

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ»



**М.В. Холоменюк, В.І. Самуся**

## **ТЕРМОДИНАМІКА**

**Навчальний посібник**

Дніпро  
НГУ  
2017

УДК 536(075)  
X73

Рекомендовано вченою радою як навчальний посібник для студентів спеціальності 184 Гірництво (протокол № 15 від 15.11.2016 р. )

**Рецензенти:**

С.П. Шевчук – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри енергомеханічного обладнання енергоємних виробництв Національного технічного університету України „Київський політехнічний інститут”;

Є.В. Семененко – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу проблем шахтних енергетичних комплексів ІГТМ ім. М.С. Полякова НАН України.

**Холоменюк М.В.**

X73 Термодинаміка : навч.посіб. / М.В. Холоменюк, В.І. Самуся ; М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун- т. – Дніпро : НГУ, 2017. – 106 с.

Зміст видання відповідає освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів спеціальності 184 Гірництво та програмі дисципліни «Гідромеханіка та термодинаміка».

Викладено базові положення термодинаміки, які покладено в основу ряду фахових дисциплін спеціальності.

Сформульовано навчальні цілі змістових модулів, що окреслюють навички та вміння бакалаврів з гірництва.

**УДК 536(075)**

© М.В. Холоменюк, В.І. Самуся, 2017

© Державний ВНЗ «НГУ», 2017

## ЗМІСТ

|   |    |
|---|----|
| <b>ВСТУП</b> .....  | 5  |
| <b>1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕРМОДИНАМІКИ</b> .....   | 6  |
| 1.1. Термодинамічна система .....   | 6  |
| 1.2. Основні термодинамічні параметри стану системи .....   | 6  |
| 1.3. Термодинамічний стан системи .....   | 12 |
| 1.4. Рівняння стану системи.....  | 12 |
| 1.5. Термодинамічний процес .....   | 15 |
| Контрольні питання до розділу .....   | 17 |
| <b>2. СУМІШІ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ</b> .....  | 18 |
| 2.1. Основні властивості газових сумішей .....  | 18 |
| 2.2. Способи визначення складу газової суміші .....   | 18 |
| 2.3. Газова стала суміші газів .....  | 20 |
| 2.4. Уявна молекулярна маса суміші .....  | 21 |
| 2.5. Співвідношення між масовими та об'ємними частками компонентів ..                                       | 22 |
| 2.6. Парціальний тиск компонентів суміші.....   | 22 |
| Контрольні питання до розділу .....   | 23 |
| <b>3. ПРШІЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ</b> .....   | 24 |
| 3.1. Способи передачі енергії в термодинамічних системах .....  | 24 |
| 3.2. Внутрішня енергія .....  | 25 |
| 3.3. Формулювання та аналітичний запис першого закону термодинаміки ..                                      | 26 |
| 3.4. Аналітичний запис роботи процесу .....   | 28 |
| 3.5. Методи визначення теплоти процесу .....  | 31 |
| Контрольні питання до розділу .....   | 31 |
| <b>4. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ГАЗІВ</b> .....  | 32 |
| 4.1. Загальні положення .....   | 32 |
| 4.2. Ізохорна та ізобарна теплоємність ідеального газу .....  | 32 |
| 4.3. Теплоємність реальних газів .....  | 35 |
| 4.4. Теплоємність газових сумішей .....   | 37 |
| Контрольні питання до розділу .....   | 38 |
| <b>5. ПАРАМЕТРИ СТАНУ: ЕНТАЛЬПІЯ ТА ЕНТРОПІЯ. УТОЧНЕНОЕ<br/>РІВНЯННЯ ПЕРШОГО ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМІКИ</b> ..... | 39 |
| 5.1. Визначення названих параметрів .....   | 39 |
| 5.2. Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу .....  | 43 |
| Контрольні питання до розділу .....   | 48 |
| <b>6. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ</b> .....  | 50 |
| 6.1. Загальні положення дослідження процесів ідеального газу .....  | 50 |
| 6.2. Ізохорний процес .....   | 50 |
| 6.3. Ізобарний процес .....   | 52 |

|   |            |
|---|------------|
| 6.4. Ізотермічний процес .....  | 55         |
| 6.5. Адіабатний процес .....  | 57         |
| 6.6. Політропні процеси .....   | 61         |
| Контрольні питання до розділу .....   | 65         |
| <b>7. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕРМОДИНАМІЧНІ ЦИКЛИ. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ .....</b> | <b>66</b>  |
| 7.1. Прямий термодинамічний цикл .....  | 68         |
| 7.2. Зворотний термодинамічний цикл .....   | 70         |
| 7.3. Сутність другого закону термодинаміки .....  | 72         |
| Контрольні питання до розділу .....   | 73         |
| <b>8. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ ПАРИ .....</b>   | <b>74</b>  |
| 8.1. Основні закономірності фазових переходів у чистій речовині .....                   | 74         |
| 8.2. Водяна пара .....  | 80         |
| 8.3. Визначення параметрів води та пари .....   | 85         |
| Контрольні питання до розділу .....   | 89         |
| <b>9. ВОЛОГЕ ПОВІТРЯ .....</b>  | <b>90</b>  |
| 9.1. Загальні положення .....   | 90         |
| 9.2. Основні параметри вологого повітря .....   | 90         |
| 9.3. Психрометр .....   | 96         |
| 9.4. $I - d$ –діаграма вологого повітря .....   | 97         |
| Контрольні питання до розділу .....   | 101        |
| <b>ТИПОВІ ЗАДАЧІ ТЕРМОДИНАМІКИ .....</b>  | <b>102</b> |
| <b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ .....</b>  | <b>105</b> |

## ВСТУП

Термодинаміка – це наука про закономірності взаємного перетворення різних видів енергії одна в одну, що відбуваються в макроскопічних системах.

Макросистеми складаються з тіл, що безпосередньо нас оточують. Ці тіла утворюються величезною кількістю мікроструктурних частинок (молекул, атомів, іонів), які безперервно рухаються та взаємодіють між собою. Існує два методи вивчення фізичних властивостей таких систем.

При загальній кількості мікроструктурних частинок  $10^{20} \dots 10^{25}$  неможливо встановити властивості системи через поведінку окремої частинки. Тут стає в нагоді статистичний метод, оснований на використанні теорії ймовірностей і певних моделей будови систем. Цей метод покладений в основу статистичної фізики.

У той самий час значна кількість властивостей макросистем, важливих для практики, можуть бути описані без урахування їхньої мікроструктури, а розглядаючи систему як єдине ціле, тобто як феномен. Такий феноменологічний метод аналізу лежить в основі термодинаміки. При цьому зв'язок між макроскопічними параметрами, за допомогою яких визначають поведінку системи, встановлюється двома основними законами, сформульованими на основі величезної кількості експериментальних даних, – першим і другим законами термодинаміки. Перший закон термодинаміки дає кількісну характеристику процесам перетворення енергії і являє собою кількісний вираз закону зберігання та перетворення енергії, що має загальний характер. Другий закон термодинаміки встановлює якісний бік (спрямованість) процесів, що відбуваються у фізичних системах.

Ні перший, ні другий закони не спираються на будь-які уявлення про будову речовини, що обумовлює велику поширеність методів термодинаміки. Вони можуть використовуватися для всіх систем, для яких справедливі закони, що лежать у її основі. Ця наука розглядає різноманітні явища природи та охоплює величезну сферу хімічних, механічних і фізико-хімічних явищ.

Термодинаміку поділяють на три частини:

загальну або фізичну, яка вивчає процеси енергоперетворювань у твердих, рідких і газоподібних тілах;

хімічну, в якій на базі законів загальної термодинаміки встановлюються закономірності теплових ефектів при хімічних перетвореннях;

технічну, в якій встановлюються закономірності взаємного перетворення теплоти в роботу на базі вивчення процесів, що відбуваються в газах і парі, та вивчення властивостей цих середовищ.

Для спеціальності 184 Гірництво термодинаміка є базою для вивчення ряду спеціальних дисциплін: «Рудникова аерологія», «Провітрювання шахт», «Установки для кондиціювання повітря», «Технологічне обладнання для транспортування та акумулювання газу», «Енергомеханічні комплекси гірничого виробництва». З огляду на це визначені розділи термодинаміки, що викладаються в цьому курсі та які знайшли своє відображення в цьому виданні.

# 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕРМОДИНАМІКИ

## 1.1. Термодинамічна система

Об'єктом вивчення в термодинаміці є термодинамічна система. Під нею розуміють сукупність матеріальних тіл, що виділені з навколишнього світу за певною ознакою, і які обмінюються між собою енергією. Усе, що знаходиться за межами термодинамічної системи, називається її зовнішнім середовищем. Склад термодинамічної системи встановлюється довільно і визначається умовою завдання, що вирішується. Від зовнішнього середовища система може відокремлюватися поверхнею, що фізично існує або є уявною. Прикладом першої системи може бути газ, що заповнює балон, другої – умовно виділений стовпець атмосферного повітря.

Загалом частини термодинамічної системи взаємодіють не лише між собою, а й із зовнішнім середовищем. Якщо термодинамічна система обмінюється із зовнішнім середовищем як енергією, так і речовиною, то вона називається відкритою. Якщо їхня взаємодія обмежується лише енергообміном, а речовина не виходить за межі системи, то таку систему називають закритою.

Термодинамічну систему, яка не може обмінюватися із зовнішнім середовищем теплом, називають теплоізованою або адіабатною.

Якщо між термодинамічною системою та зовнішнім середовищем немає ніякої взаємодії, то таку систему називають ізованою або замкненою.

Про інші різновиди термодинамічних систем мова буде йти далі.

## 1.2. Основні термодинамічні параметри стану системи

Будь-яка речовина може перебувати в одному з трьох основних фізичних станів: у вигляді газу, рідини або твердого тіла залежно від умов, у яких вона знаходиться, – при зміні умов стан речовини змінюється. Для визначення стану речовини використовують спеціальні величини, які однозначно характеризують її стан. Їх називають термодинамічними параметрами стану. Відома значна кількість таких величин, серед яких в окрему групу виділяють так звані основні термодинамічні параметри стану – це абсолютний тиск, абсолютна температура та питомий об'єм. Відмінність основних термодинамічних параметрів стану від інших полягає в тому, що лише вони можуть бути безпосередньо виміряні. Інші параметри стану розраховують.

Тиск – це сила, що діє на одиницю поверхні тіла за нормаллю до неї.

Для газу, структурні частинки якого мають можливість хаотично переміщуватись у будь-якому напрямку, тиск є силою його взаємодії зі стінками резервуара, яка нормально спрямована до стінок і віднесена до одиниці їхньої площі. З погляду молекулярно-кінетичної теорії тиск газу являє собою осереднений результат ударів його молекул по стінках резервуара. Для ідеального газу тиск, що позначається літерою  $p$ , розраховується так:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \bar{v}^2}{2}, \quad (1.1)$$

де  $n$  – кількість молекул в одиниці об'єму;  $m$  – маса однієї молекули;  $\bar{v}^2$  – середня квадратична швидкість поступального руху молекул.

Ідеальним називають газ, у якому відсутні сили міжмолекулярної взаємодії, а самі молекули мають безмежно малий об'єм.

Залежно від прийнятої бази для відліку тиск поділяють на: абсолютний, надлишковий і вакуумметричний.

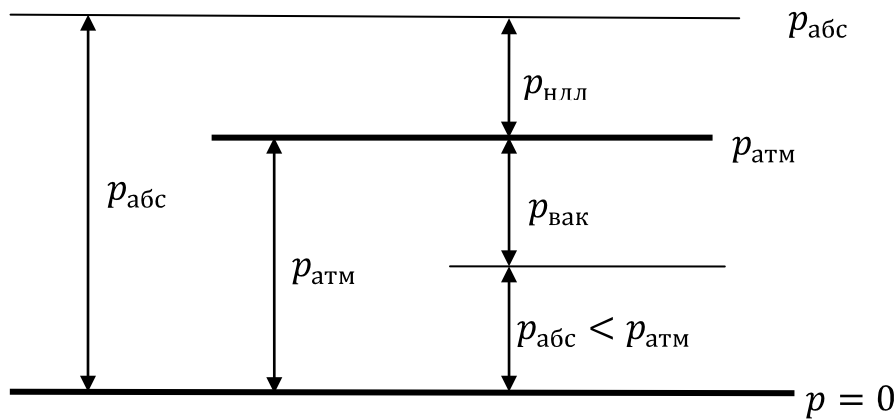


Рис. 1.1. Криві різних видів тиску

Якщо тиск відлічують від нуля, то його називають абсолютним (рис. 1.1) і позначають  $p_{абс}$ . Саме цей тиск однозначно характеризує стан речовини. У той самий час безпосередньо виміряти його технічно складно, адже для цього у вимірювальному приладі необхідно мати чутливу ємність із нульовим тиском. Набагато простіше вимірювати відхилення тиску в будь-якій системі від атмосферного тиску  $p_{атм}$ . Через це на практиці за базу для відліку приймають атмосферний тиск. У цьому разі вимірювальний прилад фіксує відхилення тиску в точці заміру від атмосферного тиску.

Якщо  $p_{абс} > p_{атм}$ , то перевищення абсолютного тиску над атмосферним називають надлишковим тиском і позначають  $p_{ндл}$ :

$$p_{ндл} = p_{абс} - p_{атм}.$$

Якщо абсолютний тиск менше за атмосферний, то перевищення атмосферного тиску над абсолютним називають вакуумметричним тиском або вакуумом. Його позначають  $p_{вак}$  і розраховують за формулою

$$p_{вак} = p_{атм} - p_{абс}.$$

Очевидно, що

$$p_{\text{вак}} = -p_{\text{ндл}}$$

Надлишковий тиск може змінюватися від 0, коли  $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$ , до  $\infty$ .

Вакуумметричний тиск може змінюватися від 0, коли  $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$ , до  $p_{\text{атм}}$ , коли  $p_{\text{абс}} = 0$ .

Прилади для вимірювання надлишкового тиску називаються манометрами, тому цей тиск називають також манометричним.

Вакуумметричний тиск вимірюють вакуумметрами.

Прилади для вимірювання атмосферного тиску називаються барометрами, тому інколи атмосферний тиск називають барометричним. Найчастіше для вимірювання використовують барометри-анероїди.

Атмосферний тиск увесь час змінюється, тому надлишковий і вакуумметричний тиски, які залежать від нього, не дають однозначного уявлення про властивості речовини, тобто вони не є параметрами стану. Термодинамічним параметром, який однозначно характеризує стан речовини, є абсолютний тиск. Тому в термодинамічні рівняння треба підставляти саме абсолютний тиск.

Одиницею виміру тиску в системі СІ є паскаль – це сила в 1 Н, що віднесена до площі в 1 м<sup>2</sup>. Позначають паскаль Па. Для технічних систем ця величина дуже мала, тому на практиці користуються кратними величинами – кілопаскалем (1 кПа = 10<sup>3</sup> Па) і мегапаскалем (1 МПа = 10<sup>6</sup> Па). До тепер використовують також одиницю виміру тиску технічної системи, яка називається технічною атмосферою – це сила в 1 кілограм-сили (кгс), що віднесена до площі в 1 см<sup>2</sup>. Через те, що 1 ат = 9,81·10<sup>4</sup> Па ≈ 10<sup>5</sup> Па, значне поширення набула несистемна одиниця виміру тиску бар – 1 бар = 10<sup>5</sup> Па ≈ 1 ат.

Тиск може вимірюватися також висотою стовпчика рідини. Це впливає з того, що згідно з основним рівнянням гідростатики тиск у точці А нерухокої рідини (рис. 1.2)

$$p_A = p_0 + \rho gh, \quad (1.2)$$

де  $p_0$  – тиск на вільній поверхні рідини;  $h$  – заглиблення точки А під вільною поверхнею, м;  $\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння.

На цьому базується дія рідинних манометрів і вакуумметрів.

На рис. 1.3, а зображена схема виміру надлишкового тиску в резервуарі рідинним U-образним

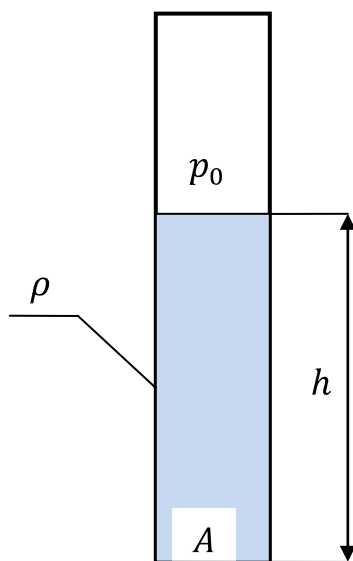


Рис.1.2. Схема визначення тиску за висотою стовпчика рідини



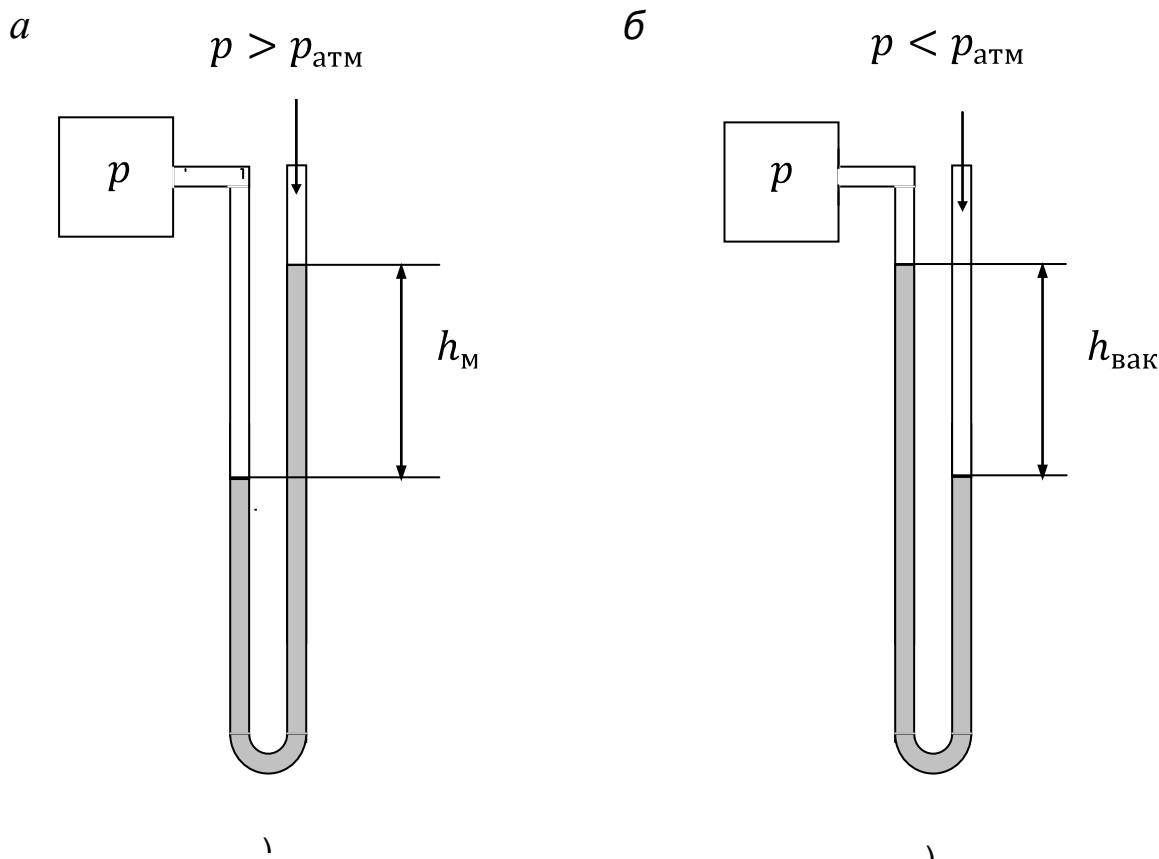


Рис. 1.3. Принцип вимірювання тиску рідинним U-образним приладом:  
*a* – надлишкового; *б* – вакууму

манометром. Цей тиск дорівнює  $h_m$  метрів зрівноважувальної рідини або

$$p_{\text{ндл}} = \rho g h_m, \text{ Па.} \quad (1.3)$$

На рис. 1.3, *б* зображена схема виміру вакууму подібним приладом – цей тиск дорівнює  $h_{\text{вак}}$  метрів зрівноважувальної рідини або

$$p_{\text{вак}} = \rho g h_{\text{вак}}, \text{ Па.} \quad (1.4)$$

Як зрівноважувальні рідини використовують зазвичай ртуть ( $\rho_{\text{рт}} = 13590 \text{ кг/м}^3$ ) або воду ( $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ), при цьому

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,32 \text{ Па}; \quad 1 \text{ мм вод. ст.} = 9,81 \text{ Па.}$$

Існує також поняття фізичної атмосфери, яка відповідає таким значенням:

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101325 \text{ Па} = 1,01 \text{ бар.}$$

Слід запам'ятати, що в усі термодинамічні рівняння тиск повинен підставлятися в паскалях.

Температура – це величина, яка характеризує тепловий стан тіла, тобто ступінь його нагріву. З погляду молекулярно-кінетичних уявлень про будову речовини температура є мірою інтенсивності хаотичного теплового руху молекул – чим вища інтенсивність цього руху, тим вища температура тіла. Із цього випливає, що стан речовини однозначно буде описувати температура, відлік якої розпочинається від рівня, при якому хаотичний тепловий рух молекул припиняється. Крім того, очевидним є те, що поняття температури не може бути використане до однієї або кількох молекул – вона характеризує макроскопічну систему в цілому.

Температура, при якій припиняється хаотичний тепловий рух мікроструктурних частинок речовини, називається абсолютним нулем температури. З нього розпочинається так звана термодинамічна шкала температур. Температура, що визначається за цією шкалою, називається абсолютною. Отже, параметром стану речовини є абсолютна температура.

Абсолютна температура – величина завжди додатна. Вона позначається літерою  $T$ . Одиниця виміру абсолютної температури – кельвін. Він позначається  $K$ .

Для твердого тіла із жорсткою кристалічною решіткою температура пропорційна енергії коливального руху атомів і молекул. Для рідин і газів вона пропорційна середній кінетичній енергії хаотичного поступального руху молекул. Зокрема, температура ідеального газу визначається співвідношенням вигляду

$$\alpha T = \frac{m \bar{v}^2}{2}, \quad (1.5)$$

де  $T$  – абсолютна температура ідеального газу;  $\frac{m \bar{v}^2}{2}$  – середня кінетична енергія поступального руху молекул;  $\alpha$  – коефіцієнт пропорційності.

У техніці для виміру температури використовують прилади, принцип дії яких полягає у визначенні зміни фізичних параметрів тіл, залежних від температури. До таких параметрів належать об'єм рідини та газу, тиск газу, електричний опір, електрорушійна сила та інші. Найбільшого поширення набули рідинні термометри, в яких зміна об'єму термометричної рідини залежно від температури відображається зміною висоти стовпчика рідини у приладі. Найчастіше використовують ртутні та спиртові термометри.

Кожен прилад, що використовується для виміру температури, повинен бути відградуєваним відповідно до прийнятої практичної температурної шкали, в основу якої покладено експериментально визначені температури в двох опорних (реперних) точках. У нашій країні, як і в більшості країн світу, такою є міжнародна практична стоградусна шкала (шкала Цельсія), у якій інтервал від температури танення льоду при атмосферному тиску до температури кипіння води в цих умовах розбито на 100 рівних частин – градусів Цельсія. Температура, виміряна за цією шкалою, позначається  $t^\circ C$ . Точці танення льоду приписана температура  $t = 0^\circ C$ , точці кипіння води – температура  $t = 100^\circ C$ . Термо-

динамічна шкала температур зв'язана зі стоградусною шкалою Цельсія через параметри однієї реперної точки – через температуру в так званій потрійній точці води, коли рідина, парова та тверда фази знаходяться в стабільній рівновазі. За термодинамічною шкалою температура в потрійній точці води  $T = 273,16$  К (точно), а за шкалою Цельсія  $t = 0,01^\circ$  С. Отже, абсолютна температура та температура в градусах Цельсія зв'язані між собою співвідношенням вигляду

$$T = 273,15 + t. \quad (1.6)$$

У деяких країнах використовують інші практичні температурні шкали. Зокрема, в англійських країнах використовують шкалу Фаренгейта, в якій температурний інтервал від точки танення льоду при атмосферному тиску до точки кипіння води в цих умовах розбито на 180 рівних частин – градусів Фаренгейта, і точці танення льоду приписана температура  $32^\circ$  F.

Перехід від температури за однією температурною шкалою, до температури, вимірюваною за іншою практичною температурною шкалою, здійснюється шляхом простого арифметичного розрахунку. Наприклад, температури за шкалою Цельсія та за шкалою Фаренгейта зв'язані такими співвідношеннями:

$$t^\circ C = \frac{t^\circ F - 32}{1,8}; \quad t^\circ F = 1,8t^\circ C + 32. \quad (1.7)$$

Слід запам'ятати, що термодинамічним параметром стану є абсолютна температура, тому в усі термодинамічні залежності необхідно підставляти саме її. Винятком є лише залежності, до яких уходить різниця температур. У цьому разі можна використовувати температуру в градусах Цельсія, зважаючи на те, що  $1^\circ C = 1$  К.

Питомий об'єм – це об'єм одиниці маси речовини. Зазвичай питомий об'єм позначають  $v$  і вимірюють у  $\text{м}^3/\text{кг}$ :

$$v = \frac{V}{m}, \quad (1.8)$$

де  $V$  – об'єм довільної кількості речовини,  $\text{м}^3$ ;  $m$  – маса цієї речовини, кг.

Використовують також величину, зворотну до питомого об'єму, – густину речовини, що являє собою масу одиниці об'єму. Її позначають  $\rho$  і вимірюють у  $\text{кг}/\text{м}^3$ :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{v}. \quad (1.9)$$

Усі термодинамічні параметри стану поділяють на інтенсивні та екстенсивні.

Інтенсивними параметрами називаються такі, які не залежать від кількості речовини. Це, зокрема, тиск і температура.

Екстенсивні параметри пропорціональні кількості речовини. До таких відноситься, зокрема, об'єм, який за конкретних умов змінюється пропорційно масі речовини.

Екстенсивні параметри підпорядковуються закону адитивності, тобто їхня загальна величина для певної системи дорівнює сумі значень цих величин для кожної складової частини системи. Якщо позначити літерою  $Z$  термодинамічний параметр, то у разі його адитивності

$$Z_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^n Z_i, \quad (1.10)$$

де  $Z_{\text{сист}}$  і  $Z_i$  – значення параметра для системи в цілому та для  $i$ -ї її частини відповідно.

Через це екстенсивні параметри називають також адитивними. Екстенсивні параметри, що віднесені до одиниці кількості речовини, набувають властивостей інтенсивних величин. Таким є, зокрема, питомий об'єм.

### 1.3. Термодинамічний стан системи

Термодинамічні параметри однозначно характеризують термодинамічну систему лише в її рівноважному стані – такому, коли в усіх точках системи однакові всі інтенсивні параметри і коли вони незмінні в часі.

Якщо в окремих точках системи різні температури, тиски або питомі об'єми, то такий її стан називається нерівноважним. Для такого стану часто неможливо визначити термодинамічні параметри системи. Наприклад, при швидкому стисканні або розширенні газу в циліндрі в ньому розповсюджуються хвилі стискання та розширення, через що в різних частинах циліндра тиск і температура будуть різними, тобто в цих процесах тиск і температура не є параметрами стану для всієї системи.

За відсутності рівноваги в термодинамічній системі під дією перепадів між значеннями параметрів стану виникають макроскопічні перетоки речовини та енергії, які поступово переводять систему до рівноважного стану. Тривалість цього переходу залежить від властивостей системи. Досвід засвідчив, що ізольована термодинамічна система з плином часу завжди переходить до стану рівноваги і самостійно вийти з цього стану не може. У класичній термодинаміці розглядаються лише рівноважні системи.

### 1.4. Рівняння стану системи

Досвід засвідчив, що основні термодинамічні параметри стану будь-якої термодинамічної системи залежать один від одного. Для рівноважного стану найпростіших систем ця взаємозалежність описується рівнянням вигляду

$$F(p, v, T) = 0, \quad (1.11)$$

яке в термодинаміці називається термічним рівнянням стану.

Рівнянню стану можна надати іншого вигляду:

$$p = f_1(v, T); \quad v = f_2(p, T); \quad T = f_3(p, v). \quad (1.12)$$

Ці рівняння вказують на те, що з трьох основних параметрів, які визначають стан простих термодинамічних систем, незалежними є будь-які два.

Для розв'язання задач методами термодинаміки необхідно знати вид функціональної залежності між параметрами стану. Ця залежність різна для різних речовин і вона не може бути встановлена методами самої термодинаміки – рівняння стану можуть бути визначені експериментально або методами статистичної фізики. Найпростіше їх встановити для ідеального газу.

Сумісно розв'язуючи рівняння (1.1) і (1.5), отримуємо

$$p = \frac{2}{3} n \alpha T. \quad (1.13)$$

Розглядаючи 1 кг газу, приймаємо, що він містить у собі  $N$  молекул. Тоді в одиниці об'єму газу міститься молекул

$$n = N/v \quad \text{і} \quad (1.14)$$

$$\frac{pv}{T} = \frac{2}{3} N \alpha = \text{const.} \quad (1.15)$$

Позначимо сталу величину, що віднесена до 1 кг газу, як

$$\frac{2}{3} N \alpha = R. \quad (1.16)$$

Її називають газовою сталою. З урахуванням цього

$$\frac{pv}{T} = R \quad \text{або} \quad pv = RT. \quad (1.17)$$

Отримане співвідношення являє собою термічне рівняння стану ідеального газу та називається рівнянням Клайперона за прізвиськом французького фізика, який першим його вивів у 1834 році.

Газова стала  $R$  залежить від виду газу. Її розмірність Дж/(кг·К).

Помноживши вираз (1.17) на  $m$ , отримуємо рівняння стану для довільної

маси газу  $m$ , кг:

$$pV = mRT, \quad (1.18)$$

де  $V$  – об'єм газу, м<sup>3</sup>.

Рівнянню Клайперона можна надати універсальну форму, якщо газову сталу віднести не до 1 кг газу, а до одного його кіломоля, тобто до такої кількості газу, маса якого в кілограмах чисельно дорівнює його молекулярній масі  $\mu$ .

Запишемо рівняння (1.18) для одного кіломоля газу. У цьому разі  $m = \mu$ , кг/кмоль, і  $V = V_\mu$ , м<sup>3</sup>/кмоль, – об'єм одного кіломоля газу:

$$pV_\mu = \mu RT, \quad (1.19)$$

Звідси

$$\mu R = \frac{pV_\mu}{T}. \quad (1.20)$$

Із закону Авогадро, який стверджує, що рівні об'єми різних ідеальних газів при однакових тисках і температурах мають однакову кількість молекул, випливає, що за конкретних умов об'єми одного кіломоля різних ідеальних газів однакові. Слід запам'ятати, що порівнювати між собою об'єми різних газів можна за умови, якщо ці об'єми виміряні при однакових тисках і температурах. У термодинаміці об'єми газів зводять, зазвичай, до так званих нормальних фізичних умов, параметри яких такі:

$$p_{\text{ну}} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101325 \text{ Па}; \quad t_{\text{ну}} = 0^\circ \text{ C} \quad (T_{\text{ну}} = 273,15 \text{ К}). \quad (1.21)$$

За цих умов  $V_{\mu \text{ ну}} = 22,4143 \text{ м}^3/\text{кмоль}$ . З урахуванням цього з рівняння (1.20) за нормальних фізичних умов

$$\mu R = \frac{p_{\text{ну}} V_{\mu \text{ ну}}}{T_{\text{ну}}} = \frac{101325 \cdot 22,4143}{273,15} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}. \quad (1.22)$$

Добуток  $\mu R$  називають універсальною газовою сталою. Величина її однакова для всіх ідеальних газів.

Уводячи в рівняння стану (1.19) значення  $\mu R$ , надаємо йому універсальну форму:

$$pV_\mu = 8314 T. \quad (1.23)$$

Рівняння (1.23) називають рівнянням Клайперона – Менделєєва, зважаючи на те, що його вперше запропонував Д.І. Менделєєв у 1874 р.

Знаючи універсальну газову сталу, можна розрахувати газову сталу будь

якого ідеального газу за формулою

$$R = \mu R / \mu . \quad (1.24)$$

Наведені рівняння стану справедливі лише для ідеальних газів. Але вони дають достатню для інженерних розрахунків точність і при розрахунках реальних газів у великій кількості практичних завдань. Реальні гази тим ближчі за своїми властивостями до ідеальних, чим вища їхня температура та менший тиск. Якщо стан газу близький до його зрідження, то ці рівняння використовувати не можна – у цьому разі розрахунки виконують за допомогою спеціальних параметричних таблиць і діаграм.

### 1.5. Термодинамічний процес

Якщо хоча б один із параметрів стану термодинамічної системи змінюється в часі, то в системі відбувається термодинамічний процес, який являє собою неперервну послідовність нових станів системи, що змінюються.

Усі процеси, що відбуваються в термодинамічних системах, поділяються на рівноважні та нерівноважні. Рівноважними називаються процеси, в яких усі проміжні стани, через які проходить система, є рівноважними. У разі невиконання цієї умови процеси називаються нерівноважними.

Реальні термодинамічні процеси – нерівноважні. Це обумовлюється в першу чергу кінцевою швидкістю їхнього перебігу. Ступінь нерівноважності реальних процесів може бути зменшеним шляхом зниження швидкості перебігу процесу – при малій швидкості система встигає досягти рівноваги в будь-якому проміжному стані. Отже, рівноважний процес є граничним випадком нерівноважного процесу, швидкість перебігу якого наближається до нуля. У даному курсі розглядатимуться лише рівноважні термодинамічні процеси.

У термодинаміці широко застосовують графічну інтерпретацію різноманітних явищ для надання аналізу цих явищ наочності. Зокрема, з урахуванням того, що в рівноважному стані ідеального газу основні термодинамічні параметри зв'язані між собою рівнянням стану (1.17), термодинамічний стан газу може бути відображений точкою в просторовій системі координат  $p-v-T$ . Але використовувати для розрахунків просторову систему

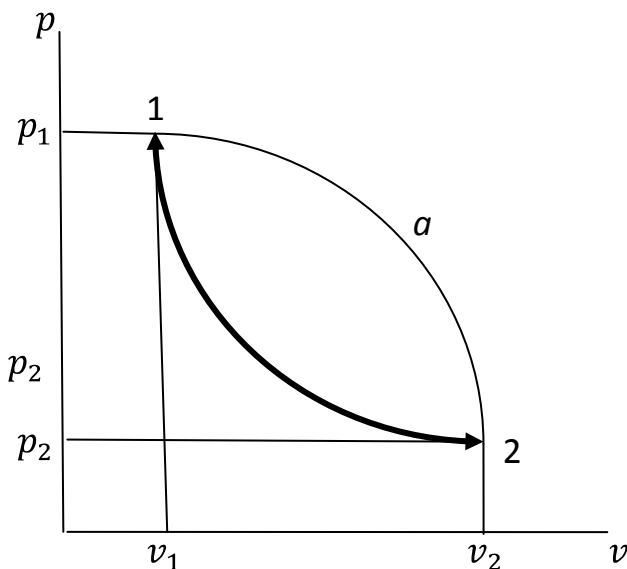


Рис. 1.4. Графічне зображення рівноважного термодинамічного процесу

координат незручно, тому на практиці, зазвичай, користуються площинними координатними системами  $p-v$ ,  $p-T$  або  $v-T$ . У цьому разі координати точок на площині будуть відповідати значенням двох параметрів стану, а величина третього параметра може бути знайдена за рівнянням стану. Найбільшого поширення набула координатна система  $p-v$ , у якій на осі абсцис відкладають питомий об'єм  $v$ , а на осі ординат – абсолютний тиск  $p$ . На рис. 1.4 у цій системі координат точка 1 відображає стан газу з тиском  $p_1$  і питомим об'ємом  $v_1$ .

Завдяки тому, що рівноважний термодинамічний процес – це безперервна послідовність рівноважних станів речовини, кожен з яких відображається точкою на координатній площині, процес у цілому можна зобразити графічно лінією, що з'єднує ці точки. На рис.1.4 зображений рівноважний процес переходу речовини із стану 1 у стан 2, параметрами якого є тиск  $p_2$  і питомий об'єм  $v_2$ . Лінія 1–2, що відображає цей перехід, називається кривою процесу. Кожна точка цієї кривої характеризує рівноважний стан системи. Лише рівноважні термодинамічні процеси можуть бути зображені графічно.

Рівноважні процеси є процесами оборотними. Це означає, що при перебігу процесу в зворотному напрямку система пройде в зворотному порядку через усі стани, в яких вона перебувала в прямому процесі, і повернеться до початкового стану, не викликаючи ніяких змін його параметрів і змін у навколишньому середовищі. Прикладом оборотних процесів є процеси 1–2 і 2–1, що відмічені на рис.1.4 стрілками.

Нерівноважні процеси є необоротними. При перебігу таких процесів у прямому та зворотному напрямках або система, або зовнішнє середовище не повертаються до початкового стану.

Якщо кінцевим станом системи є стан 2 з конкретними параметрами, то з цього випливає, що зміна параметрів у процесі переходу системи із стану 1 до стану 2, зокрема, зміна тиску або зміна питомого об'єму в процесі, становить, відповідно,

$$\Delta p_{1-2} = \int_{p_1}^{p_2} dp = p_2 - p_1; \quad (1.25)$$

$$\Delta v_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} dv = v_2 - v_1 \quad (1.26)$$

і вона не залежить від виду процесу – ця зміна буде однаковою як у процесі 1–2, так і в процесі 1–а–2, зображених на рис. 1.4.

Незалежність зміни параметрів стану системи в термодинамічному процесі від виду процесу або, іншими словами, від шляху переходу з початкового до кінцевого стану, є головною ознакою параметрів стану – ця зміна визначається лише початковим і кінцевим станами системи. Це дозволяє стверджувати,



що параметри стану, значення яких залежать лише від початкового та кінцевого станів системи, є функціями стану.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що являє собою термодинамічна система, назвіть її види.
2. Що називається термодинамічним параметром стану? Назвіть основні термодинамічні параметри стану та одиниці їх виміру.
3. Що називається тиском? Назвіть його види та одиниці виміру. Які прилади використовують для виміру тиску?
4. Розкрийте поняття абсолютної температури та назвіть її одиницю виміру. Який існує зв'язок між абсолютною температурою та температурою, що вимірюється за практичною шкалою Цельсія?
5. Як побудована практична температурна шкала Цельсія? Як вона зв'язана з абсолютною термодинамічною шкалою?
6. Дайте визначення питомого об'єму та густини речовини. Як вони пов'язані між собою та в яких одиницях їх вимірюють?
7. Який термодинамічний стан називають рівноважним?
8. Що називається термодинамічним рівнянням стану? Який вигляд має це рівняння для ідеального газу?
9. Запишіть рівняння стану для 1 кг ідеального газу та дайте пояснення величин, що входять до нього.
10. Запишіть рівняння стану для довільної маси ідеального газу та дайте пояснення величин, що входять до нього.
11. Запишіть рівняння стану Менделєєва–Клайперона та визначте величину універсальної газової сталої.
12. Що називається термодинамічним процесом? За яких умов термодинамічний процес є рівноважним?
13. Які термодинамічні процеси є оборотними, а які необоротними?
14. У чому полягає головна ознака параметрів стану?

## 2. СУМІШІ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

Газовою сумішшю називають механічну суміш окремих газів, які не вступають між собою ні в які хімічні реакції. Такою сумішшю є, зокрема, атмосферне повітря, яке складається з кисню, азоту, вуглекислого газу, водяної пари, інертних газів. У підземних виробках склад повітря змінюється через те, що з гірських порід виділяються такі гази, як метан, вуглекислий газ, сірководень та інші. При певній концентрації цих домішок повітря в гірничих виробках може стати вибухонебезпечним або отруйним. Тому важливим завданням для гірничого інженера є вміння підтримувати безпечний стан рудникового повітря, а для цього він повинен мати чітку уяву про властивості газових сумішей.

### 2.1. Основні властивості газових сумішей

Окремі гази, що входять до складу суміші, називаються її компонентами. Кожен газ у суміші розподіляється у всьому об'ємі, який займає суміш, повністю зберігає всі свої властивості та поводить себе так, ніби він один займає весь об'єм суміші.

Гази, що входять до складу атмосферного повітря в гірничих виробках, за своїми властивостями близькі до ідеальних газів, а тому будемо вважати, що кожен компонент суміші є ідеальним газом, тобто для кожного окремого газу з цієї суміші справедливе рівняння стану Клайперона.

Суміш ідеальних газів підпорядковується закону Дальтона, в якому стверджується, що загальний тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків її компонентів:

$$p_{\text{см}} = \sum_1^n p_i, \quad (2.1)$$

де  $p_{\text{см}}$  – загальний тиск суміші;  $p_i$  – парціальний тиск  $i$ -того компонента суміші.

Парціальний тиск компонента – це тиск, який би мав кожен газ, що входить до складу суміші, якби він один займав увесь об'єм суміші при температурі суміші.

Рівняння стану для кожного компонента суміші з урахуванням його парціального тиску таке:

$$p_i V_{\text{см}} = m_i R_i T_{\text{см}}, \quad (2.2)$$

де  $m_i$  та  $R_i$  – маса компонента суміші та його газова стала;  $V_{\text{см}}$  та  $T_{\text{см}}$  – об'єм і температура суміші.

### 2.2. Способи визначення складу газової суміші

Суміш газів характеризують масовим або об'ємним складом.

Масовий склад суміші визначається масовими частками компонентів.

Масовою часткою компонента називається відношення маси окремого компонента  $m_i$  до загальної маси суміші  $m_{\text{см}}$ :

$$g_i = m_i/m_{\text{см}} . \quad (2.3)$$

Зважаючи на те, що

$$m_{\text{см}} = \sum_1^n m_i, \quad \text{маємо} \quad \sum_1^n g_i = 1. \quad (2.4)$$

Об'ємний склад суміші визначається об'ємними частками компонентів.

Об'ємна частка компонента – це відношення парціального (зведеного) об'єму компонента  $V_i$  до загального об'єму суміші  $V_{\text{см}}$ :

$$r_i = V_i/V_{\text{см}} . \quad (2.5)$$

Парціальним або зведеним називається об'єм, який займав би компонент газової суміші, якби його тиск і температура дорівнювали тиску та температурі суміші.

Рівняння стану для кожного компонента суміші з урахуванням його парціального об'єму таке:

$$p_{\text{см}} V_i = m_i R_i T_{\text{см}}. \quad (2.6)$$

Порівнюючи рівняння (2.2) і (2.6), отримуємо

$$p_i V_{\text{см}} = p_{\text{см}} V_i. \quad (2.7)$$

Звідси

$$V_i = V_{\text{см}} \frac{p_i}{p_{\text{см}}}. \quad (2.8)$$

Складаючи за рівнянням (2.8) парціальні об'єми всіх компонентів суміші та враховуючи співвідношення (2.1), запишемо

$$V_{\text{см}} = \sum_1^n V_i, \quad (2.9)$$

звідси

$$\sum_1^n r_i = 1. \quad (2.10)$$

Із рівняння (2.8) маємо

$$r_i = V_i/V_{\text{см}} = p_i/p_{\text{см}}. \quad (2.11)$$

Існує принципова можливість описати склад газової суміші мольними частками компонентів, але такий опис суміші рівнозначний визначенню її об'ємними частками.

Описуючи склад газової суміші, користуються також масовими та об'ємними процентами компонентів – це відповідні частки компонентів, помножені на 100%.

### 2.3. Газова стала суміші газів

Якщо кожен компонент суміші є ідеальним газом, то і суміш у цілому можна розглядати як ідеальний газ, тобто для неї буде справедливим рівняння стану:

$$p_{\text{см}} V_{\text{см}} = m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}, \quad (2.12)$$

де  $R_{\text{см}}$  – газова стала суміші.

Для знаходження газової сталої суміші визначимо спочатку за рівнянням (2.2) парціальні тиски кожного компонента суміші:

$$p_1 = \frac{m_1 R_1 T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}; \quad p_2 = \frac{m_2 R_2 T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}; \quad p_3 = \frac{m_3 R_3 T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}; \quad \dots \quad p_n = \frac{m_n R_n T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}.$$

Складаючи парціальні тиски компонентів, отримуємо

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum_1^n p_i = p_{\text{см}} = \frac{T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}} \sum_1^n (m_i R_i). \quad (2.13)$$

З іншого боку, за рівнянням (2.12)

$$p_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}},$$

тобто

$$\frac{T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}} \sum_1^n (m_i R_i) = \frac{m_{\text{см}} R_{\text{см}} T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}. \quad (2.14)$$

Звідси

$$\sum_1^n (m_i R_i) = m_{\text{см}} R_{\text{см}} \quad \text{і} \quad R_{\text{см}} = \frac{\sum_1^n (m_i R_i)}{m_{\text{см}}} \quad (2.15)$$

або

$$R_{\text{см}} = \sum_1^n (g_i R_i). \quad (2.16)$$

Якщо суміш задана об'ємними частками, то

$$R_{\text{см}} = 1 / \sum_1^n \frac{r_i}{R_i}. \quad (2.17)$$

## 2.4. Уявна молекулярна маса суміші

Формально розглядаючи газову суміш як ідеальний газ, визначимо його молекулярну масу, тобто знайдемо уявну молекулярну масу суміші, що являє собою молекулярну масу такого уявного газу, властивості якого співпадають із властивостями суміші.

Згідно зі співвідношенням (1.24)  $R_{\text{см}} = \mu R / \mu_{\text{см}}$ . Звідси

$$\mu_{\text{см}} = \mu R / R_{\text{см}}. \quad (2.18)$$

Беручи до уваги рівняння (2.16), отримуємо

$$\mu_{\text{см}} = \frac{\mu R}{\sum_1^n (g_i R_i)}. \quad (2.19)$$

Але газова стала кожного компонента  $R_i = \mu R / \mu_i$ ,

де  $\mu_i$  – молекулярна маса компонента.

Тоді з рівняння (2.19) маємо

$$\mu_{\text{см}} = \frac{\mu R}{\sum_1^n \left( g_i \frac{\mu R}{\mu_i} \right)} = 1 / \sum_1^n \frac{g_i}{\mu_i}. \quad (2.20)$$

Для суміші, що задана об'ємними частками,

$$\mu_{\text{см}} = \sum_1^n (r_i \mu_i). \quad (2.21)$$

## 2.5. Співвідношення між масовими та об'ємними частками компонентів

Поділимо рівняння стану для компонента суміші (2.2) на рівняння стану для суміші в цілому (2.12):

$$\frac{p_i}{p_{\text{см}}} = \frac{m_i}{m_{\text{см}}} \cdot \frac{R_i}{R_{\text{см}}}. \quad (2.22)$$

Згідно з виразом (2.11)  $p_i/p_{\text{см}} = r_i$ , а відповідно до рівняння (2.3)  $m_i/m_{\text{см}} = g_i$ . Тоді

$$r_i = g_i \frac{R_i}{R_{\text{см}}}. \quad (2.23)$$

З урахуванням рівняння (2.16)

$$r_i = g_i R_i / \sum_1^n (g_i R_i). \quad (2.24)$$

Беручи до уваги співвідношення (1.24) і (2.20), маємо

$$r_i = \frac{g_i/\mu_i}{\sum_1^n g_i/\mu_i} = g_i \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i}. \quad (2.25)$$

Якщо суміш задана об'ємними частками, то

$$g_i = r_i \frac{R_{\text{см}}}{R_i} = r_i \frac{\mu_i}{\mu_{\text{см}}} = r_i \mu_i / \sum_1^n (r_i \mu_i). \quad (2.26)$$

## 2.6. Парціальний тиск компонентів суміші

З рівняння стану для компонента суміші (2.2) парціальний тиск

$$p_i = \frac{m_i R_i T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}}.$$

Але з рівняння стану суміші

$$\frac{T_{\text{см}}}{V_{\text{см}}} = \frac{p_{\text{см}}}{m_{\text{см}} R_{\text{см}}}.$$

Тоді

$$p_i = \frac{p_{\text{см}} m_i R_i}{m_{\text{см}} R_{\text{см}}} = p_{\text{см}} g_i \frac{R_i}{R_{\text{см}}} = p_{\text{см}} g_i \frac{\mu_{\text{см}}}{\mu_i}. \quad (2.27)$$

Якщо суміш задана об'ємними частками, то з рівняння (2.6)

$$p_i = p_{\text{см}} \frac{V_i}{V_{\text{см}}} = p_{\text{см}} r_i. \quad (2.28)$$

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Опишіть сутність закону Дальтона для ідеально-газових сумішей.
2. Дайте визначення парціального тиску компонента газової суміші та наведіть рівняння стану компонента з урахуванням його парціального тиску.
3. Як визначається масовий та об'ємний склад газової суміші?
4. Дайте визначення парціального об'єму компонента газової суміші та наведіть рівняння стану компонента суміші з урахуванням його парціального об'єму.
5. Як розраховують газову сталу суміші, якщо відомий її масовий склад?
6. Як розраховують газову сталу суміші, якщо відомий її об'ємний склад?
7. Що називається уявною молекулярною масою газової суміші та як її розраховують?
8. Як розраховують уявну молекулярну масу суміші, якщо відомий її масовий склад?
9. Як розраховують уявну молекулярну масу суміші, якщо відомий її об'ємний склад?
10. Які існують співвідношення між масовими та об'ємними частками компонентів газової суміші?
11. Як визначають парціальний тиск компонента газової суміші?

### 3. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

#### 3.1. Способи передачі енергії

У термодинамічному процесі передача енергії від одного тіла до іншого може відбуватися двома способами.

Перший спосіб передачі енергії реалізується при безпосередньому контакті тіл, що мають різну температуру, шляхом обміну кінетичною енергією між молекулами контактуючих тіл. При цьому енергія передається від більш нагрітого тіла до менш нагрітого, тобто від тіла, у якого середня кінетична енергія молекул більша, до тіла, середня кінетична енергія молекул якого менша. Такий спосіб передачі енергії називається передачею енергії у формі теплоти. Кількість енергії, що передається у вигляді теплоти від одного тіла до іншого, називають кількістю теплоти. При цьому кількість енергії, що отримує тіло у формі теплоти, називають підведеною теплотою, а кількість енергії, що віддається тілом у формі тепла, – відведеною теплотою.

У процесі теплообміну температура гарячого тіла зменшується, а холодного зростає. При вирівнюванні температур, тобто при досягненні термічної рівноваги між тілами, процес припиняється.

Теплота, як і будь-яка інша енергія, вимірюється в джоулях. Довільну кількість теплоти будемо позначати через  $Q$ , а питому, тобто теплоту, віднесenu до 1 кг тіла, – через  $q$ . Одиниця виміру питомої теплоти – Дж/кг. Підведену теплоту вважають додатною, відведену – від'ємною.

Другий спосіб передачі енергії пов'язаний із наявністю зовнішнього силового впливу на тіло. При передачі енергії в такий спосіб тіло або переміщується в силовому полі, або змінює свій об'єм під дією зовнішнього тиску. Іншими словами, передача енергії в цьому випадку відбувається за умови існування механічної нерівноваги та проявляється в переміщенні всього тіла або його частини в просторі.

Цей спосіб називається передачею енергії в формі роботи, а кількість енергії, переданої в процесі, – роботою.

Кількість енергії, отриманої тілом у формі роботи, називають роботою, що здійснена над тілом, а кількість енергії, відданої тілом у формі роботи, називають роботою, що виконана (витрачена) тілом. Виконана тілом робота вважається додатною, а робота, що здійснена над тілом, – від'ємною.

Робота теж вимірюється в джоулях. Довільну кількість енергії, переданої в процесі у формі роботи, будемо позначати через  $L$ , а питому, тобто роботу, віднесenu до 1 кг тіла, – через  $l$ . Одиниця виміру питомої роботи – Дж/кг.

У загальному випадку передача енергії у формі тепла та у формі роботи може відбуватися одночасно.

Отже, теплота і робота характеризують якісно та кількісно дві різні форми передачі енергії від одного тіла до іншого. Робота являє собою макрофізичну форму передачі енергії та виконується за умови існування механічної нерівноваги між тілами. Теплота є сукупністю мікрофізичних процесів, що відбува-



ються на молекулярному рівні без видимого руху тіл за умови існування термічної нерівноваги між тілами. Важливим є розуміння того, що поняття «теплота» і «робота» виникають лише в зв'язку з термодинамічним процесом. Якщо немає процесу, то немає ні теплоти, ні роботи. Тому неможна вести мову про запас теплоти або роботи в будь-якому тілі.

### 3.2. Внутрішня енергія

Будь-яке тіло в конкретних умовах володіє певним запасом так званої внутрішньої енергії, яка являє собою всю енергію, що міститься в тілі або в системі тіл, які входять до термодинамічної системи. Внутрішню енергію будемо позначати  $U$ . Вона складається з кінетичної енергії хаотичного теплового руху молекул тіла та потенціальної енергії їхньої взаємодії, енергії внутрішньомолекулярних коливань, потенціальної енергії зчеплення між молекулами, енергії електронних оболонок атомів, внутрішньоядерної енергії.

У термодинамічних процесах три останні види енергії не міняються. У той же час саме зміна внутрішньої енергії характеризує ці процеси. Тому в термодинаміці під внутрішньою енергією тіла розуміють лише ту її частину, яка змінюється в процесі – це сума кінетичної та потенціальної енергій його частинок, тобто

$$U = U_{\text{пот}} + U_{\text{кін}}. \quad (3.1)$$

Внутрішня кінетична енергія складається з таких частин:

$$U_{\text{кін}} = U_{\text{кін.пост.}} + U_{\text{кін.обрт.}} + U_{\text{кін.кол.}}, \quad (3.2)$$

де  $U_{\text{кін.пост.}}$ ,  $U_{\text{кін.обрт.}}$ ,  $U_{\text{кін.кол.}}$  – кінетична енергія поступального, обертального та коливального руху молекул і атомів, відповідно.

Кінетична енергія хаотичного теплового руху молекул залежить від абсолютної температури та від кількості атомів у молекулі:

$$U_{\text{кін}} = \varphi(T, a). \quad (3.3)$$

Потенціальна енергія міжмолекулярної взаємодії залежить від середньої відстані між молекулами, тобто від питомого об'єму  $\nu$  та від маси молекули  $\mu$ :

$$U_{\text{пот}} = f(\nu, \mu). \quad (3.4)$$

Отже, в загальному випадку повна внутрішня енергія

$$U = F(T, \nu, \text{властивості}), \quad (3.5)$$

тобто вона є функцією двох параметрів стану, що дозволяє стверджувати: внутрішня енергія і сама являє собою параметр стану або є функцією стану.

Для ідеального газу  $U_{\text{пот}} = 0$  і з цього випливає, що для ідеального газу внутрішня енергія є однозначною функцією температури.

Внутрішня енергія – це екстенсивний параметр стану. Вона вимірюється в джоулях. Питома внутрішня енергія, тобто внутрішня енергія, що віднесена до одиниці маси, набуває властивостей інтенсивного параметра стану і вимірюється в Дж/кг. Її запишемо так:

$$u = U/m. \quad (3.6)$$

Зміна внутрішньої енергії в термодинамічному процесі, як і зміна інших параметрів стану, не залежить від виду процесу, а визначається лише її величиною в початковому та кінцевому станах процесу, тобто при будь-якому переході термодинамічної системи із стану 1 в стан 2 внутрішня енергія змінюється за таким законом:

$$\Delta u_{1-2} = \int_{u_1}^{u_2} du = u_2 - u_1. \quad (3.7)$$

Через те, що термодинамічні процеси характеризуються зміною внутрішньої енергії, а не абсолютним її значенням, то при розрахунках треба визначати саме цю зміну, а не абсолютне значення внутрішньої енергії. Це дозволяє здійснювати відлік внутрішньої енергії від будь-якого прийнятого рівня. Зокрема, для ідеального газу приймають внутрішню енергію такою, що при температурі  $t = 0^\circ \text{C}$  вона дорівнює нулю.

### 3.3. Формулювання та аналітичний запис першого закону термодинаміки

Перший закон термодинаміки являє собою окремий випадок загального закону зберігання та перетворення енергії стосовно теплових явищ, що відбуваються в термодинамічних системах.

Закон зберігання та перетворення енергії є фундаментальним законом природи, який встановлений на основі узагальнення величезної кількості експериментальних даних. Він стверджує, що енергія не зникає і не виникає заново, вона лише переходить із однієї форми в іншу, причому зменшення енергії одного виду супроводжується еквівалентним зростанням енергії іншого виду. Цей закон застосовний до всіх явищ природи.

Відносно до термодинамічних процесів із цього закону випливає, що зміна енергії тіл, що беруть участь у процесі, дорівнює підведеній або відведеній від системи енергії.

Розглянемо довільний об'єм газу  $G$ , що рухається (рис. 3.1). Хай у певний

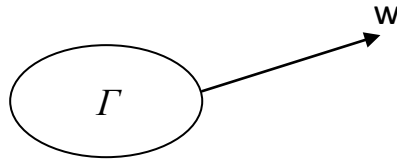


Рис. 3.1. До першого закону термодинаміки

момент часу його швидкість  $w_1$ . Визначимо повну енергію  $E_1$ , якою володіє газ у цей момент.

$$E_1 = E_{\text{MT}1} + U_1, \quad (3.8)$$

де  $E_{\text{MT}1}$  – енергія газу як матеріального тіла;  $U_1$  – внутрішня енергія газу.

$$E_{\text{MT}1} = E_{\text{кін}1} + E_{\text{пот}1}, \quad (3.9)$$

де  $E_{\text{кін}1}$  і  $E_{\text{пот}1}$  – кінетична та потенціальна енергія газу.

$$E_{\text{кін}1} = \frac{mw_1^2}{2}; \quad E_{\text{пот}1} = mgz_1,$$

де  $m$  – маса газу;  $z_1$  – перевищення центра ваги газу над нульовим рівнем;  $g$  – прискорення вільного падіння. Отже,

$$E_1 = \frac{mw_1^2}{2} + mgz_1 + U_1. \quad (3.10)$$

Якщо під впливом якихось чинників швидкість газу змінилася до  $w_2$ , перевищення – до  $z_2$ , внутрішня енергія – до  $U_2$ , то повна енергія газу стала

$$E_2 = \frac{mw_2^2}{2} + mgz_2 + U_2, \quad (3.11)$$

тобто вона змінилася на величину  $\Delta E = E_2 - E_1$ .

Але зміна енергії тіла дорівнює енергії, що підведена або відведена від нього. Пам'ятаючи, що енергія може передаватися у формі тепла  $Q$  або у формі роботи  $L$ , та з урахуванням виразів (3.10) і (3.11) маємо

$$\Delta E = \left( \frac{mw_2^2}{2} + mgz_2 + U_2 \right) - \left( \frac{mw_1^2}{2} + mgz_1 + U_1 \right) = Q + L. \quad (3.12)$$

Як відзначалося в п. 3.1, у термодинаміці прийняте таке правило знаків при енергообмінних процесах:

- підведене тепло вважають додатним, відведене – від’ємним;
- підведену роботу, тобто роботу, що виконана над тілом, вважають від’ємною, відведену роботу, тобто таку, що виконана тілом, вважають додатною.

Використовуючи це правило знаків, із рівняння (3.12) отримуємо:

$$Q = m \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + mg(z_2 - z_1) + U_2 - U_1 + L. \quad (3.13)$$

Для нерухомого газу це рівняння записується простіше:

$$Q = U_2 - U_1 + L = \Delta U + L. \quad (3.14)$$

Рівняння (3.13) і (3.14) є математичним виразом першого закону термодинаміки. Для нерухомого газу цей закон формулюється так: *тепло, що підведене до газу, витрачається на зміну внутрішньої енергії газу та на виконання ним зовнішньої роботи.*

Рівняння (3.14), записане для питомих величин, набуває такого вигляду:

$$q = \Delta u + l, \quad (3.15)$$

а в диференціальній формі воно записується так:

$$dq = du + dl. \quad (3.16)$$

Отримане рівняння першого закону термодинаміки вірне для будь-яких газів, зокрема, для ідеальних. Воно описує як оборотні, так і необоротні процеси.

Усі величини, що входять до рівняння (3.14), можуть бути як додатними, так і від’ємними, а також можуть приймати нульові значення.

### 3.4. Аналітичний запис роботи процесу

Як відмічалось, роботою називається передача енергії від одного тіла до іншого, що зв’язана зі зміною об’єму робочого тіла, з переміщенням його у зовнішньому просторі або зі зміною його положення. У виконанні роботи завжди беруть участь два або більше тіл. Перше тіло, що виконує роботу, віддає енергію, друге тіло – енергію отримує. Робота – це макрофізична форма передачі енергії від одного тіла до іншого і визначається добутком сили, що діє на робоче тіло, на переміщення точки її прикладення.

Розглянемо циліндр, заповнений газом під тиском  $p > p_{\text{атм}}$ , у якому може

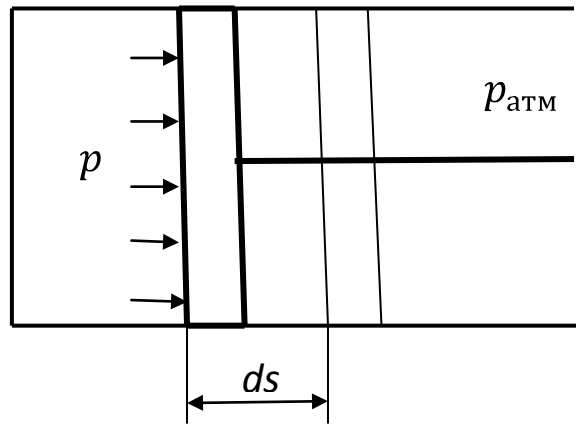


Рис. 3.2. До визначення роботи процесу

вільно переміщуватися поршень (рис. 3.2).

З боку газу на поршень діє сила  $P = pF$ , де  $F$  — площа поршня.

Сила  $P$  діє за нормаллю до площі поршня.

Перевищення тиску в циліндрі над атмосферним і здатність поршня вільно рухатися обумовить розширення газу в циліндрі та переміщення поршня. Упродовж цього процесу тиск у циліндрі буде змінюватися — він поступово зменшиться до атмосферного, а поршень за цей час пройде певний шлях під дією сили  $P$ , напрям якої співпадає з напрямом переміщення поршня.

Припустимо, що під час розширення газу поршень переміщується на нескінченно малу відстань  $ds$  і впродовж цього зміщення тиск у циліндрі можна вважати незмінним. Газ при цьому виконає елементарну роботу

$$dL = Pds = pFds. \quad (3.17)$$

Але  $Fds = dV$  — це нескінченно малий приріст об'єму газу. Отже,

$$dL = pdV. \quad (3.18)$$

Елементарна питома робота

$$dl = \frac{dL}{m} = \frac{pdV}{m} = pdv. \quad (3.19)$$

При переміщенні поршня до кінцевого положення та кінцевої зміни об'єму газу повна робота, яку виконає газ,

$$L = \int_{V_1}^{V_2} pdV, \quad (3.20)$$

питома робота

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv. \quad (3.21)$$

Робота  $L$  проти сил зовнішнього тиску, яка зв'язана зі зміною об'єму системи, називається *роботою розширення*. Вона знаходиться шляхом інтегрування виразів (3.20) або (3.21). Зважаючи на те, що в загальному випадку тиск  $p$  у циліндрі змінний, підінтегральний вираз у цих рівняннях, а, отже, і робота розширення залежать від виду функцій  $p = f(V)$  і  $p = \varphi(v)$ , які, у свою чергу, визначаються видом процесу. Це означає, що робота є функцією процесу, тобто її величина залежить від шляху переходу газу із стану 1 у стан 2.

Знак роботи визначається знаком зміни об'єму. При збільшенні об'єму ( $dv > 0$ ) робота додатна, тобто в цьому разі система виконує роботу над зовнішнім середовищем. При зменшенні об'єму ( $dv < 0$ ) робота від'ємна, тобто в цьому разі зовнішнє середовище виконує роботу над системою.

Вирази (3.20) і (3.21) підходять для тіла будь-якої конфігурації.

Роботу розширення рівноважного процесу можна зобразити графічно. Ця можливість базується на тому, що графічно визначений інтеграл являє собою площу під графіком підінтегральної функції. Якщо в координатній системі  $p - V$  або  $p - v$  побудувати графік термодинамічного процесу, то площа, обмежена цим графіком, віссю абсцис (віссю  $V$  або  $v$ ) і крайніми ординатами (значеннями  $p$  в крайніх точках процесу), буде еквівалентною повній роботі процесу (в координатах  $p - V$ ) або питомій роботі (в координатах  $p - v$ ).

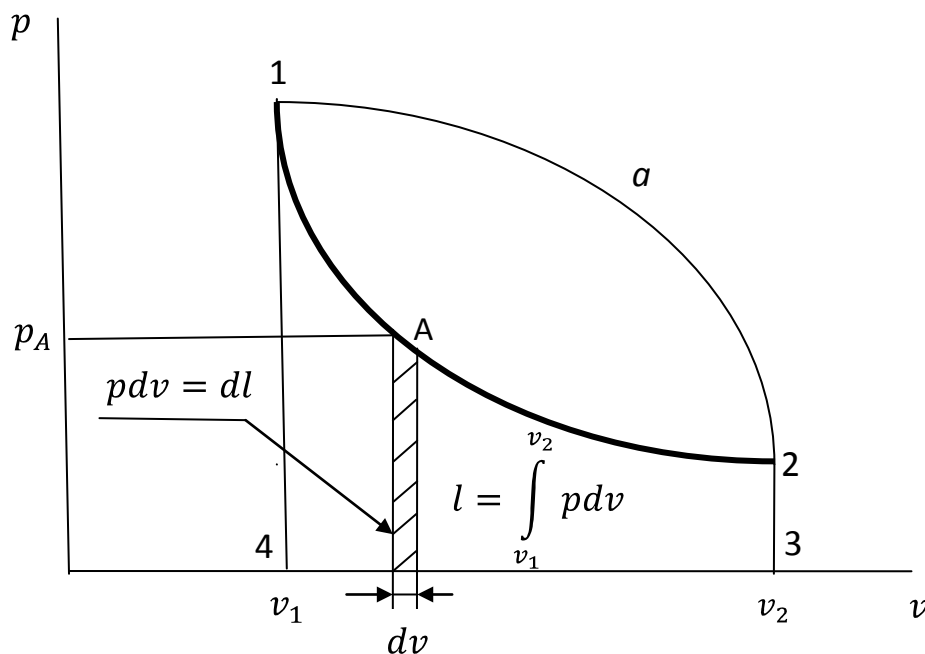


Рис. 3.3. Графічне зображення роботи розширення

Це видно на рис. 3.3, де елементарна питома робота  $dl$  еквівалентна заштрихованій площинці під елементарною ділянкою графіка процесу. Питома робота процесу 1-2 еквівалентна площі 1-2-3-4-1. На цьому рисунку показана також відмінність між питомими роботами процесу 1-2 та процесу 1-a-2, що

обумовлена залежністю роботи розширення від виду процесу (від шляху переходу з початкового стану в кінцевий). Питома робота процесу 1–а–2 еквівалентна площі 1–а–2–3–4–1.

Саме можливістю графічного зображення роботи процесу пояснюється широке використання в термодинамічних розрахунках графіків процесів, побудованих у  $p - v$  – координатах

### 3.5. Методи визначення теплоти процесу

Кількість тепла, витраченого в процесі, згідно з першим законом термодинаміки (3.14) визначається величиною роботи розширення та зміною внутрішньої енергії системи. Зміна внутрішньої енергії не залежить від виду процесу, але робота розширення є функцією процесу. Із цього випливає, що при переході системи з початкового в кінцевий стан тепло процесу буде визначатися видом процесу, тобто теплота процесу – це функція процесу.

Теплота процесу може бути визначена за рівнянням першого закону термодинаміки або за допомогою спеціальної термодинамічної функції стану – ентропії. Основний метод розрахунку теплоти процесу полягає у використанні поняття теплоємності.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Які існують способи передачі енергії в термодинамічних системах?
2. Що називають роботою в термодинаміці?
3. Що називають теплотою в термодинаміці?
4. Що розуміють під внутрішньою енергією робочого тіла в термодинаміці?
5. Від чого залежить внутрішня енергія робочого тіла та як розраховують її зміну в термодинамічних процесах?
6. У чому полягає сутність першого закону термодинаміки?
7. Сформулюйте перший закон термодинаміки.
8. Наведіть аналітичний вираз першого закону термодинаміки.
9. Сформулюйте правило знаків для енергообмінних процесів у термодинаміці.
10. Обґрунтуйте аналітичний вираз роботи розширення в термодинамічному процесі.
11. Зміна якого термодинамічного параметра стану свідчить про виконання роботи в термодинамічному процесі?
12. Як визначається знак роботи в термодинамічному процесі?
13. Як графічно відображають роботу розширення в термодинамічному процесі?
14. Обґрунтуйте графічний метод зображення роботи розширення в термодинамічному процесі.
15. Наведіть методи розрахунку кількості теплоти, що передається в термодинамічному процесі?

## 4. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ГАЗІВ

### 4.1. Загальні положення

Теплоємністю називається кількість тепла, яке необхідно підвести до будь-якого тіла, щоб підвищити його температуру на градус. На практиці зазвичай користуються питомими теплоємностями, які дорівнюють кількості тепла, необхідного для підвищення на один градус одиниці кількості речовини.

Залежно від прийнятої одиниці кількості речовини теплоємність поділяють на масову, об'ємну та мольну.

Теплоємність, що віднесена до 1 кг газу, називають масовою та позначають  $c$ . Одиниця виміру цієї теплоємності Дж/(кг·К).

Теплоємність, що віднесена до 1 м<sup>3</sup> газу за нормальних фізичних умов (до 1 нм<sup>3</sup>), називають об'ємною та позначають  $c'$ . Одиниця виміру цієї теплоємності Дж/(нм<sup>3</sup>·К).

Теплоємність, що віднесена до 1 кіломоля газу, називають мольною та позначають  $\mu c$ . Одиниця виміру цієї теплоємності Дж/(кмоль·К).

Між названими теплоємностями існує такий зв'язок :

$$c = \frac{\mu c}{\mu} = c' \nu_{\text{ну}}; \quad (4.1)$$

$$c' = \frac{\mu c}{22,4}. \quad (4.2)$$

Зміна температури тіла при одній і тій самій кількості підведеної теплоти залежить від характеру процесу, який при цьому відбувається, тому теплоємність є функцією процесу. Це означає, що одне й те саме робоче тіло для підвищення своєї температури на один градус потребує різної кількості тепла залежно від того, в якому процесі до нього це тепло буде підводитися. Ця обставина вимагає вищезазвані теплоємності додатково розділяти за видом процесів.

Особливе значення в термодинаміці мають теплоємність при сталому об'ємі та теплоємність при сталому тиску. Перша називається ізохорною теплоємністю та позначається індексом  $\nu$ , тобто масова, об'ємна та мольна ізохорні теплоємності позначаються, відповідно, так:  $c_\nu$ ,  $c'_\nu$ ,  $\mu c_\nu$ .

Друга називається ізобарною теплоємністю та позначається індексом  $p$ , тобто масова, об'ємна та мольна ізобарні теплоємності позначаються так:  $c_p$ ,  $c'_p$ ,  $\mu c_p$ .

### 4.2. Ізохорна та ізобарна теплоємності ідеального газу

Виходячи з визначення поняття теплоємності можна стверджувати, що ізохорна теплоємність дорівнює відношенню кількості тепла, підведеного до



тіла в процесі при сталому об'ємі, до зміни температури тіла. Зокрема, масова ізохорна теплоємність у диференціальній формі

$$c_v = \frac{dq_v}{dT}. \quad (4.3)$$

З урахуванням рівнянь (3.16) і (3.19) маємо

$$c_v = \frac{du + dl}{dT} = \frac{du + pdv}{dT}. \quad (4.4)$$

Але при  $v = const$   $dv = 0$ , отже, в цьому процесі

$$c_v = du/dT \quad (4.5)$$

або

$$du = c_v dT. \quad (4.6)$$

У кінцевому вигляді

$$\Delta u = c_v \Delta T, \quad (4.7)$$

Зважаючи на те, що зміна внутрішньої енергії в термодинамічних процесах не залежить від виду процесу, а визначається лише її величинами у початковому та кінцевому станах, приходимо до висновку, що за рівнянням (4.7) можна підраховувати зміну внутрішньої енергії в будь-якому термодинамічному процесі.

Ізобарна теплоємність дорівнює відношенню кількості тепла, підведеного до тіла в процесі при сталому тиску, до зміни температури тіла. Отже, масова ізобарна теплоємність у диференціальній формі

$$c_p = \frac{dq_p}{dT} = \frac{du + pdv}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{pdv}{dT}. \quad (4.8)$$

Запишемо рівняння стану ідеального газу та продиференціюємо його. Отримуємо

$$pv = RT; \quad pdv + vdp = RdT. \quad (4.9)$$

У процесі зі сталим тиском  $dp = 0$ , отже, для цього процесу

$$\frac{pdv}{dT} = R. \quad (4.10)$$

Тоді з рівняння (4.8) з урахуванням (4.5) маємо

$$c_p = c_v + R, \quad \text{або} \quad c_p - c_v = R. \quad (4.11)$$

Цей вираз називається рівнянням Майєра. Воно встановлює, що для ідеального газу різниця між масовою ізобарною та масовою ізохорною теплоємностями дорівнює газовій сталій. Його часто використовують у термодинамічних розрахунках.

Рівняння Майєра можна записати для мольних теплоємностей, помноживши обидві його частини на молекулярну масу газу  $\mu$ :

$$\mu c_p - \mu c_v = \mu R. \quad (4.12)$$

У термодинаміці важливою величиною є також відношення масової ізобарної та масової ізохорної теплоємностей, яке називається показником адиабати і позначається  $k$ :

$$c_p/c_v = k. \quad (4.13)$$

Згідно з класичною молекулярно-кінетичною теорією газів значення їхніх мольних теплоємностей і показників адиабати визначаються кількістю ступенів вільності молекули, яка, у свою чергу, залежить від кількості атомів у молекулі, тобто від атомності газу. У табл. 4.1 наведені значення цих величин, що отримані методами молекулярно-кінетичної теорії.

Таблиця 4.1

| Атомність газу         | $\mu c_v$ ,<br>кДж/(кмоль·К) | $\mu c_p$ ,<br>кДж/(кмоль·К) | $k$  |
|------------------------|------------------------------|------------------------------|------|
| Одноатомний            | 12,5                         | 20,8                         | 1,66 |
| Двоатомний             | 20,8                         | 29,1                         | 1,4  |
| Трьох- і багатоатомний | 29,1                         | 37,4                         | 1,33 |

Дані табл. 4.1 добре підтверджуються експериментами при порівняно невисоких температурах. При підвищенні температури спостерігається суттєве відхилення наведених у табл. 4.1 величин від експериментально визначених, що свідчить про залежність теплоємності ідеальних газів від температури. Значна розбіжність між теоретичними та експериментально визначеними величинами має місце також при збільшенні кількості атомів у молекулі. Причому останнє спостерігається як при нормальних температурах, так і при підвищених.

### 4.3. Теплоємність реальних газів

Теплоємність реальних газів залежить у загальному випадку від тиску та температури, тобто

$$c = f(t, p). \quad (4.14)$$

Для газів, стан яких далекий від межі насичення, залежність теплоємності від тиску проявляється слабо і на практиці нею часто нехтують.

У той самий час залежність теплоємності від температури є доволі суттєвою і при точних розрахунках вона повинна враховуватись.

Аналітичний вираз цієї залежності складний і вимагає експериментального визначення ряду констант для кожного газу. Тому теплоємності реальних газів визначають експериментально.

Цими експериментами встановлено, що залежність теплоємності реального газу від температури – криволінійна (рис. 4.1). Через це існують поняття про істинну та середню теплоємності.

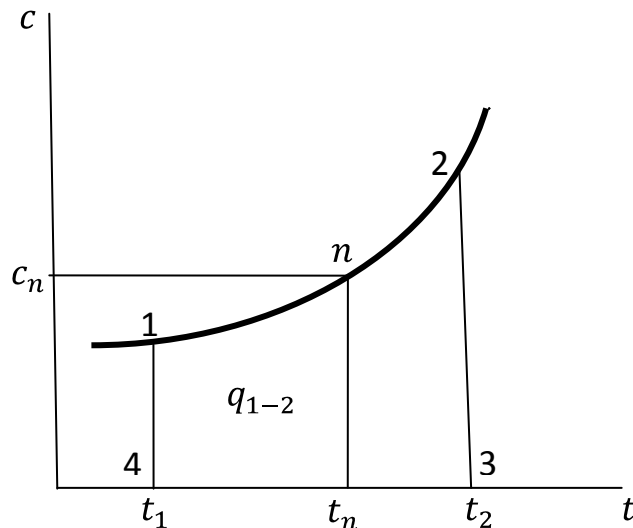


Рис. 4.1. До визначення істинної та середньої теплоємностей

Під істинною теплоємністю розуміють фактичне значення теплоємності газу  $c_n$ , що відповідає певній температурі  $t_n$ . Істинна теплоємність дорівнює відношенню елементарної кількості теплоти, що підводиться до газу в якомусь термодинамічному процесі, до нескінченно малої різниці температур відносно точки процесу з фіксованою температурою:

$$c = \frac{dq}{dt}. \quad (4.15)$$

Для реальних газів кожному значенню температури в процесі відповідає конкретне значення теплоємності.

Теплота процесу за допомогою істинної теплоємності визначається

шляхом інтегрування:

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c dt. \quad (4.16)$$

Це тепло еквівалентне площі 1–2–3–4–1 на рис. 4.1.

Середньою теплоємністю  $c_{cp}$  в інтервалі температур від  $t_1$  до  $t_2$  називають відношення кількості теплоти  $q_{1-2}$ , підведеної в певному процесі, до отриманої в процесі різниці температур  $t_2 - t_1$ :

$$c_{cp} \int_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1}. \quad (4.17)$$

При розрахунках в основному користуються середніми теплоємностями, визначаючи теплоту, що підведена до газу в процесі, за формулою

$$q_{1-2} = c_{cp} \int_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1). \quad (4.18)$$

Сумісно розв'язуючи рівняння (4.16) і (4.18), отримуємо

$$c_{cp} \int_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) = \int_{t_1}^{t_2} c dt. \quad (4.19)$$

Рівняння (4.19) встановлює зв'язок між середньою та істинною теплоємностями газу в даному процесі.

Для точного визначення середньої теплоємності існують спеціальні таблиці, в яких наведені середні ізобарні та ізохорні теплоємності різних газів для інтервалу температур від  $0^\circ \text{C}$  до певної температури  $t$ . Розглянемо послідовність розрахунку за допомогою таких таблиць середньої теплоємності газу для інтервалу між довільними температурами  $t_1$  і  $t_2$ .

Відповідно до правил інтегрування інтеграл у рівнянні (4.16) можна записати різницею двох інтегралів:

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c dt = \int_{0^\circ}^{t_2} c dt - \int_{0^\circ}^{t_1} c dt. \quad (4.20)$$

З цього співвідношення з урахуванням виразу (4.18) випливає

$$q_{1-2} = \int_{0^\circ}^{t_2} c dt - \int_{0^\circ}^{t_1} c dt = c_{cp} \int_{0^\circ}^{t_2} t_2 - c_{cp} \int_{0^\circ}^{t_1} t_1, \quad (4.21)$$

Враховуючи рівняння (4.17), отримуємо

$$c_{cp} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1} = \frac{c_{cp} \Big|_{0^\circ}^{t_2} t_2 - c_{cp} \Big|_{0^\circ}^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}. \quad (4.22)$$

### 4.3. Теплоємність газових сумішей

Якщо газова суміш задана масовими частками компонентів, то масова теплоємність суміші визначається як сума добутків масових часток на масову теплоємність кожного газу суміші:

$$c_{v \text{ см}} = \sum_1^n g_i c_{vi}; \quad (4.23)$$

$$c_{p \text{ см}} = \sum_1^n g_i c_{pi}. \quad (4.24)$$

Якщо відомо об'ємний склад суміші, то її об'ємна теплоємність дорівнює сумі добутків об'ємних часток на об'ємну теплоємність кожного газу суміші:

$$c'_{v \text{ см}} = \sum_1^n r_i c'_{vi}; \quad (4.25)$$

$$c'_{p \text{ см}} = \sum_1^n r_i c'_{pi}. \quad (4.26)$$

Мольна теплоємність газової суміші дорівнює сумі добутків об'ємних часток компонентів на мольну теплоємність кожного газу суміші:

$$\mu c_{v \text{ см}} = \sum_1^n r_i \mu c_{vi}; \quad (4.27)$$

$$\mu c_{p \text{ см}} = \sum_1^n r_i \mu c_{pi}. \quad (4.28)$$

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що розуміють під теплоємністю робочого тіла та під питомою теплоємністю речовини? Назвіть одиниці їх виміру.
2. Які питомі теплоємності використовують в термодинаміці та як вони зв'язані між собою? Назвіть одиниці їх виміру.
3. Чим зумовлене використання в термодинаміці ізохорної та ізобарної теплоємностей?
4. Що називається масовою ізохорною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
5. Що називається об'ємною ізохорною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
6. Що називається мольною ізохорною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
7. Що називається масовою ізобарною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
8. Що називається об'ємною ізобарною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
9. Що називається мольною ізобарною теплоємністю? Яка одиниця її виміру?
10. У чому полягає сутність рівняння Майєра?
11. Обґрунтуйте рівняння Майєра.
12. Запишіть рівняння Майєра через масові та мольні теплоємності.
13. Як називають відношення ізобарної та ізохорної теплоємностей газу?
14. Що називається істиною теплоємністю реального газу? Наведіть її аналітичний вираз і покажіть, як за її допомогою розраховують тепло процесу.
15. Що називається середньою теплоємністю реального газу? Наведіть її аналітичний вираз та покажіть, як за її допомогою розраховують тепло процесу.
16. Як за допомогою таблиць теплоємностей визначають середню теплоємність газу для довільного температурного інтервалу?
17. Як розраховують теплоємність газової суміші, якщо відомий її масовий склад?
18. Як визначають теплоємність газової суміші, якщо відомий її об'ємний склад?

## 5. ПАРАМЕТРИ СТАНУ: ЕНТАЛЬПІЯ ТА ЕНТРОПІЯ. УТОЧНЕНЕ РІВНЯННЯ ПЕРШОГО ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМІКИ

### 5.1. Визначення названих параметрів

Важливу роль у різноманітних термодинамічних розрахунках відіграє сума внутрішньої енергії системи  $U$  та добутку тиску системи  $p$  на величину її об'єму  $V$ . Це стало причиною використання цієї суми як окремої величини, яку було названо ентальпією або тепловмістом. Пізніше був з'ясований фізичний зміст цього поняття.

Ентальпію будемо позначати літерою  $I$ . Використовують також позначення  $H$ .

Отже, за визначенням ентальпія

$$I = U + pV. \quad (5.1)$$

Питома ентальпія, тобто ентальпія, що віднесена до 1 кг газу,

$$i = u + pv. \quad (5.2)$$

Ця нова функція скомбінована лише з параметрів стану, тому й сама є функцією або параметром стану.

Ентальпія відноситься до екстенсивних параметрів, через те, що її величина пропорційна масі.

Ентальпія вимірюється в тих самих одиницях, що і внутрішня енергія, тобто в Дж. Питома ентальпія – у Дж/кг.

У більшості випадків вважають, що ентальпія ідеального газу дорівнює нулю при  $t = 0^\circ \text{C}$ .

Використовуючи ентальпію, можна надати іншого вигляду аналітичному виразу першого закону термодинаміки.

Згідно з формулами (3.16) і (3.19) рівняння першого закону термодинаміки в диференціальній формі

$$dq = du + dl = du + pdv. \quad (5.3)$$

Із очевидного співвідношення

$$d(pv) = pdv + vdp; \quad (5.4)$$

$$pdv = d(pv) - vdp. \quad (5.5)$$

Тоді 
$$dq = du + d(pv) - vdp = d(u + pv) - vdp = di - vdp.$$

Отже, рівняння першого закону термодинаміки може бути записане так:

$$dq = di - vdp, \quad (5.6)$$

або в кінцевому вигляді

$$q = \Delta i - v \Delta p. \quad (5.7)$$

З отриманого рівняння випливає, що тепло, підведене до газу в процесі зі сталим тиском, тобто при  $\Delta p = 0$ , витрачається на зміну його ентальпії:

$$q = \Delta i. \quad (5.8)$$

Але це тепло відповідно до виразу (4.8)  $q_p = c_p \Delta T$ .

Отже

$$\Delta i = c_p \Delta T, \quad (5.9)$$

або в диференціальній формі

$$di = c_p dT. \quad (5.10)$$

За рівнянням (5.9) можна розрахувати зміну ентальпії в будь-якому термодинамічному процесі.

Фізичний зміст ентальпії проявляється при аналізі газових потоків – вона являє собою повну потенціальну енергію потоку газу.

Поява термодинамічної функції ентропія зв'язана з пошуком можливості графічного зображення тепла, що підводиться в термодинамічному процесі.

У п. 3.5 з'ясовано, що кількість тепла, підведеного в процесі, залежить від виду процесу. У той самий час відношення тепла до температури, при якій воно підводиться, володіє властивістю параметра стану, тобто його зміна не залежить від виду процесу. Покажемо це, позначаючи вказане відношення літерою  $S$ .

При нескінченно малій кількості підведеного тепла маємо елементарну зміну  $S$ , тобто

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{du + dl}{T} = \frac{du + p dv}{T}. \quad (5.11)$$

З рівняння стану ідеального газу

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v},$$

а відповідно до виразу (4.6)

$$du = c_v dT,$$

тому

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (5.12)$$



Інтегруючи цей вираз у межах від  $s_1$  до  $s_2$ , знаходимо зміну  $S$  під час перебігу процесу:

$$\Delta s = \int_{s_1}^{s_2} ds = c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + R \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (5.13)$$

З отриманого рівняння випливає, що зміна величини  $S$  у процесі визначається лише значеннями параметрів у початковому та кінцевому станах, тобто ця зміна не залежить від виду процесу. Отже,  $s$  – це функція або параметр стану.

Отриманий параметр стану називається ентропією.

Ентропія газу пропорційна його масі, тому це – екстенсивний параметр стану.

Повну ентропію позначають літерою  $S$ . Одиниця її виміру – Дж/К.

Питому ентропію позначають  $s$  і записують так:

$$s = S/m. \quad (5.14)$$

Її одиниця виміру – Дж/(кг·К).

Визначити зміну ентропії в термодинамічному процесі можна не лише за рівнянням (5.13). Підставляючи у вираз (5.11) значення  $dq$  з рівняння (5.6), отримуємо

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{di - vdp}{T} = \frac{di - vdp}{T}. \quad (5.15)$$

Враховуючи, що з рівняння стану ідеального газу

$$\frac{v}{T} = \frac{R}{p},$$

а відповідно до виразу (5.10)

$$di = c_p dT,$$

запишемо

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}. \quad (5.16)$$

Інтегруючи цей вираз у межах від  $s_1$  до  $s_2$ , знаходимо зміну  $S$  у процесі:

$$\Delta s = \int_{s_1}^{s_2} ds = c_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} - R \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (5.17)$$

У термодинаміці ентропія нерозривно зв'язана з поняттям теплоти: є теплота – є зміна ентропії, немає теплоти – немає зміни ентропії. Отже, значення має лише зміна ентропії. Абсолютна величина ентропії в технічних задачах ніякої фізичної суті не має.

У деяких термодинамічних розрахунках для зручності умовно приймають за початок відліку ентропії її значення при нормальних фізичних умовах ( $p_{\text{н}} = 760$  мм рт. ст.;  $t_{\text{н}} = 0^\circ \text{C}$ ), тобто вважають, що ентропія при цих умовах  $s_0 = 0$ . У цьому разі користуються абсолютним значенням ентропії для конкретного стану, розуміючи під ним різницю ентропії для певного стану та її початкового значення:  $s = s - s_0$ .

Використовуючи ентропію, елементарне тепло, що підведене в процесі, визначають так:

$$dq = Tds. \quad (5.18)$$

Інтегруючи цей вираз, знаходимо питомих тепло, що підводиться до газу в процесі:

$$q = \int_{s_1}^{s_2} Tds. \quad (5.19)$$

Величина цього тепла визначається видом функції  $T = f(s)$ , яка залежить від виду процесу. Це є додатковим твердженням того, що теплота – це функція процесу.

Зміна ентропії однозначно визначає знак теплоти. При збільшенні ентропії ( $ds > 0$ ) тепло додатне, тобто воно підводиться до системи; при зменшенні ентропії ( $ds < 0$ ) тепло від'ємне, тобто воно відводиться від системи.

Використовуючи поняття ентропії, можна графічно показати тепло процесу, побудувавши для цього графік процесу в координатах  $T - s$ . Це впливає з того, що інтеграл у рівнянні (5.19) еквівалентний площі, обмеженій цим графіком, віссю  $s$  та крайніми ординатами

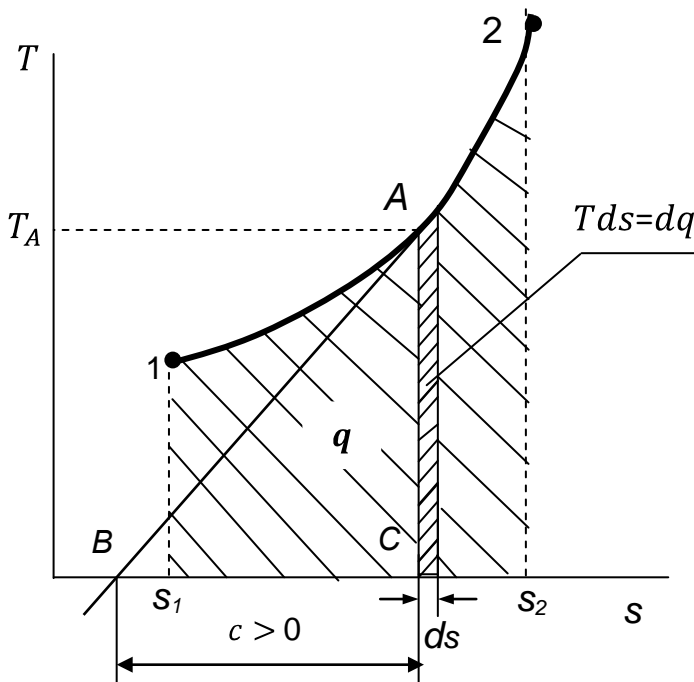


Рис.5.1. Графік теплоти та теплоємності процесу в  $T-s$  координатах

процесу (значеннями  $T$  у крайніх точках процесу).

На рис. 5.1 лінія 1–2 відображає рівноважний термодинамічний процес зміни стану термодинамічного тіла. Заштрихована площинка під елементарною ділянкою графіка процесу являє собою елементарну кількість теплоти  $dq$ , яка визначається так:

$$dq = T ds.$$

Інтегральна сума таких площинок під лінією 1–2 дорівнює повній кількості питомого тепла, що отримує тіло в процесі 1–2:

$$q = \int_{s_1}^{s_2} T ds.$$

Оскільки площа під кривою процесу в координатах  $T - s$  еквівалентна кількості тепла, підведеного в процесі, то графік процесу в цій системі координат називають тепловою діаграмою.

У  $T - s$  – діаграмі можна відобразити графічно також істинну теплоємність для будь-якої точки процесу. Наприклад, для точки  $A$  теплоємність буде відображатися відрізком  $BC$ , що утворюється дотичною до точки  $A$  – лінією  $AB$  та проекцією точки  $A$  на вісь ентропії. Відрізок  $BC$  називається піддотичною. Цей висновок випливає з того, що згідно з правилами диференційного числення величина піддотичної для точки  $A$

$$BC = T(ds/dT) = dq/dT = c. \quad (5.20)$$

При цьому теплоємність додатна, якщо піддотична знаходиться ліворуч від точки, що розглядається, і від’ємна, якщо праворуч.

У термодинаміці внутрішню енергію, ентальпію, ентропію називають калорійними властивостями речовини, а тиск, температуру, питомий об’єм – термічними властивостями.

## 5.2. Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу

Раніше було отримане рівняння першого закону термодинаміки для нерухомого газу. У той самий час в техніці надзвичайно поширені різноманітні пристрої, у яких використовують газові потоки. Ці системи теж підпорядковуються першому закону термодинаміки, який має загальне значення, але його математичний вираз для них інший, що пояснюється необхідністю враховувати в енергетичному балансі систем складові, які відсутні в балансі для нерухомого газу, зокрема, кінетичну енергію потоку. З’ясуємо особливості подібних систем.

Розглянемо рух газу в каналі з довільною формою поперечного перерізу

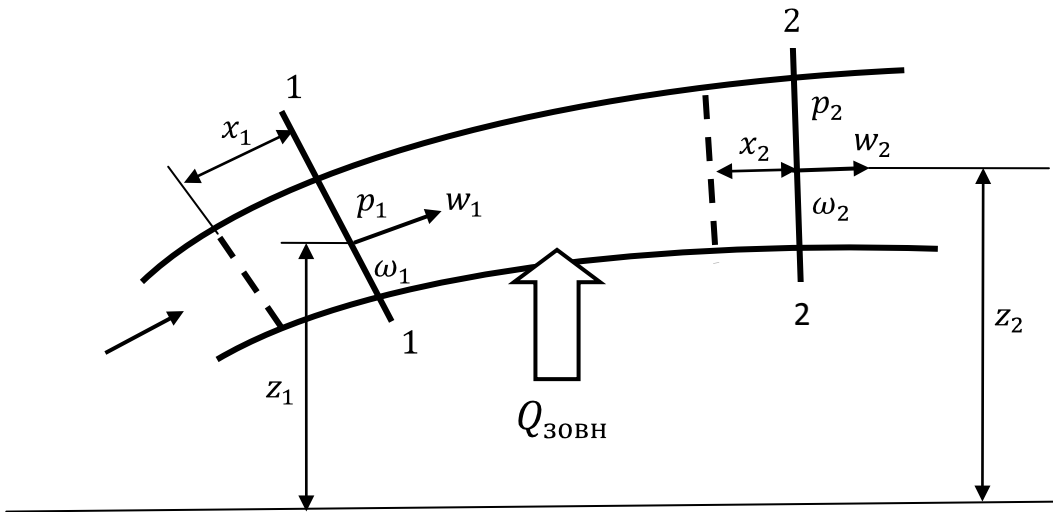


Рис. 5.2. Вигляд ділянки стаціонарного газового потоку

(рис. 5.2). Вважаємо, що в кожному перерізі параметри стану газу незмінні в часі, хоча вздовж потоку вони можуть мінятися. Такий потік називається стаціонарним.

Позначимо масу газу, що проходить через живий переріз потоку за одиницю часу,  $M$  — це масова витрата потоку. З гідравліки відомо, що в стаціонарному потоці вона однакова для будь-якого перерізу та розраховується так:

$$M = \frac{w\omega}{v}, \quad (5.21)$$

де  $w$  — середня швидкість газу в перерізі, м/с;  $\omega$  — площа живого перерізу, м<sup>2</sup>;  $v$  — питомий об'єм газу в перерізі.

Виділимо в потоці ділянку, обмежену двома нерухомими перерізами 1–1 і 2–2. Приймаємо, що до потоку між перерізами зовні надходить тепло  $Q_{\text{зовн}}$ . Площа живого перерізу 1–1  $\omega_1$ , тиск у ньому  $p_1$ , середня швидкість  $w_1$ . У перерізі 2–2 тиск  $p_2$ , швидкість  $w_2$ , його площа  $\omega_2$ . Запишемо рівняння першого закону термодинаміки для цієї системи. Згідно з виразом (3.14)

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + L_{1-2}, \quad (5.22)$$

де  $Q_{1-2}$  — тепло, що підводиться до системи;  $U_1$  і  $U_2$  — внутрішня енергія газу в перерізах 1–1 і 2–2;  $L_{1-2}$  — робота, яку виконує газ між перерізами.

Внутрішня енергія — це функція стану робочого тіла, тому величина  $U_1$  визначається параметрами стану газу у вхідному перерізі ділянки 1–1, а значення  $U_2$  — параметрами стану у вихідному перерізі ділянки 2–2.

Складніше встановити роботу  $L_{1-2}$ . Для цього спочатку з'ясуємо, які види робіт виконує газ, рухаючись по виділеній ділянці потоку, і як їх розраховують.

По-перше, треба забезпечити входження в межі ділянки через переріз 1–1 за одиницю часу порції газу масою  $M$ . Це вимагає виконання певної роботи, яка витрачається на виштовхування за межі ділянки такої ж порції газу і вивільнення місця для нової порції. Будемо вважати, що газ через переріз 1–1 уштовхується на ділянку умовним поршнем, що рухається без тертя (на рис. 5.2 його показано пунктирною лінією). Уштовхування можливе, якщо на поршні виникає сила тиску

$$P_1 = p_1 \omega_1.$$

Приймаючи, що за одиницю часу умовний поршень проходить шлях  $x_1$ , знайдемо роботу, яка витрачається на виштовхування газу:

$$L_{\text{ушт}} = -p_1 \omega_1 x_1. \quad (5.23)$$

Ця робота виконується над газом на ділянці, тому вона від'ємна.  
Позначимо

$$V_1 = \omega_1 x_1, \quad (5.24)$$

де  $V_1$  — об'єм газу, що надходить на ділянку каналу за одиницю часу.  
Очевидно, що

$$V_1 = v_1 M, \quad (5.25)$$

де  $v_1$  — питомий об'єм газу в перерізі 1–1.  
Отже,

$$L_{\text{ушт}} = -p_1 v_1 M. \quad (5.26)$$

Для виходу порції газу масою  $M$  за межі виділеної ділянки йому потрібно виконати роботу, спрямовану на виштовхування такої ж порції газу з каналу після ділянки. Ця частина каналу є зовнішнім середовищем відносно до термодинамічної системи, що розглядається. Аналогічно вважаємо, що газ за межі виділеної ділянки виштовхується через переріз 2–2 під дією умовного поршня при створенні на ньому сили тиску

$$P_2 = p_2 \omega_2.$$

Приймаючи, що за одиницю часу умовний поршень, який виштовхує газ за межі виділеної ділянки, проходить шлях  $x_2$ , знаходимо роботу, яка витрачається на виштовхування газу:

$$L_{\text{вшт}} = p_2 \omega_2 x_2. \quad (5.27)$$

Ця робота виконується газом виділеної ділянки, тому вона додатна.  
Позначимо

$$V_2 = \omega_2 x_2, \quad (5.28)$$

де  $V_2$  — об'єм газу, що виштовхується з ділянки каналу в зовнішнє середовище.  
Очевидно, що

$$V_2 = v_2 M, \quad (5.29)$$

де  $v_2$  — питомий об'єм газу в перерізі 2–2.

Отже,

$$L_{\text{вшт}} = p_2 v_2 M. \quad (5.30)$$

Із виразів (5.26) і (5.30) випливає, що при проходженні газу з витратою  $M$  через ділянку каналу між довільно вибраними перерізами 1–1 і 2–2 за одиницю часу виконується робота, що дорівнює алгебраїчній сумі роботи  $L_{\text{вшт}}$ , яку виконує поршень 2 (газ на виділеній ділянці), та роботи  $L_{\text{ушт}}$ , яку виконує поршень 1 над газом, що знаходиться на ділянці. Цю суму робіт називають роботою проштовхування.

$$L_{\text{пршт}} = L_{\text{ушт}} + L_{\text{вшт}}. \quad (5.31)$$

З урахуванням виразів (5.26) і (5.30) запишемо

$$L_{\text{пршт}} = M(p_2 v_2 - p_1 v_1). \quad (5.32)$$

Робота проштовхування – це перша частина роботи, яку виконує рухомий газ.

У вхідному та вихідному перерізах виділеної ділянки потоку можуть бути різними швидкості. У цьому разі змінюється кінетична енергія потоку, що може відбуватися при виконанні газом (або при підведенні до газу) роботи

$$L_{\text{кін}} = M \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right). \quad (5.33)$$

Це – друга складова роботи, що виконує потік газу.

Якщо перерізи 1–1 і 2–2 розташовані на різних рівнях, то для того, щоб підняти порцію газу з висоти  $Z_1$  на висоту  $Z_2$  потрібно виконати роботу, яка дорівнює зміні потенціальної енергії порції газу масою  $M$ :

$$L_{\text{пот}} = Mg(z_2 - z_1), \quad (5.34)$$

де  $Z_1$  і  $Z_2$  — координати центра ваги перерізів 1–1 і 2–2, відповідно.

Це – третя частина роботи, яку виконує потік газу.

Взагалі на шляху між перерізами 1–1 і 2–2 потік може виконувати й інші види робіт, наприклад, він може обертати колесо турбіни, виконуючи механічну роботу. Подібні види робіт називаються зовнішніми або технічними.

Їх позначають  $L_{\text{техн}}$ . Технічна робота може не лише виконуватися газом, а й підводиться до нього.

Технічна робота є четвертою складовою роботи, яку виконує потік газу при своєму русі.

Рух реального газу супроводжується його тертям зі стінками каналу, внутрішнім тертям рухомих частинок між собою, завихрюваннями на місцевих опорах, тому п'ятою складовою роботи потоку є робота, яку він виконує, долаючи сили тертя, що виникають при його русі. Цю роботу позначимо  $L_{\text{терт}}$ .

Отже, робота, яку виконує газ, рухаючись на ділянці каналу, у загальному випадку

$$L_{1-2} = M(p_2 v_2 - p_1 v_1) + M \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + Mg(z_2 - z_1) + L_{\text{техн}} + L_{\text{терт}}. \quad (5.35)$$

Підставляючи вираз (5.35) у рівняння першого закону термодинаміки (5.22), отримуємо

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + M(p_2 v_2 - p_1 v_1) + M \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + Mg(z_2 - z_1) + L_{\text{техн}} + L_{\text{терт}}. \quad (5.36)$$

Поділивши обидві частини рівняння (5.36) на масову витрату потоку  $M$ , запишемо його для питомих величин:

$$q_{1-2} = u_2 - u_1 + (p_2 v_2 - p_1 v_1) + \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}} + l_{\text{терт}}. \quad (5.37)$$

Якщо вважати, що відстань між перерізами 1-1 і 2-2 нескінченно мала, то запишемо рівняння (5.37) у диференціальній формі

$$dq = du + d(pv) + wdw + gdz + dl_{\text{техн}} + dl_{\text{терт}}. \quad (5.38)$$

Враховуючи, що згідно з виразом (5.2)

$$i = u + pv,$$

то

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}} + l_{\text{терт}}, \quad (5.39)$$

i

$$dq = di + wdw + gdz + dl_{\text{техн}} + dl_{\text{терт}} \quad (5.40)$$

Робота потоку, яка витрачається на подолання тертя, повністю перетворюється на тепло, яке сприймається потоком, тобто тепло, яке підводиться до системи, складається з двох частин – зовнішнього тепла, що підводиться до газу з навколишнього середовища  $q_{\text{зовн}}$ , і тепла, що виділяється всередині системи внаслідок тертя робочого тіла зі стінками каналу та внутрішнього тертя між його частинками  $q_{\text{терт}}$ . Отже,

$$q_{1-2} = q_{\text{зовн}} + q_{\text{терт}} \quad (5.41)$$

З урахуванням цього з рівняння (5.39) маємо

$$q_{\text{зовн}} + q_{\text{терт}} = i_2 - i_1 + \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}} + l_{\text{терт}}.$$

Але тепло тертя дорівнює роботі тертя ( $q_{\text{терт}} = l_{\text{терт}}$ ), через це остаточно записуємо

$$q_{\text{зовн}} = i_2 - i_1 + \left( \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right) + g(z_2 - z_1) + l_{\text{техн}}, \quad (5.42)$$

або в диференціальній формі

$$dq_{\text{зовн}} = di + wdw + gdz + dl_{\text{техн}}. \quad (5.43)$$

Рівняння (5.42) і (5.43) відображають перший закон термодинаміки для потоку газу, який можна сформулювати так: *теплота, що підводиться до потоку газу зовні, витрачається на збільшення ентальпії робочого тіла, виконання технічної роботи, збільшення кінетичної та потенціальної енергії потоку.*

Це рівняння дозволяє досліджувати зміну параметрів усталеного в часі потоку речовини, що проходить через термодинамічну систему, при його взаємодії з навколишнім середовищем. За допомогою цього рівняння можуть бути розраховані також параметри потоку, який проходить через компресор, пневматичний двигун, ділянку трубопроводу та інші технічні системи.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що називається ентальпією та яка її одиниця виміру?
2. Чому ентальпію відносять до термодинамічних параметрів стану?
3. Обґрунтуйте метод розрахунку зміни ентальпії в термодинамічних процесах.
4. Запишіть аналітичний вираз першого закону термодинаміки з використанням ентальпії.
5. Що називається ентропією та яка її одиниця виміру?



6. Запишіть аналітичний вираз для ентропії та обґрунтуйте, що вона є термодинамічним параметром стану.
7. Як визначають зміну ентропії в термодинамічних процесах?
8. У якій координатній системі можна графічно зобразити кількість теплоти, що підводиться в термодинамічному процесі?
9. Запишіть з урахуванням ентропії аналітичний вираз для визначення кількості теплоти, що підводиться в термодинамічному процесі, та обґрунтуйте метод графічного зображення теплоти процесу.
10. Незмінність якого термодинамічного параметра стану завжди свідчить про відсутність підводу теплоти в термодинамічному процесі?
11. Зміна якого термодинамічного параметра стану завжди свідчить про підведення теплоти в термодинамічному процесі?
12. Знак зміни якого термодинамічного параметра стану визначає знак теплоти процесу?
13. Які види робіт виконує газ, що рухається в потоці?
14. На що витрачається робота проштовхування потоку газу?
15. Запишіть рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу та дайте пояснення величин, які входять до його складу.
16. Сформулюйте перший закон термодинаміки для потоку газу.

## 6. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

### 6.1. Загальні положення дослідження процесів ідеального газу

До основних термодинамічних процесів, що мають велике значення для аналізу роботи технічних систем, відносяться такі:

ізохорний – це процес, що відбувається при незмінному об'ємі ( $v = \text{const}$ );  
ізобарний – це процес, що відбувається при незмінному тиску ( $p = \text{const}$ );  
ізотермічний – це процес, що відбувається при незмінній температурі ( $T = \text{const}$ );

адіабатний – це процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем.

Крім того, існує величезна група процесів, які характеризуються незмінною теплоємністю процесу і називаються політропними. До цієї групи відносяться також і названі основні процеси.

Дослідження всіх процесів будемо проводити за однією методикою, яка полягає в наступному:

- встановлюється рівняння, що зв'язує між собою основні термодинамічні параметри на початку та в кінці процесу і виводиться рівняння кривої процесу для  $p - v$  і  $T - s$  – координат;
- визначається зміна внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії в процесі;
- визначається робота розширення газу в процесі та тепло процесу;
- будуються графіки процесів у  $p - v$  і  $T - s$  – координатах.

### 6.2. Ізохорний процес

Ізохорним називається процес, що відбувається при незмінному об'ємі. Зв'язок між основними термодинамічними параметрами газу в цьому процесі встановлюється безпосередньо з рівняння стану ідеального газу

$$pv = RT.$$

Звідки при  $v = \text{const}$

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (6.1)$$

Отже,

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{і} \quad p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}, \quad (6.2)$$

тобто в ізохорному процесі тиск газу змінюється пропорційно температурі.

Зміну внутрішньої енергії газу в процесі визначаємо за рівнянням (4.7), яке вірне для будь-якого процесу:

$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1).$$

Зміну ентальпії в процесі визначаємо за рівнянням (5.9), яке вірне для будь-якого процесу:

$$\Delta i = c_p(T_2 - T_1).$$

Для отримання рівняння зміни ентропії в процесі скористаємося формулою (5.13):

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

З неї при  $v = \text{const}$  випливає

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6.3)$$

Питома робота розширення газу в процесі, яка згідно з рівнянням (3.21)

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv, \quad \text{при } v = \text{const} \quad l = 0. \quad (6.4)$$

Питоме тепло процесу при сталій теплоємності

$$q = c_v(T_2 - T_1), \quad (6.5)$$

тобто при  $v = \text{const}$

$$q = \Delta u, \quad (6.6)$$

а це означає, що все тепло, підведене в процесі, витрачається на зміну внутрішньої енергії газу.

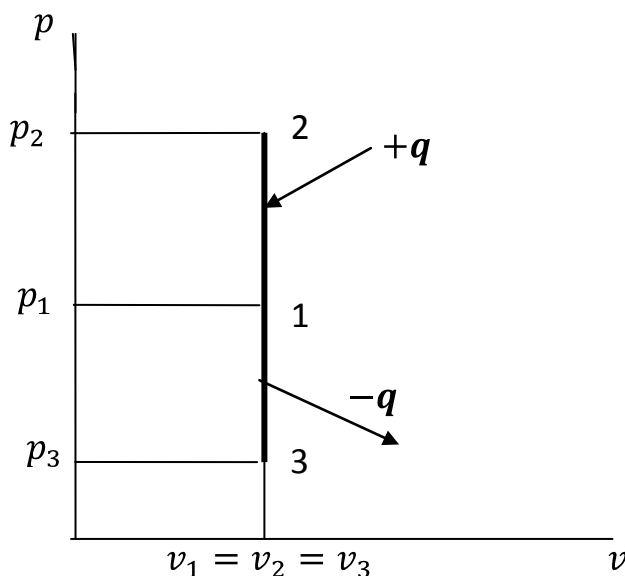


Рис. 6.1. Графіки ізохорних процесів

Графік ізохорного процесу називається ізохорою. В координатах  $p - v$  ізохора являє собою вертикальну пряму (рис. 6.1), рівняння якої

$$v = \text{const}.$$

Якщо в процесі тиск газу зростає, то це означає, що в цьому процесі підводиться тепло, наслідком чого є зростання температури газу і його внутрішньої енергії. При зменшенні тиску від газу відводиться тепло, зменшується його температура та внутрішня енергія. На рис. 6.1 процес 1–2 – це процес ізохорного нагріву, процес 1–3 – процес ізохорного охолодження.

В координатах  $T - s$  ізохора відображається логарифмічною кривою відповідно до рівняння (6.3). На рис. 6.2 зображені ізохори питомих об'ємів  $v_1$  і  $v_2$ , а також показані процеси нагріву 1–2 та охолодження 1–3, що відбуваються при питомому об'ємі  $v_1$ . Площі 1–2–4–5–1 і 1–3–6–5–1 еквівалентні підведеному та відведеному в процесах теплу відповідно.

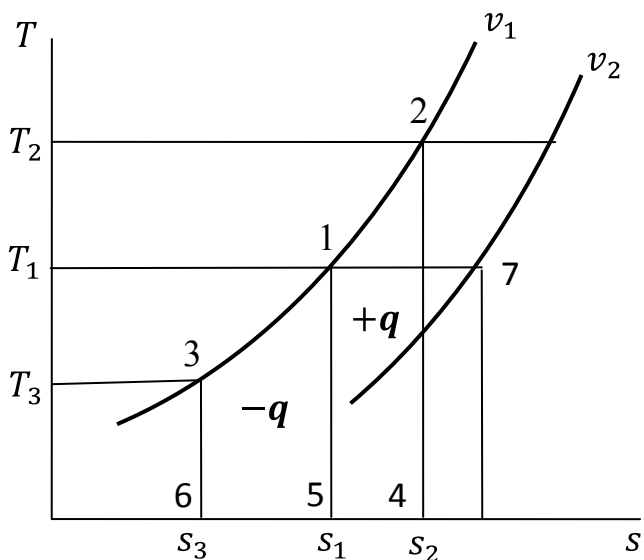


Рис. 6.2.  $T - s$  – діаграма ізохорних процесів

У цій координатній системі ізохори різних об'ємів є еквідистантними кривими, тобто такими, коли горизонтальна відстань між ними залишається незмінною при різних температурах і які мають однакові кутові коефіцієнти при одній і тій самій температурі.

Очевидно (рис. 6.2), що горизонтальна відстань між двома ізохорами дорівнює зміні ентропії в термодинамічному процесі, що відбувається між ізохорами  $v_1$  і  $v_2$  при незмінній температурі, наприклад, у процесі 1–7. З рівняння (5.13) випливає, що ця зміна при  $T = \text{const}$

$$s_{1-7} = R \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (6.7)$$

тобто вона дійсно не залежить від температури, а ізохори  $v_1$  і  $v_2$  еквідистантні.

Рівняння (6.7) вказує на те, що відстань між ізохорами збільшується при зростанні кінцевого об'єму, отже, чим більший питомий об'єм газу, тим далі від осі ординат буде знаходитися ізохора.

### 6.3. Ізобарний процес

Ізобарним називається процес, що відбувається при незмінному тиску. Зв'язок між основними термодинамічними параметрами газу в цьому процесі можна встановити безпосередньо з рівняння стану ідеального газу

$$pv = RT.$$

Звідки при  $p = \text{const}$

$$\frac{v}{T} = \text{const.} \quad (6.8)$$

Отже,

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} \quad \text{і} \quad v_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1}, \quad (6.9)$$

тобто в ізобарному процесі питомий об'єм газу змінюється пропорційно абсолютній температурі.

При розширенні газу його температура зростає, при стисканні – зменшується.

Зміну внутрішньої енергії газу в процесі визначаємо за рівнянням (4.7), яке відповідає будь-якому процесу:

$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1).$$

Зміну ентальпії в процесі визначаємо за рівнянням (5.9), яке відповідає будь-якому процесу:

$$\Delta i = c_p(T_2 - T_1).$$

Зміну ентропії в рівноважному ізобарному процесі при сталій теплоємності можна знайти з рівняння (5.17), тобто

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

З нього при  $p = \text{const}$  випливає, що

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6.10)$$

Питома робота розширення газу в процесі визначається за рівнянням

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1) \quad (6.11)$$

або

$$l = R(T_2 - T_1). \quad (6.12)$$

Питоме тепло процесу при сталій теплоємності

$$q = c_p(T_2 - T_1), \quad (6.13)$$

тобто при  $p = \text{const}$

$$q = \Delta i, \quad (6.14)$$

а це означає, що все тепло, підведене в процесі, витрачається на зміну ентальпії газу.

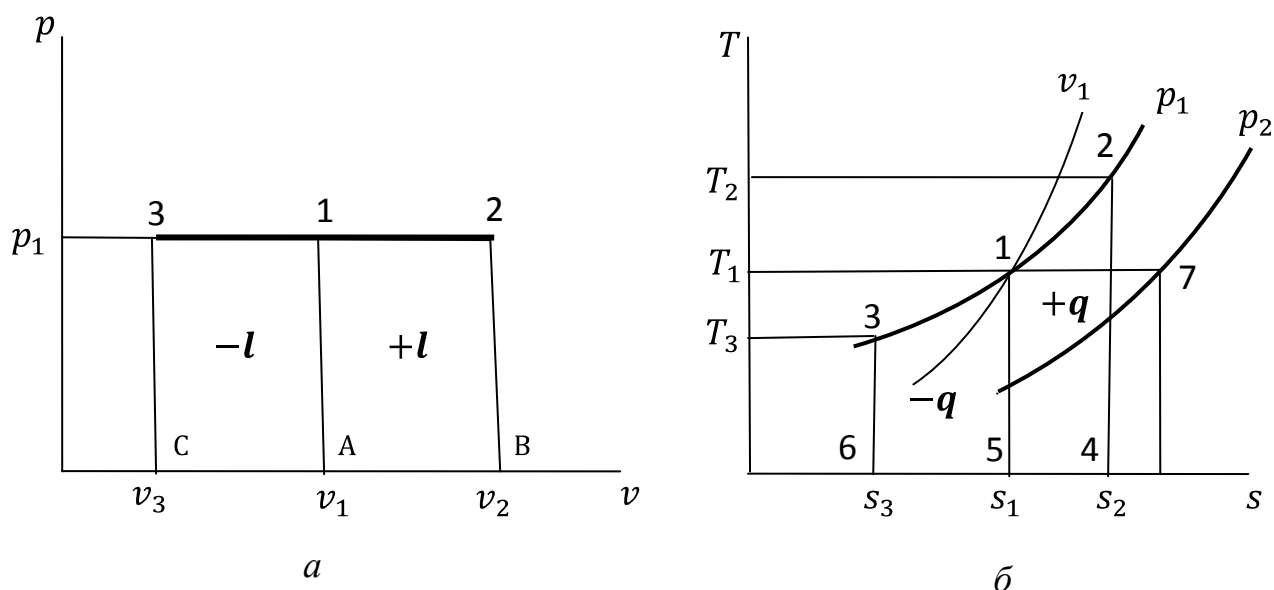


Рис. 6.3. Графіки ізобарних процесів

Графік ізобарного процесу називається ізобарою. В координатах  $p - v$  ізобара являє собою горизонтальну пряму (рис. 6.3, *a*), рівняння якої

$$p = \text{const.}$$

Якщо в процесі газ розширюється, тобто зростає його об'єм, то він виконує зовнішню роботу, до нього підводиться тепло та підвищується його температура. Зменшення об'єму газу відбувається при виконанні над ним роботи, відводі від нього тепла і зниженні температури. На рис. 6.3, *a* процес 1–2 – це процес ізобарного розширення газу, процес 1–3 – процес ізобарного стискання газу. Площа 1–2–В–А–1 еквівалентна роботі, що виконує газ, площа 1–3–С–А–1 еквівалентна роботі, яка виконується над газом.

В координатах  $T - s$  ізобара відображається логарифмічною кривою відповідно до рівняння (6.10). На рис. 6.3, *б* зображені ізобари, що відповідають тискам  $p_1$  і  $p_2$ , а також показані процеси нагріву 1–2 і охолодження 1–3, що відбуваються при тиску  $p_1$ . Площа 1–2–4–5–1 еквівалентна підведеному в процесі теплу, площа 1–3–6–5–1 еквівалентна теплу, відведеному в процесі.

У координатах  $T - s$  ізобари для різних тисків являють собою еквідистантні криві з рівними кутовими коефіцієнтами при однакових температурах, тобто горизонтальна відстань між двома ізобарами при різних температурах не змінюється. Ця відстань дорівнює зміні ентропії в процесі зі сталою температурою, що відбувається між тисками, яким відповідають ці ізобари, наприклад, в процесі 1–7 на рис. 6.3, *б*. Згідно з рівнянням (5.17) зміна ентропії в цьому процесі при  $T = \text{const}$

$$\Delta s_{1-7} = -R \ln \frac{p_2}{p_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (6.15)$$

Як бачимо, вона дійсно не залежить від температури, а визначається лише величинами тисків та природою газу. Це підтверджує еквідистантність ізобар в координатах  $T - s$ .

З рівняння (6.15) випливає, що при  $p_2 > p_1$   $\Delta s < 0$ , а це означає, що в цьому разі ізобара  $p_2$  буде знаходитися ліворуч від ізобари  $p_1$ , тобто чим більший тиск газу, тим ближчою до осі ординат буде ізобара.

Співставляючи рівняння (6.3) і (6.10) приходимо до висновку, що при виконанні ізохорного та ізобарного процесів у одному й тому ж температурному інтервалі зміна ентропії буде більшою в ізобарному процесі через те, що завжди

$$c_p > c_v.$$

Наслідком цього є те, що в координатах  $T - s$  ізобари є більш пологими лініями, ніж ізохори.

#### 6.4. Ізотермічний процес

Ізотермічним називається процес, що відбувається при незмінній температурі. Рівняння цього процесу безпосередньо випливає з рівняння стану ідеального газу

$$pv = RT, \text{ звідки при } T = \text{const}$$

$$pv = \text{const}. \quad (6.16)$$

Отже,

$$p_1 v_1 = p_2 v_2; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}, \quad (6.17)$$

тобто при сталій температурі об'єм газу змінюється зворотно пропорційно його тиску.

Відповідно до рівнянь (4.7) і (5.9) внутрішня енергія та ентальпія газу в ізотермічному процесі не змінюються, тобто

$$\Delta u = 0 \quad (6.18)$$

$$i \quad \Delta i = 0. \quad (6.19)$$

Зміну ентропії в ізотермічному процесі можна визначити за рівняннями (6.7) або (6.15):

$$\Delta s = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Питома робота розширення газу в процесі визначається за формулою (3.21), тобто

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Запишемо в підінтегральному виразі тиск  $p$  через питомий об'єм  $v$ , виходячи з рівняння ізотермічного процесу (6.16). Відповідно до цього рівняння

$$pv = p_1 v_1,$$

звідки

$$p = \frac{p_1 v_1}{v}. \quad (6.20)$$

Підставляючи (6.20) в підінтегральний вираз та інтегруючи отримане рівняння, маємо

$$l = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}. \quad (6.21)$$

З урахуванням рівняння (6.17), запишемо

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (6.22)$$

або

$$l = RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (6.23)$$

Питоме тепло процесу знайдемо за рівнянням першого закону термодинаміки (3.15):

$$q = \Delta u + l.$$

Оскільки в ізотермічному процесі внутрішня енергія газу не змінюється, тобто  $\Delta u = 0$ , то в цьому процесі

$$q = l, \quad (6.24)$$

а це означає, що все тепло, підведене до газу в ізотермічному процесі, витрачається ним на виконання зовнішньої роботи розширення.

Питоме тепло в ізотермічному процесі можна визначити також за формулою

$$q = T(s_2 - s_1). \quad (6.25)$$

Графік ізотермічного процесу називається ізотермою. В координатах



$p - v$  ізотерма відображається рівнобічною гіперболою відповідно до рівняння (6.16) (рис. 6.3, а). Якщо в процесі газ розширюється, то він виконує зовнішню роботу і до нього надходить тепло. Зменшення об'єму газу відбувається при виконанні над ним роботи та відводі від нього тепла. На рис. 6.3, а процес 1–2 – це процес ізотермічного розширення газу, процес 1–3 – процес ізотермічного стискання газу. Площа 1–2–А–В–1 еквівалентна роботі, що виконує газ, площа 1–3–С–В–1 еквівалентна роботі, яка виконується над газом.

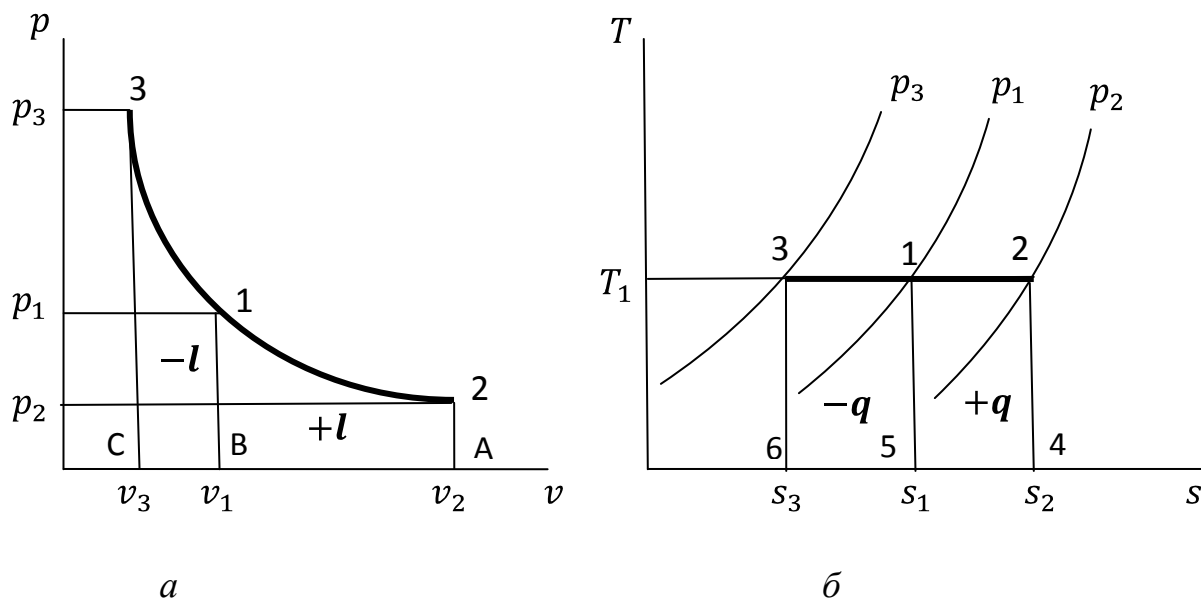


Рис. 6.4. Графіки ізотермічних процесів

У координатах  $T - s$  ізотерма являє собою горизонтальну пряму (рис. 6.3, б), рівняння якої

$$T = \text{const.}$$

Процес 1–2 (рис. 6.3, б) – це процес ізотермічного розширення газу, процес 1–3 – процес ізотермічного стискання газу. Площа 1–2–4–5–1 еквівалентна питомому теплу, яке підводиться до газу при його розширенні, площа 1–3–6–5–1 еквівалентна питомому теплу, яке відводиться від газу при його стисканні.

### 6.5. Адіабатний процес

Адіабатним називається процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто тепло цього процесу  $q = 0$ .

Для отримання рівняння адіабатного процесу скористаємося рівняннями першого закону термодинаміки. Згідно з виразом (5.6) в адіабатному процесі

$$dq = di - vdp = 0.$$

Згідно з формулою (5.3)

$$dq = du + pdv = 0.$$

Враховуючи рівняння (5.10) і (4.6), маємо

$$c_p dT - v dp = 0, \quad (6.26)$$

$$c_v dT + p dv = 0. \quad (6.27)$$

Поділимо рівняння (6.26) на рівняння (6.27):

$$\frac{c_p dT}{c_v dT} = - \frac{v dp}{p dv}.$$

Як відзначалося раніше, відношення

$$\frac{c_p}{c_v} = k$$

називається показником адіабати. З урахуванням цього та розділяючи перемінні, маємо

$$k \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p}. \quad (6.28)$$

Інтегруючи цей вираз, отримуємо рівняння

$$k \ln v + \ln p = \ln const. \quad (6.29)$$

Після його потенціювання, запишемо

$$pv^k = const. \quad (6.30)$$

Отже, для адіабатного процесу

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^k ;$$

$$p_2 = p_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k ; \quad v_2 = v_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (6.31)$$

Враховуючи рівняння стану ідеального газу, з виразу (6.31) отримуємо:

$$T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1}; \quad T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} ; \quad (6.32)$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (6.33)$$

Зміну внутрішньої енергії газу в процесі визначаємо за формулою (4.7), тобто

$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1).$$

Зміну ентальпії в процесі визначаємо за формулою (5.5), тобто

$$\Delta i = c_p(T_2 - T_1).$$

Згідно з визначенням елементарна зміна ентропії в процесі

$$ds = \frac{dq}{T}.$$

Тому в адіабатному процесі, для якого  $dq = 0$ ,

$$ds = 0, \quad \text{тобто} \quad s = \text{const}. \quad (6.34)$$

Через це оборотний адіабатний процес називають ізоентропним.

Роботу розширення газу в адіабатному процесі можна розрахувати за рівнянням першого закону термодинаміки:

$$q = \Delta u + l.$$

Беручи до уваги, що в процесі  $q = 0$ , то маємо

$$l = -\Delta u = c_v(T_1 - T_2). \quad (6.35)$$

З цього випливає, що в адіабатному процесі газ виконує роботу за рахунок своєї внутрішньої енергії, тобто при розширенні його внутрішня енергія та температура зменшуються.

З іншого боку, питома робота розширення газу в процесі визначається за рівнянням (3.21), тобто

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Запишемо в підінтегральному виразі тиск  $p$  через питомий об'єм  $v$  виходячи з рівняння адіабатного процесу (6.30). Відповідно до цього рівняння

$$pv^k = p_1 v_1^k,$$

звідки

$$p = \frac{1}{v^k} p_1 v_1^k. \quad (6.36)$$

Підставляючи рівняння (6.36) в підінтегральний вираз і інтегруючи його, маємо

$$\begin{aligned} l &= p_1 v_1^k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^k} = \frac{p_1 v_1^k}{1-k} (v_2^{1-k} - v_1^{1-k}) = \frac{p_1 v_1^k}{k-1} (v_1^{1-k} - v_2^{1-k}) = \\ &= \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \end{aligned} \quad (6.37)$$

З урахуванням співвідношень (6.31) і (6.33) запишемо

$$\begin{aligned} l &= \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2) = \\ &= \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right]. \end{aligned} \quad (6.38)$$

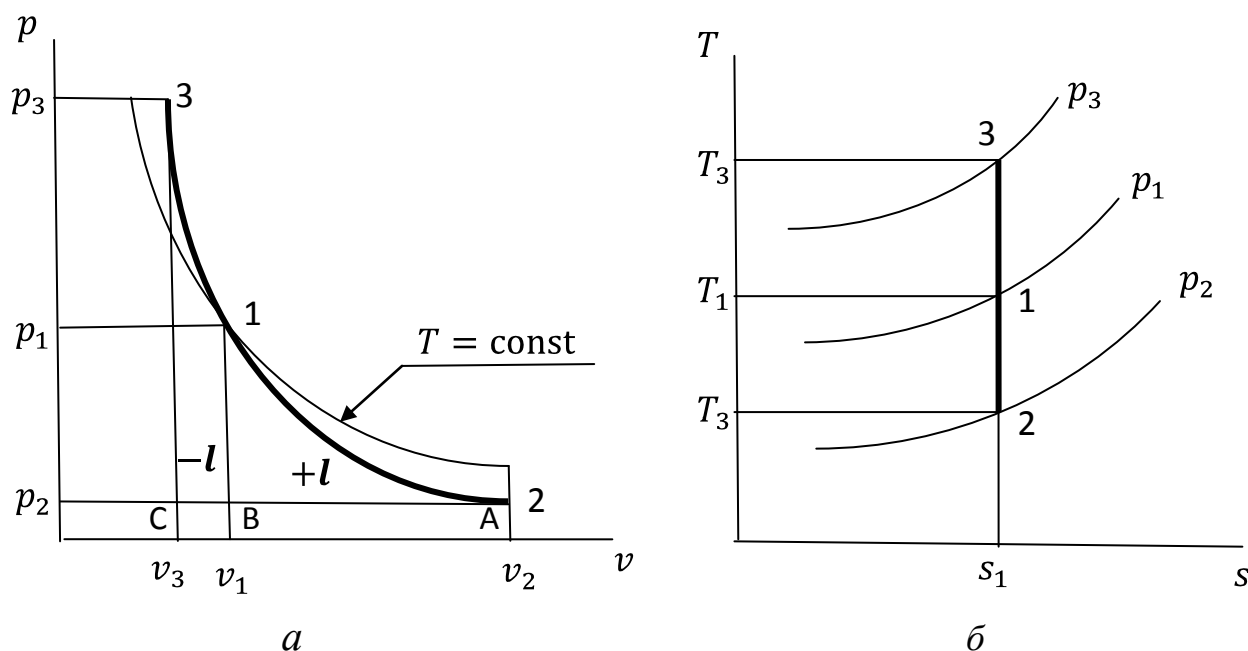


Рис. 6.5. Графіки адіабатного процесу

Графік адіабатного процесу називається адіабатою. В координатах  $p - v$  адіабата відображається нерівнобічною гіперболою відповідно до рівняння

(6.30) (рис. 6.3, *a*). При розширенні газ виконує роботу і температура його зменшується. При стисканні робота виконується над газом і це супроводжується зростанням його температури. На рис. 6.4, *a* 1–2 – це графік процесу адіабатного розширення газу, 1–3 – графік процесу адіабатного стискання газу. Площа 1–2–А–В–1 еквівалентна роботі, що виконує газ, площа 1–3–С–В–1 еквівалентна роботі, яка виконується над газом.

Порівнюючи рівняння адіабати (6.30) з рівнянням ізотерми (6.16), приходимо до висновку, що графік адіабати є крутішим у порівнянні з графіком ізотерми через те, що  $k > 1$ .

У координатах  $T - s$  адіабата являє собою вертикальну пряму (рис. 6.3, *б*), рівняння якої

$$s = \text{const.}$$

На рис. 6.3, *б* 1–2 – це графік процесу адіабатного розширення газу, 1–3 – графік процесу адіабатного стискання газу.

## 6.6. Політропні процеси

Важливе місце в термодинаміці займають процеси, об'єднувальною ознакою яких є незмінність теплоємності процесу. Ці процеси називаються політропними, що означає закономірні.

Встановимо рівняння політропного процесу, для якого теплоємність  $c_{\Pi} = \text{const.}$

Для цього скористаємося рівняннями першого закону термодинаміки (5.6) і (5.3), пам'ятаючи, що тепло політропного процесу

$$dq = c_{\Pi} dT.$$

Отже,

$$dq = c_{\Pi} dT = di - vdp = c_p dT - vdp; \quad (6.39)$$

$$dq = c_{\Pi} dT = du + pdv = c_v dT + pdv. \quad (6.40)$$

З цих рівнянь маємо

$$(c_{\Pi} - c_p) dT = -vdp; \quad (6.41)$$

$$(c_{\Pi} - c_v) dT = pdv. \quad (6.42)$$

Поділимо вираз (6.41) на (6.42) та отримаємо

$$\frac{c_{\Pi} - c_p}{c_{\Pi} - c_v} = -\frac{vdp}{pdv}. \quad (6.43)$$

Позначимо

$$\frac{c_{\Pi} - c_p}{c_{\Pi} - c_v} = n. \quad (6.44)$$

Це відношення, тобто  $n$ , називається показником політропного процесу. З урахуванням цього позначення та розділивши перемінні, маємо

$$n \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p}. \quad (6.45)$$

Інтегруючи цей вираз, отримуємо

$$n \ln v + \ln p = \ln const. \quad (6.46)$$

Звідки після потенціювання маємо

$$pv^n = const. \quad (6.47)$$

Отримана формула називається рівнянням політропного процесу. Порівнюючи його з рівнянням адіабатного процесу (6.30), приходимо до висновку, що ці рівняння формально однакові – вони відрізняються лише показником процесу. Тому всі співвідношення між основними параметрами стану, отримані для адіабатного процесу, справедливі також і для політропного процесу після заміни в них показника адіабати  $k$  на показник політропного процесу  $n$ . Отже, для політропного процесу

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n;$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n; \quad v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

$$T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1};$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (6.48)$$

Змінення внутрішньої енергії газу в процесі визначаємо за формулою (4.7), тобто

$$\Delta u = c_v(T_2 - T_1).$$

Змінення ентальпії в процесі визначаємо за формулою (5.9), тобто

$$\Delta i = c_p(T_2 - T_1).$$

Змінення ентропії в політропному процесі, як і в будь-якому іншому,

$$ds = \frac{dq}{T} = c_{\Pi} \frac{dT}{T}. \quad (6.49)$$

Інтегруючи цей вираз у межах від  $S_1$  до  $S_2$ , знаходимо як змінюється величина  $S$  у процесі в кінцевому вигляді:

$$\Delta s = \int_{s_1}^{s_2} ds = c_{\Pi} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = c_{\Pi} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6.50)$$

Теплоємність політропного процесу знайдемо з рівняння (6.44). З нього випливає, що

$$nc_{\Pi} - nc_v = c_{\Pi} - c_p.$$

Враховуючи, що

$$\frac{c_p}{c_v} = k,$$

отримаємо

$$c_{\Pi}(n - 1) = c_v(n - k).$$

Звідки

$$c_{\Pi} = c_v \frac{n - k}{n - 1}. \quad (6.51)$$

Тоді згідно з виразом (6.50) для політропного процесу запишемо

$$\Delta s = c_v \frac{n - k}{n - 1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6.52)$$

Робота, що виконує газ у політропному процесі, визначається за рівняннями, аналогічними рівнянням для адіабатного процесу, тобто

$$l = \frac{1}{n - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2), \quad (6.53)$$

або

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]; \quad (6.54)$$

$$l = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2). \quad (6.55)$$

Питоме тепло в політропному процесі

$$dq = c_{\Pi} dT,$$

або в кінцевому вигляді

$$q = c_{\Pi} (T_2 - T_1) = c_v \frac{n-k}{n-1} (T_2 - T_1). \quad (6.56)$$

Сумісно розв'язуючи рівняння (6.56) і (6.55) та з урахуванням того, що

$$R = c_p - c_v \quad \text{і} \quad k = c_p / c_v,$$

отримуємо

$$q = \frac{k-n}{k-1} l. \quad (6.57)$$

Графік політропного процесу називається політропою. Вигляд політропи визначається величиною показника процесу  $n$ .

Взагалі показник політропи може приймати будь-яке значення з діапазону  $-\infty \leq n \leq \infty$ .

Отже, і теплоємність політропного процесу змінюється в цьому ж діапазоні, тобто  $-\infty \leq c_{\Pi} \leq +\infty$ .

Окремими випадками політропних процесів є розглянуті раніше основні термодинамічні процеси. У табл.6.1 наведені значення показника політропи та значення теплоємностей цих процесів.

Таблиця 6.1.

| Вид процесу  | Показник політропи<br>$n$ | Теплоємність процесу<br>$c_{\Pi}$ |
|--------------|---------------------------|-----------------------------------|
| Ізохорний    | $\pm\infty$               | $c_v$                             |
| Ізобарний    | 0                         | $c_p$                             |
| Ізотермічний | 1                         | $\pm\infty$                       |
| Адіабатний   | $k$                       | 0                                 |



## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Охарактеризуйте ізохорний термодинамічний процес і основні його закономірності.
2. Охарактеризуйте ізобарний термодинамічний процес і основні його закономірності.
3. Охарактеризуйте ізотермічний термодинамічний процес і основні його закономірності.
4. Охарактеризуйте адіабатний термодинамічний процес і основні його закономірності.
5. Охарактеризуйте політропний термодинамічний процес і основні його закономірності.
6. Який вигляд має графік ізохорного термодинамічного процесу в координатах  $p - v$  ?
7. Який вигляд має графік ізохорного термодинамічного процесу в координатах  $T - s$  ?
8. Який вигляд має графік ізобарного термодинамічного процесу в координатах  $p - v$  ?
9. Який вигляд має графік ізобарного термодинамічного процесу в координатах  $T - s$  ?
10. Який вигляд має графік ізотермічного термодинамічного процесу в координатах  $p - v$  ?
11. Який вигляд має графік ізотермічного термодинамічного процесу в координатах  $T - s$  ?
12. Який вигляд має графік адіабатного термодинамічного процесу в координатах  $p - v$  ?
13. Який вигляд має графік адіабатного термодинамічного процесу в координатах  $T - s$  ?
14. Обґрунтуйте аналітичний зв'язок між основними термодинамічними параметрами стану газу в адіабатному процесі.
15. Обґрунтуйте аналітичний зв'язок між основними термодинамічними параметрами стану газу в політропному процесі.

## 7. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕРМОДИНАМІЧНІ ЦИКЛИ. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

У розд. 3 показано, що в процесі розширення газ виконує роботу проти сил зовнішнього тиску. Згідно з рівнянням (3.21) ця робота

$$l_{\text{розш}} = \int_{v_1}^{v_2} p dv,$$

де  $v_1$  і  $v_2$  – питомі об'єми газу на початку та в кінці процесу розширення.

Величина цієї роботи еквівалентна площі 1-а-2-3-4-1  $p - v$  – діаграми процесу розширення 1-а-2 (рис. 7.1).

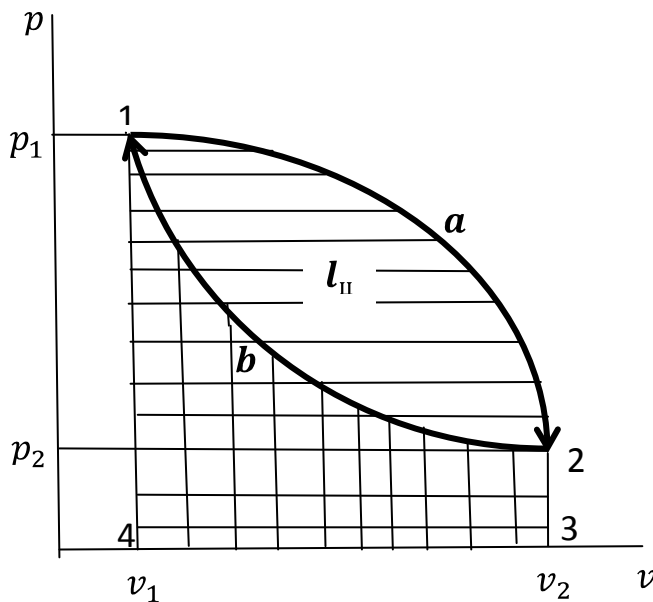


Рис. 7.1. Графік прямого термодинамічного циклу

При одноразовому розширенні газу можна отримати лише обмежену кількість роботи, адже при будь-якому процесі настане момент, коли тиск і температура газу зрівняються з тиском і температурою навколишнього середовища. Для нового отримання роботи від цієї самої маси газу його необхідно повернути в початковий стан шляхом стискання. У процесі стискання над газом буде виконуватися робота, що надходить від зовнішнього джерела.

Повернення газу в початковий стан можливе трьома принципово різними шляхами.

1. Крива процесу стискання 2-а-1 може співпадати з кривою

процесу розширення 1-а-2. У цьому разі на стискання газу буде витрачена певна робота  $l_{\text{ст}}$ , еквівалентна площі 2-а-1-4-3-2 на рис. 7.1, тобто ця робота буде однаковою за величиною з роботою, що виконана газом при його розширенні. У той самий час згідно з правилом знаків, прийнятим у термодинаміці,

$$l_{\text{ст}} < 0.$$

Отже, у цьому разі сумарна робота по чергово виконаних процесів 1-а-2 і 2-а-1

$$\sum l = l_{\text{розш}} - l_{\text{ст}} = 0.$$

2. Крива процесу стискання 2–b–1 може проходити нижче кривої процесу розширення 1–a–2. У цьому разі на стискання газу буде витрачена питома робота  $l_{ст}$ , еквівалентна площі 2–b–1–4–3–2 на рис. 7.1. Ця робота менша за роботу, що виконана газом при його розширенні. Тоді сумарна робота по чергово виконаних процесів 1–a–2 і 2–b–1

$$\sum l = l_{розш} - l_{ст} > 0,$$

тобто в результаті виконання таких процесів виникає додатний надлишок роботи, який можна використовувати на свій розсуд.

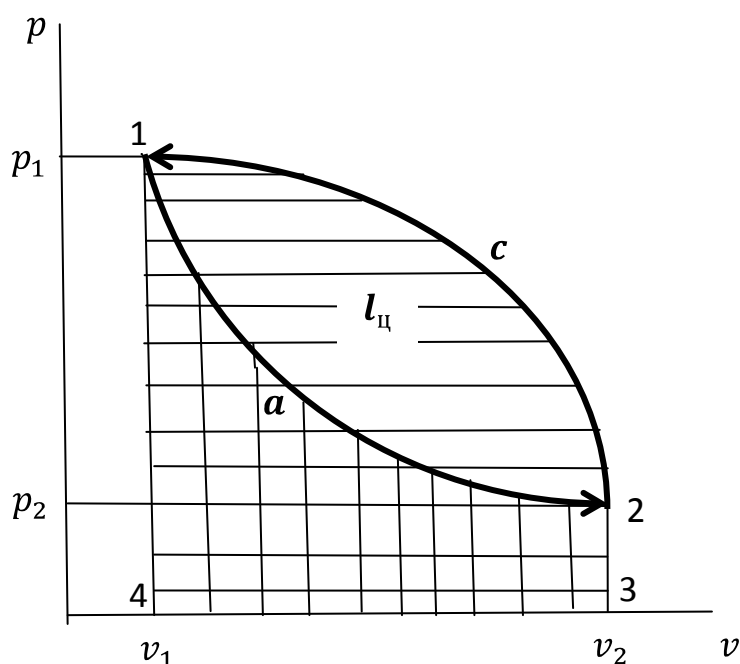


Рис. 7.2. Графік зворотного термодинамічного циклу

3. Крива процесу стискання 2–c–1 може проходити вище кривої процесу розширення 1–a–2 (рис. 7.2). У цьому разі на стискання газу буде витрачена питома робота  $l_{ст}$ , еквівалентна площі 2–c–1–4–3–2 на рис. 7.2, тобто ця робота буде більшою, ніж робота, що виконана газом при його розширенні.

Тоді сумарна робота по чергово виконаних процесів 1–a–2 і 2–c–1

$$\sum l = l_{розш} - l_{ст} < 0,$$

тобто для виконання таких процесів необхідно витратити додаткову роботу, яка має надійти від зовнішнього джерела.

Послідовність термодинамічних процесів, у результаті виконання яких робоче тіло повертається в свій початковий стан, називається круговим процесом або термодинамічним циклом.

Цикли, в результаті виконання яких виникає додатна робота, називаються прямими. Цикли, для виконання яких витрачається зовнішня робота, називаються зворотними. Цикли, в яких роботи розширення та стискання однакової за величиною, практичного сенсу не мають.

Цикли бувають оборотними та необоротними. Оборотний цикл складається з рівноважних оборотних термодинамічних процесів. Якщо хоча б один із процесів, що входить до складу циклу, є необоротним, то весь цикл вважається необоротним.

## 7.1. Прямий термодинамічний цикл

Як відмічалось раніше, термодинамічний цикл складається з процесів розширення та стискання газу, які виконуються по чергово. У прямому термодинамічному циклі робота розширення газу перевищує роботу, що витрачається на його стискання. Завдяки цьому в результаті виконання прямого термодинамічного циклу виникає надлишок роботи, який може бути використаний за межами термодинамічної системи. Цей надлишок роботи називають роботою циклу і позначають  $l_{\text{ц}}$ . Запишемо

$$l_{\text{розш}} = l_1, \quad l_{\text{ст}} = -l_2$$

і отримаємо

$$l_{\text{ц}} = l_1 - l_2. \quad (7.1)$$

Питома робота циклу еквівалентна площі, що обмежена замкнутою кривою  $1-a-2-b-1$  на рис. 7.1.

З'ясуємо умови, за яких можливе виконання прямого термодинамічного циклу. Для цього побудуємо графік циклу в  $T - s$  — координатах, розташовуючи криву процесу стискання нижче кривої процесу розширення (рис. 7.3).

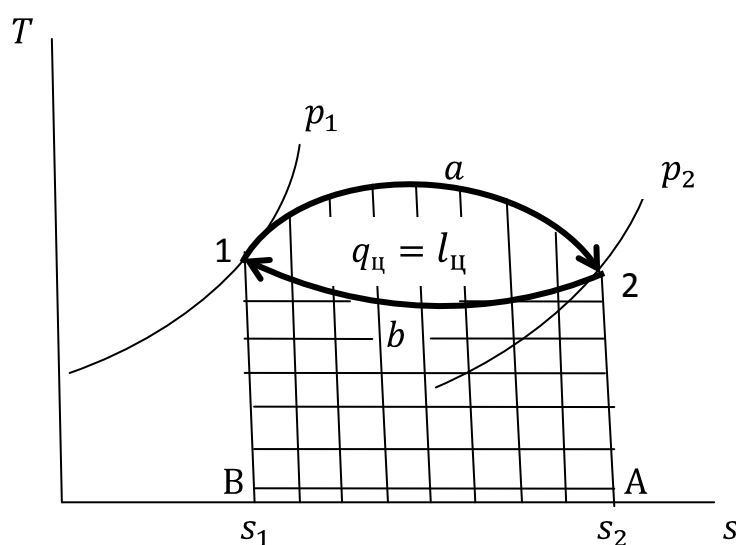


Рис. 7.3. Діаграма прямого термодинамічного циклу

Отримані графіки вказують на те, що розширення газу в процесі  $1-a-2$  супроводжується зростанням його ентропії, що свідчить про необхідність підведення тепла до газу для здійснення цього процесу. Це підведення можливе за наявності зовнішнього джерела тепла.

Питоме тепло, підведене до газу, позначимо  $q_1$ . Його величина еквівалентна площі  $1-a-2-A-B-1$  на рис. 7.3.

У процесі стискання  $2-b-1$  ентропія газу зменшується, що свідчить про необхідність відведення тепла від

газу в цьому процесі. Таке відведення можливе за наявності зовнішнього приймача тепла.

Пам'ятаючи, що тепло, яке відводиться від газу, від'ємне, позначимо питома тепло, відведене від газу в процесі стискання  $2-b-1$ , літерою  $-q_2$ . Його величина еквівалентна площі  $2-b-1-B-A-2$  на рис. 7.3.

Сумарне тепло, що буде сприйняте робочим тілом під час розширення та

стискання, називається теплом циклу та позначається  $q_{\text{ц}}$ . Очевидно, що

$$q_{\text{ц}} = q_1 - q_2. \quad (7.2)$$

Питоме тепло циклу еквівалентне площі, що обмежена замкненою кривою 1–а–2–b–1 на рис. 7.3.

Порівнюємо тепло і роботу циклу. Для цього запишемо рівняння першого закону термодинаміки для процесу розширення газу 1–а–2 та процесу стискання 2–b–1:

$$q_{1-a-2} = q_1 = \Delta u_{1-a-2} + l_1; \quad (7.3)$$

$$q_{2-b-1} = -q_2 = \Delta u_{2-b-1} - l_2. \quad (7.4)$$

Зміна внутрішньої енергії газу в процесах

$$\Delta u_{1-a-2} = u_2 - u_1, \quad \Delta u_{2-b-1} = u_1 - u_2,$$

тобто 
$$\Delta u_{1-a-2} = -\Delta u_{2-b-1}. \quad (7.5)$$

Тоді тепло циклу

$$q_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = l_1 - l_2 = l_{\text{ц}}.$$

Отже, в прямому термодинамічному циклі

$$q_{\text{ц}} = l_{\text{ц}}. \quad (7.6)$$

Зроблений аналіз прямого термодинамічного циклу вказує на те, що виконання цього циклу можливе при підведенні тепла до газу при його розширенні та відведенні тепла від газу при його стисканні. Ці теплообмінні процеси можуть відбуватися за наявності зовнішнього джерела тепла та зовнішнього приймача тепла. Отже, необхідною умовою виконання прямого термодинамічного циклу є наявність мінімум двох джерел тепла. Прийнято зовнішнє джерело тепла, що забезпечує підведення тепла до газу, називати гарячим джерелом тепла, а теплоприймач, що сприймає тепло, яке відводиться від газу, називати холодним джерелом тепла. Саме вказані теплообмінні процеси роблять можливим отримання додатної роботи циклу, тобто в прямому термодинамічному циклі здійснюється перетворення теплової енергії в механічну.

За прямим термодинамічним циклом працюють теплові двигуни, в яких за рахунок багаторазового повторювання циклу можна отримати будь-яку кількість роботи. Слід звернути увагу на те, що не все тепло, яке підводиться в циклі до робочого тіла, може бути перетворене в механічну енергію – частина його обов'язково відводиться до холодного джерела тепла.

Енергетичну досконалість прямого термодинамічного циклу, призначеного

для перетворення тепла в роботу, оцінюють термічним коефіцієнтом корисної дії. Він дорівнює відношенню роботи, отриманої в циклі, до тепла, яке підведене в циклі до робочого тіла:

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (7.7)$$

Завжди  $\eta_t < 1$ .

Детальний аналіз прямих термодинамічних циклів свідчить про те, що найбільш енергетично досконалим є так званий цикл Карно. У цьому циклі розширення газу відбувається в дві стадії – спочатку газ адіабатно розширюється до стану, при якому його температура стає такою, що дорівнює температурі холодного джерела тепла, після чого газ ізотермічно при температурі холодного джерела тепла розширюється до стану, при якому його тиск стає таким, що дорівнює тиску навколишнього середовища. Стискання робочого тіла в циклі Карно також відбувається в дві стадії – спочатку газ адіабатно стискається до стану, при якому його температура стає такою, що дорівнює температурі гарячого джерела тепла, після чого газ ізотермічно при температурі гарячого джерела тепла стискається до кінцевого тиску. Висока ефективність циклу Карно пояснюється тим, що підведення тепла до робочого тіла в циклі відбувається при температурі гарячого джерела тепла, а відведення тепла від нього – при температурі холодного джерела тепла.

## 7.2. Зворотний термодинамічний цикл

У зворотному термодинамічному циклі робота, що витрачається на стискання газу, перевищує роботу, яку газ виконує при розширенні, тобто

$$|l_{\text{ст}}| > |l_{\text{розш}}|, \quad (7.8)$$

а це в свою чергу вимагає виконання додаткової роботи зовнішнім джерелом. Ця додаткова робота являє собою роботу циклу  $l_{\text{ц}}$ . З урахуванням прийнятих позначень, запишемо

$$l_{\text{ц}} = l_1 - l_2 < 0. \quad (7.9)$$

Питома робота циклу еквівалентна площі, що обмежена замкненою кривою 1-а-2-с-1 на рис. 7.2.

Для з'ясування практичного сенсу зворотного термодинамічного циклу побудуємо графік циклу в  $T - s$  — координатах, розташовуючи криву процесу стискання 2-с-1 вище кривої процесу розширення 1-а-2 (рис. 7.4). Аналізуючи зворотний цикл, будемо, за аналогією з прямим циклом, тепло, яким обмінюється робоче тіло з гарячим джерелом тепла, позначати  $q_1$ , а тепло, яким робоче тіло обмінюється з холодним джерелом тепла, позначати  $q_2$ .

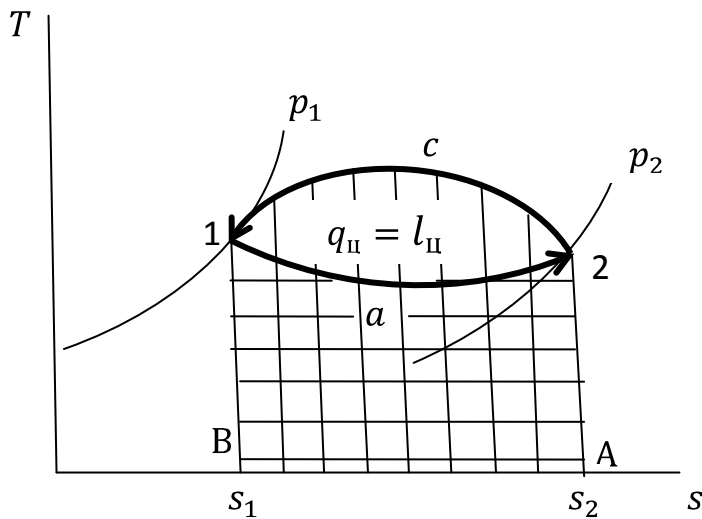


Рис. 7.4. Діаграма зворотного термодинамічного циклу

На діаграмі циклу питоме тепло  $q_2$ , що підводиться до робочого тіла при його розширенні, еквівалентне площі  $1-a-2-A-B-1$ . Питоме тепло  $-q_1$ , що відводиться від робочого тіла в циклі, еквівалентне площі  $2-c-1-B-A-2$ . Сумарне тепло, що сприймає робоче тіло в зворотному термодинамічному циклі, як і в прямому циклі, називається теплом циклу. Це тепло еквівалентне площі, що обмежена замкненою кривою  $1-a-2-c-1$  на рис. 7.4. Воно від'ємне та

визначається так:

$$q_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = l_{\text{ц}} < 0. \quad (7.10)$$

На діаграмі бачимо, що тепло  $q_2$  підводиться до робочого тіла при температурі, меншій за температуру, при якій тепло  $q_1$  відводиться від робочого тіла. Зважаючи на те, що підведене в циклі тепло – це тепло, яке відбирається від зовнішнього холодного теплоджерела, а відведене в циклі тепло – це тепло, яке передається зовнішньому гарячому теплоприймачу, із сказаного випливає, що при виконанні зворотного термодинамічного циклу відбувається передача тепла від середовища з меншою температурою до середовища з більш високою температурою. Ця передача тепла здійснюється за рахунок виконання додаткової роботи циклу. Отже, зворотний термодинамічний цикл – це цикл, за яким працюють холодильні машини, тому його називають ще холодильним циклом.

Енергетичну ефективність зворотного термодинамічного циклу оцінюють холодильним коефіцієнтом, який дорівнює відношенню тепла, яке відводиться від середовища, що охолоджується, до роботи, яка витрачається в циклі:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_{\text{ц}}} = \frac{q_2}{q_1 - q_2}. \quad (7.11)$$

У більшості випадків  $\varepsilon_t > 1$ .

Найбільш енергетично досконалим є зворотний цикл Карно.

За зворотним термодинамічним циклом працюють також теплові насоси, які забезпечують передачу тепла, що відбирається від середовища з низькою

температурою, до зовнішнього споживача тепла при більш високій температурі. Тепло, яке підводиться до об'єкта, що нагрівається, складається з тепла, відведеного від холодного джерела та роботи, що витрачається зовні для здійснення циклу.

Ефективність роботи машин за таким принципом оцінюють опалювальним коефіцієнтом, який називають також коефіцієнтом перетворення теплового насоса. Цей коефіцієнт являє собою відношення тепла, що передається зовнішньому споживачеві, до роботи, яка витрачається в циклі:

$$\xi = \frac{q_1}{l_{\text{ц}}} = \frac{q_2 + l_{\text{ц}}}{l_{\text{ц}}}. \quad (7.12)$$

Очевидно, що

$$\xi = \varepsilon + 1. \quad (7.13)$$

### 7.3. Сутність другого закону термодинаміки

Першим законом термодинаміки, який є окремим видом загального закону зберігання та перетворення енергії, встановлюється можливість взаємного перетворення роботи в тепло і тепла в роботу. Цей закон фіксує кількісний баланс між різними видами енергії при їхньому взаємному перетворенні, і йому, зокрема, не суперечить можливість переходу тепла від джерела з меншою температурою до теплоприймача з більш високою температурою; цей закон припускає можливість повного перетворення в роботу тепла, одержаного від одного джерела. У той самий час повсякденні спостереження та досвід свідчать, що теплота сама по собі може переходити лише від нагрітих тіл до більш холодних і що умовою переходу тепла є різниця температур між тілами – при вирівнюванні температур теплообмін між тілами припиняється. Названі властивості теплоти суттєво відрізняють її від роботи.

Робота, як і всі інші види енергії, що беруть участь у будь-якому процесі, може дуже просто повністю перетворюватися на тепло. А от зворотне перетворення тепла в роботу можливе лише при виконанні певних умов: для такого переходу потрібно мати мінімум два джерела тепла з різними температурами – джерело з високою температурою та теплоприймач з низькою температурою. Причому навіть за наявності таких джерел неможливо повністю перетворити в роботу тепло, отримане від гарячого джерела, – частина цього тепла обов'язково має бути передана до холодного джерела.

Можливий напрямок теплового потоку та максимально можлива межа перетворення тепла на роботу визначаються законом, отриманим за допомогою досвіду, – другим законом термодинаміки. Цей закон має загальне значення для всіх теплових процесів.



Відомо декілька формулювань цього закону.

Зокрема Р. Клазіус у 1850 р. дав таке формулювання: теплота не може сама по собі переходити від холодного тіла до більш нагрітого.

В. Томсон у 1851 р. запропонував таке формулювання: неможливо за допомогою неживого матеріального агента отримати від якої-небудь маси речовини механічну роботу шляхом охолодження її нижче за температуру найхолоднішого із оточуючих предметів.

Формулювання, запропоноване М. Планком: неможливо побудувати періодично діючу машину, уся дія якої зводилася б до підняття деякої ваги та охолодженню теплового джерела.

Якби не існувало обмежень, що накладаються другим законом термодинаміки, то це означало б, що можна створити тепловий двигун за наявності лише одного джерела тепла. Такий двигун міг би діяти за рахунок охолодження, наприклад, води в океані. Цей процес міг би продовжуватися доти, доки вся внутрішня енергія води не була б перетворена на роботу. Теплову машину, яка б працювала таким способом, В.Ф. Оствальд назвав вічним двигуном другого роду, на відміну від вічного двигуна першого роду, який працює всупереч закону зберігання енергії. Його формулювання другого закону термодинаміки таке: здійснення вічного двигуна другого роду неможливе.

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що являє собою термодинамічний цикл, які є види циклів?
2. Опишіть прямий термодинамічний цикл – складові циклу, його призначення, оцінка ефективності.
3. Опишіть зворотний термодинамічний цикл – складові циклу, його призначення, оцінка ефективності.
4. Що являє собою термічний коефіцієнт корисної дії термодинамічного циклу?
5. Що являє собою холодильний коефіцієнт термодинамічного циклу?
6. За яких умов можливе перетворення тепла на роботу?
7. Яку функцію виконує тепловий насос та як оцінюють його ефективність?
8. Який існує зв'язок між холодильним коефіцієнтом термодинамічного циклу та коефіцієнтом перетворення теплового насоса?
9. У чому полягає сутність другого закону термодинаміки?

## 8. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ ПАРИ

### 8.1. Основні закономірності фазових переходів у чистій речовині

Із повсякденного досвіду відомо, що будь-яка речовина в звичайних умовах може знаходитись у одному з трьох агрегатних станів – твердому, рідкому або газоподібному. Вид стану визначається зовнішніми умовами (тиском і температурою), у яких знаходиться речовина. Перехід речовини з одного агрегатного стану в інший відбувається неперервно при зміні зовнішніх умов. Під час такого переходу можливе співіснування різних агрегатних станів, наприклад, речовина одночасно може знаходитись у твердому та рідкому станах, або в рідкому та газоподібному станах. У цьому разі області, де речовина знаходиться в різних агрегатних станах, відокремлені одна від одної поверхнею розділу, при переході через яку раптово змінюються фізичні властивості речовини, у першу чергу, її густина. Через можливість такого співіснування доцільно різні агрегатні стани речовини називати фазами, зважаючи на те, що таку назву мають однорідні або гомогенні області в складних або гетерогенних системах, що складаються з різних гомогенних частин. Отже, коли мова йде про різні агрегатні стани чистої речовини, говорять про тверду, рідинну або газоподібну фази речовини.

Перехід речовини з однієї фази в іншу, яка співіснує з першою, називається фазовим переходом.

Розглянемо основні закономірності фазових переходів чистої речовини, які встановлені експериментально. Для цього зручно користуватися графіками, що ілюструють ці переходи і які називаються фазовими діаграмами.

На рис. 8.1 зображена типова фазова діаграма речовини, що побудована

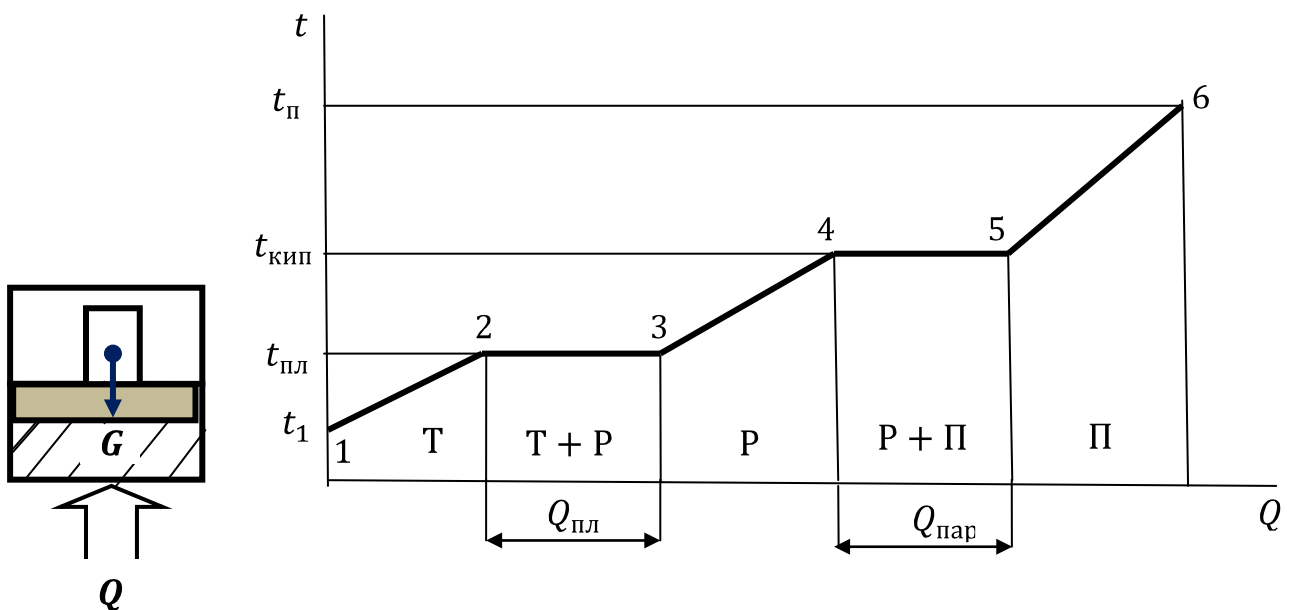


Рис. 8.1. Типова фазова  $t - Q$  – діаграма речовини

в координатній системі  $t - Q$ , де  $Q$  — це тепло, що підводиться до речовини, а  $t$  — температура речовини.

Уявимо, що в циліндрі під поршнем знаходиться речовина в твердому стані (рис. 8.1). Зверху на поршень покладено тіло, вагою  $G$ , чим забезпечується сталість тиску, що діє на речовину. Через стінку циліндра до речовини зовні підводиться тепло  $Q$ . Початкова температура речовини  $t_1$ .

На першому етапі підведення тепла до тіла, що знаходиться в циліндрі (процес 1–2), буде підвищуватися температура тіла без зміни його агрегатного стану, тобто в циліндрі буде знаходитися тверда фаза речовини  $T$ . Це буде спостерігатися доти, доки температура тіла не зросте до рівня, при якому розпочнеться фазовий перехід речовини з твердого стану в рідинний. Цей фазовий перехід називається плавленням і розпочинається він після підвищення температури речовини до температури плавлення  $t_{\text{пл}}$ .

Під час плавлення співіснують дві фази речовини – тверда  $T$  та рідинна  $P$ , тобто при плавленні має місце двофазний стан речовини і в циліндрі буде знаходитися суміш  $T + P$ . Після початку процесу плавлення подальше підведення тепла до речовини не буде викликати підвищення її температури (процес 2–3 на рис. 8.1). Тепло, що підводиться в цьому процесі, буде витрачатися на руйнування кристалічної ґратки речовини. Незмінність температури речовини впродовж фазового переходу – це одна з головних властивостей цих переходів. Слід запам'ятати, що підведення тепла до речовини не завжди викликає зростання її температури – якщо речовина знаходиться в двофазному стані, то її температура не буде змінюватися при підведенні до неї тепла.

Плавлення речовини завершиться в момент, коли в циліндрі зникне тверда фаза і залишиться лише рідинна (т. 3 на рис. 8.1). Для того, щоб це сталося, до речовини в процесі 2–3 необхідно підвести тепло  $Q_{\text{пл}}$ , яке називається скритою теплотою плавлення. Величина його залежить від роду речовини.

Подальше підведення тепла до рідини викликати її нагрівання без зміни агрегатного стану (процес 3–4 на рис. 8.1), тобто в циліндрі в цей час буде знаходитися лише рідинна фаза речовини  $P$ . Коли температура речовини досягне певного значення, розпочнеться її фазовий перехід із рідинного стану в газоподібний. Цей фазовий перехід називається кипінням і відбувається він при температурі кипіння  $t_{\text{кип}}$ . Газоподібна фаза речовини, яка співіснує з рідинною, називається паром. Через це кипіння називають також процесом пароутворення.

У процесі кипіння (процес 4–5 на рис. 8.1) до речовини підводиться тепло, яке витрачається на розширення речовини та на подолання сил міжмолекулярної взаємодії. Температура речовини при кипінні не змінюється. У цьому процесі в циліндрі знаходиться суміш киплячої рідини та пари  $P + \Pi$ , тобто при кипінні стан речовини двофазний.

Процес кипіння завершується в момент, коли в циліндрі зникає рідина та залишиться лише пара (т. 5 на рис. 8.1). Для того, щоб відбувся перехід рідин-

ної фази в газоподібну, до речовини в процесі 4–5 необхідно підвести тепло  $Q_{\text{пар}}$ , яке називається скритою теплотою пароутворення. Величина його визначається родом речовини.

Подальше підведення тепла до пари в процесі 5–6 приводить до її нагріву. В цьому процесі в циліндрі знаходиться лише пара П. Чим вищою стане температура пари, тим ближчою за своїми властивостями вона буде до газу.

Якщо виконати відведення тепла від пари в зворотному процесі 6–5, то при її охолодженні до температури  $t_{\text{кип}}$  розпочнеться фазовий перехід пари в рідину, який називається конденсацією. Для повного перетворення пари в рідину, яка в цьому разі називається конденсатом, від речовини в процесі 5–4 необхідно відвести тепло  $Q_{\text{конд}}$ , яке називається скритою теплотою конденсації. Експериментально встановлено, що  $Q_{\text{конд}} = Q_{\text{пар}}$ .

При відведенні тепла від рідини в процесі 4–3 та охолодженні її до температури  $t_{\text{пл}}$  розпочнеться перехід рідини в твердий стан. Цей фазовий перехід називається кристалізацією у випадку, коли речовина в твердому стані має кристалічну будову, або процесом затвердіння, якщо в твердому стані речовина – ізотропна. Для повного переходу рідини в твердий стан необхідно в процесі 3–2 від речовини відвести тепло  $Q_{\text{кр}}$ , яке називається скритою теплотою кристалізації. Встановлено, що  $Q_{\text{кр}} = Q_{\text{пл}}$ .

Відведення тепла від твердого тіла в процесі 2–1 повертає тіло у вихідний стан.

Із наведеного опису фазових переходів у чистій речовині випливає, що визначальними закономірностями цих явищ є такі:

- при заданому тиску фазові переходи відбуваються при певній температурі, яка не змінюється впродовж цього переходу, тобто фазові переходи – це ізобаро-ізотермічні процеси;
- здійснення фазового переходу можливе при підведенні до речовини певної кількості тепла, або відведенні цього тепла від речовини при протилежному напрямку переходу. Це тепло називається теплотою фазового переходу;
- при фазових переходах співіснують, тобто знаходяться в рівновазі дві фази речовини, отже, стан речовини при фазовому переході двофазний.

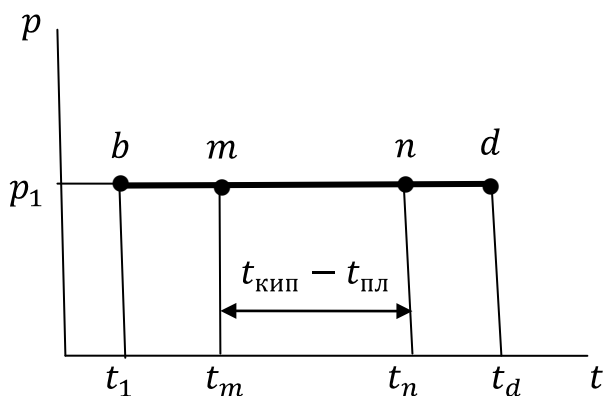


Рис. 8.2. Графік фазових переходів

Для практики важливим є знання закономірностей, яким підпорядковуються фазові переходи в чистій речовині при зміні тиску, що діє на неї. Ці закономірності зручно встановити за допомогою фазової  $p-t$ -діаграми, на осі ординат якої вказується тиск, що діє на речовину, а на осі абсцис – температура речовини. Послідовність побудови цієї діаграми показано на

рис. 8.2, де зображені процеси та фазові переходи, що відбуваються при зміні агрегатного стану речовини із твердого в рідинний, а потім в газоподібний.

Припустимо, що до певної речовини, яка при температурі  $t_1$  і тиску  $p_1$  знаходиться в твердому стані (точка  $b$  на рис. 8.2), підводиться тепло при постійному тиску. Внаслідок цього речовина буде нагріватися, поки не розпочнеться її плавлення. Процес нагріву на діаграмі відобразиться відрізком горизонтальної прямої і завершиться він у момент досягнення речовиною температури плавлення (точка  $m$  на рис. 8.2), тобто при тиску  $p_1$   $t_{\text{пл}} = t_m$ . У процесі плавлення температура речовини незмінна, тому цей процес на діаграмі відображається точкою  $m$ , яка називається точкою плавлення.

Після повного розплавлення подальше підведення тепла до речовини викликати її нагрів. Процес нагріву рідини відображається на діаграмі відрізком горизонтальної прямої і завершується він у момент досягнення речовиною температури кипіння (точка  $n$  на рис. 8.2), тобто при тиску  $p_1$   $t_{\text{кип}} = t_n$ . Під час кипіння температура речовини не міняється, тому цей процес на діаграмі відображається точкою  $n$ , яка називається точкою кипіння.

При завершенні переходу речовини в газоподібний стан підведення тепла до пари викликати підвищення її температури. Якщо кінцева температура пари, наприклад  $t_d$ , то процес перегріву пари відобразиться на діаграмі відрізком горизонтальної прямої  $nd$ .

На рис. 8.2 наведено якісний графік. Для конкретної речовини такі графіки будуються за експериментальними даними. Якщо подібні експерименти провести при різних тисках, то з'ясується, що при зміні тиску вигляд графіка для всіх речовин міняється.

Зокрема, змінення тиску супроводжується незначною зміною температури плавлення речовин. Для абсолютної їх більшості при зростанні тиску температура плавлення дещо збільшується. Подібні речовини називають нормальними. У той самий час існують речовини, температура плавлення яких при зростанні тиску стає меншою. До таких аномальних речовин відноситься, зокрема, вода. Отже, в разі, коли тиск  $p > p_1$ , точка плавлення  $m$  буде зміщуватись праворуч для нормальних речовин, і ліворуч – для аномальних. Якщо тиск  $p < p_1$ , то точка плавлення буде зміщуватись ліворуч для нормальних речовин, і праворуч – для аномальних.

Загальною закономірністю для всіх речовин є суттєве зростання їхньої температури кипіння при збільшенні тиску. Через це точка кипіння  $n$  для всіх речовин буде зміщуватись праворуч, якщо тиск  $p > p_1$ , і ліворуч, якщо тиск  $p < p_1$ .

Важливою закономірністю, якій підпорядковуються всі відомі речовини, є залежність від тиску різниці між їхніми температурами кипіння та плавлення – різниця  $(t_{\text{кип}} - t_{\text{пл}})$  для всіх речовин зростає при збільшенні тиску і стає меншою при його зниженні. Через це відстань на графіку між точками плавлення та кипіння при зниженні тиску буде зменшуватись і при певному тиску

ці точки співпадуть.

Побудувавши розглянутий графік фазових переходів речовини для різних тисків і з'єднавши між собою точки плавлення, отримують криву, яка називається лінією плавлення. Вона являє собою залежність  $t_{\text{пл}} = f(p)$ . Ця залежність зазвичай близька до прямолінійної.

З'єднуючи між собою точки кипіння при різних тисках, отримують криву, яка називається лінією кипіння або лінією насичення. Вона дає залежність  $t_{\text{кип}} = f(p)$ .

На рис. 8.3, *а* наведена типова фазова  $p - t$  -діаграма для аномальної речовини, на рис. 8.3, *б* - для нормальної.

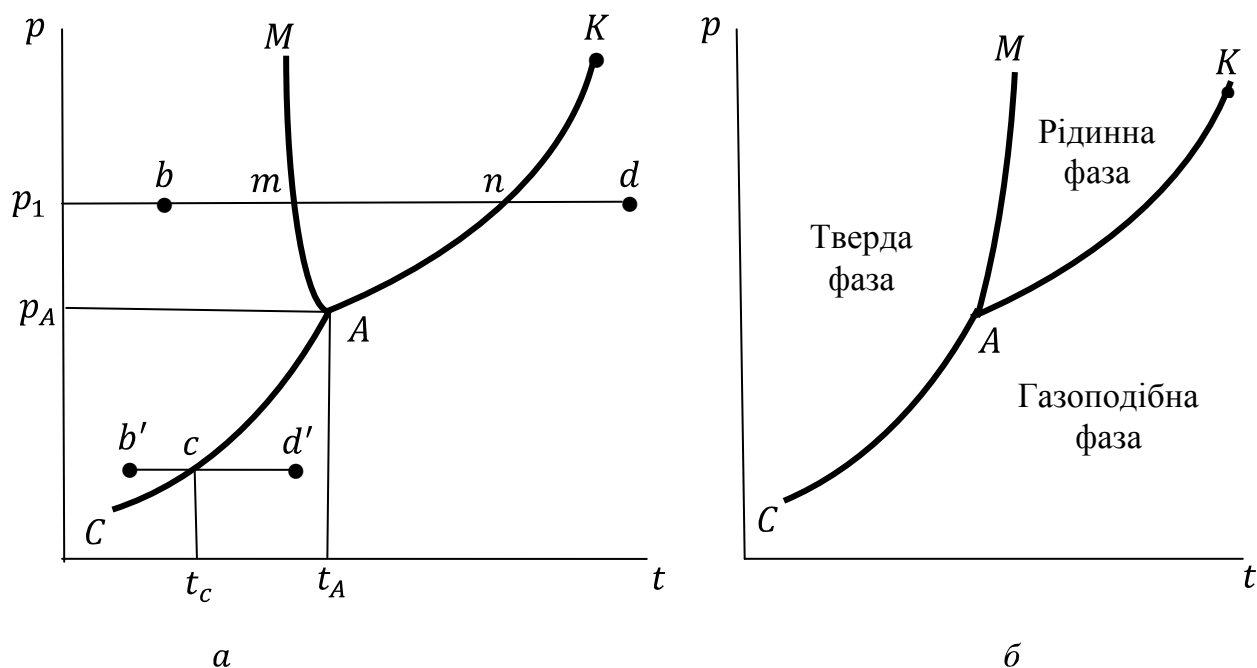


Рис. 8.3. Типові фазові діаграми

Лінія  $AM$  на рис. 8.3 - це лінія плавлення; лінія  $AK$  - це лінія кипіння. При тиску  $p_A$  точки плавлення та кипіння співпадають, отже, в цій точці сходяться лінії плавлення та кипіння.

Якщо до твердого тіла підводити тепло при тиску, меншому ніж  $p_A$ , то його нагрівання завершиться при певній температурі фазовим переходом речовини з твердого стану зразу в газоподібний, минаючи рідинний стан. Фазовий перехід речовини з твердого стану безпосередньо в газоподібний називається сублимацією. Температура, при якій він відбувається, називається температурою сублимації. На рис. 8.3, *а* відрізок прямої  $b'c$  відображає процес нагріву речовини в твердому стані, а точка  $c$  - процес її сублимації, під час якого співіснують тверда та газоподібна фази речовини. Точка  $c$  називається точкою сублимації. Температура сублимації позначена  $t_c$ . Відрізок  $cd'$  відображає ізобарний процес нагріву пари.

Зворотний процес переходу речовини з газоподібного стану зразу в твердий називається десублімацією.

Для процесів сублімації та десублімації характерне велике значення теплоти фазового переходу, що суттєво перевищує скриту теплоту плавлення та пароутворення.

Температура сублімації для всіх речовин зростає при підвищенні тиску. Через це точка сублімації  $s$  для всіх речовин буде зміщуватися праворуч при зростанні тиску. Знайшовши її положення при різних тисках, менших ніж  $p_A$ , і з'єднавши їх, отримують лінію сублімації – це лінія  $SA$  на рис. 8.3. Вона дає залежність  $t_c = f(p)$ . Природно, що лінія сублімації виходить із точки  $A$ .

Точка  $A$ , в якій сходяться лінії плавлення, кипіння та сублімації, називається потрійною точкою речовини. Параметри цієї точки є важливими константами речовини. Наприклад, для води параметри потрійної точки такі: тиск  $p_{тр} = 4,579$  мм рт. ст.  $= 611,2$  Па; температура  $t_{тр} = 0,0076^\circ \text{C} \approx 0,01^\circ \text{C}$ ; питомий об'єм  $v_{тр} = 0,001$  м<sup>3</sup>/кг.

Лінії фазових переходів на  $p - t$ -діаграмі (рис. 8.3) відокремлюють одну від одної область існування різних фаз речовини. Ліворуч від лінії  $SAM$  знаходиться область твердого стану речовини. Праворуч від лінії  $SAK$  розташована область газоподібного стану. Лінії  $AM$  і  $AK$  обмежують область існування рідинної фази. Точки, що лежать безпосередньо на лініях фазових переходів, характеризують рівноважний стан двох співіснуючих фаз. У потрійній точці в рівновазі одночасно співіснують три фази речовини.

Лінія плавлення  $AM$  на  $p - t$ -діаграмі неперервно підіймається вгору в бік великих тисків. Проведені дослідження вказують на те, що крива плавлення не закінчується навіть при надвисоких тисках у десятки та сотні мегапаскалей. Лінія сублімації  $SA$  неперервно продовжується до низу в бік низьких тисків. Лінія насичення  $AK$  закінчується в точці  $K$ , яка називається критичною точкою. Параметри цієї точки характеризують особливий стан речовини, коли зникає відмінність між рідинною та газоподібною фазами. Цей стан називається критичним.

Маючи фазову діаграму можна легко визначити стан речовини. Для цього достатньо нанести на діаграму точку, координати якої відповідають відомим параметрам її стану.

При аналізі фазових рівноваг і процесів фазових переходів важливу роль відіграє так зване правило фаз Гіббса. Воно встановлює зв'язок між кількістю незалежних перемінних, що визначають стан термодинамічної системи, яка знаходиться в рівновазі (ці незалежні перемінні часто називають ступенями вільності системи), кількістю фаз і кількістю компонентів системи. У разі, коли складові системи хімічно не взаємодіють між собою, то кількість компонентів системи дорівнює кількості чистих речовин, що входять до неї.

Правило фаз формулюється так:

$$\psi = n - r + 2, \quad (8.1)$$

де  $\psi$  – кількість ступенів вільності термодинамічної системи;  $n$  – кількість компонентів системи;  $r$  – кількість фаз у системі.

Стосовно до чистої речовини (однокомпонентна система,  $n = 1$ ) правило фаз набуває такого вигляду:

$$\psi = 3 - r. \quad (8.2)$$

Звідси випливає, що для чистих речовин у однофазній системі ( $r = 1$ ) кількість ступенів вільності  $\psi = 2$ . Такими незалежними змінними можуть бути, наприклад, тиск і температура. Це означає, якщо для такої системи довільно задати, наприклад, тиск і температуру, то всі інші параметри системи (питомий об'єм, ентальпія, ентропія та т. ін.) будуть визначені однозначно. Отже, будь-які три термодинамічні величини, що визначають стан даної речовини, являють собою групу змінних, із якої дві змінні незалежні, а третя є однозначною функцією цих двох змінних.

Розглянемо систему, що являє собою чисту речовину, але має не одну, а дві фази, що знаходяться в рівновазі. Такою є система при фазових переходах. У цьому разі  $r = 2$  і система має лише один ступінь вільності, тобто незалежною змінною, яка повністю визначає рівноважний стан кожної фази системи, є один будь-який параметр. Із цього випливає, якщо відома, наприклад, температура фазового переходу, то вона однозначно визначає собою всі інші термодинамічні параметри кожної з фаз – тиск у точці переходу, питомий об'єм речовини в кожній із співіснуючих фаз, ентальпію, ентропію та т. ін.

Розглядаючи однокомпонентну трифазну систему ( $r = 3$ ), отримуємо, що кількість ступенів вільності такої системи дорівнює нулю. Відсутність у цьому випадку ступенів вільності означає, що в однокомпонентній системі три фази можуть знаходитись у рівновазі лише при цілком визначених температурі та тиску, характерних для даної конкретної речовини. Подібне співіснування фаз має місце в потрійній точці речовини. Деякі речовини в твердому стані можуть мати не одну, а декілька фаз, зокрема, для води відомі шість різновидів льоду. У цьому разі в речовині є декілька потрійних точок і ту з них, у якій речовина співіснує в трьох агрегатних станах, називають головною.

## 8.2. Водяна пара

Серед розглянутих фазових переходів особливе місце в гірничих технологічних процесах займає перехід речовини з рідинного стану в газоподібний. Такі переходи відбуваються, зокрема, у різних частинах систем кондиціонування повітря, які використовуються на глибоких шахтах, вони спостерігаються також при вентиляції шахт. Через це більш докладно розглянемо закономірності цього фазового переходу і зробимо це на прикладі води.

Як відзначалося раніше, газоподібна фаза речовини, що співіснує з рідиною або твердою, називається парою. Тому процес перетворення речовини з рідкого стану в газоподібний називається пароутворенням.



Якщо рідина частково заповнює резервуар, то з її вільної поверхні весь час при будь-якій температурі відбувається процес переходу речовини в газо-подібний стан. Це пояснюється тим, що окремі молекули рідини, що хаотично рухаються з великими швидкостями, долають сили притягання сусідніх молекул і вилітають в оточуюче середовище. Процес пароутворення, що відбувається з вільної поверхні рідини, називається випаровуванням. Інтенсивність випаровування зростає при підвищенні температури рідини.

У разі, коли рідина випаровується в необмежений простір, то вся вона може перетворитися на пару. Якщо ж випаровування відбувається в закритому резервуарі, то молекули, що вилітають із рідини, заповнюють вільний простір над нею. При цьому частина молекул, що рухаються над рідиною в цьому просторі, повертаються назад у рідину. Кількість молекул, що повертаються в рідину, буде зростати при збільшенні їх чисельності над поверхнею рідини. Через це кількість молекул, що вилітає з рідини, поступово стане дорівнювати кількості молекул, що повертаються назад. У цей момент у вільному просторі над рідиною буде знаходитися максимально можлива кількість молекул речовини і пара над рідиною матиме найбільшу густину. Зважаючи на те, що швидкість хаотичного руху молекул визначається температурою речовини, то можна зробити висновок, що максимальна кількість молекул у паровому просторі над рідиною буде залежати від її температури. Така пара, що контактує з рідиною та знаходиться з нею в термічній рівновазі, називається насиченою.

По-іншому відбувається процес пароутворення у випадку, коли над рідиною відсутній вільний простір і вона повністю заповнює резервуар. У цьому разі фазовий перехід здійснюється в кілька стадій, коли стан речовини поступово міняється. Особливості такого процесу проілюстровано на рис. 8.4, а графіки фазового переходу в координатах  $p - v$  (тиск – питомий об’єм речовини) наведені на рис. 8.5.

Припустимо, що в циліндр, у якому може вільно переміщуватися поршень, налито 1 кг води при температурі  $0^\circ \text{C}$ , яка ще не замерзла. Через поршень на рідину передається тиск  $p_1 > p_A$ , де  $p_A$  – тиск у потрійній точці. Цей стан води відображений на рис. 8.5 точкою  $S$ , яка знаходиться на перетині ізобари  $p_1$  та ізотерми потрійної точки  $t_A \approx 0^\circ \text{C}$ . Початковий питомий об’єм речовини  $v_p$ .

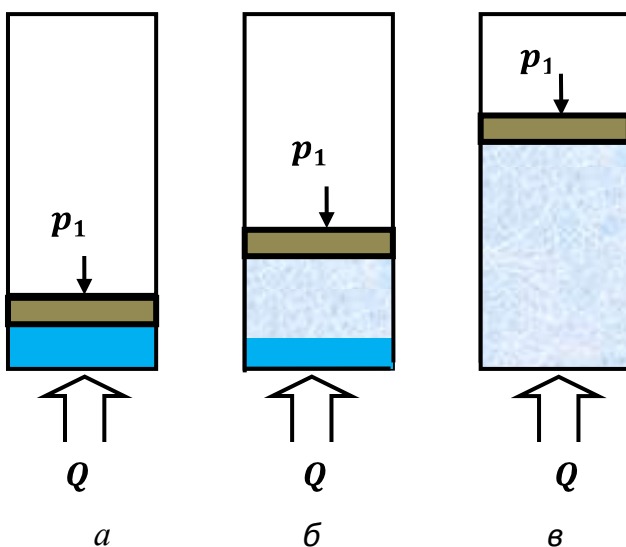


Рис. 8.4. Стадії пароутворення в рідині

Хай через стінку циліндра до води весь час надходить тепло  $Q$  від зовнішнього джерела. При нагріванні об’єм води спочатку буде зменшуватися. Це відрізняє воду від абсолютної більшості речовин,

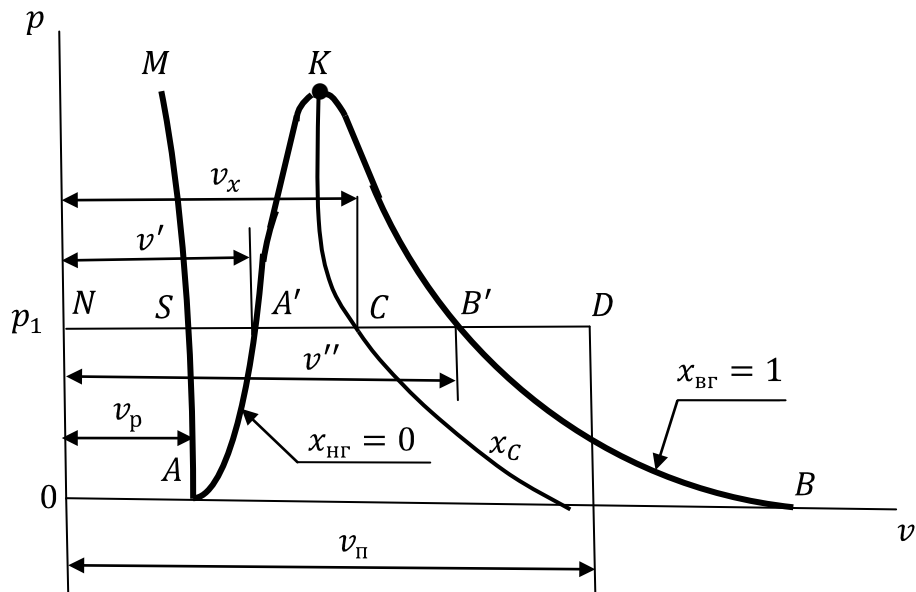


Рис. 8.5. Графічний аналіз процесу пароутворення

об'єми яких зростають при підвищенні їхньої температури. Найменший об'єм вода займатиме при температурі  $3,98^{\circ}\text{C}$  і подальший нагрів викликатиме її розширення. Найбільшого об'єму вода досягає при температурі кипіння. На рис. 8.4, *a* зображено стан системи для моменту, коли рідина вже нагріта до температури кипіння при заданому тиску, однак процес пароутворення ще не розпочався. Цьому стану на рис. 8.5 відповідає точка  $A'$  – точка кипіння або точка насичення води при тиску  $p_1$ . Питомий об'єм такої води  $v'$ . Процес нагріву води від  $0^{\circ}\text{C}$  до температури кипіння при тиску  $p_1$  відображається відрізком ізобари  $SA'$ .

Подальше підведення тепла до рідини, нагрітої до температури кипіння, не приводить до зростання її температури, а викликає початок ізобаро-ізотермічного процесу пароутворення. При цьому пара буде утворюватись одразу в усьому об'ємі рідини у вигляді парових бульбашок. Саме цим відрізняється процес пароутворення в системі, що розглядається, від випаровування. Такий фазовий перехід називається кипінням рідини. Отже, можна стверджувати, що кипіння – це процес випаровування рідини, що відбувається в усьому її об'ємі.

Густина пари набагато менша від густини рідини, тому парові бульбашки будуть підійматися догори та створювати над водою паровий простір. Через те, що питомий об'єм пари значно перевищує питомий об'єм рідини, то поява цього простору змусить поршень підійматися, а це приведе до зростання загального об'єму системи. Зважаючи на те, що маса речовини в циліндрі в процесі пароутворення не міняється, то збільшення об'єму обумовить нарощування питомого об'єму речовини вздовж ізобари. Отже, при кипінні рідини в циліндрі під поршнем буде формуватися суміш, яка складатиметься з пари та киплячої рідини, між якими існуватиме термічна рівновага. При цьому кипляча рідина буде

знаходиться не лише в нижній частині циліндра, а й у паровому просторі у вигляді дрібнодисперсних частинок. Така суміш або, іншими словами, такий двофазний стан речовини називається вологою насиченою парою. Цей стан зображений на рис. 8.4, б. На рис. 8.5 йому відповідає точка  $C$ .

Впродовж процесу пароутворення склад суміші в циліндрі буде мінятися – в ній поступово буде зростати масова частка пари та зменшуватися масова частка киплячої рідини. По завершенню процесу в циліндрі залишиться лише пара, а рідинна фаза припинить існування. Цьому стану відповідає точка  $B'$  на рис. 8.5 і він зображений на рис. 8.4, в. Стан речовини в момент завершення процесу пароутворення називається сухою насиченою парою. Із сказаного випливає, що суха насичена пара – це пара, що знаходиться в рівноважному стані з рідиною на межі розділення фаз, у складі якої відсутня рідинна фаза. Її питомий об'єм  $v''$ . Процес пароутворення води при тиску  $p_1$  відображений на рис. 8.5 відрізком прямої  $A'B'$ , яка одночасно є ізобарою та ізотермою.

У точках  $A'$  та  $B'$  речовина знаходиться в однофазному стані, який однозначно описується одним із параметрів – тиском, питомим об'ємом або температурою. Для опису станів вологої насиченої пари додатково використовують її ступінь сухості – це масова частка сухої насиченої пари у вологій. Його позначають  $x$  і розраховують так:

$$x = \frac{m_{\text{снп}}}{m_{\text{вп}}} = \frac{m_{\text{нп}}}{m_{\text{снп}} + m_{\text{кр}}}, \quad (8.3)$$

де  $m_{\text{снп}}$  – маса сухої насиченої пари у вологій;  $m_{\text{вп}}$  – маса вологої насиченої пари;  $m_{\text{кр}}$  – маса киплячої рідини у вологій насиченій парі.

Користуються також ступенем вологості насиченої пари, що являє собою масову частку киплячої рідини у вологій насиченій парі. Його позначають  $y$  і визначають за формулою

$$y = 1 - x. \quad (8.4)$$

Якщо до сухої насиченої пари продовжувати підводити тепло, то її температура та об'єм почнуть зростати і речовина перейде в стан, який називається перегрітою парою. Цьому стану відповідає точка  $D$  на рис. 8.5 і процес ізобарного перегріву пари відображається відрізком прямої  $B'D$ . Різниця між температурою перегрітої пари та температурою сухої насиченої пари називається ступенем перегріву пари.

Параметри характерних станів фазового переходу рідина – пара для всіх речовин і при різних умовах встановлені експериментально. Основні закономірності цих переходів для води такі.

При зміні тиску питомий об'єм води майже не міняється, якщо її температура залишається сталою, що пояснюється практичною нестискуваністю рідини. Це означає, що залежності об'єму рідини від тиску при  $t = \text{const}$  або, іншими словами, ізотерми речовини у координатах  $p - v$  в межах існування

рідинної фази відображаються практично вертикальними прямими. На рис. 8.5 лінія  $AM$  – це ізотерма потрійної точки. Вона є крайньою для області існування рідини – ліворуч від неї знаходиться область рівноважного існування твердої та рідинної фаз. Отже, при зміні тиску фазового переходу точка, що характеризує стан води при температурі  $t_A \approx 0^\circ$ , буде переміщуватися по лінії  $AM$ .

Температура кипіння всіх рідин при зростанні тиску збільшується. Крім того, при підвищенні температури рідина розширюється. Ці дві обставини обумовлюють те, що при підвищенні тиску фазового переходу зростає питомий об'єм киплячої рідини  $v'$  і точка її кипіння (точка  $A'$  на рис. 8.5) буде підійматися та зміщуватися праворуч у бік зростання питомого об'єму  $v$ . У разі зменшення тиску названа точка буде опускатися та зміщуватися ліворуч.

По-іншому змінюються координати точки сухої насиченої пари (точка  $B'$  на рис. 8.5). При зростанні тиску фазового переходу питомий об'єм цієї пари  $v''$  зменшується. Через це точка  $B'$  у цьому разі підіймається та зміщується ліворуч у бік зменшення питомого об'єму  $v$ . У разі зменшення тиску названа точка опускається та зміщується праворуч.

Через те, що при підвищенні тиску фазового переходу питомий об'єм киплячої рідини  $v'$  зростає, а питомий об'єм сухої насиченої пари  $v''$  зменшується, при досягненні певного тиску ці питомі об'єми стануть однаковими і точка кипіння рідини  $A'$  та точка сухої насиченої пари  $B'$  співпадуть. Стан, у якому це відбувається, називається критичним. На рис. 8.5 він відображений точкою  $K$ . Зважаючи на те, що відмінність між рідиною та парою зв'язана з різницею між їхніми питомими об'ємами, можна стверджувати, що в критичному стані властивості рідини та пари стають також однаковими.

Критичний стан є кінцевим, коли може відбуватися фазовий перехід рідина – пара, тобто можуть співіснувати кипляча рідина та насичена пара. Вище критичної точки існування двофазного стану речовини неможливе. Якщо температура речовини перевищує критичну, то вона може існувати лише у вигляді перегрітої пари і ніяким тиском її неможна перевести в рідкий стан. Усі гази є сильно перегрітими парами і чим вища температура перегріву при певному тиску, тим ближче за своїми властивостями газ до ідеального газу.

Параметри критичного стану є важливими константами для будь-якої речовини. Зокрема для води вони такі: тиск  $p_K = 22,115$  МПа; температура  $t_K = 374,12^\circ$  С; питомий об'єм  $v_K = 0,003147$  м<sup>3</sup>/кг; ентальпія  $i_K = 2095,2$  кДж/кг; ентропія  $s_K = 4,424$  кДж/(кг·К).

Мінімальний тиск, при якому можлива рівновага між рідиною та насиченою парою, – це тиск у потрійній точці речовини.

Якщо з'єднати між собою точки кипіння рідини при різних тисках, то отримаємо криву насичення рідини – це лінія  $A-A'-K$  на рис. 8.5. Ця лінія характерна не лише тим, що на ній лежать точки, що характеризують стан киплячої рідини. Вона відокремлює також область існування рідини від області існування вологої насиченої пари. Через це її називають також нижньою граничною кривою.

Якщо з'єднати між собою точки сухої насиченої пари при різних тисках, то отримаємо криву сухої насиченої пари, точки якої характеризуватимуть цей стан речовини – це лінія  $B-B'-K$  на рис. 8.5. Крім того, ця лінія відокремлює область існування вологої насиченої пари від області існування перегрітої пари. Через це її називають також верхньою граничною кривою.

Нижня та верхня граничні криві сходяться в критичній точці  $K$ .

Точки горизонталей, що лежать між граничними кривими, наприклад, точки прямої  $A'B'$ , відповідають різним станам вологої насиченої пари. Для спрощення визначення параметрів цих станів на діаграми зазвичай наносять лінії сталого ступеня сухості вологої насиченої пари  $x = \text{const}$ . На рис. 8.5 для прикладу показана ця лінія для стану  $C$  – лінія  $x_C$ . Зважаючи на те, що точки нижньої граничної кривої характеризують початковий стан кипіння рідини, в якій ще відсутня пара, можна стверджувати, що ступінь сухості для цієї лінії  $x_{\text{нг}} = 0$ . Точки верхньої граничної кривої характеризують кінцевий стан процесу пароутворення, коли рідинна фаза перестає існувати. Через це ступінь сухості для цієї лінії  $x_{\text{вг}} = 1$ .

### 8.2.1. Визначення параметрів води та пари

Термодинамічні параметри води, нагрітої до температури кипіння, та параметри сухої насиченої пари беруть із таблиць теплофізичних властивостей води та водяної пари [4]. У цих таблицях параметри, що відносяться до киплячої води, позначені одним штрихом, а параметри сухої насиченої пари – двома штрихами. Параметри наведені залежно від температури та тиску. За нульовий стан, від якого ведеться відлік ентальпії та ентропії, прийнято стан води у потрійній точці. Крім параметрів стану, в таблицях дається значення питомої теплоти пароутворення  $r$ , яка дорівнює кількості теплоти, необхідної для перетворення 1 кг води при температурі кипіння в суху насичену пару.

Оскільки стан киплячої води та сухої насиченої пари визначається лише одним параметром, то, знаючи тиск або температуру, з таблиць можна вибрати значення  $v', v'', i', i'', s', s'', r$ .

Зважаючи на те, що процес пароутворення ізобарно-ізотермічний, і враховуючи рівняння (6.14), маємо

$$r = i'' - i'. \quad (8.5)$$

Внутрішню енергію киплячої рідини розраховують за загальною формулою для ентальпії (5.2), тобто

$$i = u + pv, \quad \text{отже} \quad u' = i' - pv'. \quad (8.6)$$

Внутрішня енергія сухої насиченої пари

$$u'' = i'' - pv''. \quad (8.7)$$

Параметри вологої насиченої пари взяти з таблиць не можна. Залежно від ступеня сухості  $x$  їх визначають за правилом адитивності. Оскільки кілограм вологої пари містить  $x$  кг сухої та  $(1 - x)$  кг киплячої води, то

$$v_x = xv'' + (1 - x)v' = v' + x(v'' - v'). \quad (8.8)$$

Аналогічно

$$i_x = xi'' + (1 - x)i' = i' + x(i'' - i') = i' + xr; \quad (8.9)$$

$$s_x = xs'' + (1 - x)s' = s' + x(s'' - s'). \quad (8.10)$$

Враховуючи, що за визначенням ентропії

$$s'' - s' = \frac{r}{T}, \quad (8.11)$$

де  $T$  – абсолютна температура процесу, із виразу (8.9) маємо

$$s_x = s' + \frac{xr}{T}. \quad (8.12)$$

За заданим тиском або температурою параметри вологої насиченої пари розраховують за вищенаведеними формулами.

Однофазний стан перегрітої пари визначається двома параметрами. Тому за заданим тиском і температурою в таблиці знаходять значення  $v, i, s$ . Слід звернути увагу на те, що при визначенні параметрів стану перегрітої пари не можна користуватися рівнянням стану ідеального газу.

Крім названих таблиць, при розрахунках парових процесів широко використовують спеціальні діаграми, що побудовані за даними таблиць теплофізичних параметрів води та водяної пари. У цьому разі розрахунки набувають наочності. Найбільш поширені діаграми, які побудовані в координатах  $T-s$  та  $i-s$ .

На  $T-s$ -діаграмі (рис. 8.6) зображені нижня та верхня граничні криві, відповідно, лінії  $A-A'-K$  та  $B-B'-K$ , які сходяться в критичній точці  $K$ . Нижня гранична крива виходить із потрійної точки води  $A$ . Лінія  $AB$  на діаграмі – це ізотерма потрійної точки. На цій діаграмі ізотерми – горизонтальні прямі.

На діаграму наносять ізобари та ізохори, а в області вологої насиченої пари крім того зображують лінії сталого ступеня сухості ( $x = \text{const}$ ). Значення параметрів указують безпосередньо на відповідних лініях.

Лінії сталого ступеня сухості сходяться в критичній точці.

Ізобари в області вологої насиченої пари співпадають із ізотермами, тобто тут вони горизонтальні. а в області перегрітої пари ізобари – це увігнуті лінії, близькі до логарифмічних.

Ізохори в області перегрітої пари – це увігнуті криві, крутіші в порівнянні з

ізобарами, а в області вологої насиченої пари вони відображаються лініями подвійної кривизни – при великих ступенях сухості вони випуклі, а при низьких – увігнуті. В області вологої насиченої пари ізохори не доходять до нижньої граничної кривої. Прийнято на діаграмах ізобари зображувати суцільними лініями, а ізохори – пунктирними.

Ізоентропи в цій системі координат відображаються вертикальними прямими.

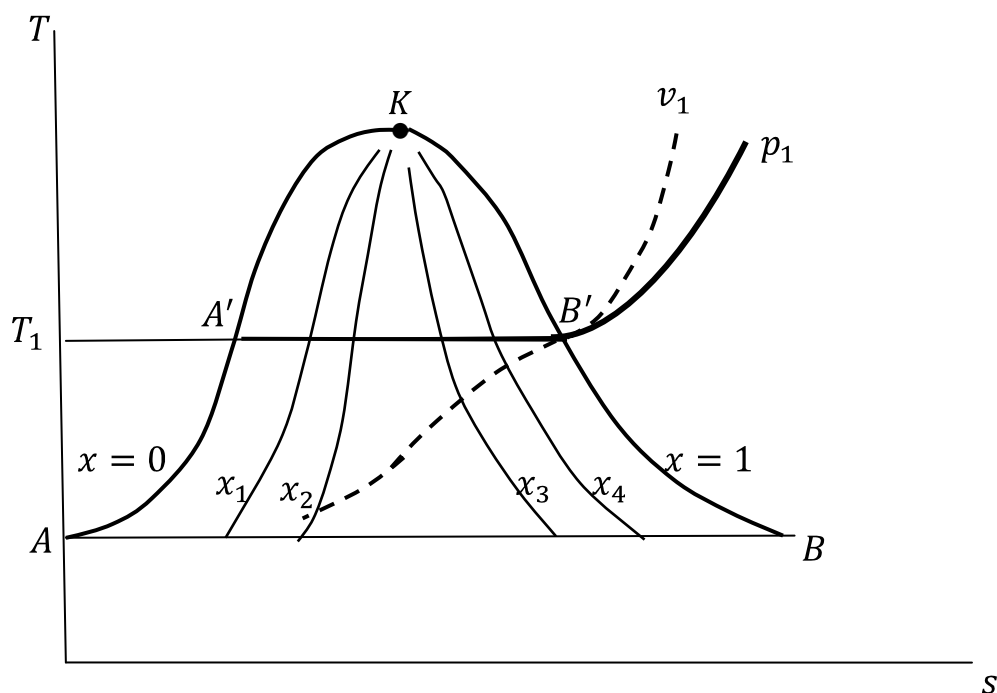


Рис. 8.6.  $T$ - $s$ -діаграма води та водяної пари

На рис. 8.6 лінія  $A'B'$  – це процес пароутворення при довільному тиску  $p_1$ . У цьому разі температура кипіння води  $T_1$ , питомий об'єм сухої насиченої пари  $v_1$ . У цій системі координат в області рідини ізобара  $p_1$  практично співпадає з нижньою граничною кривою  $x = 0$ , тому можна вважати, що процес ізобарного нагріву води від температури  $T_A = 273,16 \text{ K}$  ( $t_A \approx 0^\circ \text{ C}$ ) до температури кипіння  $T_1$  відображається відрізком  $AA'$ . Область діаграми, що знаходиться нижче ізобари потрійної точки, відображає різні стани суміші «пара – лід».

На рис. 8.7 зображено  $i$ - $s$ -діаграму води та водяної пари. За початок відліку ентропії на ній, як і на  $T$ - $s$ -діаграмі, прийняті параметри потрійної точки води. Нижня гранична крива ( $x = 0$ ) на діаграмі відображається практично прямою похилою лінією, яка виходить із потрійної точки. Стан води описується координатами точок на відповідних ізобарах. Але для води вони майже співпадають із нижньою граничною кривою, через що стан її можна визначати точками на граничній кривій. Верхня гранична крива ( $x = 1$ ) являє собою лінію подвійної кривизни. Особливістю діаграми є те, що критична точка  $K$  на ній зна-

ходиться не на вершині фігури, обмеженої граничними кривими, як це має місце на  $p-v$  та  $T-s$ -діаграмах, а ліворуч і нижче від точки з максимальною ентальпією.

Ізобари в області двофазного стану являють собою пучок прямих ліній, що віялом розходяться від нижньої граничної кривої. В області перегрітої пари ізобари – це увігнуті криві, що розходяться. При великому ступені перегріву вони наближаються до еквідистантних логарифмічних кривих.

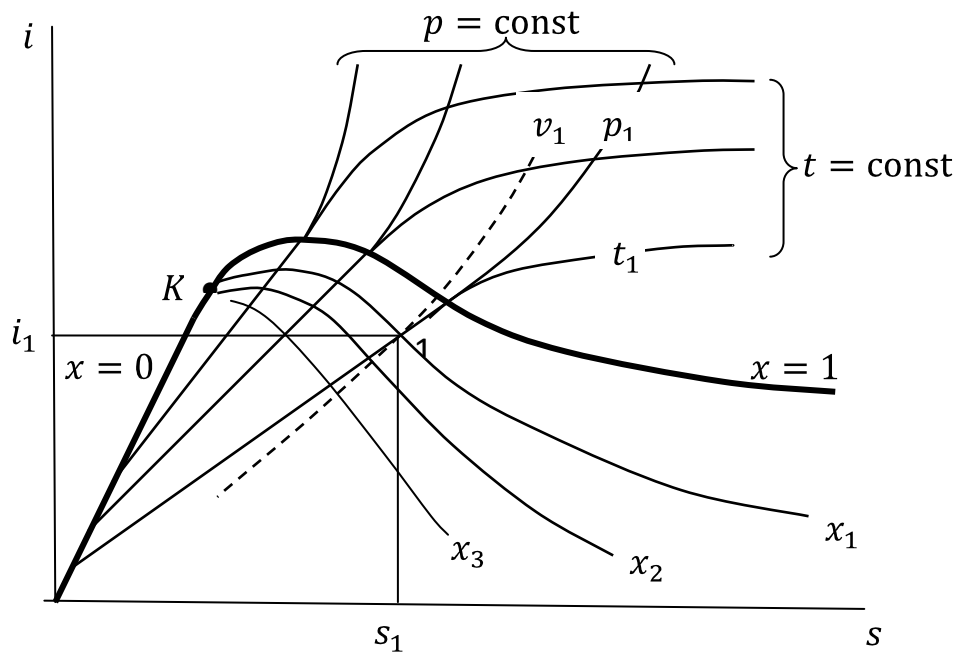


Рис. 8.7.  $i-s$ -діаграма води та водяної пари

Ізотерми в області вологої пари співпадають із ізобарами. В області перегрітої пари вони мають вигляд кривих із випуклістю догори, що спрямовані праворуч. При низьких тисках усі ізотерми перегрітої пари наближаються до горизонтальних прямих, що свідчить про наближення її властивостей у цих умовах до властивостей ідеального газу.

Ізохори являють собою плавні криві, що крутіші за ізобари (пунктирна лінія на рис. 8.7).

Ізоентальпи на цій діаграмі – горизонтальні прямі, ізоентропи – вертикальні. Усі лінії сталого ступеня сухості ( $x = \text{const}$ ) виходять із критичної точки  $K$ .

Для практичних розрахунків використовують не всю  $i-s$ -діаграму, а лише її робочу частину, яка знаходиться праворуч від критичної точки. Вона включає верхню граничну криву й області вологої та перегрітої пари. Ліву частину діаграми зазвичай не зображують через те, що на ній лінії ізобар, ізотерм, ізохор і сталого ступеня сухості розташовані дуже близько одна до одної і це робить діаграму незручною при практичному використанні.



Маючи робочу  $i-s$ -діаграму, можна отримати повну інформацію про певний стан пари. Наприклад, на рис. 8.7 стан вологої насиченої пари визначається точкою 1. Місцезнаходження точки задається двома параметрами, наприклад, тиском  $p_1$  і ступенем сухості  $x_1$ . На осях координат читаємо значення ентальпії  $i_1$  та ентропії  $s_1$ . Через точку 1 проходить ізохора  $\nu_1$ , яка визначає питомий об'єм пари. Температура  $t_1$  встановлюється за ізотермою, що проходить через точку 1 і відгалужується від ізобари  $p_1$  на верхній граничній кривій  $x = 1$  в області перегрітої пари.

Аналогічно знаходять параметри стану пари, заданого будь-якою іншою точкою, визначеною будь-якими двома параметрами, як на  $i-s$ , так і на  $T-s$ -діаграмах. Якщо визначальна точка знаходиться за межами робочої частини діаграми, то параметри стану пари встановлюють за таблицею.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що називається фазою гетерогенної термодинамічної системи?
2. Що називається фазовим переходом у термодинаміці та як він здійснюється?
3. Що називається теплотою фазового переходу?
4. Які існують фазові переходи в чистій речовині?
5. Як будують і який вигляд має типова  $p-t$ -діаграма чистої речовини?
6. Назвіть головні термодинамічні аномалії води.
7. Що називається потрійною точкою чистої речовини?
8. Назвіть лінії, що відходять від потрійної точки речовини.
9. В якій точці закінчується лінія насичення речовини?
10. Розкрийте основні закономірності фазового переходу рідина – пара.
11. Яка рідина називається насиченою?
12. Яка пара називається насиченою?
13. Що являє собою скрита теплота пароутворення?
14. Що являє собою скрита теплота конденсації?
15. Який фазовий перехід називається сублімацією та який – десублімацією? За якої умови відбуваються ці переходи?
16. Який стан речовини називається вологою насиченою парою?
17. Що являє собою ступінь сухості вологої насиченої пари?
18. Яка пара називається перегрітою?
19. Що називають ступенем перегріву пари?
20. Який вигляд має  $T-s$ -діаграма водяної пари? Які лінії на ній зображені?
21. Який вигляд має  $i-s$ -діаграми водяної пари? Які лінії на ній зображені?
22. Як визначають параметри киплячої води та сухої насиченої пари?
23. Яка лінія називається нижньою граничною кривою?
24. Яка лінія називається верхньою граничною кривою?
25. Як визначають параметри вологої насиченої пари?
26. Як визначають параметри перегрітої пари?

## 9. ВОЛОГЕ ПОВІТРЯ

### 9.1. Загальні положення

До складу атмосферного повітря в реальних умовах завжди входить деяка кількість вологи. Наявність її в повітрі впливає на перебіг термодинамічних процесів і інколи цей вплив може бути настільки суттєвим, що його неврахування призводить до серйозних похибок. На гірничих підприємствах це стосується, у першу чергу, розрахунків систем вентиляції та кондиціонування повітря, а також розрахунків пневматичного обладнання.

Велике значення для підприємств має вологе повітря при атмосферному або близькому до нього тиску в температурному інтервалі, обмеженому невеликими додатними та невеликими від'ємними температурами. При цих параметрах усі компоненти повітря – практично ідеальні гази, за виключенням води, яка близька до стану насичення, і залежно від температури суміші вона може знаходитись у паровій, рідинній або твердій фазах. Ця обставина відрізняє вологе повітря від звичайних газових сумішей і робить необхідним додаткове його вивчення.

Якщо у вологому повітрі немає крапельної вологи, то його розглядають як ідеальногазову суміш сухого повітря та водяної пари. Сухе повітря за своїми властивостями дійсно дуже близьке до ідеального газу. Але виникає питання стосовно припустимості вважати водяну пару в стані, близькому до насичення, ідеальним газом, адже раніше (глава 8) підкреслювалось, що властивості пари в цих умовах суттєво відрізняються від властивостей ідеального газу і через це не можна, зокрема, використовувати ідеальногазові залежності при розрахунках парових термодинамічних процесів. Це, на перший погляд, протиріччя пояснюється дуже низьким парціальним тиском водяної пари в складі вологого повітря – при температурах атмосферного повітря від  $0^{\circ}$  до  $50^{\circ}$  С воно становить  $0,61 \dots 12$  кПа у той самий час як нормальний атмосферний тиск близький до  $100$  кПа. Наслідком цього є те, що вміст водяної пари у вологому повітрі не перевищує, зазвичай,  $3 \dots 4$  % і тому з достатньою для технічних розрахунків точністю можна вважати вологе повітря ідеальним газом, який підпорядковується всім законам суміші ідеальних газів, хоча в ряді випадків необхідно враховувати реальні властивості водяної пари.

Термодинамічні властивості сухого повітря та водяної пари різні, тому властивості вологого повітря залежать від його кількісного складу.

### 9.2. Основні параметри вологого повітря

Відповідно до закону Дальтона абсолютний тиск вологого повітря  $p$  дорівнює сумі парціальних тисків сухого повітря  $p_{сп}$  та водяної пари  $p_{вп}$ , тобто

$$p = p_{сп} + p_{вп} \quad (9.1)$$

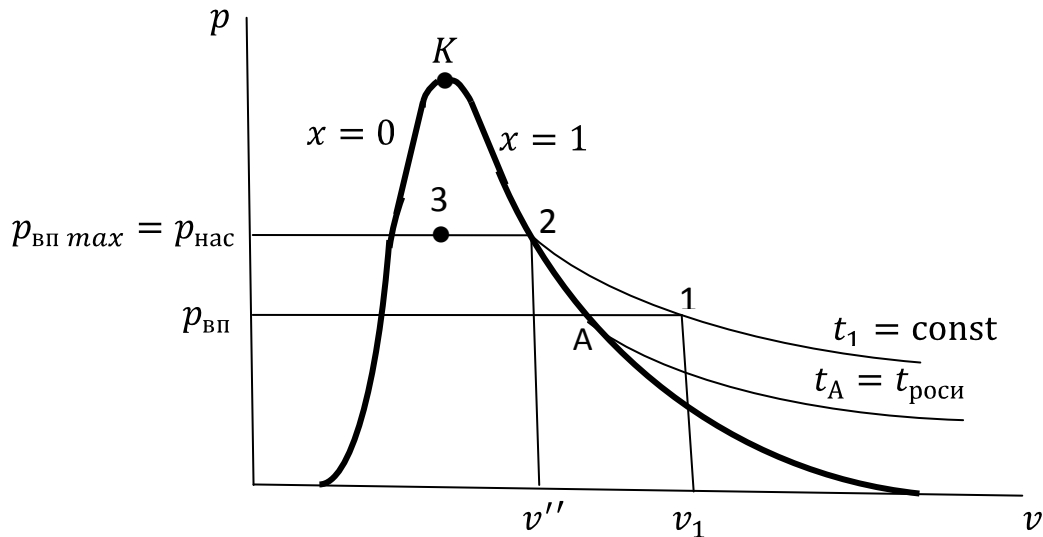


Рис. 9.1. Діаграма стану водяної пари у вологому повітрі

Чим більше водяної пари знаходиться в пароповітряній суміші, тим вищий парціальний тиск пари.

У той самий час парціальний тиск водяної пари у вологому повітрі не може перевищувати тиск насичення пари  $p_{\text{нас}}$  при даній температурі повітря, тобто максимально можливе значення парціального тиску водяної пари у вологому повітрі при певній температурі

$$p_{\text{вп max}} = p_{\text{нас}} \quad (9.2)$$

Величина максимального парціального тиску водяної пари у вологому повітрі визначається лише температурою суміші та не залежить від її тиску.

Для наочності на рис. 9.1 зображена  $p - v$ -діаграма стану водяної пари у вологому повітрі. Стан пари визначається температурою повітря  $t$  та парціальним тиском пари  $p_{\text{вп}}$ .

Водяна пара у вологому повітрі може бути перегрітою або насиченою. У першому випадку повітря ненасичене вологою і називається ненасиченим вологим повітрям. У цьому разі  $p_{\text{вп}} < p_{\text{нас}}$ . Перегрітому стану вології пари в повітрі відповідає точка 1 на рис. 9.1.

Якщо  $p_{\text{вп}} = p_{\text{нас}}$ , то в повітрі буде знаходитися насичена водяна пара. У цьому разі повітря може бути насиченим вологою, якщо водяна пара в ньому суха насичена (точка 2 на рис. 9.1). Таке повітря називається насиченим вологим повітрям. Якщо в повітрі знаходиться волога насичена пара (точка 3 на рис. 9.1), то воно перенасичене вологою та називається перенасиченим вологим повітрям – у такому повітрі крім сухої насиченої пари присутні зважені дрібнодисперсні крапельки води (водяний туман) або кристалики льоду (снігу).

Якщо ненасичене вологе повітря охолоджувати при сталому тиску, то

спочатку кількість водяної пари в ньому залишатиметься незмінною, тобто процес буде проходити при постійному парціальному тиску водяної пари. Такий процес може продовжуватися доти, доки температура повітря та пари не зменшиться до температури насичення пари при даному парціальному тиску – у цей момент пара, що знаходиться в повітрі, досягне стану насичення. Це проілюстровано на рис. 9.1, де перегріта пара з початковою температурою  $t_1$  (точка 1) в результаті ізобарного охолодження до температури  $t_A$  (точка А) переходить із перегрітого стану в насичений. При подальшому зниженні температури з повітря почне випадати волога та зменшуватися парціальний тиск пари. З цим явищем часто можна зустрітися в повсякденному житті, коли при охолодженні атмосферне повітря стає перенасиченим вологою, про що свідчить поява в ньому роси або туману. У гірничій практиці аналогічне явище можна спостерігати на початку тупикової гірничої виробки в місці з'єднання її з магістральною виробкою, в якій температура повітря дещо менша, ніж у тупиковій виробці.

Температура, при якій досягається насичення повітря вологою при певному парціальному тиску пари, називається температурою точки роси. Вона позначається  $t_{\text{роси}}$ . Це найменша температура, до якої можна охолоджувати вологе повітря без випадіння з нього конденсату.

Кількісний склад вологого повітря характеризують абсолютною вологістю  $\rho$  – це маса пари, що знаходиться в одному кубічному метрі вологого повітря, тобто це густина водяної пари, яка знаходиться в повітрі. Одиниця виміру абсолютної вологості – кг водяної пари/м<sup>3</sup>. Через те, що найбільшу густину при заданій температурі має суха насичена пара, то абсолютна вологість повітря буде максимальною у разі, коли парціальний тиск водяної пари буде дорівнювати тиску насичення. Необхідно звернути увагу на те, що абсолютна вологість вказує на вміст у повітрі лише однієї – парової фази води.

Відношення фактичної абсолютної вологості до максимально можливої при даній температурі називається відносною вологістю повітря:

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{ВП}}}{\rho_{\text{сВП}}}, \quad (9.3)$$

де  $\rho_{\text{ВП}}$  – густина водяної пари, що знаходиться у вологому повітрі, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{сВП}}$  – густина сухої насиченої пари при температурі вологого повітря, кг/м<sup>3</sup>.

Для ідеальних газів, що мають однакові температури, відношення густин може бути замінене відношенням відповідних тисків, тобто

$$\varphi = \frac{p_{\text{ВП}}}{p_{\text{нас}}}. \quad (9.4)$$

Для ненасиченого вологого повітря  $\varphi < 1$ , для насиченого –  $\varphi = 1$ . Найчастіше  $\varphi$  вказують у відсотках.

Відносна вологість повітря характеризує його потенціальну спроможність випаровувати вологу та вбирати в себе пару з оточуючого середовища при даній температурі.

Важливим параметром, що характеризує вологе повітря, є його вологовміст, який являє собою відношення маси водяної пари  $m_{вп}$  у вологому повітрі до маси сухого повітря  $m_{сп}$  в ньому. Позначають вологовміст  $d$ , вимірюють у кг пари/кг сухого повітря:

$$d = \frac{m_{вп}}{m_{сп}}. \quad (9.5)$$

Отже величина  $d$  вказує, яка маса пари знаходиться в 1 кг сухого повітря або в  $(1 + d)$  кг вологого повітря.

Слід зазначити, що поняття «вологовміст» в загалі відноситься не лише до парової, а й до рідинної та твердої фаз води. Якщо ж мова йде тільки про пару, то цю величину часто називають паровмістом.

З рівняння стану ідеального газу

$$m_{вп} = \frac{p_{вп} V}{R_{вп} T}; \quad (9.6)$$

$$m_{сп} = \frac{p_{сп} V}{R_{сп} T}, \quad (9.7)$$

де  $V$  і  $T$  – об'єм і абсолютна температура вологого повітря;  $R_{вп}$  і  $R_{сп}$  – газові сталі, відповідно, водяної пари та сухого повітря.

Підставляючи ці рівняння у вираз (9.5), маємо

$$d = \frac{R_{сп}}{R_{вп}} \cdot \frac{p_{вп}}{p_{сп}}. \quad (9.8)$$

Для водяної пари  $R_{вп} = 461,52$  Дж/(кг · К), для осередненого складу сухого повітря  $R_{сп} = 287,055$  Дж/(кг · К). З урахуванням цих значень і рівняння (9.1) отримуємо

$$d = 0,622 \frac{p_{вп}}{p_{сп}} = 0,622 \frac{p_{вп}}{p - p_{вп}}. \quad (9.9)$$

Сумісно розв'язуючи вирази (9.9) та (9.4), встановлюємо зв'язок між вологовмістом і відносною вологістю повітря:

$$\varphi = \frac{p}{p_{нас}} \cdot \frac{d}{0,622 + d}. \quad (9.10)$$

З рівняння (9.10) випливає, що при підвищенні тиску вологого повітря, якщо воно відбувається при незмінних вологовмісті та температурі (при сталій температурі  $p_{\text{нас}} = \text{const}$ ), то пропорційно зростає відносна вологість повітря.

При виконанні деяких розрахунків зручніше користуватися об'ємним вологовмістом повітря, який дорівнює масі пари, що знаходиться в  $1 \text{ м}^3$  сухого повітря при нормальних умовах.

Газову сталу вологого повітря визначають за відомими термодинамічними формулами газових сумішей, наприклад:

$$R = \frac{1}{\frac{p_{\text{вп}}}{p} \cdot \frac{1}{R_{\text{вп}}} + \frac{p_{\text{сп}}}{p} \cdot \frac{1}{R_{\text{сп}}}} \quad (9.11)$$

Використовуючи співвідношення (9.1), (9.4) і (9.10), отримуємо

$$R = \frac{R_{\text{вп}}}{1 - 0,378\varphi \frac{p_{\text{нас}}}{p}} \quad (9.12)$$

або

$$R = \frac{R_{\text{вп}}}{1 + d} (1 + 1,61d). \quad (9.13)$$

В останню формулу у разі перенасиченого вологого повітря слід підставляти значення  $d$ , яке визначається лише паровою вологою.

Питомі калорійні параметри вологого повітря відносять зазвичай до  $1 \text{ кг}$  сухого повітря або до  $(1 + d) \text{ кг}$  вологого. Це пояснюється тим, що кількість сухої частини у вологому повітрі залишається незмінною при його тепловолігній обробці. Через цю особливість питомі калорійні параметри вологого повітря позначають прописними (великими) літерами на відміну від питомих параметрів окремих речовин, що відносяться до  $1 \text{ кг}$  цієї ж речовини та позначаються малими літерами.

Важливим питанням при розрахунках процесів, що відбуваються у вологому повітрі, є визначення його ентальпії. Питома ентальпія вологого повітря – це кількість теплоти, яка міститься у вологому повітрі при заданих температурі та тиску і яка віднесена до  $1 \text{ кг}$  сухого повітря. Вона вимірюється у  $\text{кДж/кг}$  сухого повітря. Позначимо її літерою  $I$ . Використовують також позначення  $H$ .

Виходячи з того, що ентальпія суміші дорівнює сумі ентальпій її компонентів, запишемо рівняння для визначення питомої ентальпії вологого повітря для загального випадку:

$$I = i_{\text{сп}} + i_{\text{вп}}d + i_{\text{в}}d_{\text{в}} + i_{\text{л}}d_{\text{л}}, \quad (9.14)$$

де  $I$  – ентальпія вологого повітря, кДж/кг сухого повітря;  $i_{\text{сп}}, i_{\text{вп}}, i_{\text{в}}, i_{\text{л}}$  – питомі ентальпії сухого повітря, водяної пари, води та льоду, кДж/кг;  $d, d_{\text{в}}, d_{\text{л}}$  – кількість водяної пари, крапельної вологи та льоду в 1 кг сухого повітря, кг.

При розрахунку ентальпії компонентів вологого повітря роблять такі припущення.

Відлік ентальпії сухого повітря розпочинають при  $t = 0^\circ \text{C}$  та приймають його масову ізобарну теплоємність  $c_{p\text{сп}} = 1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  і такою, що є сталою. У цьому разі

$$i_{\text{сп}} = c_{p\text{сп}} t, \quad (9.15)$$

де  $t$  – температура вологого повітря,  $^\circ\text{C}$ .

При визначенні ентальпії води та водяної пари керуються тим, що калорійні параметри води приймаються такими, що дорівнюють нулю в потрійній точці, тобто при  $t_0 = 0,01^\circ \text{C}$  та  $p_0 = 611,2 \text{ Па}$ . У цьому разі, вважаючи перегріту водяну пару ідеальним газом, маємо

$$i_{\text{вп}} = r_0 + c_{p\text{вп}} t, \quad (9.16)$$

де  $r_0 = 2501 \text{ кДж}/\text{кг}$  – теплота пароутворення води при  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ ;  $c_{p\text{вп}} = 1,93 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  – масова ізобарна теплоємність перегрітої водяної пари, яку вважають сталою в інтервалі температур атмосферного повітря.

При визначенні ентальпії рідинної фази води її ізобарну теплоємність приймають сталою, тому

$$i_{\text{в}} = c_{p\text{в}} t, \quad (9.17)$$

де  $c_{p\text{в}} = 4,187 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  – ізобарна теплоємність води.

При визначенні ентальпії твердої фази води питому теплоту плавлення льоду та його ізобарну теплоємність приймають сталими. Ці величини беруться при параметрах потрійної точки води. Крім того, необхідно враховувати, що ентальпія льоду буде величиною від'ємною через те, що відлік ентальпії розпочинається при температурі  $0^\circ \text{C}$  рідинної фази води, а температура льоду завжди менша або дорівнює  $0^\circ \text{C}$ . З огляду на це, запишемо

$$i_{\text{л}} = -\lambda + c_{p\text{л}} t, \quad (9.18)$$

де  $\lambda = 335 \text{ кДж}/\text{кг}$  – питома теплота плавлення льоду при  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ ;

$c_{p\text{л}} = 2,1 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  – ізобарна теплоємність льоду при  $t_0 = 0^\circ \text{C}$ .

З урахуванням значень теплоємностей та теплоти фазових переходів рівняння (9.14) набуває такого вигляду:

$$I = c_{p\text{сп}} t + (r_0 + c_{p\text{вп}} t) d + c_{p\text{в}} t d_{\text{в}} + (-\lambda + c_{p\text{л}} t) d_{\text{л}} =$$

$$= (1,0 + 1,93d + 4,187d_B + 2,1d_L)t + 2501d - 335d_L. \quad (9.19)$$

Слід зазначити, що при зміні стану вологого повітря одночасна присутність у ньому крапельної вологи та льоду (снігу) можлива лише при температурі  $0^\circ \text{C}$ . У той самий час параметри повітря зазвичай аналізують у випадках, коли в ньому відсутні крапельна волога та лід ( $d_B = 0$ ;  $d_L = 0$ ), або за наявності лише крапельної вологи ( $d_L = 0$ ;  $d_B = d_{\text{нас}}$ ), або лише льоду ( $d_L = d_{\text{нас}}$ ;  $d_B = 0$ ). У всіх цих випадках формула (9.19) спрощується.

### 9.3. Психрометр

Для виміру вологості повітря часто використовують прилад, який називається психрометром. Він складається (рис. 9.2) з двох ртутних термометрів – сухого та так званого мокрого.

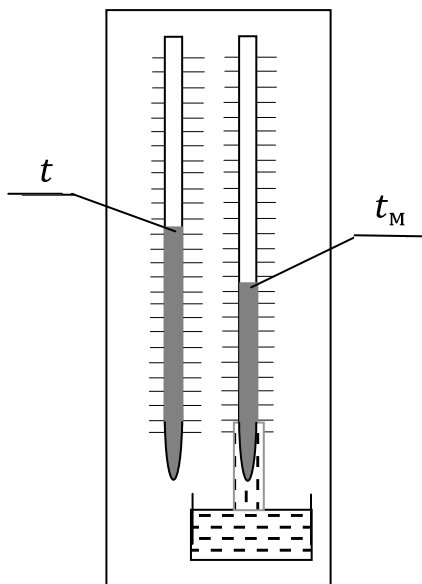


Рис. 9.2. Загальний вигляд психрометра

Мокрий термометр відрізняється від сухого тим, що його ртутний шарик обгорнутий тканиною, що змочена водою. При вимірюванні шарики термометрів обдуваються повітрям. При цьому сухий термометр буде показувати температуру вологого повітря  $t$ , а мокрий – температуру води, що знаходиться у вологій тканині, якою обгорнуто його ртутний шарик  $t_M$ .

Якщо повітря, яким обдувають термометри, ненасичене вологою, то з поверхні вологої тканини буде випаровуватися вода. Для здійснення цього процесу необхідне тепло фазового переходу, яке дорівнює теплоті пароутворення води. Основним джерелом цього тепла в даних умовах є сама вода, тобто випаровування води з поверхні тканини буде відбуватися за рахунок тепла, що відбирається від води в тканині. Наслідком цього буде зменшення температури вологої тканини.

Цим пояснюється те, що в цьому разі температура  $t_M < t$ . Причому різниця температур  $t - t_M$  буде тим більшою, чим сухіше вологе повітря, що обдуває термометри, тобто чим вищою буде інтенсивність випаровування води з поверхні тканини.

При зростанні вологості повітря різниця між температурами сухого та мокрого термометрів зменшується і вона взагалі зникає, якщо повітря насичене вологою – у цьому разі вода з поверхні тканини випаровуватися не зможе і  $t = t_M$ .

Існування залежності між різницею температур, що показують сухий та мокрий термометри, і вологістю повітря дає можливість встановлювати відносну вологість та вологовміст повітря, вимірявши ці температури. Для цього



користуються спеціальними психрометричними таблицями та діаграмами, що складені та побудовані за експериментально отриманими даними.

У той самий час раніше було відзначено, що повітря при певному парціальному тиску водяної пари досягає стану насичення при температурі точки роси. З огляду на це можна було б припустити, що температура вологої тканини при випаровуванні з неї води повинна була б зменшуватися доти, доки не зрівняється з температурою насичення води при тиску, який дорівнював би парціальному тиску пари в повітрі, що досліджується, тобто до температури точки роси цього повітря. Це дало б змогу, зокрема, встановлювати вологість повітря за температурою лише одного мокрого термометра. Але в дійсності цього не відбувається, що пояснюється надходженням тепла до вологої тканини від контактуючого з нею повітря при появі між ними різниці температур. Через це рівноважний стан, тобто стабілізація температури вологої тканини, встановлюється при температурі, дещо більшій, ніж температура точки роси повітря. Цю температуру називають температурою мокрого термометра. Вона є важливим параметром, що характеризує стан вологого повітря.

#### 9.4. $I - d$ –діаграма вологого повітря

Визначення параметрів вологого повітря суттєво спрощується при використанні його  $I - d$  –діаграми. Ця діаграма являє собою графічну залежність між основними параметрами вологого повітря  $t, \varphi, I, d, t_m$  при певному значенні атмосферного тиску. Зазвичай діаграму будують для тиску  $p = 745$  мм рт. ст. = 99,3 кПа або для  $p = 100$  кПа. Але зважаючи на те, що парціальний тиск водяної пари на кілька порядків менший, ніж тиск вологого повітря, а атмосферний тиск змінюється у вузьких межах, з достатньою для інженерних розрахунків точністю можна користуватися цими діаграмами і при інших атмосферних тисках повітря. Вперше цю діаграму запропонував проф. Л.К. Рамзін у 1918 р. Вона наведена на рис. 9.3.

По осі ординат діаграми відкладають питому ентальпію вологого повітря  $I$ , кДж /кг сухого повітря, а по осі абсцис – вологовміст  $d$ , кг /кг сухого повітря. Суттєвою відмінністю  $I - d$  –діаграми є те, що координатні осі на ній розташовані під кутом  $135^\circ$  при вертикальній осі ординат. Таке розташування осей забезпечує достатню відстань між різними лініями на діаграмі та робить її зручною при користуванні.

На діаграмі нанесені такі лінії:

сталого вологовмісту  $d = \text{const}$ ;

сталого ентальпії  $I = \text{const}$ ;

ізотерми вологого повітря  $t = \text{const}$ ;

сталого відносної вологості повітря  $\varphi = \text{const}$ ;

сталого температури мокрого термометра  $t_m = \text{const}$ .

Лінії  $d = \text{const}$  на діаграмі – це прямі вертикальні лінії.

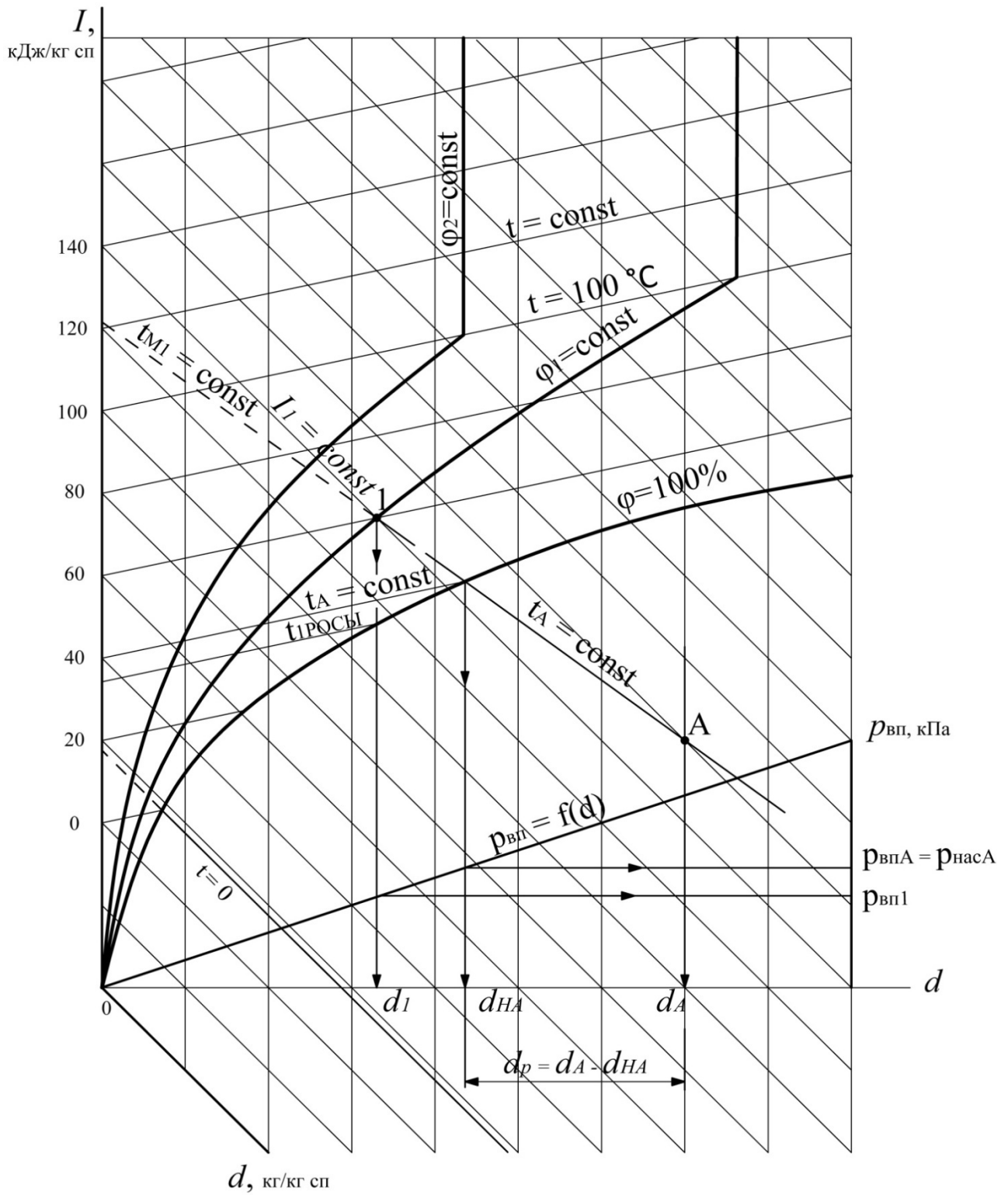


Рис. 9.3.  $I - d$  – діаграма вологого повітря

Лінії  $I = \text{const}$  являють собою прямі, що спрямовані паралельно до осі  $d$  та йдуть під кутом  $135^\circ$  до осі ординат.

Ізотерми в області ненасиченого вологого повітря відображаються похилими прямими, що близькі до паралельних, – кут їх нахилу до осі  $d$  дещо зростає при підвищенні температури. Масштаби щодо осей діаграми приймають зазвичай такими, щоб у цій області ізотерма  $0^\circ \text{C}$  була горизонтальною. Особливістю діаграми є те, що на осі ординат чисельно співпадають значення питомої ентальпії в кДж/кг сухого повітря та температури вологого повітря в  $^\circ \text{C}$ , тобто вісь ентальпії одночасно виконує роль осі температур.

Лінії сталої відносної вологості повітря  $\varphi = \text{const}$  відображаються на діаграмі плавними кривими, що підіймаються у напрямку зростання  $d$ . При цьому очевидно, що відносній вологості  $\varphi = 0$  відповідає вологовміст  $d = 0$ , тобто лінія  $\varphi = 0$  на діаграмі співпадає з віссю  $I$ . Отже, на  $I - d$  – діаграмі вісь ординат виконує три функції – вона є віссю ентальпії, віссю температур та лінією сталої відносної вологості повітря  $\varphi = 0$ .

Лінія сталої максимальної відносної вологості  $\varphi = 100\%$ , яка відповідає насиченому вологому повітрю, при зростанні  $d$  асимптотично наближається до ізотерми  $100^\circ \text{C}$ . Дійсно, при підході до цієї температури тиск насичення пари  $p_{\text{нас}}$  наближається до атмосферного тиску  $p$ , і з рівняння (9.10) випливає, що в цьому разі  $\varphi = 1$  при  $d = \infty$ . Ця лінія відокремлює область існування ненасиченого вологого повітря, яка знаходиться вище неї, від області перенасиченого вологого повітря (області туману), що знаходиться під нею.

У ненасиченому вологому повітрі лінії  $\varphi = \text{const}$ , досягнувши ізотерми  $100^\circ \text{C}$ , перетворюються у вертикальні прямі. Це є наслідком того, що при  $t = 100^\circ \text{C}$  тиск насичення водяної пари дорівнює атмосферному тиску і при подальшому зростанні температури більше він мінятися не може. Відповідно в цій області при  $\varphi = \text{const}$  залишається незмінним і вологовміст повітря  $d$ , що випливає з рівняння (9.10). Отже, лінії  $\varphi = \text{const}$  вище ізотерми  $t = 100^\circ \text{C}$  на  $I - d$  – діаграмі – це вертикальні прямі.

Пам'ятаючи, що при зниженні температури зменшується тиск насичення пари, та аналізуючи рівняння (9.10), бачимо, що і вологовміст ненасиченого вологого повітря на лінії  $\varphi = \text{const}$  в області низьких температур буде меншим, ніж вологовміст на цих самих лініях в області високих температур. Через це лінії  $\varphi = \text{const}$  при зменшенні вологовмісту повітря зміщуються в область більш низьких температур і наближаються до осі  $I$ . В області від'ємних температур лінії  $\varphi = \text{const}$  розташовані дуже близько одна до одної і майже зливаються з віссю  $I$ .

Ізотерми вологого повітря при переході з області ненасиченого в область перенасиченого повітря на лінії  $\varphi = 100\%$  зазнають зламу і зменшують кут нахилу до осі  $d$ . В області перенасиченого повітря ізотерма  $0^\circ \text{C}$  співпадає з ізоентальпою. Зважаючи на невеликий діапазон зміни температур для області

туману, можна вважати, що в цій області ізотерми при  $t > 0^\circ \text{C}$  теж близькі за своїм напрямком до ліній  $I = \text{const}$ .

Лінії сталої температури мокрого термометра  $t_m = \text{const}$  в області ненасиченого вологого повітря отримують із ізотерм  $t = \text{const}$ , розрахованих і побудованих в області перенасиченого повітря, шляхом продовження їх у область ненасиченого вологого повітря (вище лінії  $\varphi = 100\%$ ) у вигляді прямих пунктирних ліній. Це пояснюється тим, що в області перенасиченого повітря показання сухого та мокрого термометрів психрометра будуть однаковими і відповідатимуть температурі насиченого (перенасиченого) вологого повітря. Значення температур мокрого термометра або вказують безпосередньо на лініях  $t_m = \text{const}$ , або їх знаходять на шкалі температур вологого повітря як температури для точок перетину відповідних пунктирних ліній з лінією  $\varphi = 100\%$ .

Для надання повної інформації про вологе повітря на  $I - d$  —діаграму накладають прямокутну діаграму  $p_{\text{вп}} = f(d)$ , яка відображає залежність парціального тиску водяної пари у вологому повітрі від його вологовмісту. Через те, що повний тиск вологого повітря  $p$ , тобто атмосферний тиск, значно перевищує парціальний тиск водяної пари  $p_{\text{вп}}$ , то ця залежність відповідно до рівняння (9.9) являє собою практично пряму лінію. Цю діаграму розміщують у нижній частині  $I - d$  —діаграми в області перенасиченого вологого повітря. Обидві діаграми мають спільну вісь  $d$ , а вісь  $p_{\text{вп}}$  розташована на правій межі діаграми  $I - d$ .

За допомогою  $I - d$  —діаграми можна легко визначити всі параметри вологого повітря — для цього достатньо побудувати на полі діаграми точку, що відповідає його стану. Місце розташування точки встановлюють за двома будь-якими параметрами вологого повітря. Хай, наприклад, температура сухого термометра психрометра  $t_1 = 60^\circ \text{C}$ , а мокрого термометра —  $t_{m1} = 40^\circ \text{C}$  (рис. 9.3). У цьому разі стан повітря характеризує точка перетину вказаних ізотерм — точка 1. За ізолініями, які проходять через цю точку, встановлюємо, що ентальпія вологого повітря  $I_1 = 100$  кДж/кг сухого повітря, його вологовміст  $d_1$ , відносна вологість  $\varphi_1$ , температура точки роси  $t_{1\text{роси}} = 32^\circ \text{C}$  — це температура для точки перетину лінії  $d_1 = \text{const}$  з лінією насиченого повітря  $\varphi = 100\%$ . Парціальний тиск водяної пари  $p_{\text{вп1}}$  знаходимо за діаграмою  $p_{\text{вп}} = f(d)$ .

Дещо складніше встановити параметри перенасиченого вологого повітря через те, що показання сухого та мокрого термометрів в цій області однакові. Якщо, наприклад, визначальна точка А (рис. 9.3) розташована в області туману і відома температура вологого повітря  $t_A$ , то загальний вологовміст повітря у цьому стані  $d_A$  може бути визначений лише експериментально. Кількість пари в перенасиченому вологому повітрі (паровміст повітря) при сталій температурі не міняється та дорівнює максимально можливому паровмісту при даній темпе-

ратурі, тобто паровмісту насиченого вологого повітря. Для стану точки А він становить  $d_{\text{НА}}$  і відповідає точці перетину ізотерми  $t_A$  з лінією  $\varphi = 100\%$ .

Парціальний тиск водяної пари в повітрі для стану точки А дорівнює тиску насичення:  $p_{\text{впа}} = p_{\text{насА}}$  при  $t_A$  і  $\varphi = 100\%$ .

Вологовміст рідинної фази води  $d_p$  для стану точки А визначається як різниця вологовмістів:  $d_p = d_A - d_{\text{НА}}$ .

$I - d$  — діаграму використовують також при аналізі термодинамічних процесів, що відбуваються у вологому повітрі. Для цього знаходять на ній точки, що відповідають початковому та кінцевому станам повітря. З'єднавши ці точки прямою, отримують лінію процесу. Практично важливими є процеси, зв'язані з нагрівом і охолодженням вологого повітря, сушінням матеріалів за допомогою повітря та інші. Для систем вентиляції та кондиціонування повітря в шахтах важливе значення мають процеси, пов'язані з формуванням спільного повітряного потоку з окремих потоків із різними тепловолігісними параметрами при їх змішуванні.

### КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО РОЗДІЛУ

1. Що називають вологим повітрям?
2. Охарактеризуйте парціальні тиски водяної пари та сухого повітря, що входять до складу вологого повітря.
3. Що називається температурою точки роси вологого повітря?
4. Охарактеризуйте абсолютну та відносну вологості повітря.
5. Що називають вологовмістом повітря?
6. Назвіть основні параметри вологого повітря та одиниці їх виміру.
7. Що вимірюють психрометром та як він побудований? У чому полягає принцип дії психрометра?
8. Який має вигляд  $I - d$ —діаграма вологого повітря? Що за лінії на ній зображені?
9. Як визначають параметри вологого повітря за допомогою  $I - d$ —діаграми?
10. Як визначають парціальний тиск водяної пари за допомогою  $I - d$ —діаграми вологого повітря?

## ТИПОВІ ЗАДАЧІ ТЕРМОДИНАМІКИ

1. У балоні ємністю 50 л знаходиться 3 кг кисню при температурі  $57^{\circ}\text{C}$ . Визначити початковий тиск газу в балоні та показання манометра, приєднаного до балона, після зменшення температури газу до  $27^{\circ}\text{C}$ . Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  – координатах. Атмосферний тиск прийняти  $p_{\text{атм}} = 750$  мм рт. ст.
2. Визначити парціальний тиск метану в атмосфері гірничої виробки, якщо масова частка його в суміші з повітрям складає 0,02, а загальний тиск суміші становить 750 мм рт. ст.
3. За показаннями газоаналізатора об'ємна частка метану в атмосфері гірничої виробки становить 0,015. Визначити масову частку метану в повітрі і його парціальний тиск, якщо загальний тиск суміші становить 745 мм рт. ст.
4. Газова суміш такого масового складу: азот – 0,76; кисень – 0,22; метан – 0,02, що заповнює балон ємністю 20 л, має надлишковий тиск  $p_1 = 95$  кПа і температуру  $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$ . Визначити масу газу в балоні, якщо атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 1$  бар.
5. У балоні ємністю 10 л знаходиться 0,1 кг вуглекислого газу. Манометр, що приєднаний до балона, показує тиск 500 кПа. Визначити початкову температуру газу та записати показання манометра після охолодження газу до температури  $27^{\circ}\text{C}$ . Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  – координатах. Атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 745$  мм рт.ст.
6. 5 кг азоту при надлишковому тиску  $p_{1\text{ндл}} = 10$  бар і температурі  $t_1 = 250^{\circ}\text{C}$  розширяється ізотермічно до тиску  $p_2 = 500$  кПа. Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  – координатах. Атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 748$  мм рт. ст.
7. 1 кг повітря при надлишковому тиску  $p_{1\text{ндл}} = 5$  бар і температурі  $t_1 = 50^{\circ}\text{C}$  розширюється адіабатно до атмосферного тиску  $p_{\text{атм}} = 758$  мм рт. ст. Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та

ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах. Атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 750$  мм рт. ст.

8. 5 кг кисню при надлишковому тиску  $p_{1 \text{ ндл}} = 0,5$  МПа і температурі  $t_1 = 75^\circ \text{C}$  розширюється політропно до атмосферного тиску  $p_{\text{атм}} = 750$  мм рт. ст. Показник політропи  $n = 1,35$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах.
9. 5 кг повітря стискається адіабатно до тиску  $p_{2 \text{ ндл}} = 0,3$  МПа від атмосферного тиску  $p_{\text{атм}} = 750$  мм рт. ст. Початкова температура повітря  $18^\circ \text{C}$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах.
10. 1 кг метану ізобарно охолоджується до температури  $-50^\circ \text{C}$  при атмосферному тиску  $p_{\text{атм}} = 760$  мм рт. ст. Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах, якщо об'єм газу в процесі зменшився в 5 разів. Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах, якщо об'єм газу в процесі зменшився в 5 разів. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах.
11. При політропному стисканні 1 кг повітря його об'єм зменшився в 2 рази. Початковий надлишковий тиск повітря  $p_{1 \text{ ндл}} = 0,2$  МПа, початкова температура  $t_1 = 25^\circ \text{C}$ , показник політропи  $n = 1,45$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах.
12. До 5 кг повітря при атмосферному тиску  $p_{\text{атм}} = 100$  кПа було підведено 1000 кДж тепла. Початкова температура повітря  $15^\circ \text{C}$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  – та  $T - s$  –координатах.

13. 5 кг метану стискається адіабатно від атмосферного тиску  $p_{\text{атм}} = 750$  мм рт. ст. до надлишкового тиску  $p_{2 \text{ ндл}} = 0,3$  МПа. Початкова температура газу  $17^\circ \text{C}$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  - та  $T - s$  -координатах.
14. У балоні ємністю 250 л знаходиться 5 кг азоту при температурі  $67^\circ \text{C}$ . Визначити початковий тиск газу в балоні та показання манометра, приєданого до балона, після зменшення температури газу до  $27^\circ \text{C}$ . Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  - та  $T - s$  -координатах. Атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 760$  мм рт.ст.
15. 4 кг кисню при надлишковому тиску  $p_{1 \text{ ндл}} = 20$  бар і температурі  $t_1 = 250^\circ \text{C}$  розширяється ізотермічно до тиску  $p_2 = 600$  кПа. Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  - та  $T - s$  -координатах. Атмосферний тиск  $p_{\text{атм}} = 758$  мм рт. ст.
16. При політропному стисканні 1 кг повітря його об'єм зменшився в 3 рази. Початковий надлишковий тиск повітря  $p_{1 \text{ ндл}} = 0,1$  МПа, початкова температура  $t_1 = 15^\circ \text{C}$ , показник політропи  $n = 1,55$ . Визначити відсутні основні параметри в початковому та кінцевому станах. Розрахувати зміну в процесі внутрішньої енергії, ентальпії та ентропії, а також роботу та тепло процесу. Побудувати графіки процесів у  $p - V$  - та  $T - s$  -координатах.
17. Тиск водяної пари  $p = 1$  бар, температура  $t = 110^\circ \text{C}$ . Визначити стан пари та її питомий об'єм.
18. Тиск водяної пари  $p = 200$  кПа, температура  $t = 150^\circ \text{C}$ . Визначити відсутні параметри стану пари.
19. Ступінь сухості водяної вологої насиченої пари  $x = 0,8$ , тиск  $p = 1$  бар. Визначити температуру пари.
20. Температура вологого повітря  $t = 50^\circ \text{C}$ , відносна вологість  $\varphi = 60\%$ . Визначити вологовміст повітря та парціальний тиск водяної пари.



21. Температура сухого термометра психрометра  $t = 50^\circ \text{C}$ , температура мокрого термометра  $t_m = 40^\circ \text{C}$ . Визначити вологовміст повітря та парціальний тиск водяної пари.
22. Питома ентальпія вологого повітря  $I = 100 \text{ кДж/кг}$  сухого повітря, його температура  $t = 40^\circ \text{C}$ . Який стан повітря?

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кириллин, В.А. Техническая термодинамика: учеб. для вузов / В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейндлин. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 416 с.
2. Нащокин, В.В. Техническая термодинамика и теплопередача: учеб. пособие для вузов / В.В. Нащокин. – М.: Высшая школа, 1975. – 496 с.
3. Цейтлин, Ю.А. Пневматические установки шахт / Ю.А.Цейтлин, В.А.Мурзин. – М.: Недра, 1985. – 351 с.
4. Ривкин, С.Л. Теплофизические свойства воды и водяного пара: справочник / С.Л. Ривкин, А.А. Александров. – М.: Энергия, 1980. – 168 с.

Навчальне видання

**Холоменюк Михайло Васильович**  
**Самуся Володимир Ілліч**

**ТЕРМОДИНАМІКА**

Навчальний посібник

Редактор Л.О. Чуїщева

Підписано до друку 07.09.2017. Формат 30x42/4.  
Папір офсетний. Ризографія. Ум.друк.арк. 5,9.  
Обл.–вид. арк. 5,9. Тираж 50 пр. Зам №

Підготовлено до друку та видано  
в Державному вищому навчальному закладі  
«Національний гірничий університет»  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 1842 від 11.06.2004 р.

49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19