УДК 622. 776

И.К. МЛАДЕЦКИЙ, д-р техн. наук,
А.А. ЛЫСЕНКО
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет),
А.А. ПАВЛЕНКО
(Украина, Днепропетровск, Национальная металлургическая академия)

МИНИМАЛЬНАЯ МАССА ПРОБЫ ДЛЯ АНАЛИЗА ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СЫРЬЯ

Рудные минералы включают ценные компоненты в виде вкраплений различного размера, поэтому в кусках различного размера может быть различное и содержание ценного минерала. Поэтому, чтобы в набранном объеме было содержание ценного минерала такое же, как в массиве, необходимо либо сформировать некоторый минимальный объем, либо выбирать куски руды значительных размеров. Рассмотрим случай формирования пробы из малых кусков.

Возьмем некоторый объем в виде куба, у которого измерение равно L. В нем может разместиться матрично и плотно упакованных шаров (частиц) диаметром d в количестве $n = \frac{L}{d}$ штук. Но в соответствии с аксиомой Архимеда величина n может быть или целым числом или будет остаток C, меньший 1: $C < 1$. Целая часть n_1 дает количество шаров в объеме, а C – незанятую часть. Оценим коэффициент заполнения K_3 произвольного объема одинаковыми шарами диаметром d. Объем занятый шарами равен

$$V_T = \frac{\pi}{6} d^3 n_1 . \tag{1}$$

Общий объем измерения равен $V = L^3$. Коэффициент заполнения будет таким:

$$K_3 = \frac{V_T}{V} = \frac{\pi}{6L^3} d^3 n_1 . \tag{2}$$

Количество шаров равно $n_1 = \left(\frac{L}{d} - C \right)^3$ и, таким образом, получаем

$$K_3 = \frac{\pi d^3}{6L^3} \left(\frac{L}{d} - C \right)^3 = \frac{\pi d^3}{6L^3} \left(\frac{L^3}{d^3} - 3\frac{L^2}{d^2} C + 3\frac{L}{d} C^2 - C^3 \right) =$$
$$= \frac{\pi}{6} \left(1 - 3\frac{d}{L} C + 3\frac{d^2}{L^2} C^2 - C^3 \right). \; C = \frac{L}{d} - \mathrm{int}\left(\frac{L}{d} \right). \tag{4}$$

Отсюда: коэффициент заполнения зависит от размера частиц, и чем меньше отношение $\frac{d}{L}$, тем меньше эта зависимость, и когда $d \to 0$, $K_З \to \frac{\pi}{6}$. Поскольку это идеальный результат, то в действительности всегда имеется зависимость $K_З = f(d)$ и поэтому о стабильном значении коэффициента заполнения можно говорить с определенной погрешностью. Примем значение малой ошибки (по нашему мнению) такую, что ею можно пренебречь. Пусть это будет, например, $\varepsilon = 0{,}05$.

Так как $\frac{d}{L} \le 1$ и $C < 1$, то значения этих величин при высоких степенях стремятся к нулю достаточно быстро при уменьшении $\frac{d}{L}$. Второе слагаемое на порядок больше третьего и на два порядка больше четвертого. Поэтому сосредоточимся на первых двух членах разложения, т.е. $1 - 3\frac{d}{L}C = 0{,}95$. Отсюда определяем минимальное значение измерения куба, для которого коэффициент заполнения уже не изменяется с увеличением объема пробы: $3dC = (1 - 0{,}95)L$; $L = \frac{3dC}{\varepsilon}$, $(L)^3 = \left(\frac{3dC}{\varepsilon}\right)^3$; а минимальный объем при этом будет

$$V = \left(\frac{3C}{\varepsilon}\right)^3 d^3.$$

Обращаем внимание на то, что в числителе стоит величина, отражающая ошибку метода измерения, а в знаменателе требуемая точность измерения. Минимальная масса получается, если учесть плотность вещества, которое опробуется, т.е.

$$q = \left(\frac{3C}{\varepsilon}\right)^3 \delta d^3. \qquad (5)$$

В дальнейшем примем обозначения $\varepsilon_И \equiv C$, $\varepsilon \equiv \varepsilon_З$.

Выполняя, например, фракционный анализ или анализируя функцию распределения частиц по крупности необходимо для каждого класса иметь представительную массу с тем, чтобы достоверно выполнить измерение содержания этого класса. На этом основании можно записать, что в общей массе частиц минимальная масса определенного класса занимает содержание в количестве

$$p_i(d) = \frac{q_i}{m_П},$$

где $m_П$ общая масса пробы.

Тогда минимальная масса общей пробы составит

$$m_П = (\frac{k\varepsilon_И d}{\varepsilon_З})^3 \delta \frac{1}{p(d_i)}.$$

Соотношение между размером частиц и содержанием их в продукте весьма разнообразно, поэтому необходима уверенность в том, что выбранная фракция всесторонне представляет пробу. Такой уверенности заранее нет, поэтому, как обычно, в общем случае необходимо некоторое усреднение. Средневзвешенная величина составит

$$\overline{m}_П = \sum \frac{q_i}{p(d_i)} p(d_i) = \sum_{i=1}^{n} (\frac{k\varepsilon_И}{\varepsilon_З})^3 d_i^3 \delta.$$

Таким образом, определив минимальные массы для каждого узкого класса крупности, минимальная масса общей пробы для определения гранулометрического состава равна сумме минимальных масс узких классов крупности

$$m_П = (\frac{k\varepsilon_И}{\varepsilon_З})^3 \delta \sum_{i=1}^{n} d_i^3.$$

Отсюда следует, что чем уже диапазон изменения крупностей частиц в классе, тем больше должна быть минимальная масса пробы и не зависит от ее содержания в общей массе частиц.

Распределение полезного ископаемого по плотности δ_i (фракционный состав) приводит к аналогичной формуле, приняв в качестве общего параметра максимальную крупность d_{max} частиц, находящуюся в опробуемом массиве, масса общей пробы составит

$$m_П = (\frac{k\varepsilon_И d_{\max}}{\varepsilon_З})^3 \sum_{i=1}^{n} \delta_i.$$

Поскольку плотность частиц связана с содержанием в них ценного минерала α

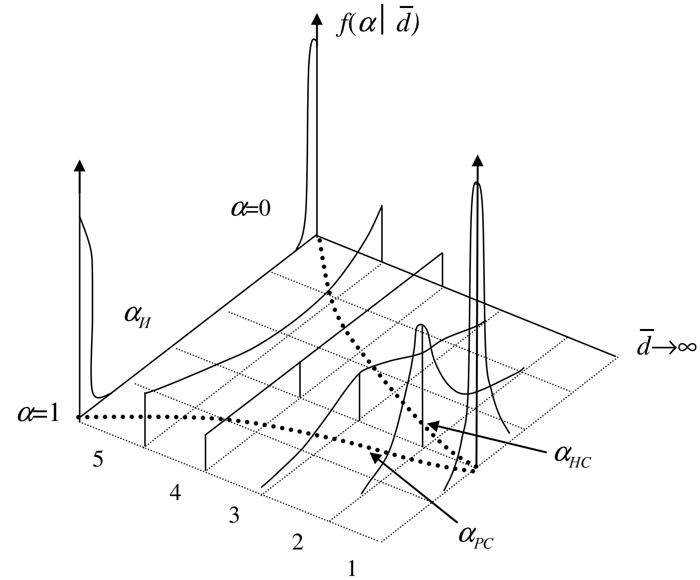
$$\delta_i = \frac{\delta_2 \delta_1}{\delta_2 - \alpha_i(\delta_2 - \delta_1)},$$

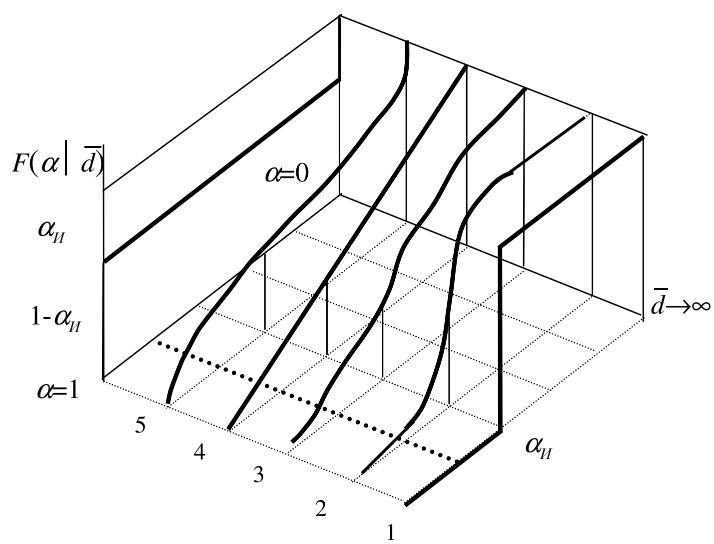
где $\delta_2 > \delta_1$ плотности ценного и неценного минералов частиц, соответственно; то можно записать выражение для минимальной массы определения функции распределения сростков.

Таким образом, если необходимо определить распределение сростков по содержанию в них ценного минерала, то формула минимальной массы примет вид:

$$m_{П} = (\frac{k\varepsilon_{И} d_{\max}}{\varepsilon_{З}})^3 \delta_2 \delta_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\delta_2 - \alpha_i(\delta_2 - \delta_1)}.$$

Известно, что в зависимости от размера частиц диапазон изменения содержания в ней ценного минерала изменяется. Поэтому измельченная масса частиц характеризуется двумерной функцией распределения: по крупности и по плотности (рисунок).





Функции распределения сростков при различной средней крупности смеси

В этом случае соотношение между содержанием класса и фракции и минимальной массой составят:

$$p(\alpha_j / d_i) p(d_i) = \frac{C d_i^3 \delta_j}{m_П}.$$

На основании данного соотношения при усреднении, получаем:

$$\sum_j \sum_i \ p(\alpha_j / d_i) p(d_i) \frac{C d_i^3 \delta_j}{p(\alpha_j / d_i) p(d_i)} = \sum_j \sum_i C d_i^3 \delta_j = m_П,$$

где $C = (\frac{k\varepsilon_И}{\varepsilon_З})^3$.

Когда для каждого измерения регламентируется своя точность измерения и заданная точность, тогда под символ суммы переходят и точностные характеристики

$$\sum_j \sum_i C_{ij} d_i^3 \delta_j = m_П, \ C_{ij} = (\frac{k\varepsilon_{ijИ}}{\varepsilon_{ijЗ}})^3.$$

Таким образом, при определении минимальной массы пробы для исследования функций распределения параметров полезного ископаемого необходимо суммировать значения параметров, характеризующих узкий класс этого параметра.

Надійшла до редколегії 28.10.2011 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим