

И.К. МЛАДЕЦКИЙ, д-р техн. наук, **А.О. ЛЫСЕНКО**

(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет),

А.А. ПАВЛЕНКО

(Украина, Днепропетровский государственный химико-технологический университет)

**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРОСТКОВ
В ХАРАКТЕРИСТИКУ КРУПНОСТИ**

В обогащении вкрапленных полезных ископаемых является аксиомой утверждение, что размер вкрапления ценного компонента в руде – d_{BK} и крупность помола этой руды d для достижения высокого качества концентрата, должны быть соизмеримы. Исходя из этого, были получены зависимости числовых показателей раскрытия от крупности частиц [1-9]. Однако функций распределения сrostков получено не было. Известно, что для оценки обогатимости руд необходимо иметь функции гранулометрического и фракционного состава. Сепарация в водной среде зависит от размера частиц и разделительного признака, например плотности. В результате сепарация по разделительному признаку сопровождается сепарацией и по крупности, что приводит к изменению распределения классов крупности в продуктах деления по сравнению с распределением в исходном продукте.

Таким образом, моделируя любую сепарацию, необходимо преобразовывать две функции: распределение по качественному показателю и распределение по крупности. А для этого дополнительно должна быть задана функция связи крупности частиц с содержанием в них ценного минерала, т.е.

$$d = f(\alpha).$$

Кроме того, полностью открытая фракция может быть только среди частиц, размер которых $d \leq d_{BK}$.

Структура рудного вкрапления состоит из зерен магнетита различной формы: шарообразной, эллиптической и полосчатой. При измельчении руд получают частицы, близкие по форме к эллипсоиду и шару. Частицы другой формы практически отсутствуют. В связи с этим модель структуры рудного вкрапления можно представить как некоторую пространственную решетку, в узлах которой находятся зерна рудного минерала (рис. 1). Руду первоначально рассмотрим как двухкомпонентную систему ценного минерала и пустой породы, соотношение между которыми определяется содержанием α_M одного из них, например ценным минералом. Характер распределения ценного минерала зависит от крупности вкрапления d_{BK} . Величина α_M не оказывает влияния на d_{BK} . Если α_M увеличивается от нуля, то преобладающая фаза будет представлена породой, а рудная – вкраплением. Дальнейшее увеличение ведет к сближению зерен вкрапления и появления контактов между ними: рудная фаза стано-

Загальні питання технології збагачення

витається преобладающей, а нерудная – вкрапленной. Среднее расстояние между частицами рудного вкрапления при условии матричного строения руды (рис. 1) можно определить следующим образом. Содержание ценного минерала в куске руды

$$\alpha_u = V_{маг} / V_{кр} \quad (1)$$

где $V_{маг} = n_0 k_{\phi 1} d_{вк}^3$ – объем ценного компонента в куске руды; $V_{кр} = k_{\phi 2} d_{вк}^3$ – объем куска руды; n_0 – количество зерен вкрапления в объеме $V_{кр}$; $k_{\phi 1}$ – коэффициент формы зерен вкрапления; $d_{вк}$ – средняя крупность вкрапления рудного минерала; $k_{\phi 2}$ – коэффициент формы куска руды.

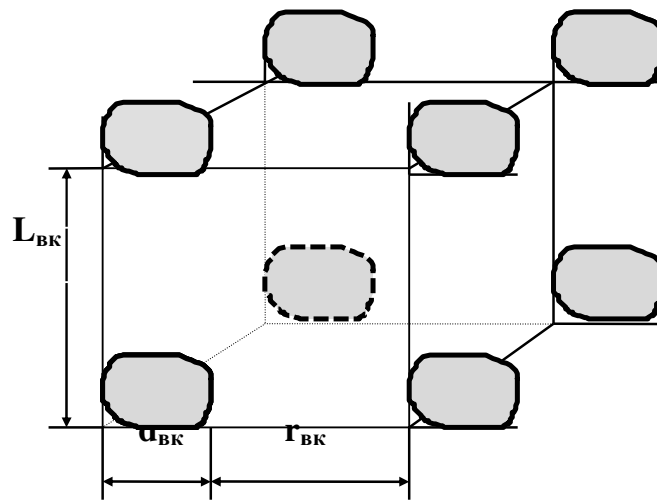


Рис. 1. Расчетная схема структуры рудного вкрапления

На основании данных рис. 1 находим

$$n_0 = \frac{k_{\phi 2} \cdot d_{кр}^3}{(d_{вк} + r_{вк})^3 \cdot k_{\phi 2}}$$

С учетом данного соотношения определяем $\alpha_u = (d_{вк} / (d_{вк} + r_{вк}))^3$, откуда среднее расстояние между двумя соседними включениями

$$r_{вк} = d_{вк} \cdot \left(\sqrt[3]{\alpha_u^{-1}} - 1 \right). \quad (2)$$

Для реальных условий необходимо вместо единицы, стоящей под корнем, ввести некоторый коэффициент k_5 . Когда зерно вкрапления имеет шарообразную форму, то $k_5 = \pi / 6$, что являются нижним предельным значением. Следо-

вательно, пределы изменения коэффициента k_5 составляют $\pi/6 \leq k_5 \leq 1$. По физическому смыслу k_5 определяет такое значение α_u , при котором ценный минерал уже нельзя считать вкрапленным. Если $\alpha_u > k_5$, рудная фаза становится непрерывной (преобладающей), а нерудная – вкрапленной. Этот коэффициент по физическому смыслу представляет собой коэффициент заполнения объема шарообразными частицами и среднее его значение составляет $k_5 = 0,65$. Величину $L_{вк} = d_{вк} + r_{вк}$ назовем элементарной длиной вкрапления. Кроме того, анализ экспериментальных данных показывает, что между крупностью частиц и содержанием в них ценного минерала существует определенная зависимость. Для ее выявления следует рассмотреть функцию распределения частиц по размерам d . Диапазон изменения d разобьем на 3 участка.

Первый участок включает весьма тонкие (мелкие) частицы. Если частица имеет размер больше зерна вкрапления или расстояния между зернами вкрапления, то она не может быть открытым зерном, так как обязательно содержит рудную и нерудную фазы. Следовательно, количество открытых рудных зерен в долях единицы определяется величиной $d_{вк}$, а нерудных – значением $r_{вк}$. Величина $L_{вк}$ является правой границей первого участка в котором находятся все виды частиц: открытые зерна и сростки. Левая граница участка – $d = 0$.

Второй участок диапазона изменения величины d состоит из сростков. С увеличением крупности измельченных частиц они включают все большее количество элементарных объемов. При достижении определенного размера $d = n_1 L_{вк}$ (n_1 – количество элементарных длин вкрапления в поперечнике частицы), частицы мало отличаются друг от друга содержанием в них ценного минерала и приближаются по свойству к монолиту.

Третий участок включает частицы крупностью $d > n_1 L_{вк}$. Они будут иметь одинаковое содержание ценного минерала, которое соответствует среднему содержанию его в исходной руде. Для определения величины n_1 необходимо установить, в каких пределах колеблется содержание ценного компонента в частицах крупности $L_{вк} < d < n_1 L_{вк}$.

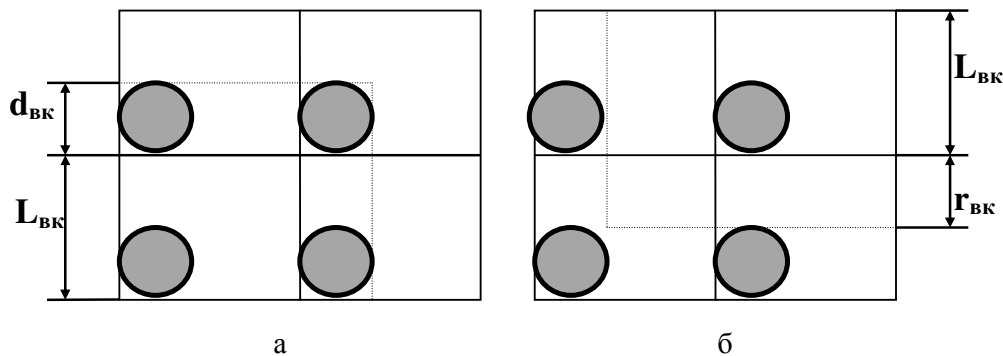


Рис. 2. Схемы формирования возможных видов сростков

Рассмотрим модель структуры рудных вкраплений (рис. 2). Когда размеры частиц лежат в пределах $L_{вк} < d < 2L_{вк}$, то содержание ценного компонента бу-

Збагачення корисних копалин, 2010. – Вип. 41(82) – 42(83)

Загальні питання технології збагачення

дет максимальным при $d = L_{вк} + d_{вк}$. В этом случае соседнее зерно вкрапления принадлежит частице с максимально возможным содержанием в ней ценного минерала (рис. 2, б) – $\alpha_{\max} = \left(\frac{2d_{вк}}{r_{вк} + 2d_{вк}} \right)^3$. Если в частице всего одно зерно, а

расстояние между зернами вкрапления двойное, то минимальное содержание ценного минерала (рис. 2, б) – $\alpha_{\min} = \left(\frac{d_{вк}}{2r_{вк} + d_{вк}} \right)^3$.

При размерах частицы $2L_{вк} < d < 3L_{вк}$ максимально возможное содержание в ней ценного минерала ($n=2$) – $\alpha_{\max} = \left(\frac{3d_{вк}}{2r_{вк} + 3d_{вк}} \right)^3$, а минимальное –

$$\alpha_{\min} = \left(\frac{2d_{вк}}{3r_{вк} + 2d_{вк}} \right)^3.$$

Обобщив полученные данные для частиц любого дискретного размера ($nL_{вк}$), определим пределы изменения содержания в них ценного минерала:

$$\left(\frac{nd_{вк}}{r_{вк} + nL_{вк}} \right)^3 \leq \alpha \leq \left(\frac{(n+1)d_{вк}}{d_{вк} + nL_{вк}} \right)^3. \quad (3)$$

Рассмотрим, каким образом распределяются частицы между фракциями.

Допустим имеем руду со вкраплением $d_{вк} = 0,4$, мм, $\alpha_{II} = 0,4$, $r_{вк} = 2d_{вк} (\sqrt[3]{0,65/\alpha_{II}} - 1) = 0,14$, мм. Расчетные параметры функций (3) приведены в табл. 1.

Таблица 1

| Показатели расчета граничных содержаний ценного минерала в сростках. | | | |
|--|-----------|-----------------|-----------------|
| d , мм | n шт | α_{\min} | α_{\max} |
| 0,54 | 1 | 0,2 | 0,61 |
| 1,08 | 2 | 0,28 | 0,54 |
| 1,62 | 3 | 0,31 | 0,53 |
| 2,16 | 4 | 0,33 | 0,5 |
| 2,7 | 5 | 0,35 | 0,46 |
| 3,78 | 7 | 0,36 | 0,45 |
| 5,4 | 10 | 0,38 | 0,43 |
| 10,8 | 20 | 0,39 | 0,42 |

Как следует из табл. 1 отличие в значениях максимального и минимального содержаний при крупности частиц $d > 10$ мм составляет около 2% и на этом основании считать, что данный размер частиц является таким, при котором все куски полезного ископаемого не отличаются по содержанию ценного минерала

от бесконечно больших. Таким образом, $n_1 = \frac{22}{L_{BK}}$. Если же размеры частиц не достигают предельных значений, тем не менее, частицы максимального размера содержат ценный минерал в количестве, равном среднему его содержанию в продукте.

Определим теперь, каким образом связаны между собой функции распределения частиц по крупности и по содержанию ценного минерала.

Предположим, что функция распределения частиц по крупности имеет вид:

| | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|------|------|-----|-----|------|------|------|----|
| $d, \text{ мм}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 | 8 | 13 | 17 | 20 |
| $F(d)$ | 0,2 | 0,52 | 0,65 | 0,8 | 0,9 | 0,93 | 0,95 | 0,97 | 1 |

Распределение частиц по сроткам выполним в соответствии с формулами [10]:

$$P_{P3} = \alpha_H \sum_{i=1}^k \left(1 - \frac{X}{X_{BK}}\right) \Delta F(X) \quad (4)$$

$$P_{H3} = (1 - \alpha_H) \sum_{i=1}^{k_1} \left(1 - \frac{X}{r_{BK}}\right) \Delta F(X), \quad r_{BK} = X_{BK} \left(\sqrt[3]{\frac{0.65}{\alpha_H}} - 1\right) \quad (5)$$

$$P_{HC} = (1 - \alpha_H) \left(\sum_{i=1}^{k_1} \frac{X}{r_{BK}} \Delta F(X) + \sum_{k_1}^{k_2} \Delta F(X) \right) \quad (6)$$

$$P_{PC} = \alpha_H \left(\sum_{i=1}^k \frac{X}{X_{BK}} \Delta F(X) + \sum_k^{k_3} \Delta F(X) \right) + \sum_{k_3}^{k_4} \Delta F(X) \quad (7)$$

Все нижеследующие величины округляются до ближайшего целого числа:

$$k = \frac{X_{BK}}{\Delta X}; \quad k_1 = \frac{r_{BK}}{\Delta X}; \quad k_2 = \frac{10L_{BK} - r_{BK}}{\Delta X}; \quad k_3 = \frac{10L_{BK} - X_{BK}}{\Delta X}; \quad k_4 = \frac{15L_{BK}}{\Delta X}; \quad L_{BK} = X_{BK} + r_{BK}.$$

Расчетная функция распределения частиц по сроткам $F(\alpha)$ имеет вид, показанный на рис. 3, т.е. представлена в виде ломаной линии, поскольку строится по трем точкам.

Как следует из приведенных выражений, распределение по качественному признаку на сротки осуществляется путем разделения по крупности. Поэтому шкалы крупности и содержания ценного минерала могут быть согласованы в соответствии с зависимостями (3) (рис. 3). Опорными точками являются размер вкрапления – d_{BK} , максимальная крупность и размер нерудной части между вкраплениями – r_{BK} . Соответствие между содержанием ценного минерала и крупностью частиц осуществляется с помощью зависимостей (3) в соответствии с правилом сопоставления шкал, на рис. 4.

Загальні питання технології збагачення

Таким образом, если по оси абсцисс рис. 3 отложить не только шкалу содержания ценного минерала α , но и соответствующие этим содержаниям значения крупностей (шкалу крупностей), то график на рис.3 будет отражать одинаковые количественные приращения как для крупности так и для содержания ценного минерала. Отличие будет заключаться в том, что содержание ценного минерала может быть нулевым и поэтому функция $F(\alpha)$ имеет разрывы первого рода, а крупность частиц не может быть нулевой, поэтому от значений аргумента, связанных со структурными параметрами: r_{BK} и d_{BK} кривая распределения изменяет свой характер: начинаясь из нуля и заканчивается в единице.

Таким образом, для получения кривой распределения частиц по крупности достаточно иметь кривую распределения по содержанию ценного минерала в частицах, затем в соответствии с рис. 4, или формулами (3) определить соответствие крупности частиц и содержания в них ценного минерала и сформировать шкалу крупности. На этой шкале обозначить значения структурных признаков полезного ископаемого и далее формально провести отрезки к кривой $F(\alpha)$ в конечные точки распределения: 0 и 1.

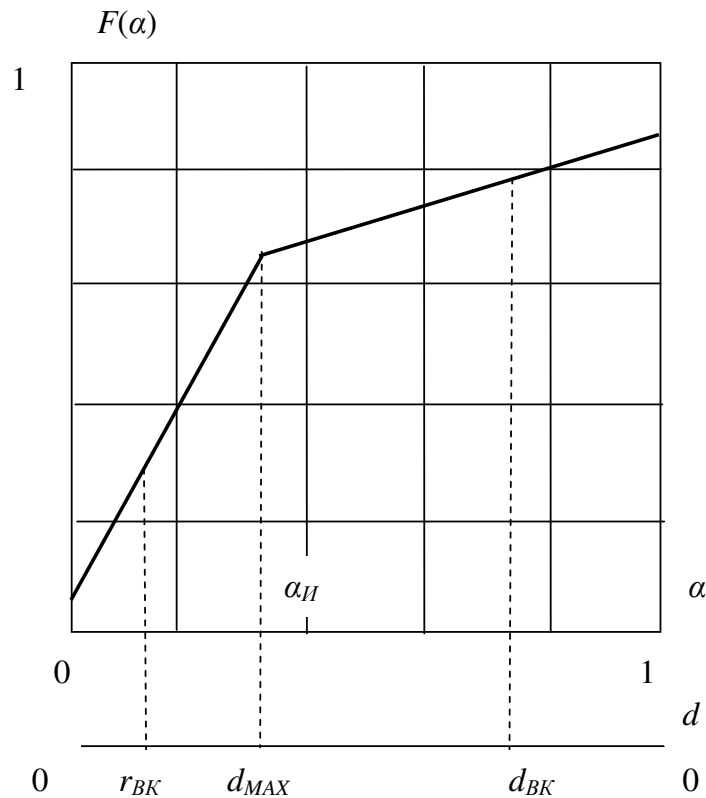


Рис. 3. Кривая распределения сростков по содержанию в них ценного минерала

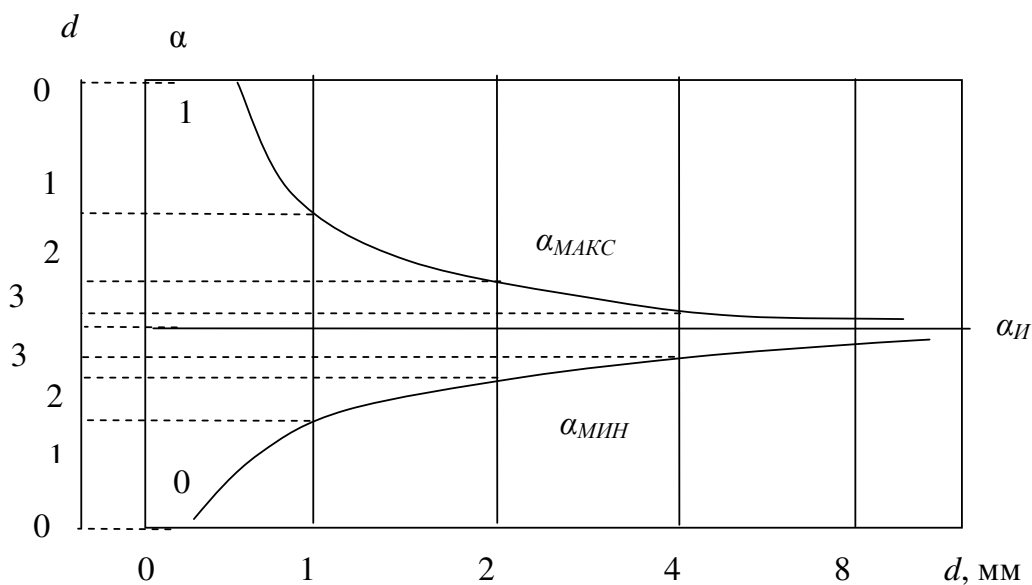


Рис. 4. Графики к постановке соответствия содержания ценного минерала в сротках с крупностью сротков

Выполним расчеты по преобразованию функции распределения сротков в функцию распределения частиц по крупности.

Предположим, что распределение частиц по крупности подчинено закону Пуассона:

$$F(d) = 1 - \exp\left(-\frac{d}{\bar{d}}\right), \text{ при этом: } \bar{d} = 0,4, \text{ мм, } d_{BK} = 0,3\text{мм, } \alpha_H = 0,35.$$

В соответствии с формулами (4)-(7) выполнены вычисления и получена зависимость $F(\alpha)$ (рис. 5)

Как следует из формул (4)-(7) количество открытой фракции пропорционально содержанию ценного минерала в продукте α_H , поэтому, чтобы получить содержание частиц, необходимо разделить количество открытой фракции (рудной и нерудной) на это содержание. В результате получаем отрезок СР (рис. 5). Точка излома на этом отрезке также пропорциональна α_H . В соответствии с функциями (3) выполняем масштабирование оси абсцисс. В результате получаем функцию распределения частиц по крупности.

Загальні питання технології збагачення

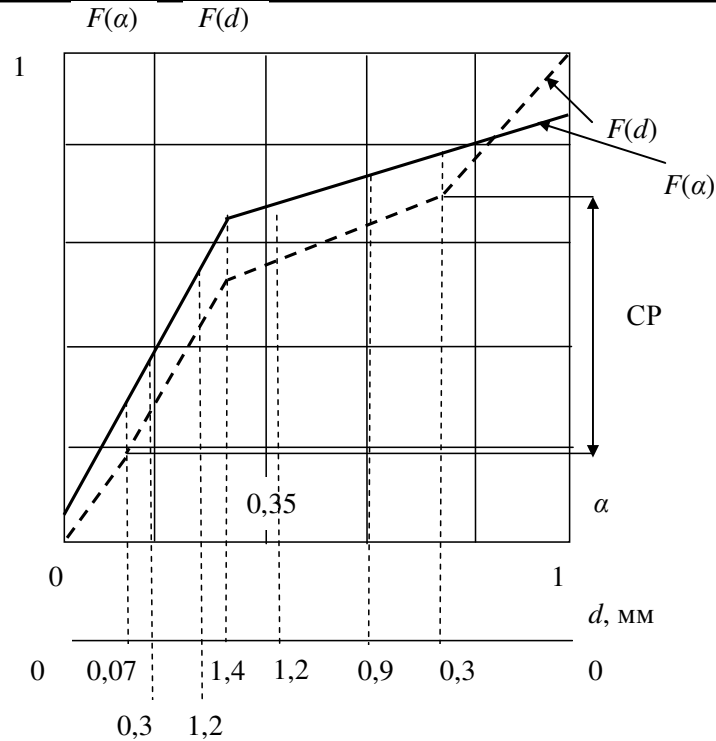


Рис. 5. Схема соответствия шкал крупности частиц и содержания в них ценного минерала для расчета

Выполним пересчет функции распределения сростков в функцию распределения по крупности в соответствии с предложенной схемой преобразования функции для исходных данных, в соответствии с которым построена функция $F(\alpha)$. Построение выполнено по результатам графического построения функции $F(d)$, представленной на рис. 5. Результаты замеров и расчетов сведены в табл. 6.

Таблица 6

| d мм | F_H Распред. в бедной фракции | ΔF_H | F_P Распред в богат. фракции | ΔF_P | Σ | $F_{\Sigma}(d)$ Расчетная функция | $F_T(d)$ Теоретическая функция |
|-----------|--|--------------|---|--------------|----------|---|--------------------------------------|
| 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,07 | 0,07 | 0,17 | 0,17 | 0,22 |
| 0,2 | 0,23 | 0,13 | 0,14 | 0,07 | 0,2 | 0,37 | 0,39 |
| 0,3 | 0,32 | 0,09 | 0,22 | 0,08 | 0,17 | 0,54 | 0,53 |
| 0,4 | 0,35 | 0,03 | 0,3 | 0,08 | 0,11 | 0,65 | 0,63 |
| 0,5 | 0,39 | 0,04 | 0,34 | 0,09 | 0,13 | 0,78 | 0,71 |
| 0,6 | 0,41 | 0,03 | 0,4 | 0,01 | 0,04 | 0,82 | 0,78 |
| 0,8 | 0,45 | 0,04 | 0,41 | 0,01 | 0,05 | 0,9 | 0,86 |
| 1,0 | 0,48 | 0,04 | 0,42 | 0,02 | 0,06 | 0,96 | 0,92 |
| 1,2 | 0,52 | 0,02 | 0,43 | 0,01 | 0,05 | 0,99 | 0,95 |
| 1,4 | 0,55 | 0,01 | 0,45 | 0,01 | 0,01 | 1,0 | 0,97 |

Сравнивая значения показателей последних двух колонок видим, что среднее расхождение между расчетными значениями и экспериментальными незначительное, а среднее квадратическое отклонение около 0,01. Полагаем, что это достаточно приемлемая погрешность преобразования для графических построений.

Загальні питання технології збагачення

Таким образом, найден алгоритм преобразования функции распределения частиц по содержанию в них ценного минерала в функцию распределения по крупности. Такая зависимость необходима при исследовании стадийной обогатительной технологии.

Список литературы

1. **Половинкина Ю.И.** Куммингтонитовые и щелочные амфиболы Кривого Рога // Минералог. сб. Львовского геолог. об-ва. – 1955. – №8. – 80 с.
2. Инженерные расчеты теории раскрытия минералов в процессе обогащения углей / **И.И. Аммосов, Б.И. Звягин, О.М. Тодес и др.** – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 76 с.
3. **Тодес О.М., Юровский А.З., Зарубин Л.С.** Основы теории раскрытия минералов // Труды МГИ, Обогащение полезных ископаемых, сб. 9. Углетехиздат. – 1952. – С. 31-39.
4. **Гершойг Ю.Г.** Вещественный состав и оценка обогатимости бедных железных руд. – М: Недра, 1968 – 200 с.
5. **Залата Л.Ф.** О характере и степени раскрытия минеральных зерен при дроблении в железистых породах Криворожского бассейна // Сб. науч. трудов Крив. НИГРИ Геология и горное дело. – 1959. – №2. – С. 38-45.
6. Новые направления глубокого обогащения тонковкрапленных железных руд. / **И.Н. Плаксин, В.И. Кармазин, Н.Ф. Олофинский и др.** – М: Наука, 1964 – 203 с.
7. **Вигель Р.Л.** Совокупная модель измельчения и раскрытия минералов // Transactions Society Mining Eng. AIME. – 1976. – V.260.
8. **Чернуха В.И., Русская Э.И.** Расчет степени раскрытия руд, представленных биминеральными системами // Изв. Вузov, Горный журнал. – 1978. – № 8. – С. 154-159.
9. **Петрак У.** Применение количественного минералогического анализа руд при обогащении // Canadian Mining and Metallurgical Bulletin. – 1976. – V.69. – №767. – P. 146-153.
10. **Младецкий И.К. Мостыка Ю.С.** Аналитическое определение раскрытия вкрапленных руд. – Днепрпетровск: Системные технологии, 1999. – 106 с.

© Младецкий И.К., Лысенко А.О., Павленко А.А., 2010

*Надійшла до редколегії 25.03.2010 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. О.Д. Полуляхом*