)(T_3 p + 1) + \gamma_2 (T_3 p + 1 - \gamma_3)(T_1 p + 1 - \gamma_1)};$$

Раскрывая скобки в знаменателе и приводя подобные члены, получаем выражение

$$W_1(p) = \frac{a_0}{a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5}, \quad (7)$$

где:

$$\begin{aligned} a_0 &= \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3; \quad a_1 = T_1^2 T_3 T_M; \\ a_2 &= T_1 T_3 T_M + T_1^2 T_M + T_1^2 T_M \gamma_3 + T_1 T_2 T_M - T_1 T_3 T_M + 2 T_1^2 T_3; \\ a_3 &= 2 T_1 T_3 + T_1 T_M (1 + \gamma_1 + \gamma_1 \gamma_3) + T_1^2 T_M (1 + \gamma_3) + T_3 T_M + T_1 T_M - 2 T_3 T_M \gamma_1 + T_1^2 + 2 T_1 T_3 - \\ &\quad - T_1 T_3 (\gamma_2 - \gamma_1); \end{aligned}$$

$$a_4 = T_1(4 + 2\gamma_3 + \gamma_1\gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_2\gamma_3) + T_m(1 + 2\gamma_1 + \gamma_3) + T_3(1 + \gamma_1);$$

$$a_5 = 2 + \gamma_3 + \gamma_1 + \gamma_1\gamma_3 + 2\gamma_2 + \gamma_1\gamma_2\gamma_3 - \gamma_1\gamma_2.$$

Теперь для получения частотной характеристики вместо p подставляем $j\omega$ в (7). Имеем:

$$\Phi_1(j\omega) = \frac{a_0}{a_1(j\omega)^4 + a_2(j\omega)^3 + a_3(j\omega)^2 + a_4j\omega + a_5}. \quad (8)$$

После возведения в степень аргумента $j\omega$ получаем комплексное число в знаменателе

$$\Phi_1(j\omega) = \frac{a_0}{a_1(j\omega)^4 + a_2(j\omega)^3 + a_3(j\omega)^2 + a_4j\omega + a_5} = \frac{a_0}{a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 + a_4j\omega + a_5}.$$

Избавляемся от комплексности в знаменателе, получаем:

$$\Phi_1(j\omega) = \frac{a_0(a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 + a_4j\omega + a_5)}{(a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 + a_4j\omega + a_5)(a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 - a_4j\omega + a_5)} = \frac{a_0(a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 + a_4j\omega + a_5)}{(a_1\omega^4 - a_2\omega^3 + a_3\omega^2 + a_4j\omega + a_5)^2 - (-a_2\omega^3 + a_4\omega)^2} = A(\omega) - jB(\omega).$$

Таким образом, имеем частотную характеристику для точки 1 технологической схемы. Для других точек необходимо составить соответствующие передаточные функции и перейти к частотным характеристикам. Так для точки 3 передаточная функция будет:

$$W_3(p) = \frac{W_A W_1}{1 - W_A(1 - W_1)};$$

для точки 2:

$$W_2(p) = \frac{W_A W_1 W_2}{(1 - W_A(1 - W_1))(1 - W_2(1 - W_3))}.$$

Модуль частотной характеристики представляет собой:

$$|\Phi(j\omega)| = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)};$$

следовательно: $|\Phi(j\omega)|^2 = A^2(\omega) + B^2(\omega)$.

Вычислив выходной спектр дисперсии процесса измельчения $S_y(\omega)$ определим дисперсию D_y во всех точках технологической линии.

Среднее значение показателей качества известны на основании технологи-

Підготовчі процеси збагачення

ческих опробований. Итак мы располагаем объективными показателями качества обогатительного процесса в каждой его точке \bar{x}_T и σ_{xT} . На основании этих величин введем понятие точности технологического процесса

$$\tau_{\Pi} = \frac{1}{|\delta|} = \frac{\bar{x}_T}{\sigma_{xT}}.$$

Чем больше точность технологического процесса, тем больше должна быть точность измерения $\frac{x_{\Pi}}{\sigma_{\Pi}}$ качественных показателей в данной точке, т.е.

$$\frac{x_{\Pi}}{\sigma_{\Pi}} = k \frac{\bar{x}_T}{\sigma_{xT}}.$$

Известно также, что относительная погрешность измерения тем меньше если измеряемая величина находится ближе к концу шкалы измерения x_{\max} устройства контроля. Цена деления шкалы Δx_{Π} определяет погрешность измерения. Тогда относительная погрешность измерения составляет

$$\delta_{\Pi} = \frac{\Delta x_{\Pi}}{x_{\max}}.$$

В результате требуется искать два параметра Δx_{Π} и x_{\max} .

Качественные показатели в обогащение полезных ископаемых измеряют химическими или рентгеновскими методами. И получают погрешность в абсолютном отклонении: если два соседних измерения не отличаются друг от друга на Δx_3 , то оценка качества проведена удовлетворительно, т.е. соответствует стандарту. Таким образом, объектом поиска служит Δx_3 .

Кроме того, перед проведением анализа ориентировано имеют оценку среднего значения показателя качества \bar{x}_T . В результате искать достаточно одну величину Δx_3 , т. к. $\bar{x}_{\Pi} = \bar{x}_T$.

Для поиска зависимости необходимо какое-либо известное граничное условие. Это может быть заданная точность измерения качества концентрата – σ_K и исходного продукта σ_{α} .

$$\frac{\sigma_{\alpha} - \sigma_K}{\sigma_{\alpha} (\Delta x_K - \Delta x_{\alpha})} = \frac{\sigma - \sigma_K}{\sigma (\Delta x_K - \Delta x_{\alpha})},$$

откуда требуемая точность измерения

$$\Delta x = \Delta x_K - \frac{\sigma_{\alpha} (\Delta x_K - \Delta x_{\alpha})}{\sigma_{\alpha} - \sigma_K} \left(1 - \frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma}\right).$$

Таким образом, в зависимости от точности процесса: σ и требуемых точностей контроля исходной руды и концентрата определяется точность контроля в заданной точке технологической линии обогащения.

Итак, в работе предложена методика вычисления точностных характеристик показателей качества в любой точке технологической линии обогащения, что дает возможность оценивать максимальную допустимую погрешность измерения.

Список литературы

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Недра, 1969. – 576 с
2. Росин М.Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. – М.: Машиностроение 1970. – 335 с.
3. Математические основы теории автоматического регулирования / Под ред. Б.К. Чемаданова. – М.: Высшая школа, 1971. – 808 с.
4. Младецкий И.К., Пилов П.И., Святошенко В.А. Динамические характеристики технологии обогащения полезных ископаемых // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2007. – Вип. 31(72). – С 31-36.
5. Пилов П.И. Научные основы сепарации и водопотребления при обогащении руд: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Д., 1993. – 30 с.

© Младецкий И.К., Лысенко А.А., 2011

*Надійшла до редколегії 27.11.2011 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим*