УДК 681.518.54

© Л.И. Мещеряков, Н.А. Дудля, В.А. Бородай,
Д.В. Хархардина, Ясир Юсеф Хусейн Аль Хатиб

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА ЛОКАЛЬНО УСТОЙЧИВЫЕ СОСТОЯНИЯ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ

Представлены результаты исследования устойчивости конструкций различных типов барабанных мельниц мокрого самоизмельчения к разрушению вследствие нарушения локально устойчивого состояния.

Представлені результати дослідження стійкості конструкцій різних типів барабанних млинів мокрого самоподрібнення до руйнування унаслідок порушення локально стійкого стану.

Results are presented of research of stability of constructions of different types of drum mills of the wet samoizmelcheniya shallow to destruction because of violation locally of stable state.

**Постановка проблемы.** Барабанные мельницы (БМ), как крупногабаритные технические конструкции, с позиций теории катастроф могут быть описаны с помощью потенциальной функции, минимальное значение которой определяет локально устойчивое состояние конструкции. При этом состояние БМ описывается положением точки в некотором пространстве состояний конструкции. С увеличением нагрузки на конструкцию БМ потенциальная функция изменяется. Значительная нагрузка может привести к потере устойчивости конструкции БМ, т.е. к её разрушению вследствие нарушения локально устойчивого состояния, которое является для данной системы расчётным. Методы теории катастроф позволяют определить чувствительность БМ как к несовершенству ее конструкции, так и к динамическому воздействию и соответственно к равновесию, устойчивости и потере устойчивости, а также к возможным формам разрушения. Ввиду того, что между элементами БМ существует сильная связь, то последнее обстоятельство имеет важное практическое значение, так как свидетельствует о том, что в оптимизируемых системах БМ, составленных из нескольких конструкционных элементов, могут проявляться неожиданные формы разрушения с жесткой чувствительностью к несовершенству.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Конструкции БМ собираются из большого числа отдельных элементов. Поэтому анализ процесса разрушения, проводился методами теории бифуркации. Используемые при этом стандартные алгоритмы вычисления универсального возмущения обеспечивают систематизированный подход к изучению оптимизируемых систем БМ, спектра форм их разрушения и типа чувствительности таких систем к несовершенству.

**Цель работы** – исследование устойчивости конструкций различных типов барабанных мельниц мокрого самоизмельчения, к разрушению вследствие нарушения локально устойчивого состояния.

**Результаты исследований.** Для описания свойств конструкции БМ, модели или реальной физической системы прежде всего вводились координаты состояния системы $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ или так называемые параметры порядка. Также вводилось дополнительное множество параметров $c_1, c_2, c_3, ..., c_k$ которые будут представлять нагрузку (внешние силы) на систему, дефекты, возникшие при изготовлении элементов конструкции, и дефекты, появившиеся в процессе сборки системы БМ [4].

Общая энергия ξ подобной системы БМ, есть сумма кинетической ($KE$) и потенциальной энергии ($PE$)

$$\xi = KE + PE \tag{1}$$

Кинетическую энергию допустимо представить в виде положительно определённой квадратичной формы от обобщённых скоростей, а потенциальную энергию как функцию переменных состояния и управляющих параметров:

$$KE = 1/2 M_{ij} x_i x_j \geq 0, \qquad PE = V(x; c)$$

Вначале необходимо рассмотреть системы БМ, для которых $KE = 0$ и $\xi = V$, т.е. как статические консервативные системы. В этом случае равновесные конфигурации конструкции БМ в пространстве параметров порядка определяются минимумом $\xi$ и условия равновесия, устойчивости и потери устойчивости могут быть записаны соответственно как

$$\nabla V = 0; \quad V_{ij} \square M_k^n; \quad k = 0; \quad \det V_{ij} = 0. \tag{2}$$

Такая форма записи в полной мере показывает, почему теория катастроф может быть полезным инструментом при описании равновесия, устойчивости и характера разрушения физических конструкций БМ.

Рабочие конструкции БМ обычно проектируется таким образом, чтобы были обеспечены определённые рабочие параметры. Однако подобное возможно только при условии использования совершенных материалов и при участии профессиональных исполнителей. Чаще созданная система БМ не полностью соответствует проектируемым параметрам. Поэтому ничего нельзя сказать заранее о степени нарушения такого соответствия, но можно представить чувствительность формируемой конструкции к дефектам, которые могут быть в ней обнаружены. Для этого необходимо потенциальную функцию $V(x; c)$, описывающую состояние идеальной системы БМ, разложить в ряд вблизи проектируемого состояния равновесия, устойчивого при малых внешних нагрузках:

$$V(x; F) = 1/2 \cdot V_{ij}(F) x_i x_j + \textit{члены} \cdot \textit{более} \cdot \textit{высокой} \cdot \textit{степени} \tag{3}$$

Постоянный член не имеет существенного значения и может быть опущен. Линейный член отсутствует в силу выполнения в точке $x = 0$ условия $\partial V / \partial x_i = 0$, и ряд Тейлора будет начинаться с квадратичных членов. Коэффициенты ряда Тейлора являются функциями управляющих параметров. При отсутствии дефектов управляющими параметрами являются только внешние силы $F$, действующие на конструкцию. При возрастании нагрузки от нуля до тех пор, пока матрица $V_{ij}$ остаётся положительно определённой, проектируемое устойчивое состояние равновесия БМ остаётся локально устойчивым. Условие

$$\det V_{ij}(F) = 0 \tag{4}$$
определяет критическую нагрузку $F = F_p$ которую идеальная (совершенная) система БМ уже не выдержит. Потенциальная функция $V(x;F)$ может быть использована для моделирования всех несовершенств, возникающих в системе БМ из-за некачественной сборки и использования нестандартных материалов. Аналогично может быть изучена потенциальная функция $V(x;F,\varepsilon)$, описывающая несовершенную систему БМ. Критическая нагрузка $F_c$, которую не выдерживает несовершенная система, определяется как
$$\det V_{ij}(F,\varepsilon) = 0\,. \tag{5}$$
Очевидно, что несовершенная система имеет меньшую несущую способность $\left(F_c \le F_p\right)$, чем совершенная. Теория катастроф позволяет представить снижение несущей способности конструкции в количественном виде. Для модели, рассмотренной ниже, имеем
$$F_c = F_p - k\left|\varepsilon\right|^p\,. \tag{6}$$
где $k$ – положительная постоянная, $p$ – положительная рациональная дробь, а $\varepsilon$ – параметр несовершенства. Чувствительность к несовершенству при разных значениях показателя $p$ такое – чем меньше $p$, тем выше чувствительность к несовершенству [1, 2, 3, 4].

Причиной снижения несущей способности конструкции БМ могут быть соответствующие динамические нагрузки. Чувствительность к несовершенству конструкции БМ, находящейся под нагрузкой, можно определить следующим образом. Критические точки $x^{(0)}$, $x^{(1)}$, … потенциальной функции $V$ при любой нагрузке $F$ определяются из уравнения $\nabla V = 0$. В каждой критической точке находятся критические значения $V^{(i)} = V\left(x^{(i)};F,\varepsilon\right)$. Если $x^{(0)}$ – локально устойчивое состояние равновесия, а $x^{(l)}$ – наименьшее ближайшее морсовское 1-седло, то динамическая чувствительность к несовершенству определяется формулой
$$\Delta E = V^{(l)} - V^{(0)}\,. \tag{7}$$

Физически это означает, что система остаётся в локально устойчивом состоянии $x^{(0)}$ при нулевых или малых колебаниях $\left(V^{(0)} + \Delta E < V^{(l)}\right)$ до тех пор, пока кинетическая энергия, вносимая в систему извне, не станет настолько большой, что система сможет «перескочить» через потенциальный барьер $V^{(l)} - V^{(0)}$ в некоторую другую равновесную конфигурацию. Значения динамической чувствительности к несовершенству, получаемые из формулы (7), имеют при $\varepsilon \to \Delta E$ вид

$$y(x) = a_l^0 \sin(\pi x / l)\,. \qquad (8)$$

Для рассматриваемой модели БМ динамическая чувствительность к несовершенству более существенна, чем статическая. Так, если нижнюю поверхность барабана БМ принять за пологою арку с отрицательным значением, то равновесная форма такой арки при отсутствии нагружающих сил и начальных дефектов определяется как состояние или форма арки под нагрузкой, и соответственно может быть аналитически определена с помощью анализа ряда Фурье. Вычисления могут быть выполнены в бесконечномерном пространстве состояний, в котором переменными состояния являются коэффициенты ряда Фурье $a_j$. В случае прощелкивания пологой арки бесконечномерное пространство состояний заменяется конечномерным пространством. Для этого достаточно ограничиться двумя первыми коэффициентами Фурье. Эти два коэффициента не являются независимыми и связаны условием постоянства длины арки.

Математически разрушающаяся арка описывается с помощью катастрофы двойной сборки. Первоначально имеются два неустойчивых состояния равновесия с $a_2 \neq 0$ вблизи устойчивого состояния равновесия $a_2 = 0$. Эти два неустойчивых состояния равновесия соответствуют положениям «прощелкивания». При возрастании нагрузки $F$ прощёлкивание арки наблюдается при меньших значениях $|a_2|$. При приближении к критической нагрузке прощелкивание может иметь место уже при $|a_2| \to 0$, и небольшое возмущение может оказаться причиной разрушения арки.

Физически прощёлкивание происходит следующим образом. Вертикальная сила, приложенная к центру арки, стремится сместить её центр вниз. Для того, чтобы центр тяжести арки сместился вниз, необходимо добавить к её форме высшие гармоники, что возможно только при увеличении энергии прогиба. Иными словами, смещение центра тяжести может произойти только тогда, когда приращение энергии за счёт работы, описываемой выражением $\left[ F\,(a_1^0 - a_1) \right]$, превысит приращение энергии деформации арки. При этом, как только арка начнёт двигаться вниз, ничто не может удержать её от прощёлкивания за неустойчивое положение в опрокинутое. Следовательно, можно считать, что совершенная арка разрушается вследствие превышения критической нагрузки $F_p$.

Несовершенства пологой арки могут быть обусловлены неоднородностью конструктивных материалов, перемещением точки нагружения и рядом других причин. Наиболее общий вид деформации ростка катастрофы сборки $\pm x^4$ таков: $1/2\varepsilon_2 x^2 + \varepsilon_1 x$, следовательно, потенциальная функция, описывающая состояние или форму несовершенной пологой арки, имеет вид:

$$V_i(x; F, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = \varepsilon_1 x + \frac{1}{2}\left(F_p - F + \varepsilon_2\right)x^2 - \frac{1}{4}x^4\,. \qquad (9)$$

Для простоты изложения можно считать $a_2 \; \square \; x$ , и коэффициенты пропорциональности и масштаб $F$ выбирать такими, чтобы получить наиболее простые коэффициенты.

При возрастании внешней нагрузки управляющие параметры следуют линейной траектории сборки в пространстве. Система остается в локально устойчивом состоянии, соответствующем среднему листу многообразия катастрофы двойной сборки до тех пор, пока не достигнет бифуркационного множества. Таким образом, чувствительность к несовершенству у пологой арки будет иметь вид:

$$F_c - F_p + \varepsilon_2 = -k \left|\varepsilon_1\right|^{2/3}, \tag{10}$$

или

$$F_c = F_p - \varepsilon_2 - k \left|\varepsilon_1\right|^{2/3}. \tag{11}$$

Пологая арка значительно более чувствительна к несовершенству, нарушающему симметрию, чем к несовершенству, её сохраняющему. Поэтому можно ограничиться рассмотрением только дефектов, нарушающих симметрию. Наиболее общее нарушающее симметрию несовершенство эквивалентно перемещению прилагаемой силы на расстояние $\varepsilon_1$ от плоскости симметрии.

Было рассмотрено уменьшение несущей способности арки вследствие динамического нагружения. Для совершенной системы, подвергаемой колебаниям разрушения с кинетической энергией $\Delta E$, критическая нагрузка определяется как

$$\Delta E = \frac{1}{2}\left(F_p - F\right)x^2 - \frac{1}{4}x^4. \tag{12}$$

Следовательно,

$$F_c = F_p - 2\left|\Delta E\right|^{1/2}. \tag{13}$$

Уменьшение несущей способности несовершенной системы БМ может быть определено из масштабных соображений.

$$\begin{gathered} x \to \lambda x . \\ \left|F_c - F_p\right| \to \lambda^2 \left|F_c - F_p\right| \Rightarrow \Delta E \to \lambda^4 \Delta E . \\ \left|\varepsilon_1\right| \to \lambda^3 \left|\varepsilon_1\right|. \end{gathered} \tag{14}$$

Такая поверхность может быть построена исходя из канонических свойств катастрофы сборки. Поверхность разрушения в пространстве $F - \Delta E - \varepsilon_1$ изображена на рис.6.

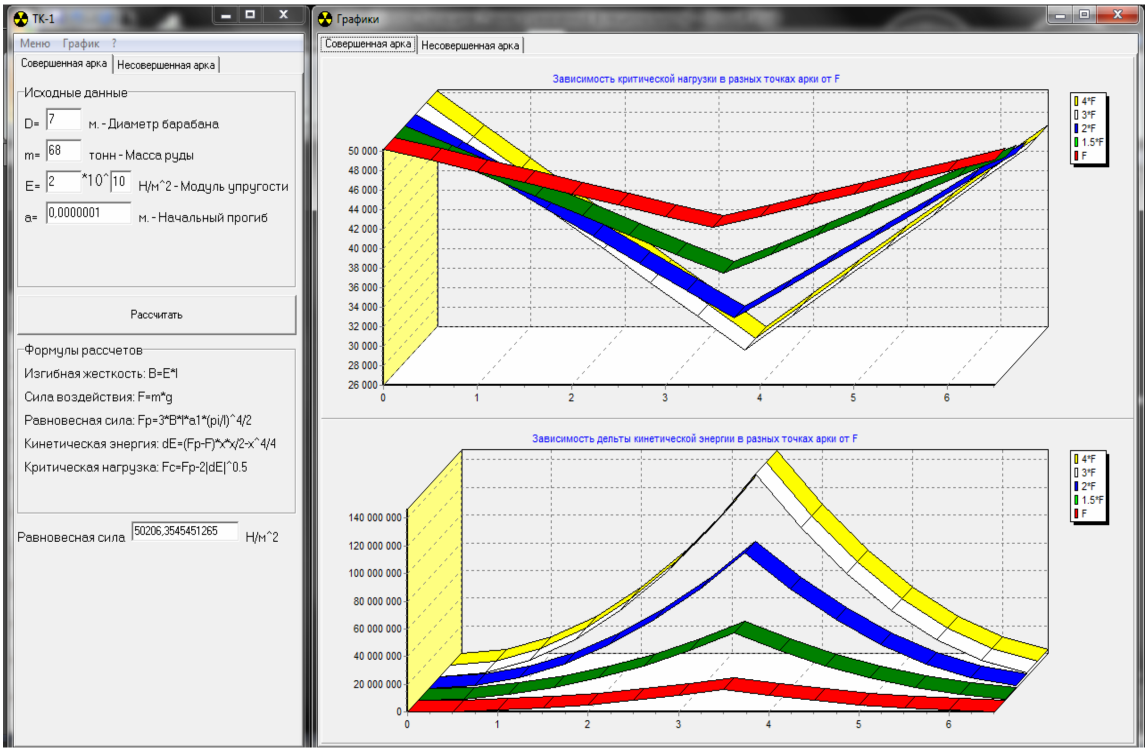


Рис. 1. Заполнение барабана ММС7000*2300А на 10..40%. Совершенная арка

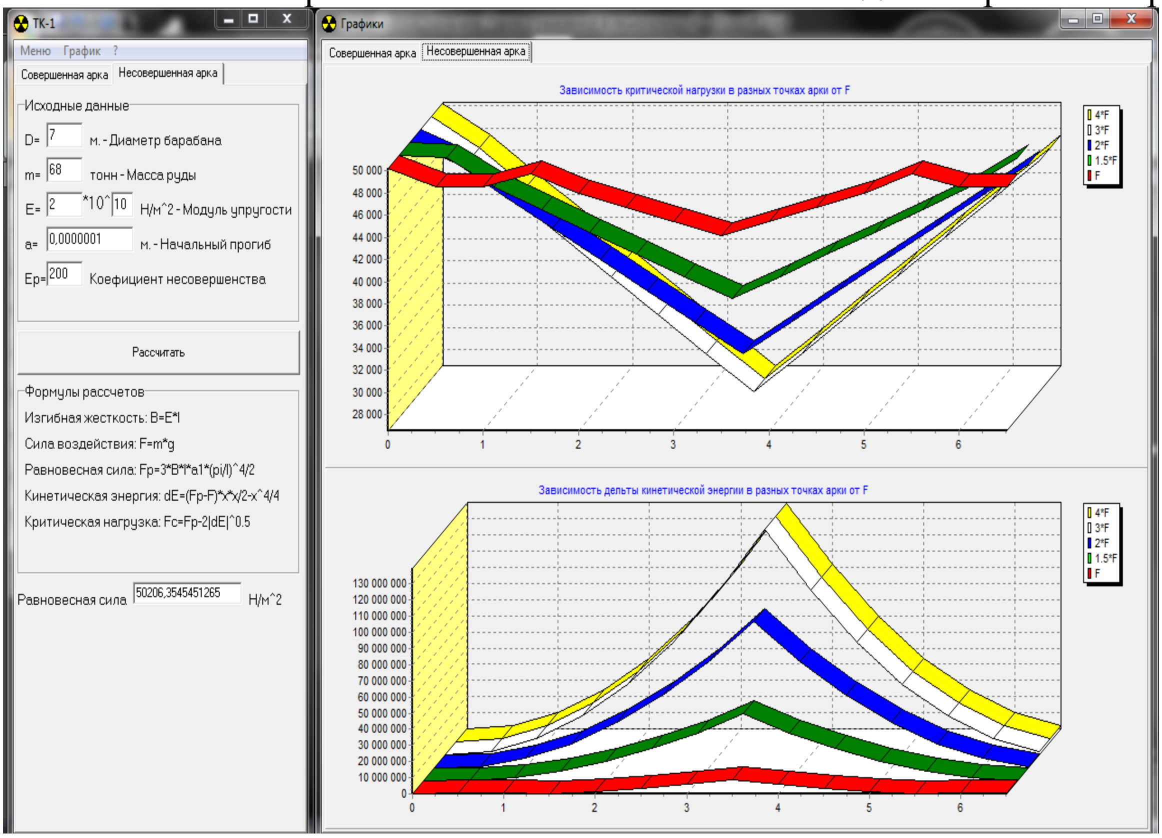


Рис. 2. Заполнение барабана ММС7000*2300А на 10..40%. Несовершенная арка

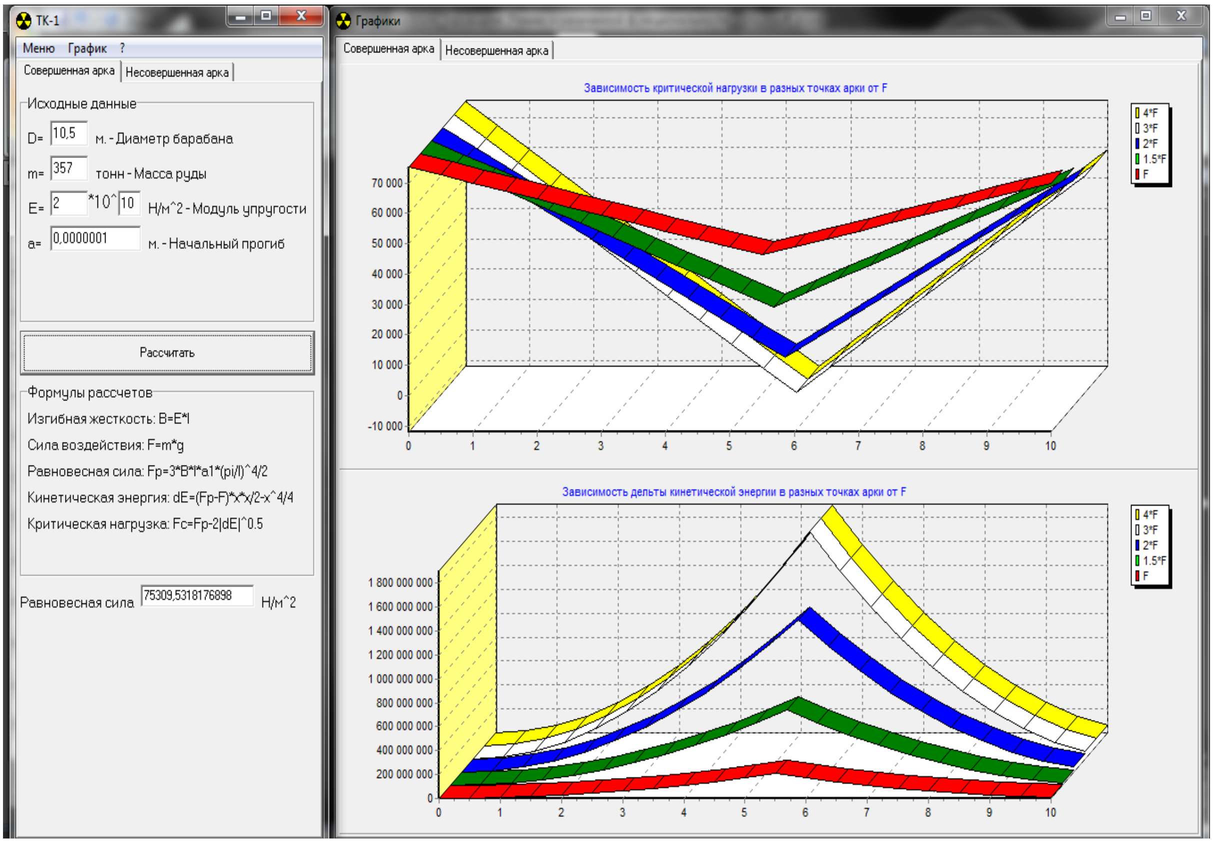


Рис. 3. Заполнение барабана ММС10500*5400 на 10..40%. Совершенная арка

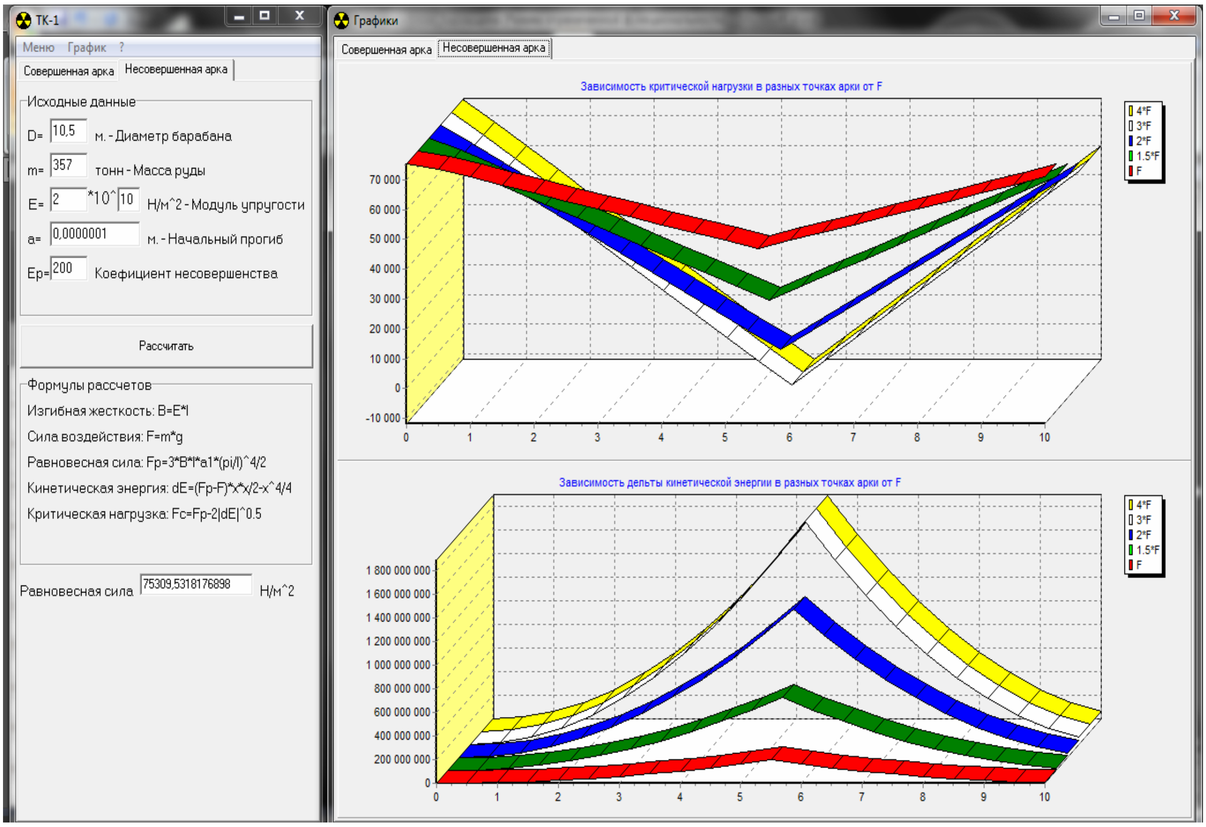


Рис. 4. Заполнение барабана ММС10500*5400 на 10..40%. Несовершенная арка

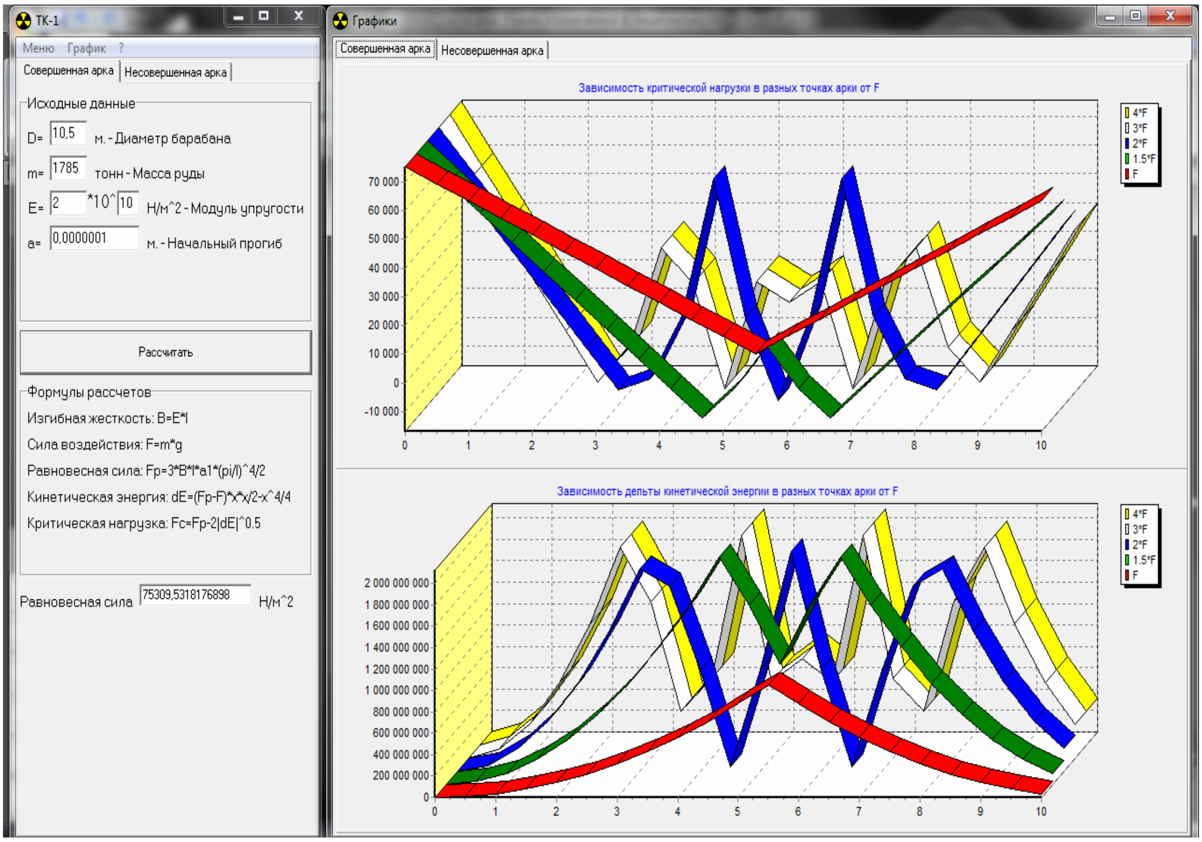


Рис. 5. Заполнение барабана ММС10500*5400 на 50..200%. Совершенная арка

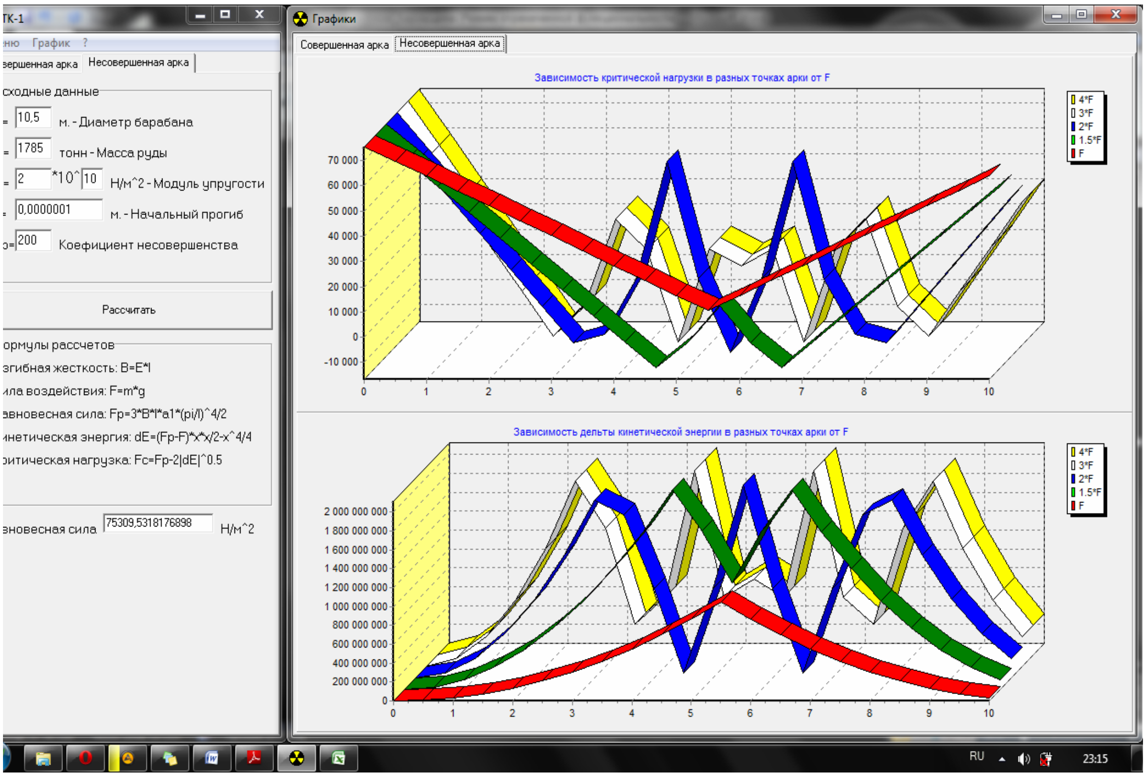


Рис. 6. Заполнение барабана ММС10500*5400 на 50..200%. Несовершенная арка

Высокая чувствительность к статическому несовершенству перекрывается еще большей чувствительностью к динамическому несовершенству. Вся поверхность может быть восстановлена на основе масштабных соотношений и какого-либо произвольного поперечного сечения. Ясно, что пологая арка более чувствительна к динамическим несовершенствам, чем к совершенствам, нарушающим симметрию. Для систем, описываемых посредством двойной сборки существует объективный критерий: система разрушается при превышении предела критической нагрузки.

Таким образом, исследование поведения барабанов мельниц мокрого самоизмельчения разного типа в зависимости от загрузки, можно сделать следующие выводы: нагрузка на нижнюю поверхность барабана распределяется симметрично с возрастанием от краёв к центру барабана; величина равновесной силы барабанов мельниц со степенью загрузки равной 0% возрастает с увеличением диаметра барабана, но поведение имеет одинаковую тенденцию; появление отрицательных величин на графиках зависимости критической нагрузки от приложенной силы говорит о прощёлкивании пологой арки, т.е. о появлении состояния катастрофы. И если для барабана ММС7000*2300 такое состояние недосягаемо, то у барабана ММС10500*5400 опасность катастрофы появляется уже при загрузке в 30-40%.

Список литературы

1. Мещеряков Л.І. Ідентифікація параметрів об'єктів автоматизованого управління в задачах АСУТП ексцесійними моделями // Сб. науч. тр. Національний гірничий університет. – 2006. – № 24. – С. 182–186.
2. Мещеряков Л.І. Базова форма дисперсійної моделі гірничих технологічних комплексів // Сб. науч. тр. НГАУ. – 2004. – № 20. – С. 209–214.
3. Мещеряков Л.І. Методи і моделі ідентифікації та управління гірничими технологічними комплексами: Монографія. – Д.: Національний гірничий університет, 2009. – 263 с.
4. Гилмор Роберт. Прикладная теория катастроф: в 2-х книгах. Кн. 1. Пер.с англ. – М.: Мир, 1984. – 350 с., ил

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Слєсарєвим В.В.*
*Надійшла до редакції 15.06.11*

УДК 622.831.322:532.528: 53.081.7

© В.В. Зберовский, Ю.А. Костандов

# ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ВЫБРОСООПАСНЫХ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ ПРИ ИХ ГИДРОРЫХЛЕНИИ С УЧЕТОМ СОПРОТИВЛЯЕМОСТИ УГЛЯ СДВИГУ

Рассмотрена аналитическая модель расчета предельного состояния выбросоопасного угольного пласта в его краевой части при гидроимпульсном воздействии с учетом параметров сопротивляемости угля сдвигу. Определены углы и коэффициенты внешнего и внутреннего трения угля.

Розглянута аналітична модель розрахунку граничного стану викидонебезпечного вугільного пласта в його крайової частині при гідроімпульсної дії з урахуванням параметрів опору вугілля зсуву. Визначені кути і коефіцієнти зовнішнього і внутрішнього тертя вугілля.