

Графики изменения ошибки регулирования в системе с аналоговым регулятором и ШИМ-регулятором приведен на рисунке 6.

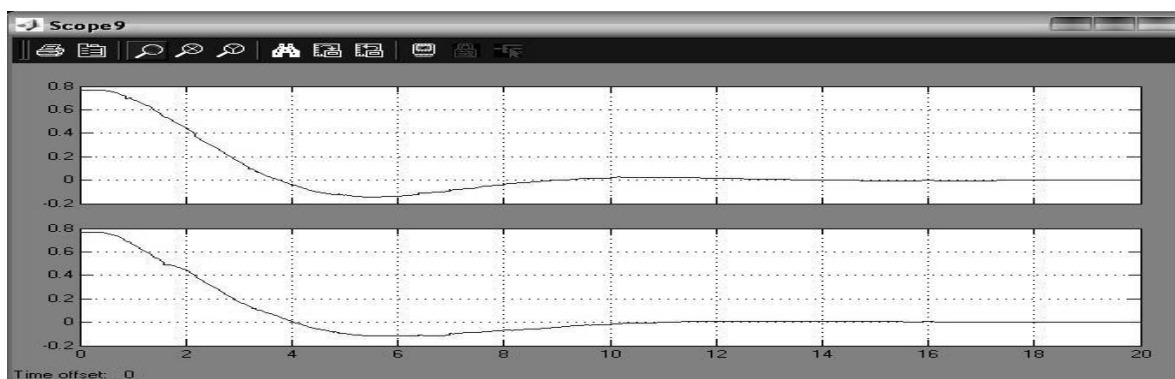


Рис. 6. Графики изменения ошибки регулирования

Принимаем достаточным такое приближение модели системы с линейным регулятором и системы с ШИМ-регулятором.

Вывод: в работе показано, что расчет настроек регулятора с широтно-импульсным модулятором в системах регулирования температуры с передаточной функцией вида  $W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} e^{-P\tau}$  можно проводить по методике расчета настроек линейного регулятора.

#### Список литературы

1. Ротач В.Я. Расчет настройки промышленных систем регулирования. М.-Л., Госэнергоиздат., 1961. 344с.
2. Глишков Г.М., Климовский М.Д. Основы теории автоматического управления металлургическими процессами. - М.: Металлургия, 1985. - 324с.
3. Глишков М.А., Глишков Г.М. Общая теория печей. — М.: Металлургия, 1978.— 264 с.
4. Г.М. Глишков, В.А. Маковский, С.Л. Лотман, М.Р. Жапировский. Проектирование систем автоматического контроля и регулирования металлургических процессов. —М.: Металлургия, 1986. — 352 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ткачовим В.В.  
Надійшла до редакції 19.05.11*

УДК 681.5.015.3

© В.Л. Соседка, Р.А. Мазур

## МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД МОМЕНТОВ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ОБЪЕКТОВ

Усовершенствован метод моментов, применяющийся для идентификации параметров линейных непрерывных объектов. В результате сняты теоретические ограничения на вид передаточной функции объекта, формализован алгоритм идентификации.

Вдосконалено метод моментів, що використовується під час ідентифікації параметрів лінійних безперервних об'єктів. В результаті знято теоретичні обмеження щодо виду передавальної функції об'єкту, формалізовано алгоритм ідентифікації.

The «moments» technique, which uses for parameters identification of continuous-time linear objects, is modified. Theoretical limitations to object transfer function form are cleared; the identification algorithm is formalized as result.

Известно несколько фундаментальных методов [1-4], применяющихся для идентификации параметров передаточных функций линейных непрерывных объектов. Из них в инженерной практике наибольшее распространение получили методы, базирующиеся на Фурье-анализе частотных характеристик и метод моментов или «площадей». Основное достоинство метода моментов – исключительная простота. В тоже время ему присущ ряд недостатков: применение для ограниченного класса объектов, трудоемкость определения параметров передаточной функции, невысокая точность.

Действительно, аппроксимирующая передаточная функция  $W_A(s)$  может быть близка к истинной передаточной функции объекта  $W_0(s)$  только в том случае, когда особые точки функции  $W_0(s)$  находятся в круге сходимости, центр которого лежит в точке  $s = 0$ , а окружность проходит через ближайшую к центру особую точку функции  $W_0(s)$ . Если особые точки искомой передаточной функции лежат вне области сходимости, то невозможно получить хорошее приближение, независимо от числа привлеченных для аппроксимации функции  $W_A(s)$  моментов. То есть точность идентификации, в этом случае, не зависит от порядка аппроксимирующей передаточной функции. Поскольку расположение особых точек искомой передаточной функции априори неизвестно, классический метод моментов гарантирует хорошую аппроксимацию для узкого класса объектов.

Использование подстраиваемой модели упростило метод площадей, повысило его точность и позволило формализовать определение неизвестных параметров [5]. В то же время применение метода [5] ограничено объектами, передаточные функции которых не имеют нулей.

Целью данной работы является формализация процедуры идентификации параметров передаточных функций линейных непрерывных одномерных объектов, путем модификации метода моментов.

Известно, что любую нормированную передаточную функцию линейного непрерывного объекта можно привести к виду

$$W_0(s) = K_0 \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s^2 + b_m s + 1}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s^2 + a_n s + 1},$$

где  $s$  - оператор Лапласа.

Как продемонстрировано на рис.1, разность между входным ступенчатым воздействием с амплитудой  $u(\infty)$  и реакцией объекта на это же входное воздействие в пространстве сигналов определяется выражением

$$R_0(s) = U(s)(1 - W_0(s)) = U(s) \left( 1 - K_0 \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s^2 + b_m s + 1}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s^2 + a_n s + 1} \right),$$

где  $U(s) = \frac{u}{s}$  и  $R_0(s)$  - соответственно изображения входного и выходного сигналов.

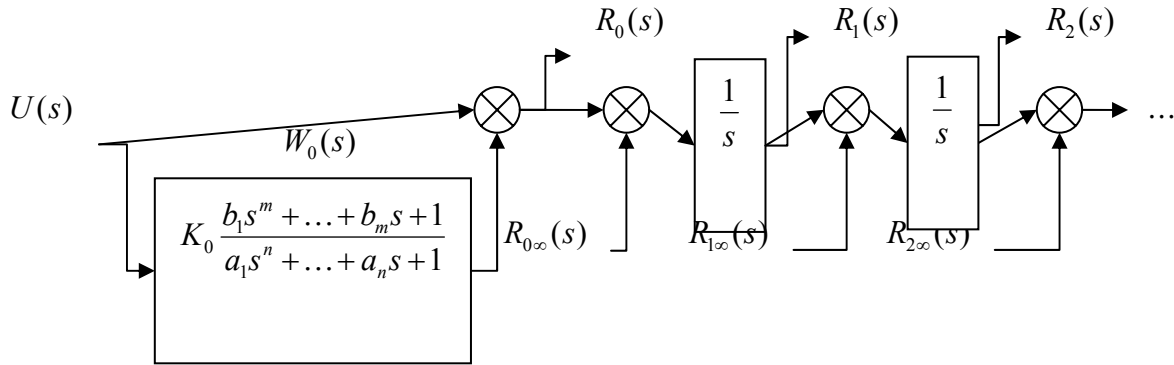


Рис.1. Структурная схема к определению моментов

Из последнего выражения, в соответствии с правилами [3] и теоремой о граничных значениях, величина разностного сигнала в установившемся режиме определяется по формуле

$$r_0(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_0(s) = u(\infty)(1 - K_0). \quad (1)$$

В свою очередь, в соответствии со структурной схемой (рис. 1), первый момент - интеграл разности изображений сигнала  $R_0(s)$  и единичного ступенчатого воздействия с амплитудой  $r_0(\infty)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} R_1(s) &= \frac{R_0(s) - R_{0\infty}(s)}{s} = U(s) \frac{K_0}{s} \left( 1 - \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s^2 + b_m s + 1}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s^2 + a_n s + 1} \right) = \\ &= U(s) K_0 \frac{a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_{n-1} s + a_n - b_1 s^{m-1} - b_2 s^{m-2} - \dots - b_{m-1} s - b_m}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s^2 + a_n s + 1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $R_{0\infty}(s) = \frac{u(\infty)}{s}(1 - K_0) = U(s)(1 - K_0)$  - изображение единичного ступенчатого воздействия с амплитудой  $r_0(\infty)$ .

Выражение (2) позволяет получить формулу, связывающую коэффициенты  $a_n$  и  $b_m$  с первым моментом - установившимся значением сигнала на выходе первого интегратора

$$r_1(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_1(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_0(s) - R_{0\infty}(s)}{s} = u(\infty) K_0 (a_n - b_m). \quad (3)$$

Для того чтобы найти второй момент необходимо определить интеграл разности изображений сигнала  $R_1(s)$  (выход первого интегратора) и единичного ступенчатого воздействия с амплитудой  $r_1(\infty)$ . Второй момент - установившееся значение на выходе второго интегратора, в свою очередь, алгебраически связан с коэффициентами передаточной функции объекта  $a_n$ ,  $a_{n-1}$ ,  $b_m$  и  $b_{m-1}$

$$r_2(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_2(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_1(s) - R_{1\infty}(s)}{s} = u(\infty)K_0(-a_n^2 + a_{n-1} + a_n b_m - b_{m-1}). \quad (4)$$

Третий момент, в свою очередь, определяется интегралом разности изображений сигнала  $R_2(s)$  (выход второго интегратора) и единичного ступенчатого воздействия с амплитудой  $r_2(\infty)$ . Как следует из (4), третий момент алгебраически связан с параметрами передаточной функции  $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, b_m, b_{m-1}$  и  $b_{m-2}$

$$r_3(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_3(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_2(s) - R_{2\infty}(s)}{s} = u(\infty)K_0 f(a_n \dots a_{n-2}, b_m \dots b_{m-2}).$$

Несложно установить, что каждый последующий момент есть площадь, ограниченная сигналами предыдущего момента (выход предыдущего интегратора) и его же установившимся значением, а значение момента алгебраически связано с параметрами передаточной функции объекта

$$r_i(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR_i(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R_{i-1}(s) - R_{i-1\infty}(s)}{s} = u(\infty)K_0 f(a_n \dots a_{n-i+1}, b_m \dots b_{m-i+1}).$$

Очевидно, что структурная схема для определения моментов, как показано на рис.1, должна состоять из последовательно включенных интеграторов, количество которых равно количеству неизвестных параметров передаточной функции объекта. Причем, на вход каждого последующего интегратора подается сигнал с выхода предыдущего интегратора, уменьшенный на величину его же установившегося значения.

Проиллюстрируем предлагаемый метод на примере идентификации параметров передаточной функции объекта 1-го порядка вида

$$W_{01}(s) = \frac{K_0}{a_1 s + 1}.$$

Структурная схема для определения моментов такого объекта представлена на рис.2. В соответствии с предлагаемым методом структурная схема содержит один интегратор.

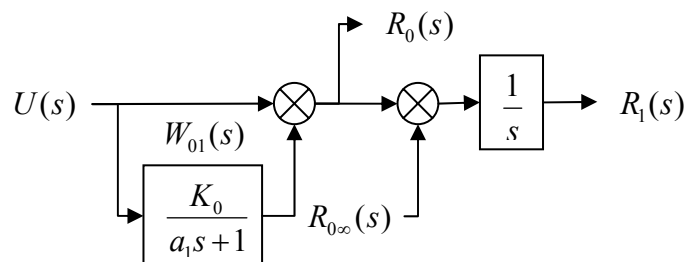


Рис.2. Структурная схема к определению моментов объекта 1-го порядка

Изображение момента  $R_0(s)$  в пространстве сигналов

$$R_0(s) = U(s) \left( 1 - \frac{K_0}{a_1 s + 1} \right) = U(s) \frac{a_1 s + 1 - K_0}{a_1 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_0(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_0(\infty) = u(\infty)(1 - K_0). \quad (5)$$

Изображение момента  $R_1(s)$  в пространстве сигналов, в соответствии с (3)

$$R_1(s) = \frac{R_0(s) - R_{0\infty}(s)}{s} = \frac{U(s)}{s} \left( \frac{a_1 s + 1 - K_0}{a_1 s + 1} - (1 - K_0) \right) = U(s) K_0 \frac{a_1}{a_1 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_1(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_1(\infty) = u(\infty) K_0 a_1. \quad (6)$$

Из выражений (6, 7) получаем коэффициент усиления объекта  $K_0 = 1 - \frac{r_0(\infty)}{u(\infty)}$  и

неизвестный коэффициент  $a_1 = \frac{r_1(\infty)}{u(\infty) K_0}$ .

То есть, для определения неизвестных параметров объекта 1-го порядка необходимо подать на его вход ступенчатое воздействие с произвольной амплитудой, снять переходную характеристику и обработать ее в соответствии с приведенной на рис.2 структурной схемой.

Далее продемонстрируем применение предлагаемого метода на примере идентификации параметров объекта 2-го порядка с передаточной функцией

$$W_{02}(s) = K_0 \frac{b_1 s + 1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1}.$$

Структурная схема для определения моментов такого объекта представлена на рис.3. В соответствии с предлагаемым методом структурная схема должна содержать три интегратора – по количеству неизвестных параметров  $a_1$ ,  $a_2$  и  $b_1$ .

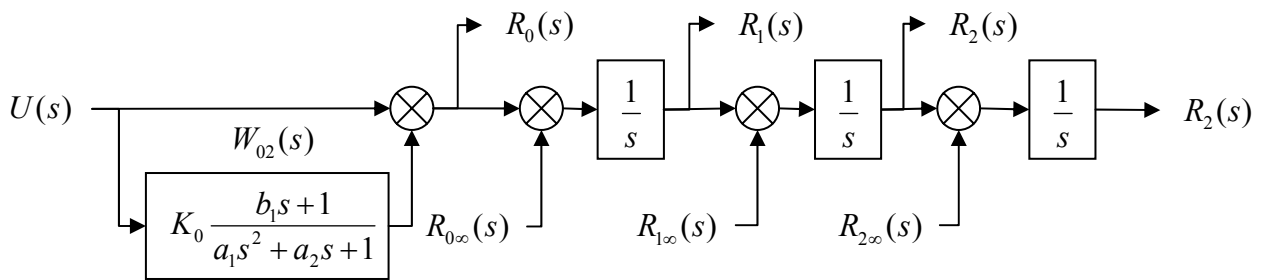


Рис.3. Структурная схема к определению моментов объекта 2-го порядка

Изображение момента  $R_0(s)$  в пространстве сигналов

$$R_0(s) = U(s) \left( 1 - K_0 \frac{b_1 s + 1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1} \right) = U(s) \frac{a_1 s^2 + a_2 s - K_0 b_1 s + 1 - K_0}{a_1 s^2 + a_2 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_0(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_0(\infty) = u(\infty)(1 - K_0). \quad (7)$$

Изображение момента  $R_1(s)$  в пространстве сигналов

$$R_1(s) = \frac{R_0(s) - R_{0\infty}(s)}{s} = \frac{U(s)}{s} \left( \frac{a_1 s^2 + a_2 s - K_0 b_1 s + 1 - K_0}{a_1 s^2 + a_2 s + 1} - (1 - K_0) \right) =$$

$$= U(s) K_0 \frac{a_1 s + a_2 - b_1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_1(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_1(\infty) = u(\infty) K_0 (a_2 - b_1). \quad (8)$$

Изображение момента  $R_2(s)$  в пространстве сигналов

$$R_2(s) = \frac{R_1(s) - R_{1\infty}(s)}{s} = \frac{U(s) K_0}{s} \left( \frac{a_1 s + a_2 - b_1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1} - (a_2 - b_1) \right) =$$

$$= U(s) K_0 \frac{a_1 (b_1 - a_2) s + a_1 - a_2^2 + a_2 b_1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_2(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_2(\infty) = u(\infty) K_0 (a_1 - a_2^2 + a_2 b_1). \quad (9)$$

Изображение момента  $R_3(s)$  в пространстве сигналов

$$R_3(s) = \frac{R_2(s) - R_{2\infty}(s)}{s} = \frac{U(s) K_0}{s} \left( \frac{a_1 (b_1 - a_2) s + a_1 - a_2^2 + a_2 b_1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1} - (a_1 - a_2^2 + a_2 b_1) \right) =$$

$$= U(s) K_0 \frac{a_1 (-a_1 + a_2^2 - a_2 b_1) s + a_1 b_1 - 2a_1 a_2 + a_2^3 - a_2^2 b_1}{a_1 s^2 + a_2 s + 1},$$

откуда значение момента  $r_3(\infty)$  в установившемся режиме

$$r_3(\infty) = u(\infty) K_0 (a_1 b_1 - 2a_1 a_2 + a_2^3 - a_2^2 b_1). \quad (10)$$

Искомые параметры передаточной функции получаем в результате решения системы алгебраических уравнений (7-10)

$$\begin{cases} K_0 = 1 - \frac{r_0(\infty)}{u(\infty)}; \\ a_1 = \frac{r_2(\infty)^2 - r_1(\infty)r_3(\infty)}{r_1(\infty)^2 - u(\infty)K_0 r_2(\infty)}; \\ a_2 = \frac{r_1(\infty)r_2(\infty) - u(\infty)K_0 r_3(\infty)}{r_1(\infty)^2 - u(\infty)K_0 r_2(\infty)}; \\ b_1 = \frac{-r_1(\infty)^3 / (u(\infty)K_0) + 2r_1(\infty)r_2(\infty) - u(\infty)K_0 r_3(\infty)}{r_1(\infty)^2 - u(\infty)K_0 r_2(\infty)}. \end{cases}$$

Отметим, что в классическом варианте моменты - это коэффициенты разложения в ряд Тейлора функции  $W_0(s)$ . То есть, в последнем примере следовало бы определить три члена разложения: свободный член и коэффициенты при первой и второй производных. В предлагаемом же методе дифференцирование заменяется последовательным интегрированием. Это позволяет каждый раз оп-

ределять только свободный член ряда Тейлора, что упрощает алгоритм и повышает точность идентификации параметров.

На основе предлагаемого метода разработан рекуррентный алгоритм и реализованы имитационные модели для идентификации параметров передаточных функций различных объектов. Результаты моделирования подтвердили корректность теоретических положений предлагаемого метода.

Таким образом, поскольку предлагаемый модифицированный метод моментов достаточно просто формализуется, в нем сняты ограничения на вид передаточной функции объекта, он может быть применен для экспериментальной идентификации параметров передаточных функций реальных промышленных объектов.

#### Список литературы

1. Дейч, А.М. Методы идентификации динамических объектов [Текст] / А.М. Дейч – М.: Энергия. – 1979. – 240 с.
2. Балакирев В.С. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов [Текст] / В.С. Балакирев, Е.Г. Дудников и др. – М.: Энергия. - 1967. -232 с.
3. Гроп, Д. Методы идентификации систем [Текст] / Д. Гроп. – М.: Мир. – 1979. – 302 с.
4. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: пер. с англ. [Текст] / Л. Льюнг. – М.: Наука. – 1991. – 432 с.
5. Соседка, В.Л. Определение коэффициентов дифференциальных уравнений объектов с использованием модели [Текст] / В.Л. Соседка, Р.А. Мазур // Гірничя електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. Зб. – 2006. – Вип. 76. – С. 92-99.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ткачовим В.В.  
Надійшла до редакції 19.05.11*

УДК 004.942

© А.І. Купін, І.О. Музика

## **СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ЗАПІЗНЮВАННЯ У ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ ГІРНИЧОГО ВИРОБНИЦТВА**

У статті розглядаються питання ідентифікації параметрів запізнювання у технологічних процесах в умовах гірничого виробництва. Показана можливість визначення цих параметрів за допомогою кореляційного аналізу.

В статті розглядаються питання ідентифікації параметрів запізнення в технологічних процесах в умовах гірничого виробництва. Показана можливість визначення цих параметрів з допомогою кореляційного аналізу.

Questions of delay parameters identification of technological processes in the conditions of mining manufacture are considered in the article. Possibility of these parameters determination by correlation analysis is presented.

Сучасний рівень розвитку автоматизації виробництва характеризується підвищенням складності технологічних процесів (ТП), яке пов'язане з ускладненням існуючих завдань керування за рахунок нестационарних та нелінійних