

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»**

**Інститут електроенергетики
Факультет інформаційних технологій
Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій**

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
кваліфікаційної роботи ступеню бакалавра**

студента Приходька Єгора Олександровича

академічної групи 172–17–1

спеціальності 172 «Телекомунікації і радіотехніка»

за освітньо-професійною програмою Телекомунікації і радіотехніка

на тему Використання фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі

Керівники	Прізвище, ініціали	Оцінка за шкалою		Підпис
		рейтинговою	інституційною	
кваліфікаційної роботи	Горев В.М.			
розділів:				
спеціальний	Горев В.М.			
економічний	Романюк Н.М.			
Рецензент	Шедловський І.А.			
Нормоконтролер	Гусєв О.Ю.			

**Дніпро
2021**

ЗАТВЕРДЖЕНО:
завідувач кафедри
безпеки інформації та телекомунікацій
д.т.н., професор _____ Корнієнко В.І.
«___» _____ 2021 року

ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу ступеня бакалавра

студенту Приходьку Є.О. академічної групи 172–17–1

спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка

за освітньо-професійною програмою 172 «Телекомунікації і радіотехніка»

на тему: Використання фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.

затверджену наказом ректора НТУ «Дніпровська політехніка» від _____ № _____

Розділ	Зміст	Термін виконання
Стан питання. Постановка задачі	Огляд літератури за темою, обґрунтування поставленої задачі	05.02.2021 – 05.03.2021
Спеціальна частина	Наближене обчислення вагової функції фільтру Колмогорова- Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.	05.03.2021 – 01.05.2021
Економічний розділ	Розрахунок витрат на розробку фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі	01.05.2021 – 01.06.2021

Завдання видано

В.М. Горєв

Дата видачі 05.02.2021

Дата подання до екзаменаційної комісії

Прийнято до виконання

Є.О. Приходько

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 55с., 24 рис., 4 табл., 5 додатків, 14 джерел.

Об'єкт дослідження: фільтр Колмогорова-Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі.

Предмет дослідження: вагова функція даного фільтру.

Мета роботи: знайти вагову функцію фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування неперервного телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі.

У першому розділі наведено загальні відомості про GFSD модель, фільтр Колмогорова-Вінера та метод Галеркіна. Оглянуто роботи попередників. Зроблено висновок, що задача, яка поставлена у роботі, є актуальною для телекомунікацій.

В спеціальній частині до визначено кореляційну функцію трафіку в GFSD моделі у неперервному випадку. Досліджено розв'язки відповідного рівняння Вінера-Хопфа на основі методу Галеркіна, в рамках якого застосовано обірване розвинення за поліномами Чебишева першого роду. Дослідження проведено до наближення 18 поліномів включно. На основі отриманих графіків порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння Вінера-Хопфа проілюстровано збіжність методу.

В економічному розділі виконані розрахунки трудомісткості та витрат на розробку фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.

Результати роботи можуть бути застосовані для прогнозування трафіку у телекомунікаційних системах з пакетною передачею даних.

ІНТЕГРАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ВІНЕРА-ХОПФА, ВАГОВА ФУНКЦІЯ ФІЛЬТРУ КОЛМОГОРОВА-ВІНЕРА, ПОЛІНОМИ ЧЕБИШЕВА ПЕРШОГО РОДУ, МЕТОД ГАЛЕРКІНА, GFSD МОДЕЛЬ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО ТРАФІКУ, НЕПЕРЕРВНИЙ ВИПАДКОВИЙ ПРОЦЕС

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка: 55с., 24 рис., 4 табл., 5 приложений, 14 источников.

Объект исследования: фильтр Колмогорова-Винера для прогнозирования телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

Предмет исследования: весовая функция данного фильтра.

Цель работы: получить весовую функцию фильтр Колмогорова-Винера для прогнозирования непрерывного телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

В первом разделе приведены общие сведения про GFSD модель, фильтр Колмогорова–Винера и метод Галеркина. Рассмотрены работы предшественников. Сделан вывод о том, что задача, поставленная в работе, является актуальной для телекоммуникаций.

В специальной части доопределена корреляционная функция траффика в GFSD модели в непрерывном случае. Исследованы решения соответствующего уравнения Винера–Хопфа на основе метода Галеркина, в рамках которого применено оборванное разложение по полиномам Чебышева первого рода. Исследование проведено до приближения 18 полиномов включительно. На основе полученных графиков сравнения левой и правой частей интегрального уравнения проиллюстрирована сходимость метода.

В экономическом разделе рассчитаны трудоемкость и траты на разработку фильтра Колмогорова–Винера для телекоммуникационного траффика в GFSD модели.

Результаты работы могут быть применены к прогнозированию траффика в телекоммуникационных системах с пакетной передачей данных.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВИНЕРА–ХОПФА, ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ ФИЛЬТРА КОЛМОГОВОРА–ВИНЕРА, ПОЛИНОМЫ ЧЕБЫШЕВА ПЕРВОГО РОДА, МЕТОД ГАЛЕРКИНА, GFSD МОДЕЛЬ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕЛЕКОМУНИКАЦИОННОГО ТРАФФИКА, НЕПРЕРЫВНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС.

ABSTRACT

Explanatory note: 55 pages, 24 pic., 4 tab., 5 appendices, 14 references.

Object of research: Kolmogorov-Wiener filter for prediction of telecommunication traffic in a GFSD model.

Subject of research: the weight function of the filter.

The aim of the work: to obtain the weight function of the corresponding filter for the prediction of a continuous telecommunication traffic in a GFSD model.

In the first section the general information about the GFSD model, the Kolmogorov–Wiener filter and the Galerkin method is given. A literature review is made. It is concluded that the problem under consideration is an urgent problem for telecommunications.

In the special part, the extension of the definition of the traffic correlation function is given for the continuous case in the GFSD model. The solutions of the corresponding Wiener–Hopf integral equation are investigated on the basis of the Galerkin method, the Galerkin method is realized on the basis of a truncated expansion in the Chebyshev polynomials of the first kind. The investigation is made up to the 18-polynomial approximation. The method convergence is illustrated on the basis of the obtained graphs of comparison of the left-hand side and the right-hand side of the Wiener–Hopf integral equation.

In the economic section the laboriousness and the costs for the development of the Kolmogorov–Wiener filter for the telecommunication traffic in the GFSD model are calculated.

The results of the work may be applied to the practical traffic prediction in the telecommunication systems with data packet transfer.

WIENER–HOPF INTEGRAL EQUATION, KOLMOGOROV-WIENER FILTER WEIGHT FUNCTION, CHEBYSHEV POLYNOMIALS OF THE FIRST KIND, GALERKIN METHOD, GFSD MODEL, TELECOMMUNICATION TRAFFIC PREDICTION, CONTINUOUS RANDOM PROCESS

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
1 СТАН ПИТАННЯ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	9
1.1 Стан питання.....	9
1.1.1 GSFD модель та Гамма–функція Ейлера	9
1.1.2 Фільтр Колмогорова–Вінера та мотивація задачі.....	11
1.1.3 Метод Галеркіна та многочлени Чебишева першого роду.....	13
1.2 Постановка задачі.....	16
1.3 Висновки.....	16
2 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА.....	17
2.1 Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок $[0,1)$	17
2.2 Обчислення вагової функції фільтра. Дослідження поведінки розв’язків в залежності від кількості поліномів.....	22
2.3 Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв’язків в залежності від кількості поліномів.....	26
2.4 Висновки.....	38
3 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ.....	40
3.1 Визначення трудомісткості розробці фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.....	40
3.2 Визначення середньої заробітної плати спеціаліста в галузі телекомунікацій.....	41
3.3 Розрахунок витрат на заробітну плату.....	42
3.4 Розрахунок витрат на програмне та апаратне забезпечення.....	43
3.5 Розрахунок капітальних витрат.....	43
3.6 Висновки.....	44
ВИСНОВКИ.....	45
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	47
ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи.....	49

ДОДАТОК Б. Перелік документів на оптичному носії.....	50
ДОДАТОК В. Код у Wolfram Mathematica.....	51
ДОДАТОК Г. Відгук керівника економічного розділу.....	54
ДОДАТОК Д. Відгук керівника кваліфікаційної роботи.....	55

ВСТУП

Задача прогнозування телекомунікаційного трафіку є актуальною задачею. Зокрема, у [1] зазначено, що ця задача є важливою для оптимізації ресурсів мережі через те, що більш точне прогнозування трафіку може запобігти зайвій витраті ресурсів. Також, у [1] зазначено, що прогнозування трафіку є дуже важливим для кібербезпеки, бо наявність атаки на систему може бути визначена шляхом порівняння реального трафіку з прогнозованим.

Існує дуже багато підходів різноманітних і досить складних підходів до прогнозування трафіку [1]. В даній роботі увагу приділено підходу на основі фільтра Колмогорова–Вінера. Це фільтр є відносно простим (лінійним та стаціонарним, див. [2]), проте він може бути застосовний для прогнозування стаціонарних процесів, а, як відомо [3], телекомунікаційний трафік у найпростіших моделях може вважатись стаціонарним випадковим процесом. Серед таких моделей слід відмітити модель зі степеневою структурною функцією [4] та модель фрактального гаусового шуму [3], побудова фільтра Колмогорова–Вінера для яких досліджена, зокрема, у роботах [5, 6].

Однак крім вище названих, існують і інші моделі стаціонарного трафіку. Зокрема, у роботі [7] для опису телекомунікаційного трафіку запропоновано декілька моделей, зокрема, так звану GFSD (Gaussian fractional sum-difference) модель, та отримано кореляційну функцію телекомунікаційного трафіку, що описується цією моделлю.

В рамках GFSD моделі дослідження фільтра Колмогорова–Вінера ще не проводились. Тож метою роботи є отримання вагової функції фільтра Колмогорова–Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку у GFSD-моделі.

В економічному розділі виконані розрахунки трудомісткості та витрат на розробку фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі.

1 СТАН ПИТАННЯ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1 Стан питання

1.1.1 GFSD модель та Гамма–функція Ейлера

GFSD модель запропонована у роботі [7] для опису стаціонарного телекомунікаційного трафіку. Ця модель є узагальненням моделі фрактального гаусового шуму. У [7] зазначено, що така модель добре описувала пакетний трафік між університетами Лейпцигу, Окленду та лабораторіями Белла. Дискретна GFSD модель може бути введена наступним чином [7]. Спочатку вводиться випадковий процес h_t наступним чином:

$$(1 - \hat{B})^d h_t = \xi_t, \quad (1.1)$$

де ξ_t – білий гаусів шум з середнім значенням, що дорівнює нулю, та дисперсією, що дорівнює

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{(1-d)\Gamma^2(1-d)}{2\Gamma(1-2d)}, \quad (1.2)$$

d – так званий порядок інтегрованості моделі. За визначенням, оператор \hat{B} є оператором зсуву на 1 крок назад:

$$\hat{B}h_t = h_{t-1}, \quad (1.3)$$

та оператор $(1 - \hat{B})^d$ слід розуміти як розвинення в ряд Тейлора за оператором \hat{B} [8]:

$$(1 - \hat{B})^d = 1 - d\hat{B} - \frac{1}{2}d(1-d)\hat{B}^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2-d)\hat{B}^3 + \dots \quad (1.4)$$

Надалі вводиться випадковий процес s_t наступним чином:

$$s_t = h_t + h_{t-1}. \quad (1.5)$$

Тоді випадковий процес x_t , що описує трафік у GFSD моделі, є наступним:

$$x_t = \sqrt{1-\theta} s_t + \sqrt{\theta} \eta_t, \quad (1.6)$$

де η_t – гаусів білий шум нульовим середнім та з дисперсією, що дорівнює 1, а $\theta \in (0,1)$ – так званий коефіцієнт змішування моделі, який залежить від швидкості прийому пакетів (позначимо цю швидкість як α).

Тоді для дискретних процесів у роботі [7] було отримано такий вираз для кореляційної функції випадкового процесу x_t :

$$R(t) = (1-\theta(\alpha)) \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)}, \quad t \geq 1, \quad (1.7)$$

залежність $\theta(\alpha)$ встановлено у [7] на основі експериментальних даних. У роботі [7] використане значення

$$d = 0,31. \quad (1.8)$$

Як бачимо, зокрема, у виразі (1.7) має місце так звана Гамма-функція Ейлера. За визначенням [9],

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt. \quad (1.9)$$

Графіки гамма-функції $\Gamma(x)$ та функції $1/\Gamma(x)$ наведено на рис. 1.1.

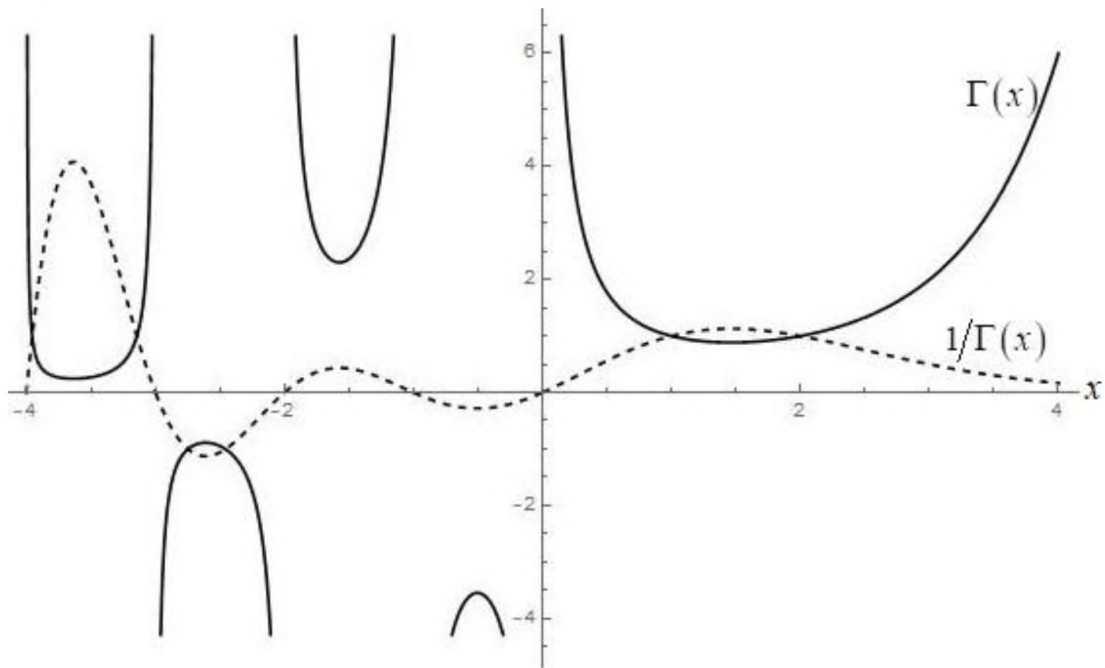


Рисунок 1.1 – графіки функцій $\Gamma(x)$ та $1/\Gamma(x)$ [9]

Як бачимо, функція $\Gamma(x)$ є розбіжною при $x = 0, -1, -2, \dots$, на інтервалі $x \in (0, \infty)$ вона є скінченною. Так як $\Gamma(x)$ входить у (1.7) лише при додатних аргументах (див. (1.8)), то при $t \geq 1$ кореляційна функція $R(t)$ не матиме розбіжностей. Гамма-функція є вбудованою в різноманітні математичні пакети, зокрема, у пакет Wolfram Mathematica, який використано для числових обчислень в даній роботі.

1.1.2 Фільтр Колмогорова–Вінера та мотивація задачі

Як відомо [10], фільтр Колмогорова–Вінера є лінійним стаціонарним фільтром, що є застосовним до стаціонарних випадкових процесів та може виконувати дві функції: «видалення» шуму з суміші корисного сигналу та шуму та функцію прогнозування. В даній роботі досліджується фільтр Колмогорова–Вінера саме як прогнозуючий фільтр, вхідні дані для трафіку вважаються такими, що не спотворені адитивним шумом.

Як зазначено у [4], у випадку багатьох даних доречним є перехід від дискретного до неперервного випадку. Тоді, як відомо [10], вагова функція фільтра підпорядковується інтегральному рівнянню Вінера–Хопфа:

$$R(t+z) = \int_0^T d\tau h(\tau) R(t-\tau), \quad (1.10)$$

де $R(x)$ – кореляційна функція досліджуваного процесу, z – часовий інтервал, на який зроблено прогноз, $h(\tau)$ – невідома вагова функція фільтру, яку треба знайти на основі даного рівняння, T – часовий інтервал, впродовж якого спостережуються вхідні дані фільтру. Зазвичай розглядається випадок $z \ll T$. Пошук вагової функції фільтру є важливим, бо вихід фільтру $y(t)$ виражається через вхід фільтру $x(t)$ наступним чином:

$$y(t) = \int_0^T h(\tau) x(t-\tau) d\tau. \quad (1.11)$$

Існує багато досить складних підходів до прогнозування телекомунікаційного трафіку, зокрема такі, як застосування нейронних мереж, вейвлет-перетворень [1]. Лінійний стаціонарний фільтр Колмогорова–Вінера є простішим за вище названі підходи, тому його дослідження представляє інтерес, бо його застосування до прогнозування стаціонарного трафіку може бути значно простішим за застосування вище згаданих алгоритмів. На даний час підхід на основі фільтру Колмогорова–Вінера не є широко освітленим в літературі. Зокрема, відомі теоретичні побудови цього фільтру для прогнозування трафіку у моделі, де трафік вважається стаціонарним випадковим процесом зі степеневою структурною функцією [5], та у моделі, де трафік вважається фрактальним гаусовим шумом [6]. Однак побудова даного фільтру для інших моделей невідома, зокрема, вона невідома для GFSD моделі.

Тому дослідження фільтру Колмогорова–Вінера для GFSD моделі є актуальною задачею.

1.1.3 Метод Галеркіна та многочлени Чебишева першого роду

Математична формулювання задачі, що стоїть перед даною роботою, фактично, є таким – розв’язати інтегральне рівняння (1.10). Рівняння (1.10) є, фактично, інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду, і для нього дуже важко знайти точний аналітичний розв’язок. Тому слушною є ідея шукати наближений розв’язок цього рівняння. Популярним у літературі методом для пошуку наближеного розв’язку таких рівнянь є метод Галеркіна [11]. Його ідея полягає у наступному. Невідома функція, що має бути знайдена з інтегрального рівняння, шукається у вигляді обірваного розвинення за функціями $S_0(\tau)$, $S_1(\tau)$, $S_2(\tau)$, ..., що утворюють повну ортогональну систему функцій:

$$h(\tau) = \sum_{s=0}^{n-1} g_s S_s(\tau), \quad (1.12)$$

g_s – невідомі коефіцієнти розвинення. Після підстановки (1.12) у (1.10) та інтегрування за t може бути отримана наступна система лінійних алгебраїчних рівнянь на коефіцієнти g_s :

$$\sum_{s=0}^{n-1} G_{ks} g_s = B_k, \quad (1.13)$$

де величини G_{ks} є наступними подвійними інтегралами:

$$G_{ks} = \int_0^T \int_0^T d\tau dt S_k(t) S_s(\tau) R(t - \tau), \quad (1.14)$$

та вільні члени B_k є наступними інтегралами:

$$B_k = \int_0^T dt S_k(t) R(t+z). \quad (1.15)$$

Величини G_{ks} ще називають інтегральними дужками. Розв'язок системи рівнянь (1.13) можна отримати, наприклад, матричним методом:

$$\begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{00} & G_{01} & \cdots & G_{0,n-1} \\ G_{10} & G_{11} & \cdots & G_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n-1,0} & G_{n-2,0} & \cdots & G_{n-1,n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_{n-1} \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Як відомо (див., наприклад, [6]), метод Галеркіна має бути збіжним у випадку, коли ядро інтегрального рівняння досліджуваного інтегрального рівняння є додатно визначеним. Ядром інтегрального рівняння (1.10) є функція (1.7), яка у дискретному випадку є додатно визначеною для $t \geq 1$. У неперервному випадку цю функцію можна довизначити на проміжок $t \in [0,1]$, тож метод Галеркіна має бути збіжним в рамках даної задачі.

Залишається питання, яку систему функцій брати у якості функцій $S_0(\tau)$, $S_1(\tau)$, $S_2(\tau)$, В рамках цієї роботи пропонується обрати систему поліномів Чебишева першого роду. Ці поліноми вводяться за визначенням [5]:

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} C_n^{2k} (x^2 - 1)^k x^{n-2k}, \quad (1.17)$$

де $\left[\frac{n}{2}\right]$ – ціла частина від $\frac{n}{2}$ та

$$C_n^{2k} = \frac{n!}{(2k)!(n-2k)!}. \quad (1.18)$$

У роботі [5], де було виведено наступне співвідношення:

$$\int_0^T T_n\left(\frac{2y}{T}-1\right) T_m\left(\frac{2y}{T}-1\right) \left(1-\left(\frac{2y}{T}-1\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} dy = \frac{T}{2} A_n \delta_{mn}, \quad (1.19)$$

де

$$A_n = \begin{cases} \pi, n=0 \\ \pi/2, n \neq 0 \end{cases}, \quad \delta_{nm} = \begin{cases} 1, n=m \\ 0, n \neq m \end{cases}, \quad (1.20)$$

тож система функцій

$$S_n(t) = T_n\left(\frac{2t}{T}-1\right) \quad (1.21)$$

є ортогональною на проміжку $t \in [0, T]$. Звідси проходимо до висновку, в рамках цієї роботи може бути реалізований метод Галеркіна на основі системи функцій (1.21), розв'язок інтегрального рівняння (1.10) у вигляді (1.12) будемо називати розв'язком у наближенні n поліномів.

Слід зауважити, що крім поліноміальних систем можуть бути реалізовані і інші, зокрема, система функцій Уолша, що має певні переваги, див. [12]. Проте, незважаючи на певні недоліки, поліноміальні системи забезпечують досить непогану швидкість збіжності (див. [6]), тому обмежимося в цій роботі використанням поліномів Чебишева першого роду.

1.2 Постановка задачі

Постановка задачі до даної роботи є наступною: знайти вагову функцію фільтра Колмогорова–Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку як неперервного стаціонарного випадкового процесу, що описується GFSD моделлю, та дослідити поведінку розв'язків в наближеннях різної кількості поліномів.

1.3 Висновки

Висновком до першого розділу є те, що задача, поставлена перед даною кваліфікаційною роботою, є актуальною.

2 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА

2.1 Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок $[0,1]$

Як зазначено вище, кореляційна функція трафіку у GFSD моделі для дискретного випадку для $t \geq 1$ визначається виразом (1.7). Після підстановки (1.7) у (1.10) вираз $(1 - \theta(\alpha))$ скоротиться, і рівняння набуде вигляду

$$r(t+z) = \int_0^t d\tau h(\tau) r(t-\tau), \quad (2.1)$$

де

$$r(t) = \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)}, \quad (2.2)$$

множник $\frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)}$ скорочувати нема сенсу, бо його наявність забезпечує

виконання умови

$$r(0) = 1. \quad (2.3)$$

У роботі використане значення $d = 0,31$ [7].

Побудуємо графік функції $r(t)$ на проміжку $t \in [0,1]$, див. рис. 2.1. Як бачимо з графіку та з виразу (2.2), функція $r(t)$ має розбіжність у точці $t = 1 - d$. Як відомо [13], кореляційна функція не може себе поводити аналогічно поведінці, зображеної на рис. 2.1., бо вона має задовольняти нерівності

$$|R(t)| \leq R(0). \quad (2.4)$$

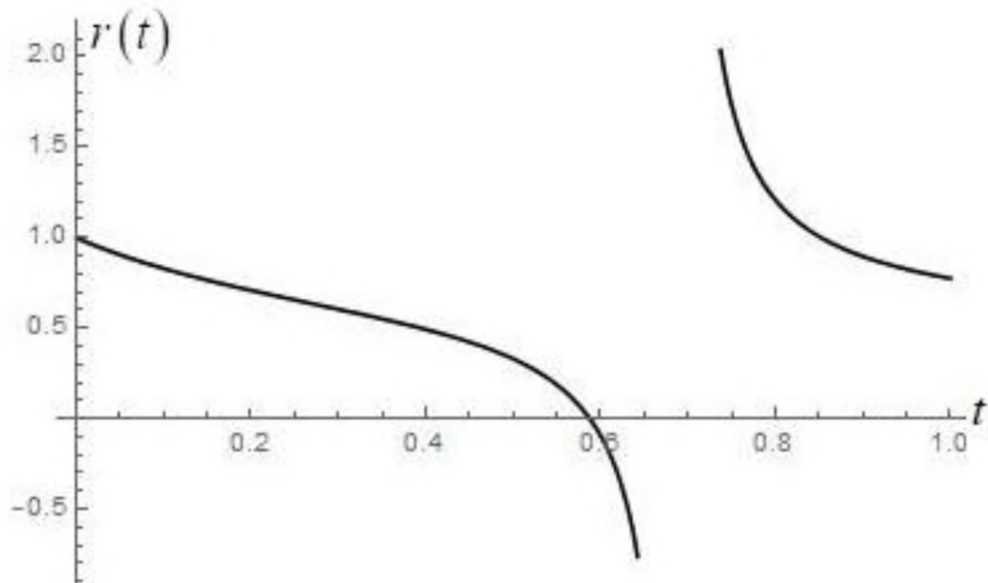


Рисунок 2.1 – графік функції $r(t)$ на проміжку $[0,1]$

Тому пряме використання формули (2.2) не може бути коректним на проміжку $t \in [0,1]$, і на цьому проміжку треба довизначити функцію $r(t)$ якимсь іншим чином. У даній роботі це пропонується зробити так – шукаємо $r(t)$ на проміжку $t \in [0,1)$ у вигляді

$$r(t) = a \cdot t^b + c, \quad (2.5)$$

виходячи з умови (2.3) та умов зшивки в точці $t = 1$:

$$\left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t \rightarrow 1-0} = \left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t \rightarrow 1+0}, \quad r(t)|_{t \rightarrow 1-0} = r(t)|_{t \rightarrow 1+0}. \quad (2.6)$$

На основі (2.5) та (2.3) можемо прийти до висновку, що

$$c = 1. \quad (2.7)$$

Умови (2.6) з урахуванням (2.7) можна переписати як

$$ab = \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)} \right) \Bigg|_{t=1}, \quad (2.8)$$

$$a+1 = \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \cdot \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(t+d)}{\Gamma(t-d+1)} \Bigg|_{t=1},$$

що на основі числового значення $d = 0,31$ призводить до таких числових значень a та b :

$$a \approx -0,225, \quad b \approx 3,87, \quad (2.9)$$

у (2.9) ці значення округлено до трьох значущих цифр.

На останок, слід врахувати, що кореляційна функція має бути парною. Тож, підсумовуючи вище приведене, можемо записати остаточний вираз для функції $r(t)$ у неперервному випадку:

$$r(t) = \begin{cases} \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(|t|+d)}{\Gamma(|t|-d+1)}, & |t| \geq 1 \\ a \cdot |t|^b + c, & |t| < 1 \end{cases}, \quad (2.10)$$

значення констант a та b наведено у (2.9), а значення константи c – у (2.7). Для наглядності побудуємо графік функції (2.10) на проміжку $r(t)$, див. рис. 2.2. Як бачимо з рис. 2.2., цей графік задовольняє таким «вимогам» до кореляційної функції як (2.4) та тій вимозі, що кореляційна функція парна (нагадаємо, що функція (2.10) є пропорційною до кореляційної функції). Більш того, сама функція (2.10) та її похідна є неперервними при додатних та від'ємних значеннях аргументу.

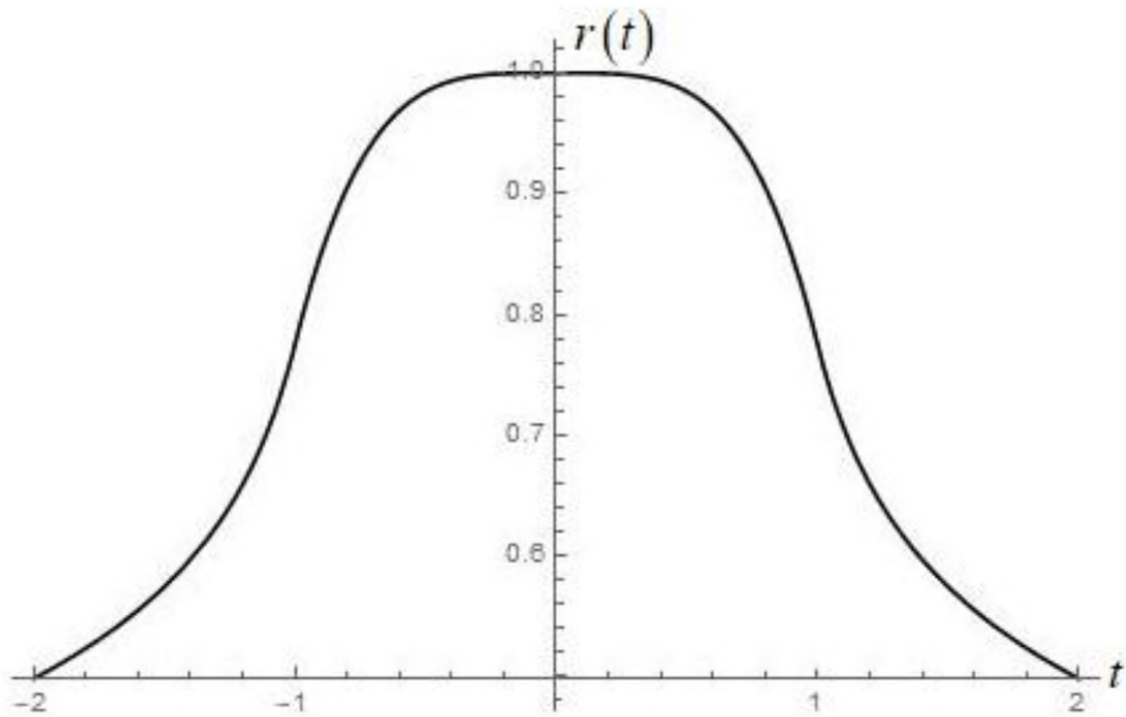


Рисунок 2.2 – графік функції (2.10) на проміжку $[-2,2]$

Взагалі кажучи, у [7] вказано, що дисперсія процесу x_t (див. (1.6)) має дорівнювати 1, тож, скоріш за все, точніше було б до визначити функцію $r(t)$ так, щоб виконалась рівність

$$r(0) = \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, \quad (2.11)$$

наприклад, так:

$$r(t) = \begin{cases} \frac{2(1-d)t^2 - (1-d)^2}{t^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(|t|+d)}{\Gamma(|t|-d+1)}, & |t| \geq 1 \\ a \cdot |t|^b + c, & 0 < |t| < 1 \\ \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, & t = 0 \end{cases}, \quad (2.12)$$

або якимсь іншим, неперервним чином, наприклад на основі ідеї (2.5), але з вимогою

$$c = \frac{1}{1 - \theta(\alpha)}, \quad (2.13)$$

Проте, якщо вхідні дані фільтру спостерігаються впродовж проміжку часу $T \gg 1$, то основний внесок в інтегрування у виразах (1.14) та (1.15) буде від проміжку часу $t \in [1, T]$, а не від проміжку часу $t \in [0, 1]$, тому, скоріш за все, знайдені вагові функції для різних способів до визначення функції $r(t)$ не будуть відрізнятись суттєво.

Також слід зауважити, що при $t \geq 1$ кореляційна функція у неперервному та дискретному випадках має, фактично, співпадати. Проілюструвати таке співпадіння можна на основі, наприклад, моделі фрактального гаусового шуму. Як відомо, наприклад, [14], кореляційна функція дискретного фрактального гаусового шуму при $t \geq 1$ задається наступним виразом:

$$R_1(t) = \frac{1}{2} \left((t+1)^{2H} - 2t^{2H} + (t-1)^{2H} \right), \quad (2.14)$$

а відповідна кореляційна функція у неперервному випадку задається, фактично, як асимптотика дискретної поведінки на великих часах:

$$R_2(t) = H(2H - 1)|t|^{2H-2}, \quad (2.15)$$

Наведемо графіки функцій $R_1(t)$ та $R_2(t)$, див. рис. 2.3. Як бачимо, вже для $t = 1$ ці функції є дуже близькими, а при збільшенні t вони стають ще ближчими.

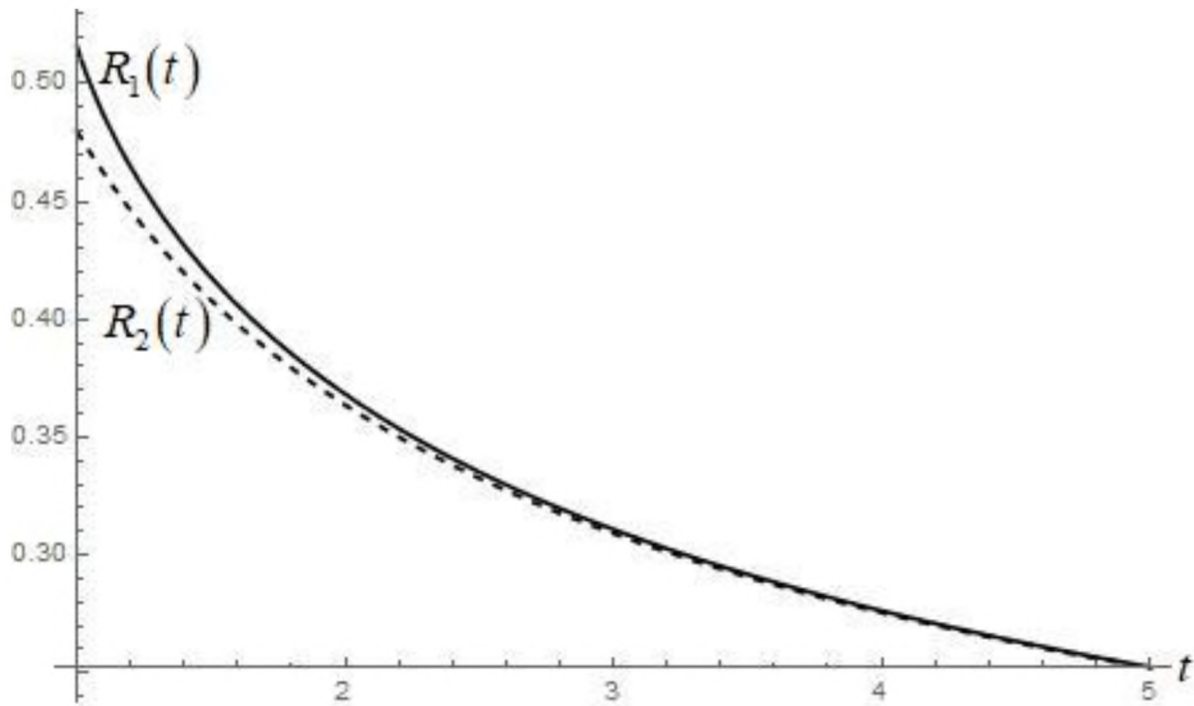


Рисунок 2.3 – графік функцій $R_1(t)$ та $R_2(t)$ на проміжку $[1,5]$

Вираз (2.10) задовольняє вимозі співпадіння кореляційних функцій у дискретному та неперервному випадках при $t \geq 1$. Тож у цій роботі для простоти зупинимось на довизначенні функції $r(t)$ шляхом (2.10).

2.2 Обчислення вагової функції фільтра.

Фактично, стоїть задача розв'язати інтегральне рівняння (2.1), де функцію $r(t)$ взято у вигляді (2.10); відповідне значення d надане у (1.8). За аналогією з виразами, виписаними в пункті 1.1.3, шукаємо розв'язок відповідного інтегрального рівняння методом Галеркіна. Шукаємо невідому вагову функцію $h(\tau)$ у вигляді (1.12), де функції $S_0(\tau), S_1(\tau), S_2(\tau), \dots$ є многочленами Чебишева першого роду, взятими у вигляді (1.21). За аналогією до виразів у пункті 1.1.3 можемо написати, що невідомі коефіцієнти розвинення g_s , що входять до виразу (1.12), можуть бути представлені у вигляді (1.16), де інтегральні дужки G_{ks} та вільні члени B_k представлені у вигляді

$$G_{ks} = \int_0^T \int_0^T d\tau dt S_k(t) S_s(\tau) r(t - \tau), \quad B_k = \int_0^T dt S_k(t) r(t + z). \quad (2.16)$$

У роботі досліджено параметри

$$T = 100, \quad z = 3, \quad (2.17)$$

слід зазначити, що такі ж параметри було досліджено у роботах [5, 6], присвячених дослідженню фільтра Колмогорова–Вінера в інших моделях.

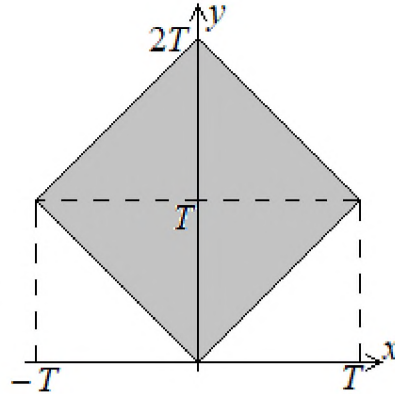
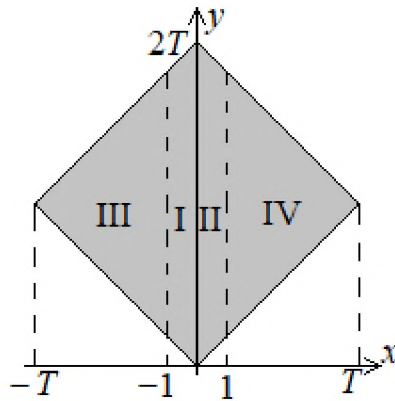
Усі обчислення у роботі проведено за допомогою математичного пакету Wolfram Mathematica. При цьому через певну складність обчислень (пакет не «бажав» обчислювати інтегральні дужки «в лоб». Тому, щоб «допомогти» пакету їх обчислити, вони були представлені у більш громіздкому, проте більш простому для саме комп'ютерних обчисленні вигляді. Відповідне перетворення було проведено на основі заміни змінних в інтегралі. Інтегральні дужки (2.16) перетворено наступним чином:

$$\begin{aligned} G_{ks} &= \int_0^T \int_0^T d\tau dt S_k(t) S_s(\tau) r(t - \tau) = \{x = t - \tau, y = t + \tau\} = \\ &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega} dx dy S_k\left(\frac{x-y}{2}\right) S_s\left(\frac{x+y}{2}\right) r(x), \end{aligned} \quad (2.18)$$

де область Ω зображено на рис. 2.4. Розіб'ємо цю область на 4 області, див. рис. 2.5. Відповідно,

$$\begin{aligned} G_{ks} &= \frac{1}{2} \iint_I dx dy S_k\left(\frac{x-y}{2}\right) S_s\left(\frac{x+y}{2}\right) r(x) + \\ &+ \frac{1}{2} \iint_{II} dx dy S_k\left(\frac{x-y}{2}\right) S_s\left(\frac{x+y}{2}\right) r(x) + \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \iint_{III} dx dy S_k \left(\frac{x-y}{2} \right) S_s \left(\frac{x+y}{2} \right) r(x) + \\
& + \frac{1}{2} \iint_{IV} dx dy S_k \left(\frac{x-y}{2} \right) S_s \left(\frac{x+y}{2} \right) r(x).
\end{aligned}$$

Рисунок 2.4 – область Ω у формулі (2.18)Рисунок 2.5 – розбиття області Ω на 4 області

Згідно (2.10) та (1.21) вираз (2.19) можна переписати у більш явному вигляді, який є зручний для обчислення у Wolfram Mathematica:

$$\begin{aligned}
G_{ks} &= \frac{1}{2} \int_{-T}^{-1} dx \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(-x+d)}{\Gamma(-x-d+1)} \times \\
& \times \int_{-x}^{x+2T} dy T_k \left(\frac{x-y}{T} - 1 \right) T_s \left(\frac{x+y}{T} - 1 \right) +
\end{aligned} \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \int_1^T dx \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(x+d)}{\Gamma(x-d+1)} \times \\
& \quad \times \int_x^{2T-x} dy T_k \left(\frac{x-y}{T} - 1 \right) T_s \left(\frac{x+y}{T} - 1 \right) + \\
& + \frac{1}{2} \int_{-1}^0 dx \left(a \cdot (-x)^b + c \right) \int_{-x}^{2T+x} dy T_k \left(\frac{x-y}{T} - 1 \right) T_s \left(\frac{x+y}{T} - 1 \right) + \\
& + \frac{1}{2} \int_0^1 dx \left(a \cdot x^b + c \right) \int_x^{2T-x} dy T_k \left(\frac{x-y}{T} - 1 \right) T_s \left(\frac{x+y}{T} - 1 \right).
\end{aligned}$$

У даній роботі інтегральні дужки обчислювались у Wolfram Mathematica на основі виразів (2.20).

У [5] на основі парності кореляційної функції та на основі властивостей поліномів Чебишева було отримано такі властивості інтегральних дужок:

$$\begin{aligned}
G_{ks} &= G_{sk}, \\
G_{ks} &= 0, \text{ якщо } k, s \text{ різної парності.}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Ці властивості дозволяють значно зменшити кількість інтегральних дужок, що потребують безпосереднього обчислення за формулами (2.20). На основі цих властивостей та формули (1.16) можна дійти висновку, що невідомі коефіцієнти g_s обчислюються таким чином:

$$\begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 & G_{02} & \cdots & G_{n-1,0} \\ 0 & G_{11} & 0 & \cdots & G_{n-1,1} \\ G_{20} & 0 & G_{22} & \cdots & G_{n-1,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n-1,0} & G_{n-1,1} & G_{n-1,2} & \cdots & G_{n-1,n-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{n-1} \end{pmatrix}, \tag{2.22}$$

Числові результати та порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння наведено у наступному підрозділі.

2.3 Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості поліномів

За допомогою математичного пакету Wolfram Mathematica на основі рівнянь (2.22), (2.17), (2.20), рівняння (2.16) для величин B_k та властивостей (2.21) було отримано такі числові значення коефіцієнтів при поліномах, див. таблицю 2.1.

Таблиця 2.1 – Числові значення коефіцієнтів при поліномах

Кількість n поліномів у наближенні	Чисельні значення $g_0 \cdot 10^3; g_1 \cdot 10^3; g_2 \cdot 10^3; \dots; g_{n-1} \cdot 10^3$, округлені до чотирьох значущих цифр
1	7,328
2	7,328; -12,28
3	11,63; -12,28; 11,72
4	11,63; -19,56; 11,72; -9,552
5	14,52; -19,56; 18,36; -9,552; 8,633
6	14,52; -24,47; 18,36; -15,14; 8,633; -7,143
7	16,62; -24,47; 22,91; -15,14; 13,82; -7,143; 6,552
8	16,62; -28,14; 22,91; -19,13; 13,82; -11,64; 6,552; -5,589
9	18,29; -28,14; 26,46; -19,13; 17,68; -11,64; 10,87; -5,589; 5,308
10	18,29; -31,18; 26,46; -22,36; 17,68; -15,13; 10,87; -9,464; 5,308; -4,692
11	19,77; -31,18; 29,54; -22,36; 20,96; -15,13; 14,41; -9,464; 9,189; -4,692; 4,632
12	19,77; -33,96; 29,54; -25,28; 20,96; -18,24; 14,41; -12,78; 9,189; -8,293; 4,632; -4,231

Продовження таблиці 2.1

13	21,18; -33,96; 32,47; -25,28; 24,05; -18,24; 17,68; -12,78; 12,66; -8,293; 8,367; -4,231; 4,321
14	21,18; -36,73; 32,47; -28,16; 24,05; -21,26; 17,68; -15,96; 12,66; -11,65; 8,367; -7,796; 4,321; -4,054
15	22,64; -36,73; 35,48; -28,16; 27,20; -21,26; 20,98; -15,96; 16,12; -11,65; 11,98; -7,796; 8,120; -4,054; 4,246
16	22,64; -39,66; 35,48; -31,19; 27,20; -24,42; 20,98; -19,27; 16,12; -15,09; 11,98; -11,37; 8,120; -7,758; 4,246; -4,064
17	24,23; -39,66; 38,75; -31,19; 30,59; -24,42; 24,52; -19,27; 19,81; -15,09; 15,81; -11,37; 12,05; -7,758; 8,274; -4,064; 4,335
18	24,23; -42,91; 38,75; -34,54; 30,59; -27,91; 24,52; -22,90; 19,81; -18,86; 15,81; -15,25; 12,05; -11,71; 8,274; -8,058; 4,335; -4,212

Відповідно, на основі отриманих значень коефіцієнтів при поліномах, у роботі зроблене числове порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння (2.1). Спершу було перетворено вираз для лівої частини, який є зручний для безпосереднього комп'ютерного обчислення у Wolfram Mathematica:

$$\text{Left}(t) = \int_0^T d\tau h(\tau) r(t-\tau) = \left\{ \begin{array}{l} x = t - \tau, dx = -d\tau, \\ \tau = 0 \rightarrow x = t, \\ \tau = T \rightarrow x = t - T \end{array} \right\} = \int_{t-T}^t dx h(t-x) r(x), \quad (2.23)$$

що з урахуванням (2.10) та (1.12) може бути переписане як

$$\text{Left}(t) = \begin{cases} L_1(t), t \in (1, T-1) \\ L_2(t), t \geq T-1 \\ L_3(t), t \leq 1 \end{cases}, \quad (2.24)$$

де функція $L_1(t)$ визначається як

$$\begin{aligned}
 L_1(t) = & \int_{t-T}^{-1} h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(-x+d)}{\Gamma(-x-d+1)} dx + \\
 & + \int_{-1}^0 h(t-x) (a(-x)^b + c) dx + \int_0^1 h(t-x) (ax^b + c) dx + \\
 & + \int_1^t h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(x+d)}{\Gamma(x-d+1)} dx,
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

функція $L_2(t)$ визначається як

$$\begin{aligned}
 L_2(t) = & \int_{T-t}^0 h(t-x) (a(-x)^b + c) dx + \int_0^1 h(t-x) (ax^b + c) dx + \\
 & + \int_1^t h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(x+d)}{\Gamma(x-d+1)} dx,
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

та функція $L_3(t)$ визначається як

$$\begin{aligned}
 L_2(t) = & \int_{t-T}^{-1} h(t-x) \frac{2(1-d)x^2 - (1-d)^2}{x^2 - (1-d)^2} \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \frac{\Gamma(-x+d)}{\Gamma(-x-d+1)} dx + \\
 & + \int_{-1}^0 h(t-x) (a(-x)^b + c) dx + \int_0^t h(t-x) (ax^b + c) dx,
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

у виразах (2.23) – (2.27) вагова функція

$$h(t-x) = \sum_{s=0}^{n-1} g_s T_s \left(\frac{t-x}{2T} - 1 \right), \tag{2.28}$$

коефіцієнти g_s , взято з таблиці 2.1., значення a, b, c, d вказані у (2.9), (2.7) та (1.8). Числові значення лівої частини $\text{Left}(t)$ інтегрального рівняння (2.1) порівнювались з числовими значеннями правої частини $\text{Right}(t)$ цього інтегрального рівняння, права частина задається виразом

$$\text{Right}(t) = r(t+z), \quad (2.29)$$

де функція $r(t)$ наведена у (2.10).

Відповідно, були отримані наступні графіки, див. рис. 2.6 – 2.23. На кожному з цих графіків пунктиром зображено ліву частину інтегрального рівняння, а суцільною лінією – праву. Графіки побудовані по сто одній точці: $t = 0, 1, 2, \dots, 100$.

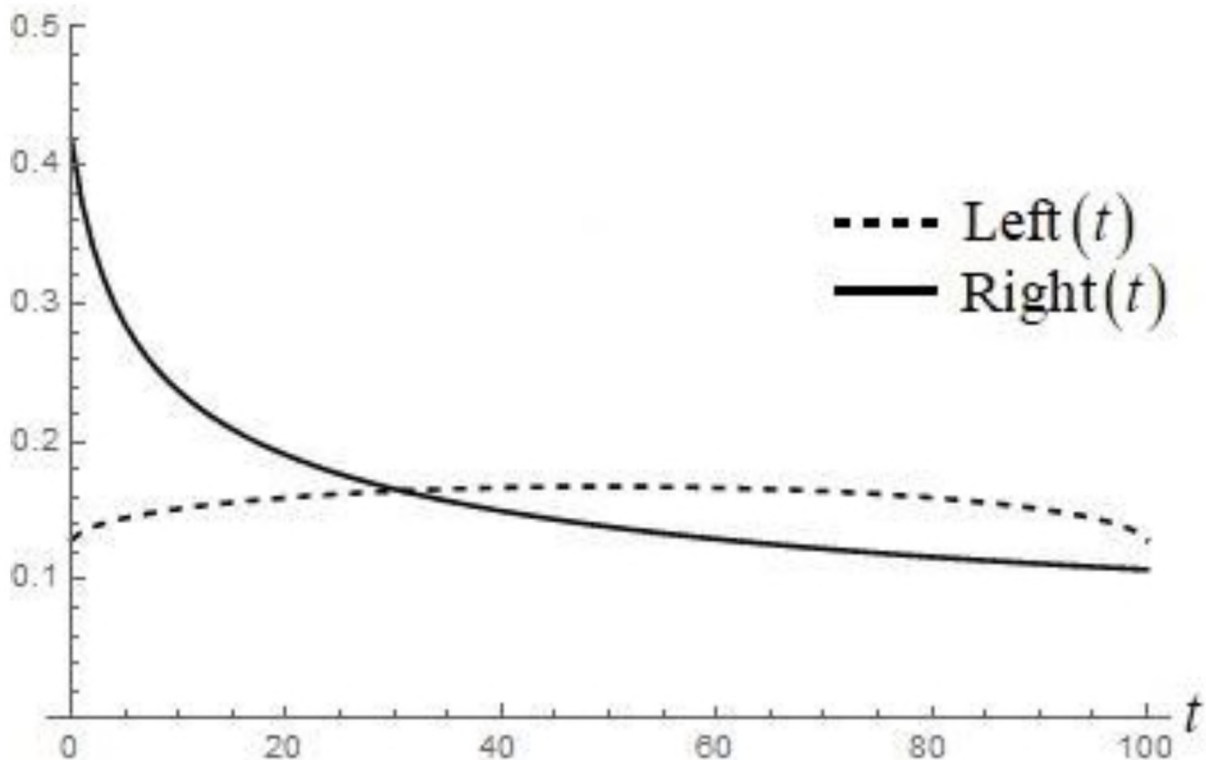


Рисунок 2.6 – числове порівняння функцій $\text{Left}(t)$ та $\text{Right}(t)$
у наближенні одного полінома

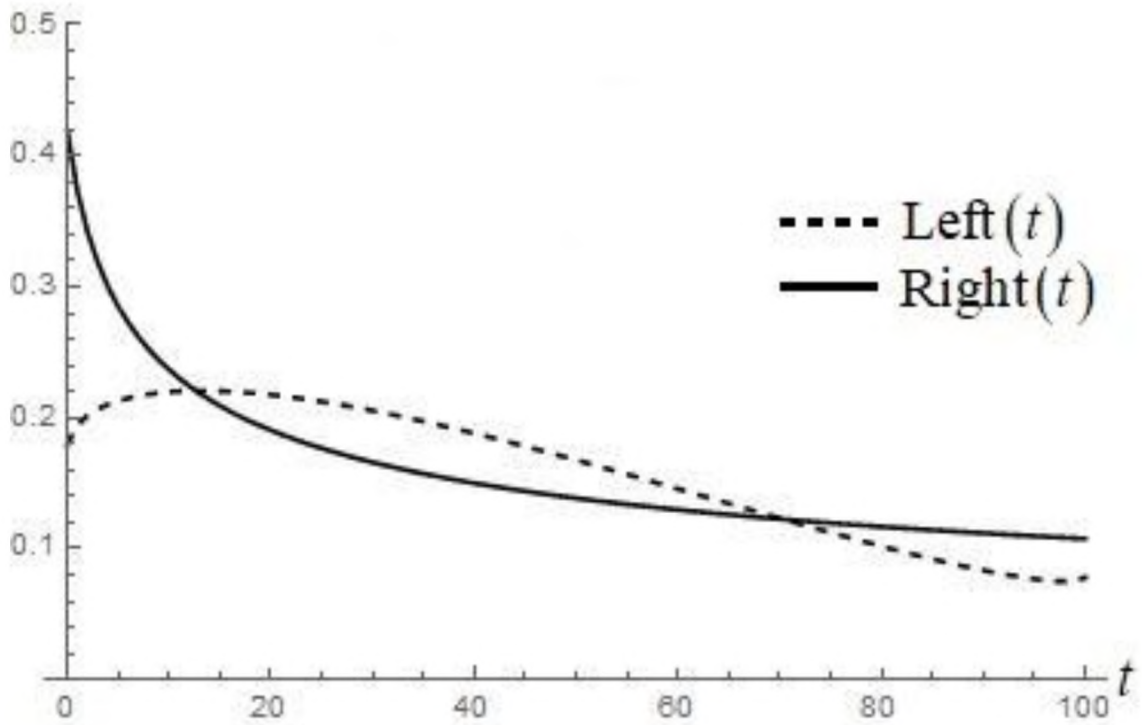


Рисунок 2.7 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні двох поліномів

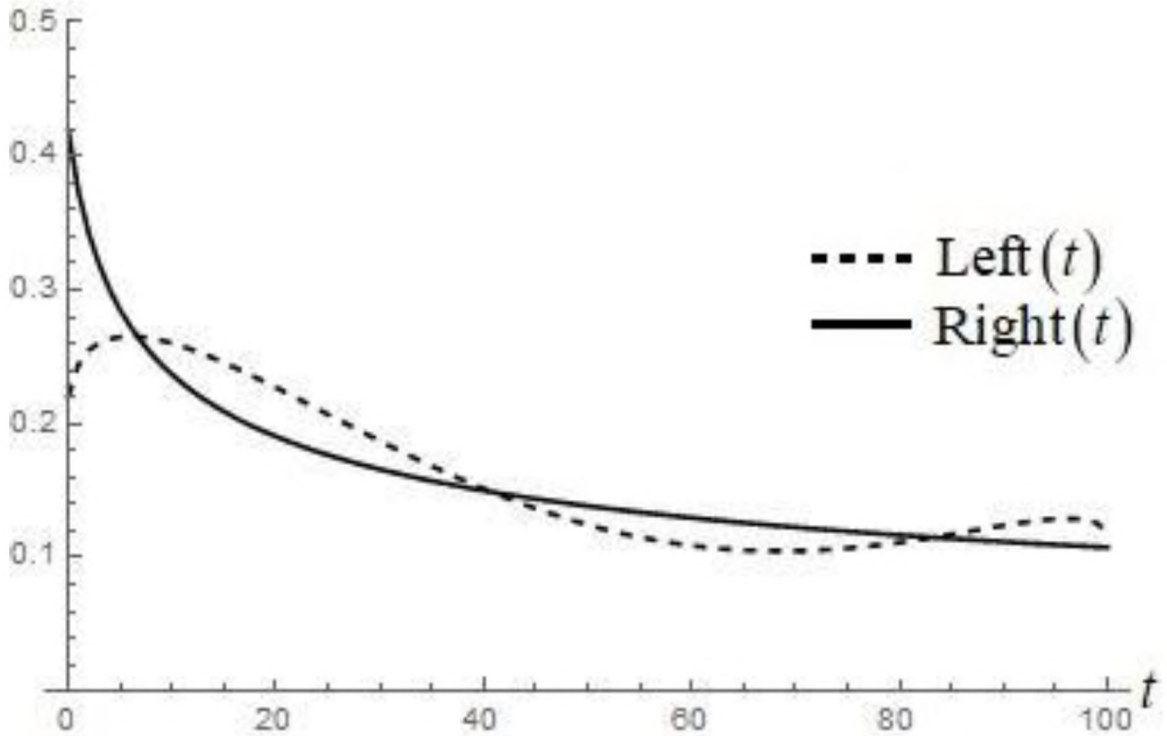


Рисунок 2.8 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні трьох поліномів

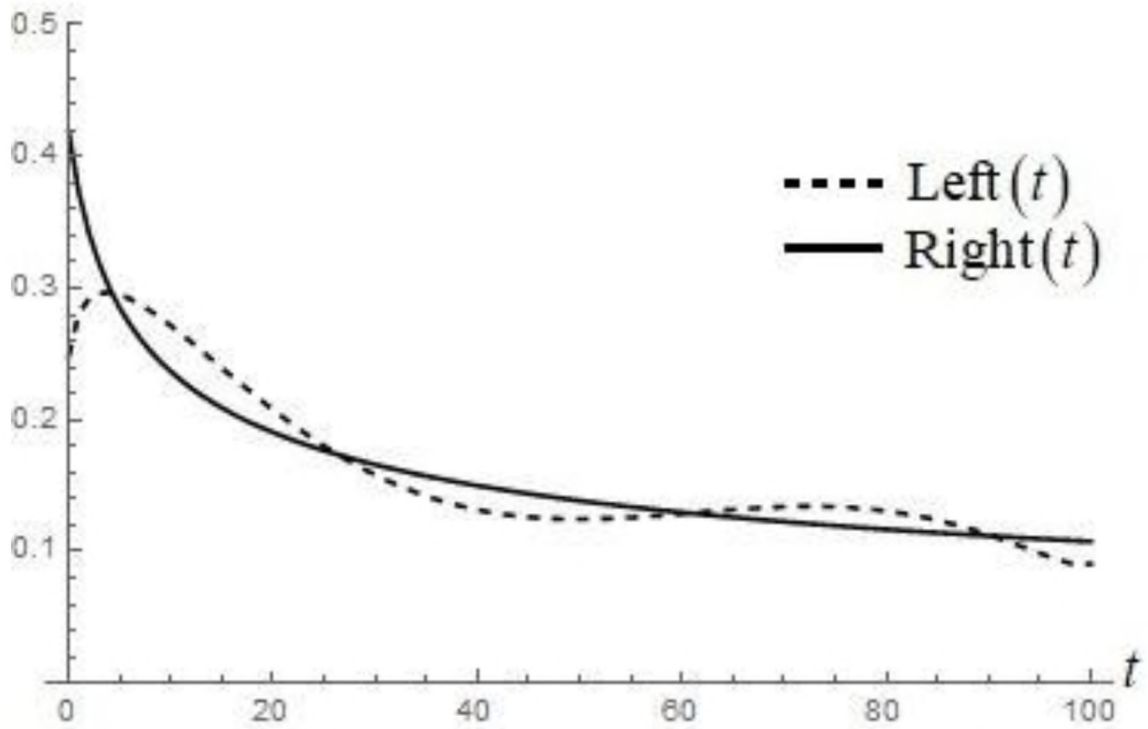


Рисунок 2.9 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні чотирьох поліномів

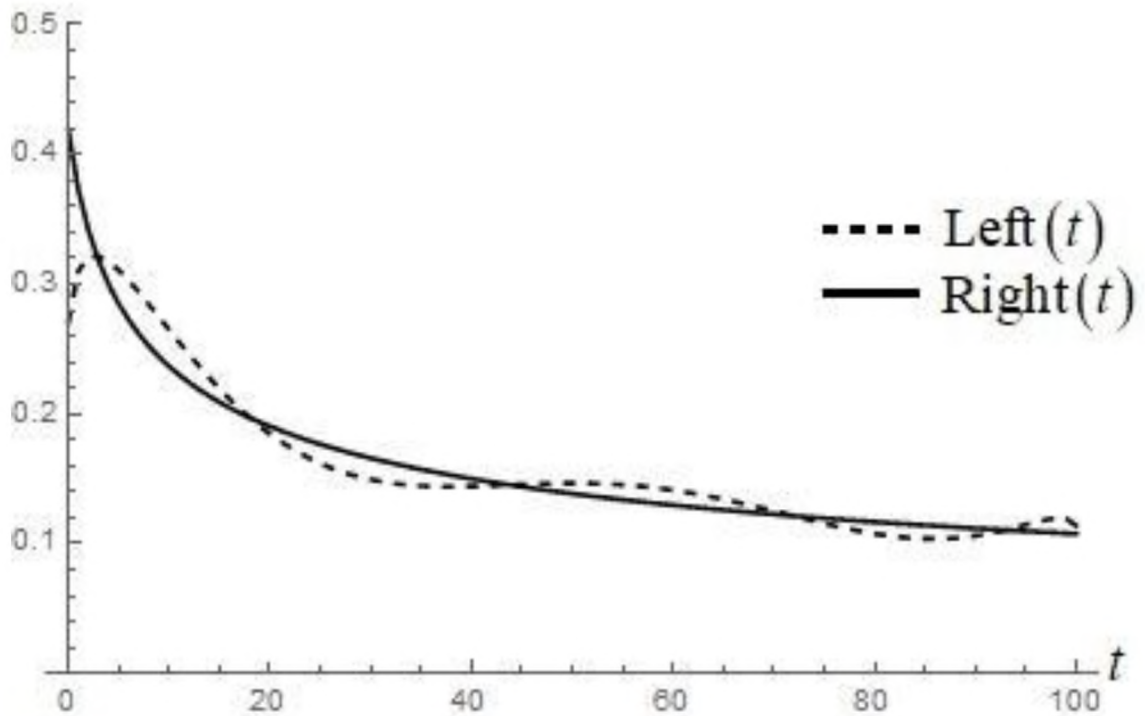


Рисунок 2.10 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні п'яти поліномів

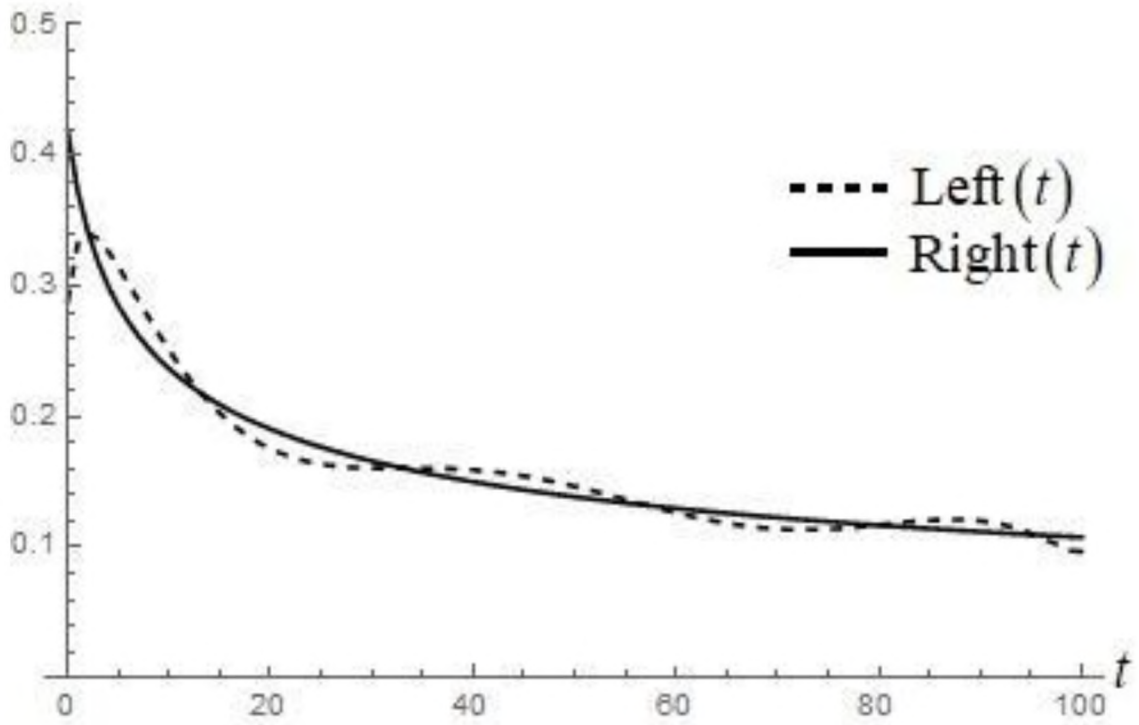


Рисунок 2.11 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні шести поліномів

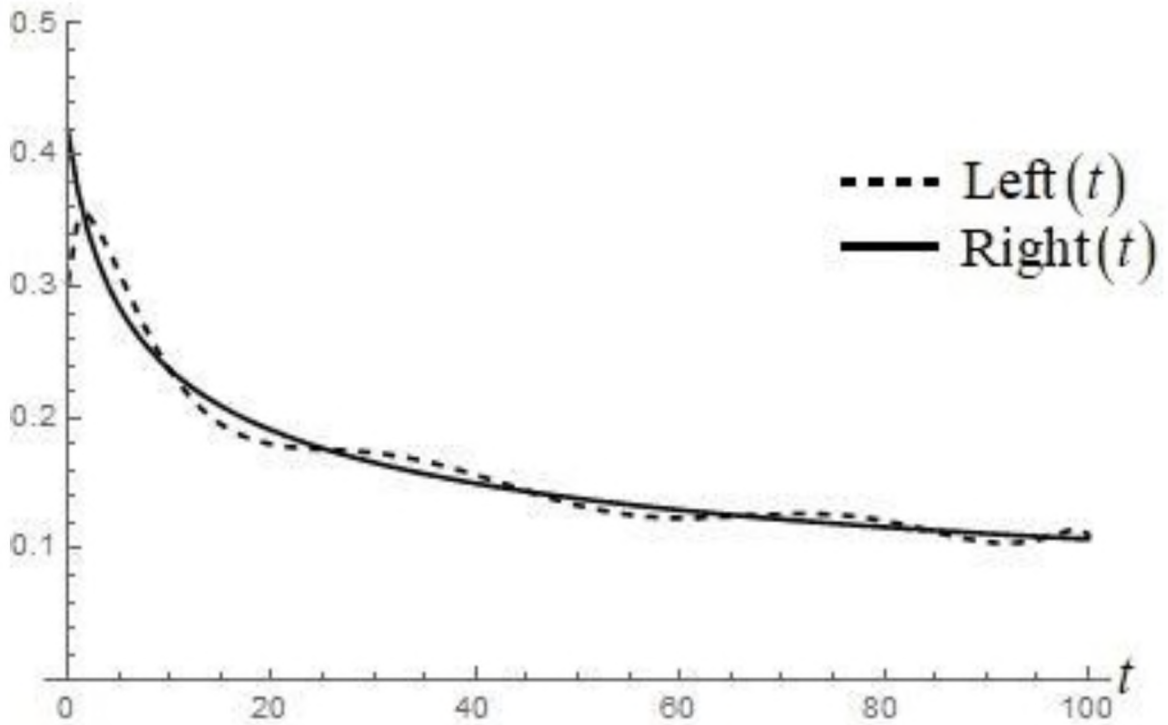


Рисунок 2.12 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні семи поліномів

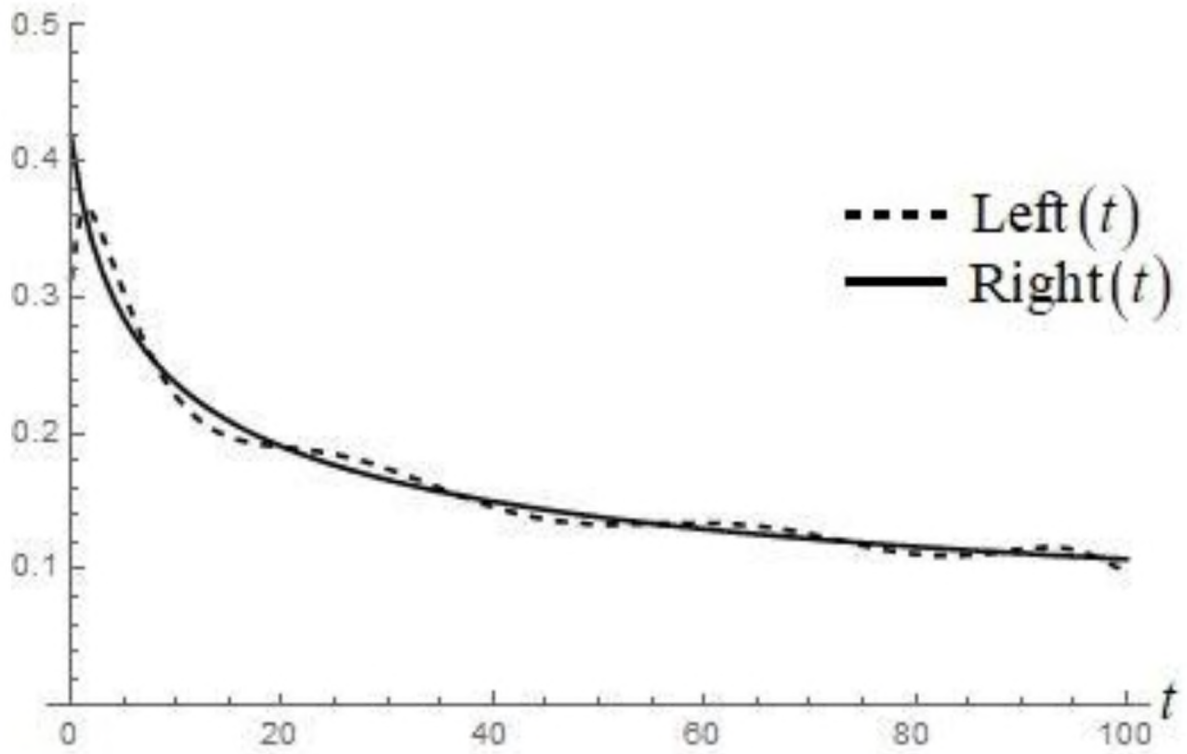


Рисунок 2.13 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні восьми поліномів

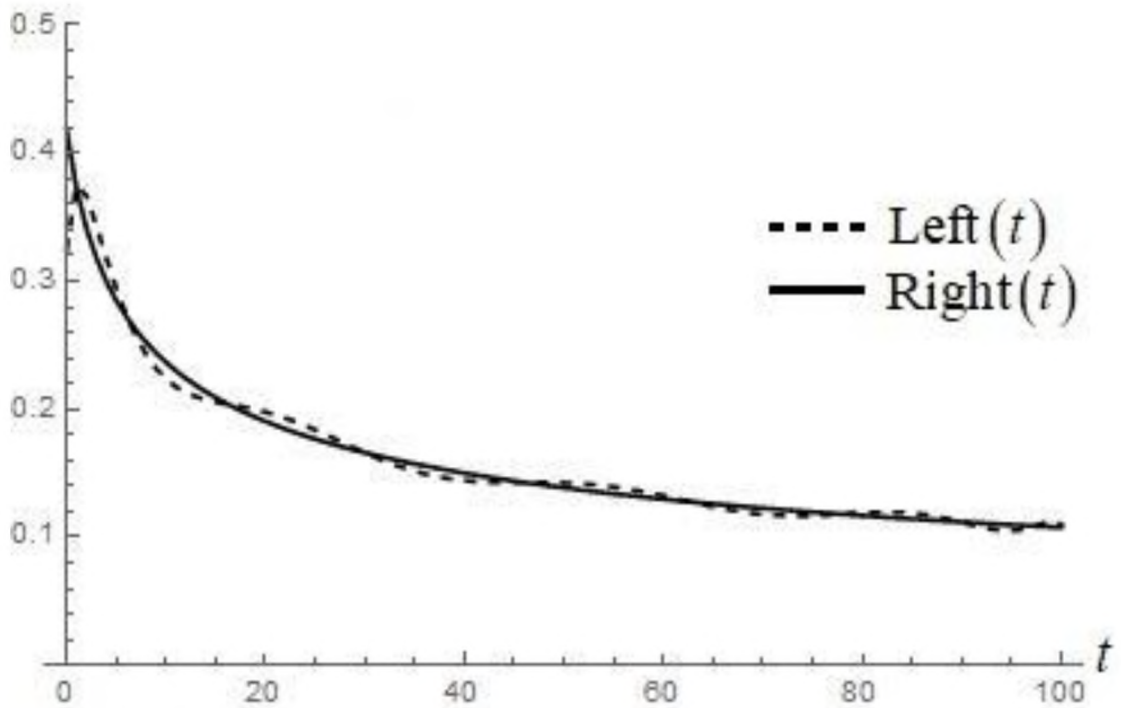


Рисунок 2.14 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні дев'яти поліномів

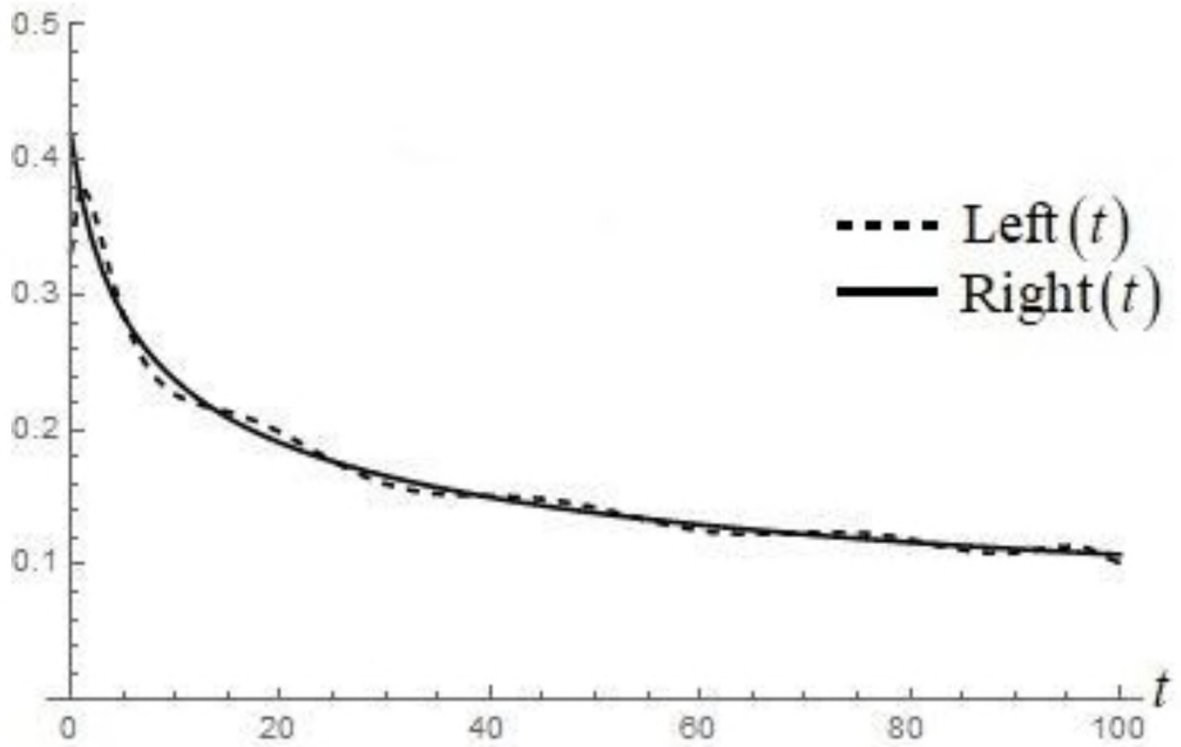


Рисунок 2.15 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні десяти поліномів

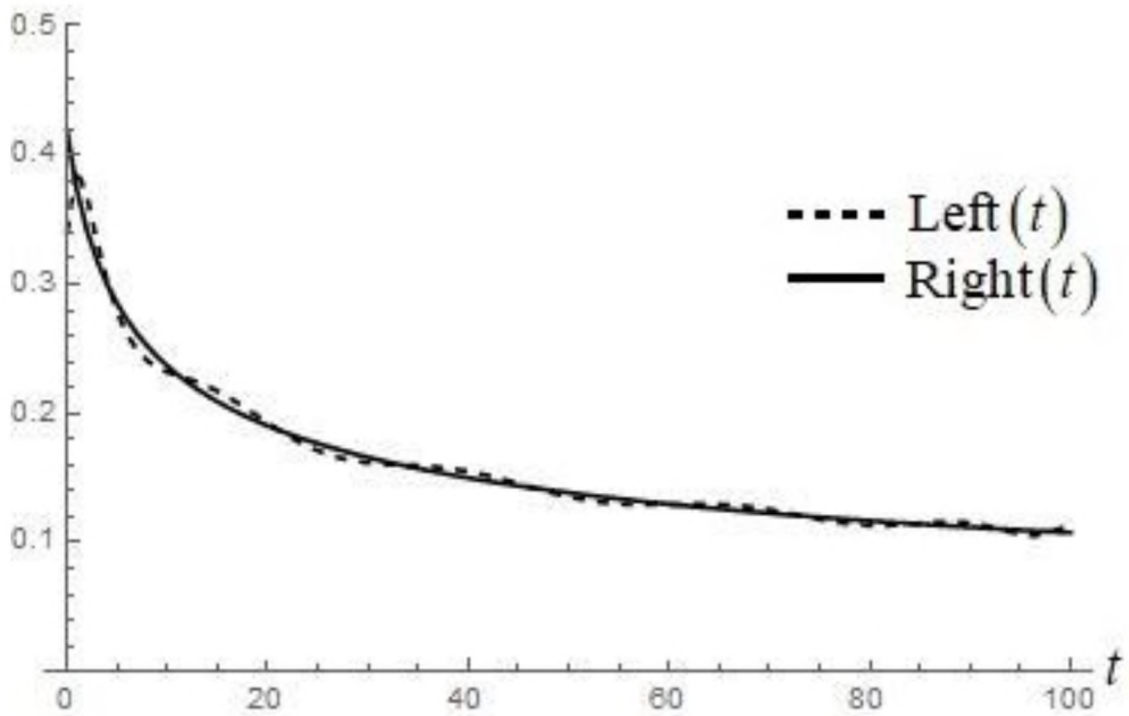


Рисунок 2.16 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні одинадцяти поліномів

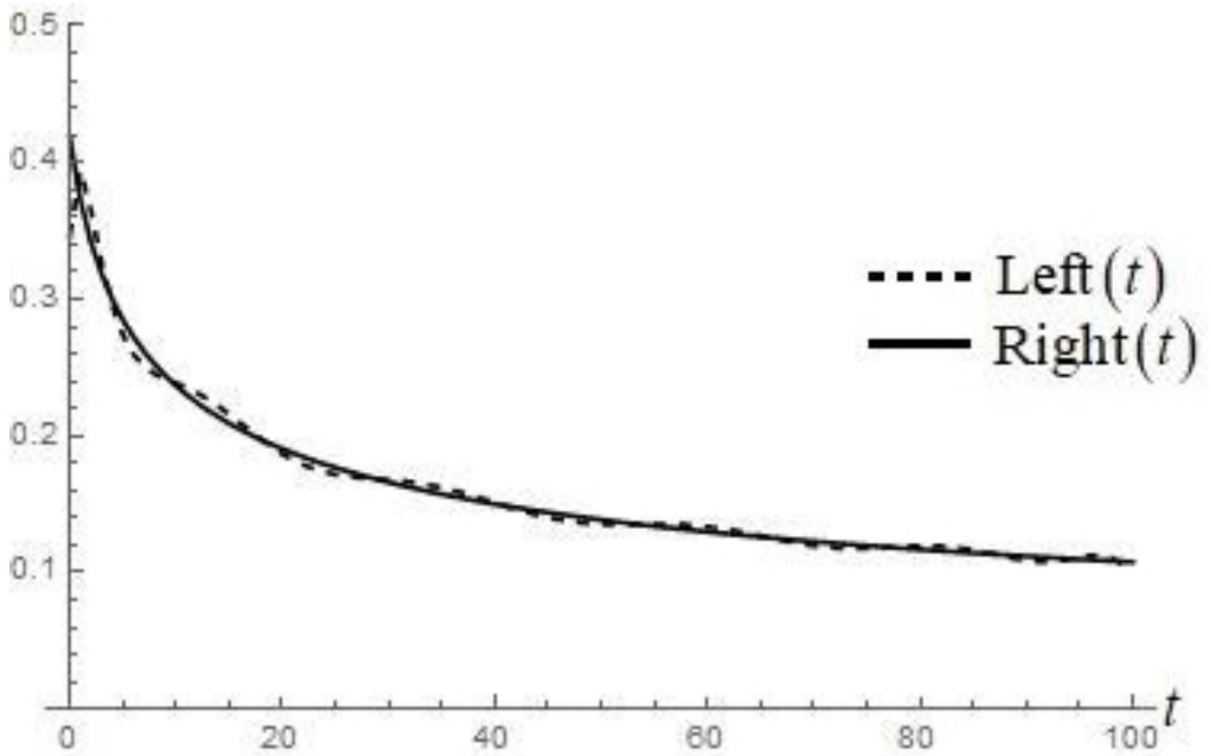


Рисунок 2.17 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні дванадцяти поліномів

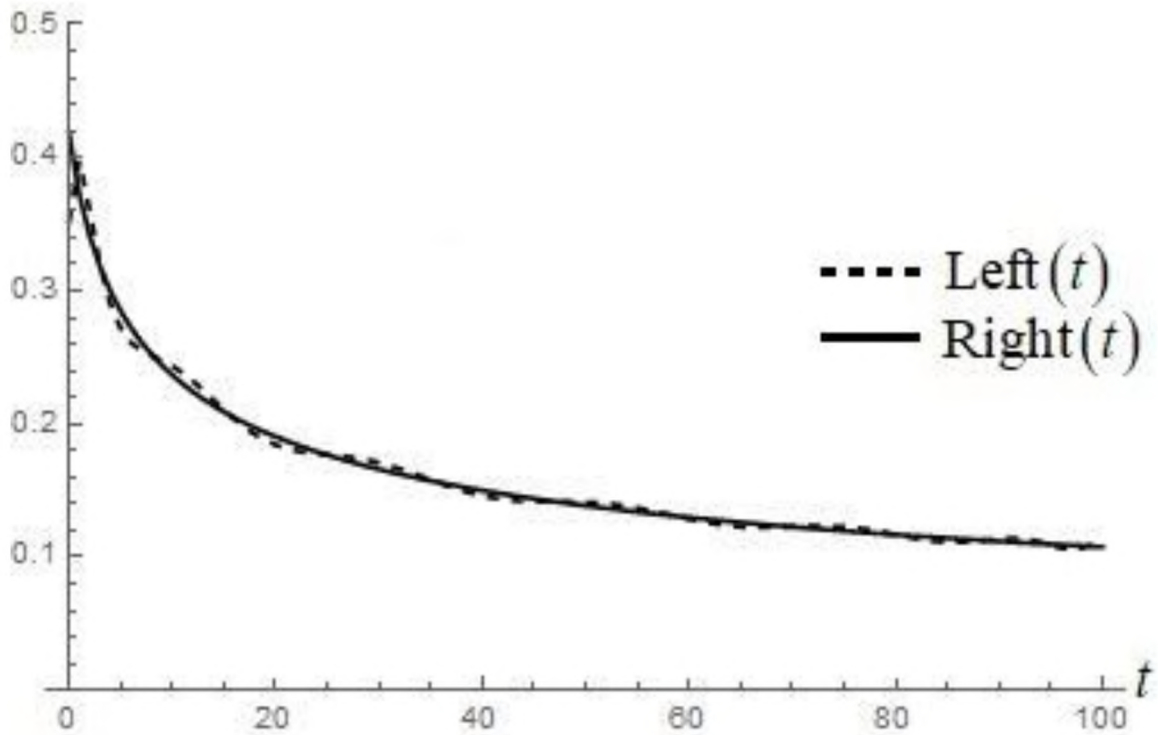


Рисунок 2.18 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні тринадцяти поліномів

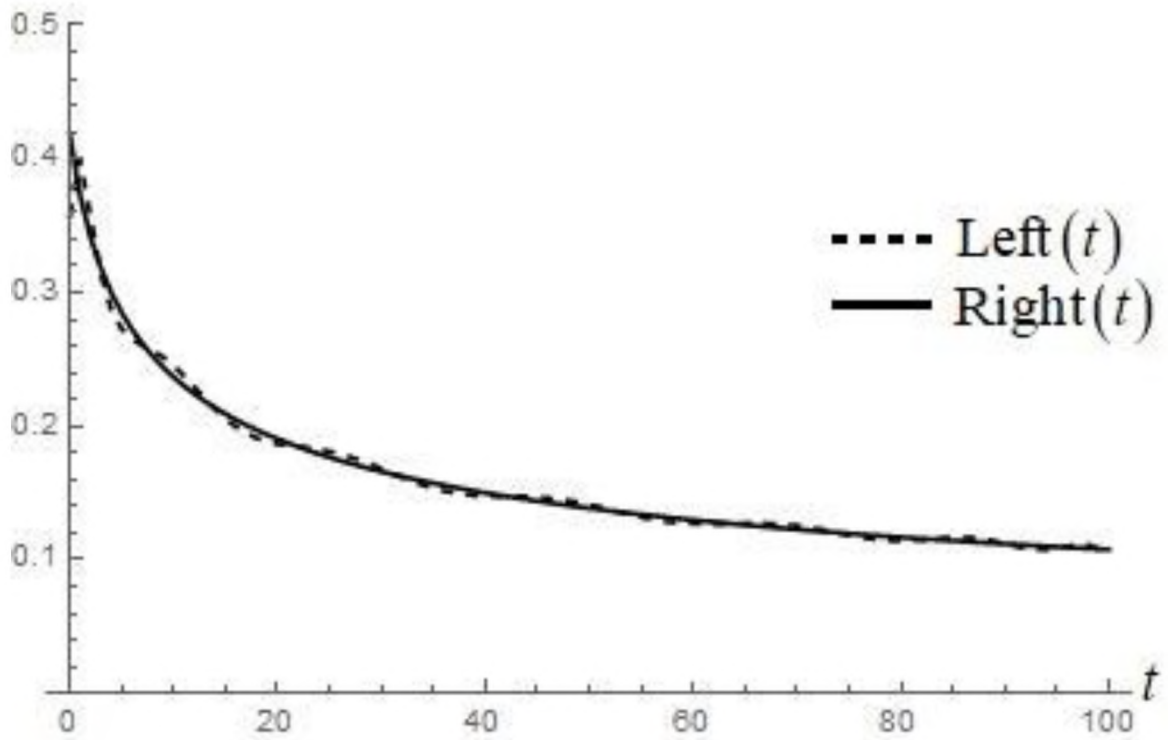


Рисунок 2.19 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні чотирнадцяти поліномів

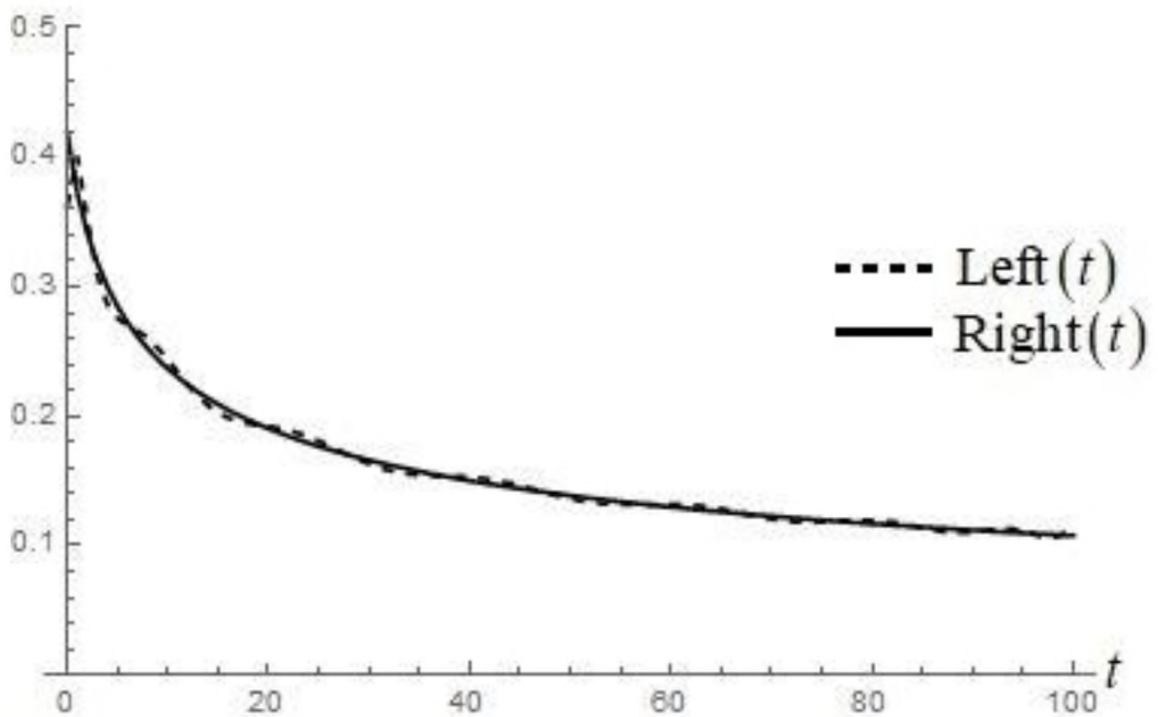


Рисунок 2.20 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні п'ятнадцяти поліномів

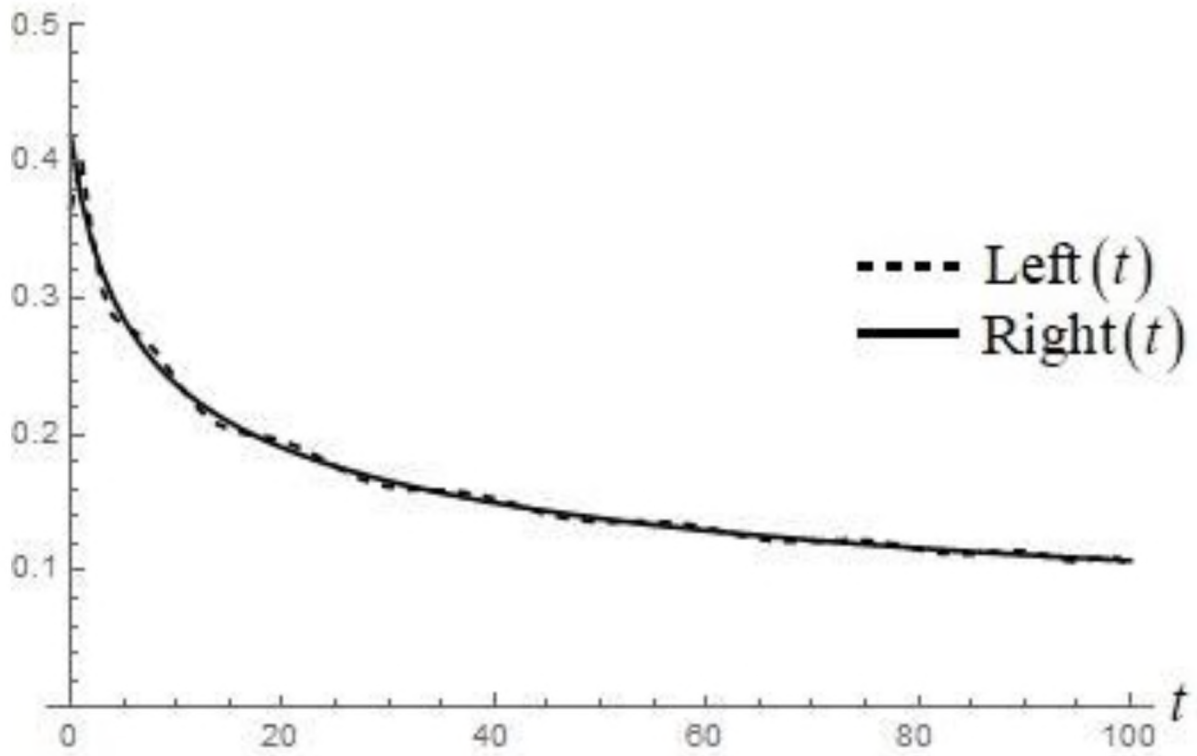


Рисунок 2.21 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні шістнадцяти поліномів

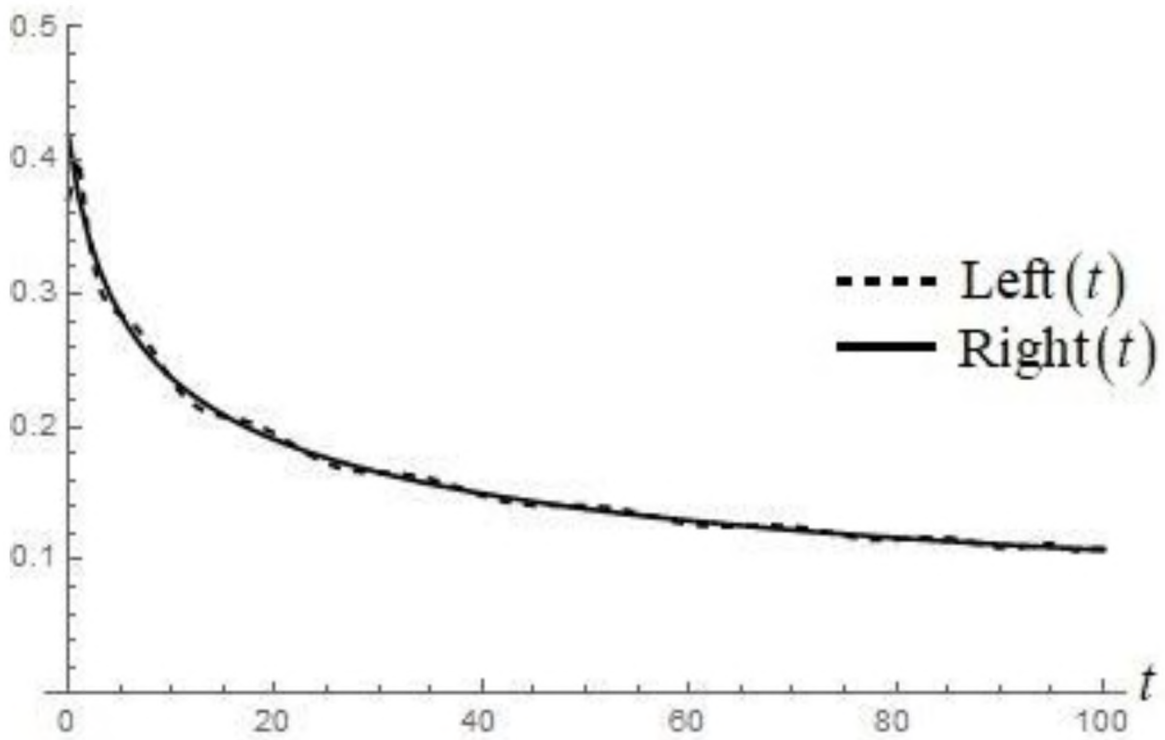


Рисунок 2.22 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні сімнадцяти поліномів

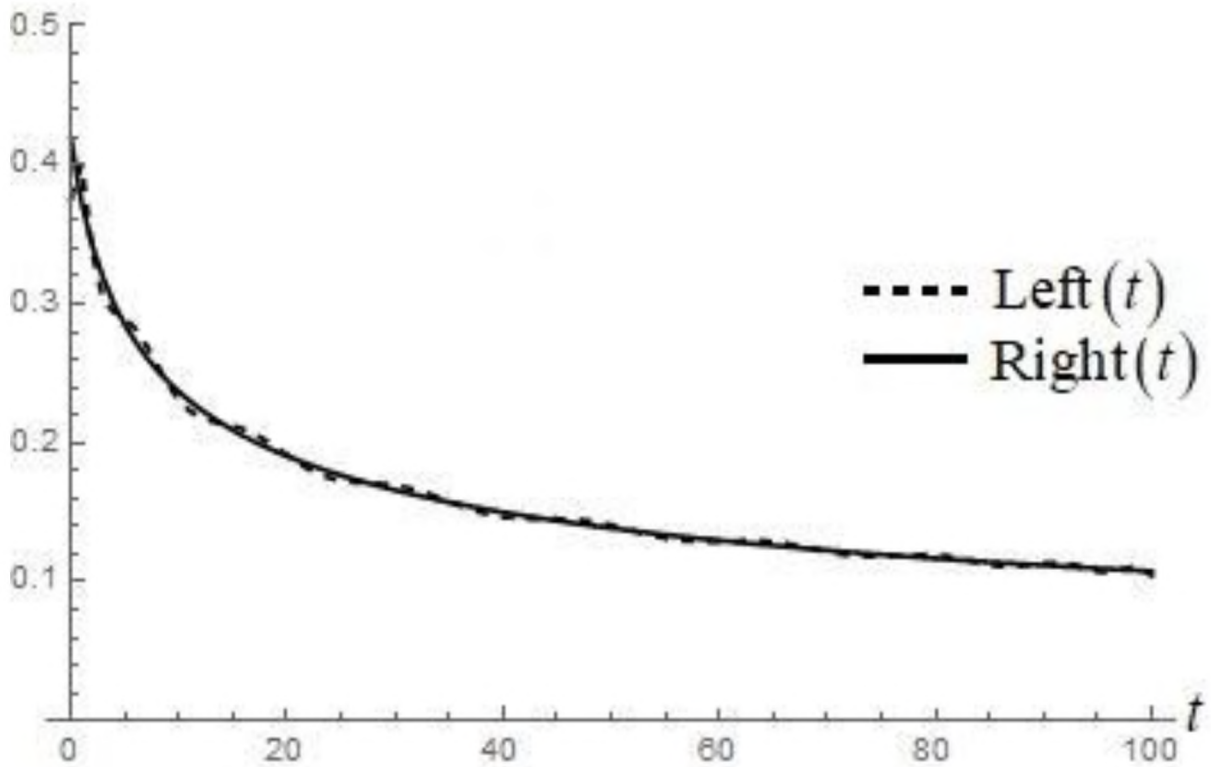


Рисунок 2.23 – числове порівняння функцій $Left(t)$ та $Right(t)$
у наближенні вісімнадцяти поліномів

З даних графіків можна зробити висновок, що наближення малої кількості поліномів не є точними, але зі збільшенням числа поліномів ліва частина досліджуваного інтегрального рівняння стає все ближче до правої, тож це свідчить про збіжність запропонованого методу розв'язання даного інтегрального рівняння. Збіжність методу, фактично, гарантується тим, що ядро досліджуваного інтегрального рівняння є додатно-визначеною функцією, див., наприклад, відповідний опис цього питання у [5, 6]. Слід зауважити, що для досить великої кількості поліномів графіки лівої і правої частин інтегрального рівняння майже співпадають.

2.4 Висновки

Довизначено кореляційну функцію телекомунікаційного трафіку у GSFD моделі для часів $t \in [0,1]$ у неперервному випадку, з точністю до постійного множника запропоновано вираз (2.10) для кореляційної функції. Обчислено

вагову функцію фільтра Колмогорова–Вінера для параметрів (2.17), (1.8) у наближеннях від 1 до 18 поліномів. Проілюстровано збіжність запропонованого методу Галеркіна, що базується на поліномах Чебишева першого роду.

3 ЕКОНОМІЧНИЙ РОЗДІЛ

3.1 Визначення трудомісткості розробці фільтру Колмогорова–Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі

Трудомісткість – один з показників продуктивності праці, він являє собою суму витрат праці на виробництво одиниці продукції. Трудомісткість обернено пропорційна показнику продуктивності праці (кількості продукції, що виробляється за одиницю робочого часу). Трудомісткість при дослідженні і розробці фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі визначаємо тривалістю кожної робочої операції (таблиця 3.1), починаючи зі збору та аналізу необхідної інформації і закінчуючи оформленням документації:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10} + t_{11} + t_{12} \quad (3.1)$$

Оцінка витрат праці на збір і аналіз інформації залежить від конкретних умов і визначається на основі експертних оцінок. Зважаючи на той факт, що дослідження, пов'язані з обробкою складних сигналів в телекомунікаційних системах, охоплюють великий пласт інформації, представимо результати трудомісткості кожної операції в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Тривалість робочих операцій

Робоча операція	Тривалість
1.Збір і аналіз інформації	$t_1 = 31$ години
2. Аналіз стану питання, постановка задачі та складання технічного завдання	$t_2 = 17$ години
3. Довизначення кореляційної функції неперервного трафіку на проміжок	$t_3 = 7$ годин
4. Обчислення вагової функції фільтра. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості поліномів.	$t_4 = 10$ годин

5. Порівняння лівої та правої частин інтегрального рівняння. Дослідження поведінки розв'язків в залежності від кількості поліномів	$t_5=11$ годин
6. Підготовку документації по завданню	$t_{12}=15$ годин

Отже, трудомісткість фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, що розраховується за формулою 3.1, складатиме:

$$t = 31+17+7+10+11+15=91 \text{ людино-годин.}$$

3.2 Визначення середньої заробітної плати спеціаліста в галузі телекомунікацій

Інженер з телекомунікацій забезпечує доступ користувачам в інтернет, "прокладає" оптико-волоконні мережі, надає послуги IP-телефонії, відповідає за налагодження, експлуатацію, моніторинг мережі, її розвиток, забезпечує якісну і надійну роботу систем. Встановлює на підприємствах системи відеоспостереження, охоронно-пожежної сигналізації, звукового оповіщення тощо.

Підрахунок середньої заробітної плати:

- Представимо суму заробітної плати в Україні за кожен місяць протягом одного року (таблиця 3.2), з травня 2020 року по квітень 2021 року:
 $7900+8450+8800+9110+9760+9950+9040+9740+10500+10200+10990+11200=78790$ грн/рік

Таблиця 3.2 – Заробітна плата за кожен місяць

Місяць	Заробітна плата, грн
Травень 2020	7900
Червень 2020	8450
Липень 2020	8800
Серпень 2020	9110

Вересень 2020	9760
Жовтень 2020	9950
Листопад 2020	9040
Грудень 2020	9740
Січень 2021	10500
Лютий 2021	10200
Березень 2021	10990
Квітень 2021	11200

- Розрахуємо середню заробітну плату за один місяць за формулою:

$$ЗП_{\text{сер}} = ЗП_{\text{рік}} / 12 \quad (3.2)$$

$$ЗП_{\text{сер}} = 115640 / 12 = 9636,67 \text{ грн/місяць}$$

- Розрахуємо середню заробітну плату за одну годину роботи, з урахуванням 8-ми годинного робочого графіку на добу і 5-ти денній робочій тиждень:
 - Кількість робочих годин у місці 168 год/місяць;
 - Середня заробітну плату за одну годину роботи становить: 57,36 грн/годину.

3.3 Розрахунок витрат на заробітну плату

Заробітна плата (оплата праці працівника) - винагорода за працю залежно від кваліфікації, складності, обсягу, якості та умов виконуваної роботи, а також компенсаційні та стимулюючі виплати. Заробітна плата - грошова компенсація, яку працівник отримує в обмін на свою працю.

Заробітна плата виконавця враховує основну і додаткову заробітну плату, а також відрахування на соціальні потреби (єдиний соціальний внесок) і визначається за формулою:

$$З_{\text{зп}} = t \cdot З_{\text{іт}}, \text{ грн}, \quad (3.3)$$

де t – загальна тривалість при дослідженні і розробці фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, годин;

Z_{it} – середньогодинна заробітна плата інженера в галузі телекомунікацій, грн/годину.

$$Z_{3П} = 91 \cdot 57,36 = 5219,76 \text{ грн.}$$

3.4 Розрахунок витрат на програмне та апаратне забезпечення

Розрахунок витрат на необхідне програмне та апаратне забезпечення при дослідженні і розробці фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі наведено в таблиці 3.3

Таблиця 3.3 – Вартість необхідного програмного та апаратного забезпечення

Найменування	Вартість, грн
Нетбук	11499,00
Миша	336,00
Операційна система Microsoft Windows 7 Максимальная, 32-bit	8650,00
Разом:	20485

Отже, витрати на необхідне програмне та апаратне забезпечення становлять 20485 гривень.

3.5 Розрахунок капітальних витрат

Під капітальними витратами розуміють усі витрати, які забезпечують підготовку й реалізацію проекту, включаючи формування або збільшення основних та оборотних коштів. Залежно від виду і форм капітальних витрат значення їх показників матиме різний економічний сенс.

До капітальних витрат звичайно відносять початкову вартість будівель та споруд (або крокові витрати на їх встановлення); вартість нових видів машин та механізмів; придбання обладнання та приладів; вартість придбаних нематеріальних активів, що належать до поступового списання тощо.

Таким чином, капітальні витрати на дослідження та розробку фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі є сумою витрат на заробітну плату і витрат на необхідне програмне та апаратне забезпечення.

$$KB = 5219,76 + 20485 = 25704,76 \text{ грн.}$$

3.6 Висновок

В економічному розділі було розраховано кількість часу, що необхідно для розробки фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, заробітну плату інженера, витрати на необхідне програмне та апаратне забезпечення, на основі чого було зроблено висновок, що сума капітальних витрат складає 25704,76грн.

ВИСНОВКИ

У роботі досліджено вагову функцію фільтра Колмогорова–Вінера, який застосовується до прогнозування телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі. Така модель описана у роботі для дискретного випадку [7] та може добре описувати трафік в системах з пакетною передачею даних; телекомунікаційний трафік вважається випадковим стаціонарним процесом.

Як зазначено в [4], у випадку, коли даних багато, трафік можна описувати як неперервний випадковий процес. Відповідно, з точністю до постійного множника до визначено кореляційну функцію трафіку у GFSD моделі для часів $t \in [0,1]$ у неперервному випадку, див. (2.10). Це до визначення базувалось на ідеї того, що максимальне за модулем значення кореляційної функції має досягатись у точці $t = 0$ та кореляційна функція має бути парною. Більш того, до визначення, запропоноване в цій роботі, передбачає неперервність кореляційної функції та її похідної. Спосіб до визначення, запропонований в цій роботі, є логічним, але, скоріш за все, не єдино можливим, більш точне до визначення може бути запропоноване на основі експериментальних даних. Але, скоріш за все, спосіб до визначення не має суттєво вплинути на результати, бо проміжок $t \in [0,1]$, скоріш за все, не матиме суттєвого впливу на обчислені у роботі інтеграли.

В досліджуваному неперервному випадку вагова функція досліджуваного фільтра підпорядковується інтегральному рівнянню Вінера–Хопфа, точний аналітичний розв'язок якого знайти вкрай важко, тому доречним є пошук наближеного розв'язку. В даній роботі такий пошук запропоновано робити на основі методу Галеркіна, який базується на поліномах Чебишева першого роду. Такий вибір поліномів зумовлений тим, що такі поліном вже використовувалися для прогнозування трафіку у іншій моделі (див. [5]), та у роботі [5] виведено деякі корисні співвідношення між цими поліномами, та деякі властивості інтегральних дужок, що базуються на цих поліномах.

Зокрема, ці властивості дозволяють суттєво зменшити кількість інтегральних дужок, для яких безпосереднє обчислення є необхідним.

Для параметрів (2.17), (1.8) обчислені вагові функції фільтра у наближеннях від 1 до 18 поліномів. Наведено відповідні графіки порівнянь лівої та правої частин досліджуваного інтегрального рівняння. Проілюстровано збіжність методу та той факт, що наближення досить великої кількості поліномів приводить до досить близького співпадіння лівої і правої частин.

Актуальність роботи зумовлена тим, що фільтр Колмогорова–Вінера ще не досліджувався для прогнозування трафіку у GFSD моделі. Результати роботи можуть бути застосовані до практичного прогнозування трафіку у телекомунікаційних системах з пакетною передачею даних.

В економічному розділі було розраховано кількість часу, що необхідно для розробки фільтру Колмогорова-Вінера для телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі, заробітну плату інженера, витрати на необхідне програмне та апаратне забезпечення, на основі чого було зроблено висновок, що сума капітальних витрат складає 25704,76грн.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- 1 C. Katris, S. Daskalaki, "Comparing forecasting approaches for Internet traffic", *Expert Systems with Applications*, Vol. 42, Issue 21, p. 8172-8183 (2015).
- 2 O. Yu. Gusev, V. M. Gorev, V. I. Korniienko, "Theory of adaptive filtration", Dnipro, NTU "DP", 156p, (2019).
- 3 А. И. Костромицкий, В. С. Волоotka, "Подходы к моделированию самоподобного траффика", *Восточно-европейский журнал передовых технологий*, Т. 46, с. 46-49 (2010).
- 4 В. Х. Багманов, А. М. Комиссаров, А. Х. Султанов, «Прогнозирование телетраффика на основе фрактальных фильтров», *Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета*, т. 9, №6 (24), с. 217–222 (2007).
- 5 V. Gorev, A. Gusev, V. Korniienko, "Investigation of the Kolmogorov-Wiener filter for continuous fractal processes in the basis of the Chebyshev polynomials of the first kind", *IAPGOS*, Vol. 10, No. 1, p. 58-61 (2020).
- 6 V. Gorev, A. Gusev, V. Korniienko, "On the Telecommunication Traffic Forecasting in a Fractional Gaussian Noise Model", *CEUR Workshop Proceedings*, Vol. 2623, p. 164–173 (2020).
- 7 D. Anderson, W. S. Cleveland, B. Xi, "Multifractal and Gaussian fractional sum–difference models for Internet traffic", *Performance Evaluation*, Vol. 107, p. 1–33 (2017).
- 8 J. R. M. Hosking, "Fractional differencing", *Biometrika*, Vol. 68, No. 1, p. 165-176 (1981).
- 9 F. W. Oliver, D. Lozier, R. F. Boisvert, C. W. Clark, "NIST Handbook of Mathematical Functions", Cambridge University Press, 968 p, (2010).
- 10 S. L. Miller, D. Childers, "Probability and Random Processes With Applications to Signal Processing and Communications", Elsevier, Academic Press, 611 p, (2012).
- 11 A. D. Polyanin, A. V. Manzhirov, "Handbook of integral equations", Chapman & Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 1144p, (2008).

12 V. Gorev, A. Gusev, V. Korniienko, "On the Telecommunication Traffic Forecasting in a Fractional Gaussian Noise Model", CEUR Workshop Proceedings, Vol. 2853, p. 389–400 (2021).

13 І. В. Новицький, С. А. Ус, «Випадкові процеси», Дніпропетровськ, НГУ, 124 с, (2011).

14 S. H. Sorbye, H. Rue, "Fractional Gaussian noise: Prior specification and model comparison", arXiv:1611.06399v1 [stat.ME], online: <https://arxiv.org/pdf/1611.06399v1.pdf> (2016).

ДОДАТОК А. Відомість матеріалів кваліфікаційної роботи

№	Формат	Найменування	Кількість листків	Примітки
<i>Документація</i>				
1	A4	Реферат	3	
2	A4	Зміст	1	
3	A4	Вступ	1	
4	A4	Стан питання. Постановка задачі.	8	
5	A4	Спеціальна частина	23	
6	A4	Економічний розділ	5	
7	A4	Висновки	2	
8	A4	Перелік посилань	2	
9	A4	Додаток А	1	
10	A4	Додаток Б	1	
11	A4	Додаток В	3	
12	A4	Додаток Г	1	
13	A4	Додаток Д	1	

ДОДАТОК Б. Перелік документів на оптичному носії

- 1 Електронна версія пояснювальної записки
(ПояснювальнаЗапискаПриходько.doc та ПояснювальнаЗапискаПриходько.pdf)
- 2 Електронна версія демонстраційного матеріалу
(ПрезентаціяПриходько.pdf)

ДОДАТОК В. Код у Wolfram Mathematica

```

T = 100;
k = 3;
d = 0.31;
eR[x_] = (Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/Gamma[x - d + 1])*((2*(1 -
d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2));
erR[x_] = D[eR[x], x];
r1 = N[eR[1]];
r2 = N[erR[1]];
c = 1;
a = r1 - c;
b = r2/a;
R[x_] = Which[Abs[x] <= 1, a*Abs[x]^b + c, Abs[x] > 1, eR[Abs[x]]];
Print[Plot[R[x], {x, -2, 2}]];
eN = 18;
G = IdentityMatrix[eN];
For[i = 1, i <= eN, i++,
  For[j = 1, j <= i, j++,
    If[EvenQ[i + j], G[[i,j]] = N[0.5*Integrate[(Gamma[1 -
d]/Gamma[d])*(Gamma[-x + d]/Gamma[-x - d + 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2
- (1 - d)^2))*
      Integrate[ChebyshevT[i - 1, (y + x)/T - 1]*ChebyshevT[j - 1, (y -
x)/T - 1], {y, -x, x + 2*T}], {x, -T, -1}] +
      (Plus[0.5])*Integrate[(Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x +
d]/Gamma[x - d + 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2))*
      Integrate[ChebyshevT[i - 1, (y + x)/T - 1]*ChebyshevT[j - 1, (y -
x)/T - 1], {y, x, 2*T - x}], {x, 1, T}] +
      (Plus[0.5])*Integrate[(a*(-x)^b + c)*Integrate[ChebyshevT[i - 1, (y +
x)/T - 1]*ChebyshevT[j - 1, (y - x)/T - 1], {y, -x, x + 2*T}], {x, -1, 0}] +

```

```

(Plus[0.5])*Integrate[(a*x^b + c)*Integrate[ChebyshevT[i - 1, (y + x)/T -
1]*ChebyshevT[j - 1, (y - x)/T - 1], {y, x, 2*T - x}], {x, 0, 1}]];
G[[j,i]] = G[[i,j]]; Print["G[[", i, ", ", j, "]]=", G[[i,j]]; ]; ];
Print[MatrixForm[G]];
B = Range[eN];
For[i = 1, i <= eN, i++, B[[i]] = Integrate[ChebyshevT[i - 1, (2*x)/T - 1]*R[x + k],
{x, 0, T}]; ];
g = Inverse[G] . B
MatrixForm[g]
h[x_] = Sum[g[[i]]*ChebyshevT[i - 1, (2*x)/T - 1], {i, 1, eN}];
TheLeftList = Range[101];
TheRightList = Range[101];
Lef[t_] = Which[t > 1 && t < T - 1, N[Integrate[h[t - x]*(Gamma[1 -
d]/Gamma[d])*(Gamma[-x + d]/Gamma[-x - d + 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2
- (1 - d)^2)),
{x, t - T, -1}] + Integrate[h[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, -1, 0}] + Integrate[h[t -
x]*(a*x^b + c), {x, 0, 1}] +
Integrate[h[t - x]*(Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/Gamma[x - d +
1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, 1, t}], t >= T - 1,
N[Integrate[h[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, t - T, 0}] + Integrate[h[t - x]*(a*x^b + c),
{x, 0, 1}] +
Integrate[h[t - x]*(Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/Gamma[x - d +
1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, 1, t}], t <= 1,
N[Integrate[h[t - x]*(Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[-x + d]/Gamma[-x - d
+ 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, t - T, -1}] +
Integrate[h[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, -1, 0}] + Integrate[h[t - x]*(a*x^b + c),
{x, 0, t}]]];
For[i = 0, i <= 100, i++, TheLeftList[[i + 1]] = Lef[i]; TheRightList[[i + 1]] = N[R[i
+ k]]; Print["Left[" , i, "]=", TheLeftList[[i + 1]]];
Print["Right[" , i, "]=", TheRightList[[i + 1]]]; ];

```

```

ListLinePlot[{TheLeftList, TheRightList}]
For[eNN = eN, eNN >= 1, eNN--, Print[eNN]; Ge = IdentityMatrix[eNN]; Be =
Range[eNN]; For[i = 1, i <= eNN, i++,
  For[j = 1, j <= eNN, j++, Ge[[i,j]] = G[[i,j]]; ]; For[i = 1, i <= eNN, i++,
Be[[i]] = B[[i]]; ]; ge = Range[eNN]; ge = Inverse[Ge] . Be;
  Print[MatrixForm[ge]]; ash[x_] = Sum[ge[[i]]*ChebyshevT[i - 1, (2*x)/T - 1], {i,
1, eNN}]; DerLeftList = Range[101]; DerRightList = Range[101];
  DerLef[t_] = Which[t > 1 && t < T - 1, N[Integrate[ash[t - x]*(Gamma[1 -
d]/Gamma[d])*(Gamma[-x + d]/Gamma[-x - d + 1])*
  ((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, t - T, -1}] +
Integrate[ash[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, -1, 0}] +
  Integrate[ash[t - x]*(a*x^b + c), {x, 0, 1}] + Integrate[ash[t - x]*(Gamma[1
- d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/Gamma[x - d + 1])*
  ((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, 1, t}], t >= T - 1,
N[Integrate[ash[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, t - T, 0}] +
  Integrate[ash[t - x]*(a*x^b + c), {x, 0, 1}] + Integrate[ash[t - x]*(Gamma[1
- d]/Gamma[d])*(Gamma[x + d]/Gamma[x - d + 1])*
  ((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, 1, t}], t <= 1,
  N[Integrate[ash[t - x]*(Gamma[1 - d]/Gamma[d])*(Gamma[-x + d]/Gamma[-
x - d + 1])*((2*(1 - d)*x^2 - (1 - d)^2)/(x^2 - (1 - d)^2)), {x, t - T, -1}] +
  Integrate[ash[t - x]*(a*(-x)^b + c), {x, -1, 0}] + Integrate[ash[t - x]*(a*x^b
+ c), {x, 0, t}]]]*
  For[i = 0, i <= 100, i++, DerLeftList[[i + 1]] = DerLef[i]; DerRightList[[i + 1]]
= N[R[i + k]]; Print["Left[" , i, "]" = ", DerLeftList[[i + 1]]];
  Print["Right[" , i, "]" = ", DerRightList[[i + 1]]]; ];
Print[ListLinePlot[{DerLeftList, DerRightList}, DataRange -> {0, 100},
  PlotStyle -> {Directive[Black, Dashed], Black}, AxesLabel -> Automatic,
PlotLegends -> "Expressions", PlotRange -> {0, 0.5}]]; ];

```

**ДОДАТОК Г. Відгук керівника економічного розділу
ВІДГУК**

Керівник розділу

(підпис)

Н. М. Романюк

ДОДАТОК Д. Відгук керівника кваліфікаційної роботи
Відгук на кваліфікаційну роботу
студента групи 172-17-1 Приходька Є. О.
на тему: «Використання фільтра Колмогорова–Вінера для
телекомунікаційного трафіку в GFSD моделі»

Пояснювальна записка розташована на 55 сторінках і містить, у тому числі, вступ, три розділи та висновки. Метою роботи є дослідження вагової функції фільтра Колмогорова–Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку у GFSD моделі.

Рівень запозичень в роботі відповідає вимогам «Положення про систему виявлення та запобігання плагіату».

Серед позитивних сторін роботи слід відмітити, зокрема, те, що при виконанні роботи Є. О. Приходько продемонстрував добрий рівень знань на навичок. У роботі довизначено кореляційну функцію трафіку у неперервному випадку та досліджено поведінку поліноміальних розв'язків для наближень від 1 до 18 поліномів. Реалізовано метод розвинення за поліномами Чебишева першого роду, ортогональними на досліджуваному часовому відрізку. Проілюстровано збіжність методу для даної моделі.

Серед недоліків роботи слід відмітити, зокрема

1. Незначні стилістичні недоліки.
2. Слід було обчислити нев'язку між правою та лівою частинами інтегрального рівняння для кращої ілюстрації збіжності методу.

Незважаючи на недоліки, в цілому робота задовольняє усім вимогам, що висуваються до кваліфікаційних робіт бакалаврів, заслуговує оцінки «відмінно», а її автор Приходько Є.О. – присвоєння кваліфікації бакалавр з телекомунікації та радіотехніки.

Керівник роботи, к.ф.-м.н., доц. каф. БІТ

В. М. Горєв