

*П.І. Пілов*

**ГРАВІТАЦІЙНІ МЕТОДИ ЗБАГАЧЕННЯ  
КОРИСНИХ КОПАЛИН**

Підручник для студентів,  
що навчаються за спеціальністю «Гірництво»

Дніпро

2021

УДК 622.75

ББК

Затверджено Вченою радою Національного технічного університету "Дніпровська політехніка" як навчальний підручник (протокол № 8 від 20 травня 2021р.)

Рецензенти:

Т.А. Олійник, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри збагачення корисних копалин і хімії Державного вищого навчального закладу "Криворізький національний університет"

І.К. Младецький, д-р техн. наук, професор кафедри технологічного інжинірингу переробки матеріалів Національного технічного університету "Дніпровська політехніка"

Гравітаційні методи збагачення корисних копалин: Навч. підручник / П.І.Пілов. – Дніпро: Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», 2021. – 152 с.

Підручник для студентів, що навчаються за спеціальністю «Гірництво» при вивченні дисципліни «Гравітаційні методи збагачення корисних копалин» та може бути використано для аспірантів і науковців.

УДК 622.75

ББК

Редакційна обробка автора

ISBN 978-966

© П.І.Пілов, 2021  
© Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», 2021

## ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1. ВЛАСТИВОСТІ МІНЕРАЛІВ І РІДКИХ СЕРЕДОВИЩ ДЛЯ ГРАВІТАЦІЙНОЇ СЕПАРАЦІЇ	7
1.1. Властивості мінералів	7
1.2. Середовища для гравітаційної сепарації	9
1.3. Реологічні властивості рідких середовищ	10
1.4. Дисперсні системи	12
1.4.1. Уявлення про дисперсні системи	12
1.4.2. Суспензії	15
1.4.3. В'язкість суспензій	17
1.4.3.1. В'язкість монодисперсних суспензій	17
1.4.3.2. В'язкість полідисперсних суспензій	21
1.5. Контрольні питання	23
РОЗДІЛ 2. ШВИДКІСТЬ РУХУ МІНЕРАЛЬНИХ ЧАСТИНОК У РІДКОМУ СЕРЕДОВИЩІ	25
2.1. Швидкість вільного руху	25
2.2. Опір середовища. Діаграма Релея	26
2.3.Решення рівняння вільного руху мінеральної частинки в рідкому середовищі для першої автомобельної області	30
2.4.Решення рівняння вільного руху мінеральної частинки в рідкому середовищі для другої автомобельної області	32
2.5. Універсальний метод визначення швидкості вільного руху зерен в середовищі	34
2.6. Стислий рух монодисперсної твердої фази в рідкому середовищі	37
2.7. Стислий рух полідисперсної твердої фази в рідкому середовищі	40
2.8. Контрольні питання	44
РОЗДІЛ 3. ТУРБУЛЕНТНИЙ МАСОПЕРЕНОС	47
3.1. Характеристики турбулентного режиму течії	47
3.2. Механізм переносу твердої фази турбулентними потокami рідини	49
3.2.1. Турбулентний перенос без масообміну з навколишнім рідким середовищем	49
3.2.2. Турбулентний перенос з масообміном з навколишнім рідким середовищем	51

3.3. Контрольні питання	56
РОЗДІЛ 4. СЕПАРАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В РІДКИХ СЕРЕДОВИЩАХ	55
4.1. Кінетика досягнення кінцевої швидкості падіння	55
4.2. Рівноважний стан частинок з неоднорідної речовини	56
4.3. Особливості руху частинок різної крупності	57
4.4. Особливості поведінки частинок при осадженні в умовах обмеженого простору	58
4.5. Осадження частинок в нерухомій рідині	60
4.6. Осадження частинок в горизонтальному потоці рідини	60
4.7. Осадження частинок в вертикальному потоці рідини	61
4.8. Розподіл часток в горизонтальному турбулентному потоці	64
4.9. Вертикальний турбулентний потік	65
4.10. Рух в криволінійних потоках	67
4.11. Контрольні питання	69
РОЗДІЛ 5. СЕПАРАЦІЯ В РІДКИХ СЕРЕДОВИЩАХ	71
5.1. Сепараційні процеси	71
5.2. Розподільна ознака при гравітаційній сепарації	72
5.3. Сепараційні характеристики	73
5.4. Експериментальне визначення сепараційних характеристик	75
5.5. Контрольні питання	78
РОЗДІЛ 6. ПРОЦЕСИ ТА АПАРАТИ ГРАВІТАЦІЙНОЇ СЕПАРАЦІЇ	79
6.1. Гідравлічна класифікація	79
6.1.1. Сутність процесу і області його застосування	79
6.1.2. Класифікація апаратів для гідравлічної класифікації	80
6.1.3. Конусні класифікатори	81
6.1.4. Сепараційні характеристики гідравлічних класифікаторів	82
6.1.5. Камерні гідравлічні класифікатори	84
6.1.6. Гідравлічні гравітаційні класифікатори з примусовим розвантаженням пісків	85
6.1.7. Відцентрові гідравлічні класифікатори	88
6.1.8. Гідроциклони	88
6.2. Сепарація у важких середовищах	93
6.2.1. Технологія сепарації в суспензіях	93
6.2.2. Обважнювачі	97

6.2.3 . Сепаратори для збагачення в суспензіях і їх класифікація	99
6.3. Вібросуспензійні сепаратори	104
6.4.Суспензійні циклони	105
6.5. Регенерація суспензії	109
6.6. Відсадка	112
6.6.1. Сутність і теоретичні основи відсадки	112
6.6.2. Відсаджувальні машини	116
6.6.3. Повітряно-пульсаційні відсаджувальні машини	119
6.6.4. Діафрагмові відсаджувальні машини	123
6.6.5. Поршневі відсаджувальні машини	125
6.6.6. Відсаджувальні машини з рухомим решетом	126
6.6.7.Режимні параметри відсадки	128
6.6.8. Конструктивні параметри відсадки	131
6.6.9. Застосування відсаджувальних машин	133
6.6.10. Сепараційна характеристика відсадки	137
6.7. Сепарація в безнапірному потоці рідини малої товщини	138
6.7.1. Теоретичні основи	138
6.7.2. Концентраційні столи	140
6.7.3. Конусні сепаратори	142
6.7.4. Гвинтові сепаратори і гвинтові шлюзи	144
6.8. Контрольні питання	146
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	149

## ВСТУП

Гравітаційні методи збагачення корисних копалин засновані на сепарації мінеральних зерен, що відрізняються щільністю, розмірами і формою, та обумовлюють відмінність в характері і швидкості їх руху в рідких середовищах під дією сили тяжіння або відцентрової, а також сил опору.

Гравітаційна сепарація за масштабом застосування посідає провідне місце серед інших методів збагачення, особливо в практиці переробки кам'яного вугілля і антрацитів, золотовмісних, вольфрамових, молібденових руд, руд розсипних родовищ і руд чорних металів.

Гравітаційна сепарація за широтою діапазону характеристик збагачуваних корисних копалин, різноманітністю умов застосування і призначенням, простотою технології, високою продуктивністю збагачувальних апаратів в порівнянних умовах перевершує багато інших процесів збагачення і забезпечує високу ефективність розділення мінеральних сумішей при відносно низьких матеріальних, трудових і енергетичних витратах.

# РОЗДІЛ 1. ВЛАСТИВОСТІ МІНЕРАЛІВ І РІДКИХ СЕРЕДОВИЩ ДЛЯ ГРАВІТАЦІЙНОЇ СЕПАРАЦІЇ

## 1.1. Властивості мінералів

У земній корі налічується близько 3000 мінералів. Мінерали відрізняються один від одного хімічним складом, фізико-хімічними та фізико-механічними властивостями. До них відносяться: щільність, форма, твердість, колір, блиск, електропровідність, змочуваність, магнітна сприйнятливість і ін.

З використанням технологій гравітаційної сепарації, можна витягати близько 250 з відомих мінералів.

Для гравітаційної сепарації істотне значення мають щільність, крупність і форма мінеральних зерен.

*Щільність речовини мінералу (дійсна питома маса)* це відношення маси до об'єму речовини:

$$\delta_u = m/V_v .$$

*Щільність мінералу (уявна питома маса)* – відношення маси тіла до об'єму:

$$\delta = m/V_m .$$

Об'єм тіла більше об'єму речовини, оскільки включає в себе пори і порожнечі. Об'єм пор дорівнює різниці об'єму тіла і об'єму речовини, тому пористість мінералу становить :

$$p = \frac{V_m - V_v}{V_m} = 1 - \frac{V_v}{V_m} = 1 - \frac{\delta}{\delta_u} .$$

*Приклад:* яка уявна щільність кам'яного вугілля, якщо його дійсна щільність становить  $1450 \text{ кг/м}^3$ , а пористість – 10 %.

*Рішення:* з рівняння для пористості мінералів отримуємо:

$$\delta = \delta_u (1 - p) = 1450 (1 - 10 / 100) = 1305 \text{ кг/м}^3 .$$

*Крупність* мінеральних зерен в гравітаційній сепарації оцінюється характерним розміром – *еквівалентним діаметром*, рівним діаметру сфери, рівновеликої за обсягом зерну, тобто:

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}, \text{ звідки } d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} .$$

*Приклад:* знайти еквівалентний діаметр куска вугілля, якщо його маса становить  $0,785 \text{ г}$ , а щільність –  $1500 \text{ кг/м}^3$ .

*Рішення:* оскільки маса частинки дорівнює добутку її об'єму на щільність, то при перекладі маси частинки в кілограми, отримуємо:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot m}{\pi \cdot \delta}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,785 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 1500}} = 10^{-2} \text{ м} = 10 \text{ мм}$$

Якісна характеристика і значення дійсної щільності деяких мінералів наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Властивості деяких мінералів, що вилучаються гравітаційними методами

Мінерал	Хімічна формула	Щільність, $\text{кг/м}^3$	Цінний компонент	Вміст цінного компонента, %
золото самородне	<i>Au</i>	до 19000	золото	до 100
галеніт	<i>PbS</i>	7400-7600	свинець	86,6
молібденіт	<i>MoS<sub>2</sub></i>	4300-5000	молібден	59,94
пірит	<i>FeS<sub>2</sub></i>	4900-5200	залізо	46,55
сфалерит	<i>ZnS</i>	3900-4100	цинк	67,10
халькопірит	<i>CuFeS<sub>2</sub></i>	4100-4300	мідь	34,36
каситерит	<i>SnO<sub>2</sub></i>	6100-7300	олово	78,80
кварц	<i>SiO<sub>2</sub></i>	2650	кремній	46,70
ільменіт	<i>FeTiO<sub>3</sub></i>	4400-5000	титан	31,60
магнетит	<i>Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub></i>	4500-5300	залізо	72,40
хроміти	<i>(Fe, Mg)Cr<sub>2</sub>O<sub>4</sub></i>	4000-4800	діоксид хрому	68,00
кальцит	<i>CaCO<sub>3</sub></i>	2700-2730	оксид кальцію	56,00
магнезит	<i>MgCO<sub>3</sub></i>	3000	оксид магнію	47,60
сидерит	<i>FeCO<sub>3</sub></i>	3500-3900	залізо	48,30
барит	<i>BaSO<sub>4</sub></i>	4300-4500	оксид барію	65,70
шеєліт	<i>CaWO<sub>4</sub></i>	6000	триоксид вольфраму	80,60
гематит	<i>Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub></i>	5000-5200	залізо	70,00
піролюзит	<i>MnO<sub>2</sub></i>	4820	марганець	63,20
вугілля	<i>C</i>	1300-1800	-	

*Форма* мінеральних зерен залежить від фізико-механічних властивостей мінералів, умов руйнування гірських порід і наступних на них впливів природного і техногенного характеру.

Наприклад, зерна мінералів, що утворені при руйнуванні руд корінних родовищ, мають неправильну форму уламків кристалів. У зерен кам'яного вугілля кутаста форма, сланцю – пластинчаста,



азбесту – голчаста, магнетиту – близька до кубічної. Обкатані мінеральні зерна розсипних родовищ мають округлу форму.

Відхилення форми зерен від сферичної можна охарактеризувати коефіцієнтом форми, рівним відношенню поверхні кулі, рівновеликої за об'ємом мінеральному зерну до поверхні зерна:

$$\varphi = \frac{S_{ш}}{S} = \frac{\pi \cdot d^2}{S}$$

Залежно від величини цього коефіцієнта мінеральні зерна прийнято відносити до наступних форм:

куляста	1,0
округлена, обкатана	0,8-0,9
кутаста	0,7-0,8
пластинчаста	0,6-0,7

## 1.2. Середовища для гравітаційної сепарації

Сепараційні ефекти при гравітаційній сепарації проявляються при взаємодії частинок збагачуваного матеріалу з рідкими середовищами та між собою. Середовищами для гравітаційної сепарації є вода, повітря, важкі рідини і суспензії.

Істотний вплив на швидкість переміщення сепарованих частинок мають фізичні та реологічні властивості рідких середовищ.

З фізичних властивостей найбільший вплив вносить щільність рідкого середовища, тобто маса одиниці об'єму рідини (питома маса).

Найбільш часто в якості розділового середовища при гравітаційній сепарації застосовують воду або повітря. Щільність води при нормальних умовах становить  $1000 \text{ кг/м}^3$ , а повітря -  $1,23 \text{ кг/м}^3$ .

У якості важких рідин, щільність яких більше щільності води, використовуються водні розчини хлоридів цинку і кальцію, а також рідини, що наведені в табл. 1.2.

Часто в практиці збагачення корисних копалин використовуються водорозчинні рідини і водні розчини хлоридів цинку і кальцію. На їх основі можливе приготування розчинів широкого діапазону щільності, необхідних для здійснення фракційних аналізів і сепарації.

Таблиця 1.2 – Характеристика важких рідин

Рідина	Хімічна формула	Максимальна щільність, кг/м <sup>3</sup>	Розчинність у воді
Водний розчин хлористого цинку	$ZnCl_2$	2500	розчинна
Водний розчин хлористого кальцію	$CaCl_2$	2500	розчинна
Бромформ	$CHBr_3$	2890	розчинна
Тетраброметан	$C_2H_2Br_4$	2960	не розчинна
Рідина Туле	$HgJ_2 + KJ$	3170	розчинна
Йодистий метилен	$CH_2J_2$	3320	не розчинна
Рідина Рорбаха	$BaJ_2 + HgJ_2$	3500	розчинна
Рідина Клерічі	$CH_2(COOTI)$ $HCOOTI$	4250	розчинна

### 1.3. Реологічні властивості рідких середовищ

До реологічних властивостей рідких середовищ, що визначає їх плинність, відносяться в'язкість і максимальне напруження зсуву.

*В'язкість* – властивість рідин чинити опір їх зсувній течії. Сили, що виникають при ковзанні шарів рідини відносно один одного, називаються внутрішніми силами тертя, а рідини, в яких це тертя виникає, називаються *в'язкими*.

За законом Ньютона сила внутрішнього тертя пропорційна швидкості зсуву рідини і площі дотичних шарів, що зсуваються:

$$T = \mu \cdot S \cdot \text{grad}U,$$

де  $T$  – сила внутрішнього тертя;  $S$  – площа дотичних шарів;  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини;  $\text{grad}U = \frac{dU}{dy}$  – градієнт швидкості зсуву;  $U$  – швидкість зсувної течії.

В результаті внутрішнього тертя в в'язкій рідині виникають дотичні напруження:

$$\tau = \frac{T}{S} = \mu \cdot \frac{dU}{dy}.$$

Отже, дотичне напруження в рідині пропорційне швидкості деформації зсуву.

*В'язкість* можна розглядати як міру передачі руху частинок рідини в напрямку перпендикулярному швидкості їх руху.

Ця властивість для газів пояснюється молекулярним рухом, проявом якого є перенесення кількості макроскопічного руху.

Для коефіцієнта динамічної в'язкості газів на основі молекулярно-кінетичної теорії встановлена наступна формула:

$$\mu = k \cdot \rho \cdot V \cdot \lambda,$$

де  $k$  – постійна;  $\rho$  – щільність;  $\lambda$  – довжина вільного пробігу молекул;  $V$  – середнє значення швидкості руху молекул.

В теорії в'язкості рідин приймається, що передача кількості руху відбувається за рахунок тимчасового об'єднання молекул на границі шарів, причому, вона буде лише тоді, коли енергії руху буде достатньо й для подолання сили тяжіння між молекулами, і коли вони будуть розташовані певним чином один до одного.

Коефіцієнт динамічної в'язкості рідини залежить від температури тиску і енергії зв'язку молекул.

У табл. 1.3 наведені значення коефіцієнтів динамічної в'язкості деяких рідин.

Таблиця 1.3 – Коефіцієнти динамічної в'язкості деяких рідин

Рідина	$t, ^\circ C$	$\mu, \text{Па}\cdot\text{с}$
повітря	20	0,00002
вода	20	0,00101
гас	28	0,0025
нафта легка	18	0,025
нафта важка	18	0,14
мастило	20	0,172
гліцерин	20	0,87

*Кінематичним коефіцієнтом в'язкості* називають відношення коефіцієнта динамічної в'язкості до щільності рідини:

$$\nu = \frac{\mu}{\Delta}.$$

Реологічні властивості гетерогенних (неоднорідних) систем (суспензії, колоїдні розчини, емульсії), зокрема, дисперсних, закону Ньютона не підкоряються. Через зчеплення елементарних об'ємів вони мають напруги зсуву навіть при відсутності руху.

Такі середовища називаються структурованими і дотичні напруження в них описуються законом Шведова-Бінгама:

$$\tau = \eta \cdot \frac{dU}{dy} + \tau_0,$$

де  $\tau_0$  – максимальне напруження зсуву, необхідне для початку перебігу середовища;  $\eta$  – коефіцієнт структурної в'язкості,  $\text{Па}\cdot\text{с}$ .

Структуроутворення є результатом енергетичної взаємодії між частинками дисперсної фази і дисперсійним середовищем.

Із законів Ньютона і Шведова-Бінгама випливає:

$$\text{grad}U = \frac{1}{\mu} \cdot \tau;$$

$$\text{grad}U = \frac{1}{\eta} \cdot (\tau - \tau_0).$$

Графічно ці залежності представлені на рис.1.1.

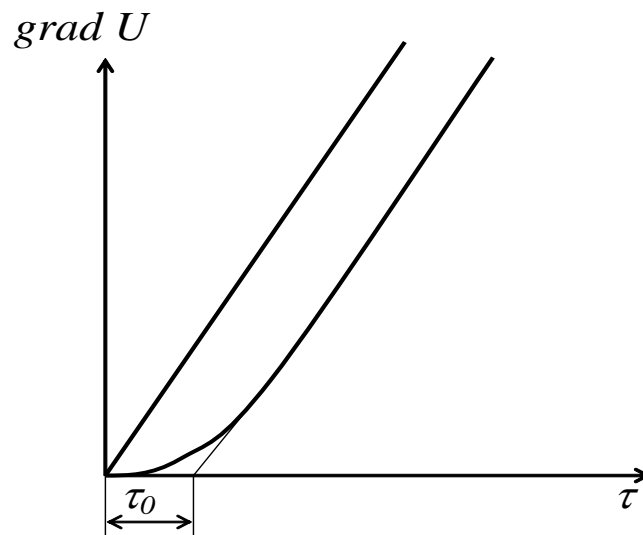


Рисунок 1.1. – Графічна інтерпретація законів Ньютона і Шведова-Бінгама

Для безструктурних суспензій  $\tau_0 = 0$ , а коефіцієнт структурної в'язкості стає рівним коефіцієнту динамічної в'язкості.

## 1.4. Дисперсні системи

### 1.4.1. Уявлення про дисперсні системи

Дисперсні системи з різною комбінацією фаз, що розрізняються природою і агрегатним станом, розміром частинок і взаємодією між ними, характеризує широкий спектр структурно-механічних властивостей. Вони представляються безперервним і нескінченним рядом не тільки проміжних, адитивних властивостей, але і якісно нових, ще не властивих окремим компонентам.

Загальна залежність напруги зсуву  $\tau$  від швидкості деформації  $\dot{\gamma} = \frac{dU}{dy}$  для стаціонарних рідиноподібних систем виражається

ступеневою функцією:

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n,$$

де  $k$  і  $n$  – параметри, що характеризують дану рідиноподібну систему.

Наведене двопараметричне рівняння відомо під назвою математичної моделі Освальда-Вейля. Ньютонівська в'язкість неньютонівської стаціонарної рідини визначається рівнянням:

$$\mu = \tau / \dot{\gamma} = k \cdot \dot{\gamma}^{n-1}.$$

Якщо  $n = 1$ , рідина є ньютонівською і константа  $k$  збігається зі значенням ньютонівської в'язкості. Відхилення  $n$  від одиниці характеризує ступінь невідповідності властивостей рідини ньютонівським. Для псевдопластичних рідин ( $n < 1$ ) характерне зниження ньютонівської в'язкості. Для ділатантної рідини ( $n > 1$ ) ньютонівська в'язкість зростає зі збільшенням швидкості деформації зсуву.

Твердоподібні дисперсні системи поділяються на бінгамовські і небінгамовські. Їх поведінка описується загальним рівнянням Шведова-Бінгама:

$$\tau = \tau_m + k \cdot \dot{\gamma}^n.$$

При  $n = 1$  рівняння характеризує бінгамівське тіло, при  $n > 1$  – пластичне ділатантне тіло і при  $n < 1$  – псевдо пластичне твердо подібне тіло.

Безліч різних взаємодій фаз в суспензіях можна об'єднати в три основні групи:

- ✓ гідродинамічна взаємодія між рідиною і диспергованими твердими частинками, що призводить до збільшення в'язкої дисипації в рідини;
- ✓ міжчастинкова взаємодія, що сприяє утворенню пластівців, скупчень, агломератів або структури;
- ✓ зіткнення частинок, що викликають в'язкі взаємодії.

Під кожною з таких взаємодій мається на увазі безліч факторів, що становлять зміст наведених вище груп, взаємозв'язок яких представлена на рис. 1.2.

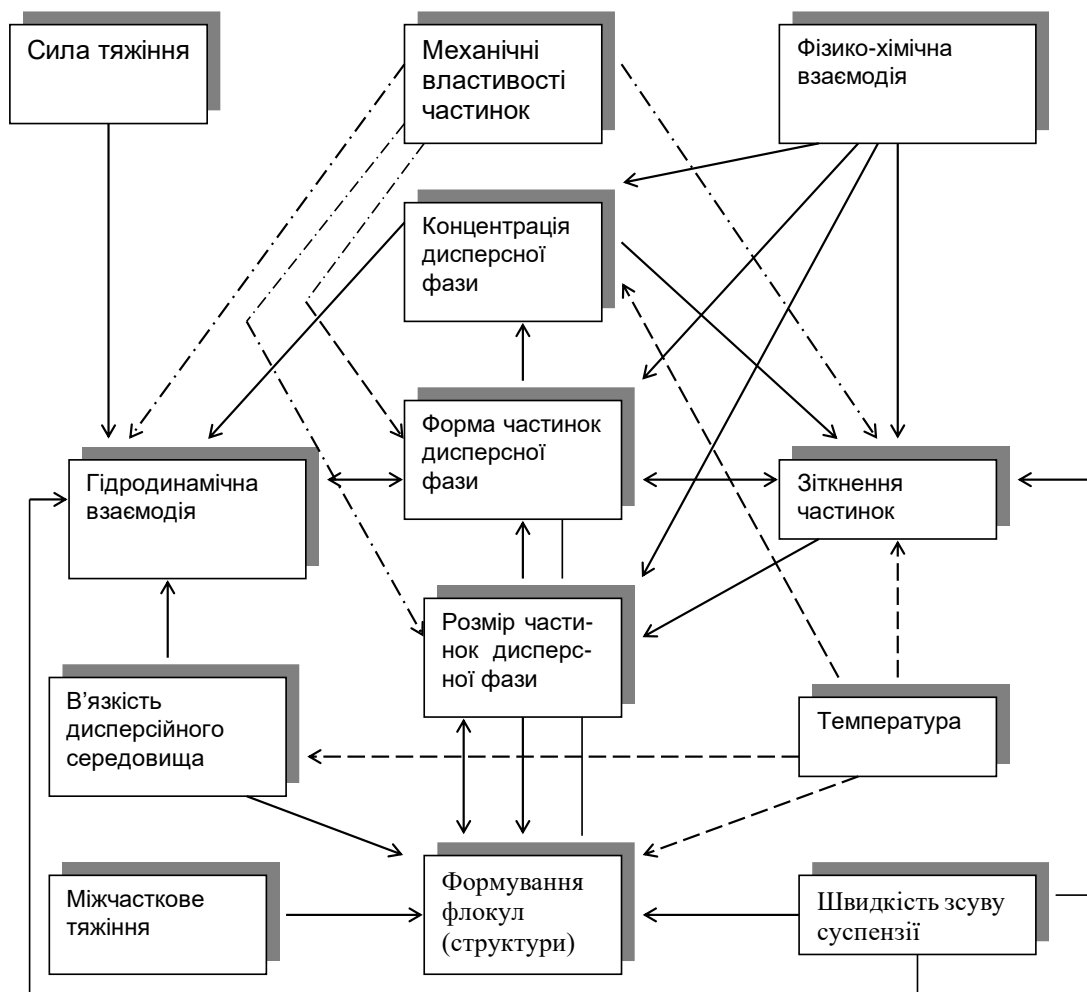


Рисунок 1.2. – Співвідношення груп взаємодій і факторів, що визначають в'язкість суспензії

Реологічні властивості суспензій залежать від переважання того чи іншого виду взаємодії. Від низьких до середніх концентрацій дисперсної фази зростає значення гідродинамічного ефекту. Від середніх до високих концентрацій збільшується роль в'язкої взаємодії частинок. При дуже високих концентраціях вплив зіткнень частинок переважає над впливом гідродинаміки.

Від низьких до середніх концентрацій дисперсної фази при відсутності взаємного тяжіння частинок переважає гідродинамічна взаємодія і, якщо рідина ньютонівська, то і суспензія залишається ньютонівською. Зі збільшенням концентрації твердої фази спочатку в'язкість суспензії зростає лінійно, але в області середніх концентрацій вона набуває нелінійний характер, причому, зі збільшенням концентрації швидкість росту в'язкості стає вище і

характер перебігу суспензії стає неньютонівським. Це явище пояснюється впливом швидкості зсуву сусідніх шарів у суспензії.

З ростом міжчастинного тяжіння в'язкість суспензії зростає, тому що частинки дисперсної фази утворюють флокули, скупчення, агломерати або структуру, що призводить до появи псевдопластичного характеру течії суспензії і появи тиксотропії, оскільки утворення частинок і структура чутливі до зрушення і піддаються руйнуванню.

При більш сильному міжчастинному тяжінні в'язкість суспензії зростає, міцність флокул збільшується, і вони витримують якусь напругу зсуву без руйнування. Суспензія в даному випадку досягає межі плинності і стає в'язкопластичною. При більш високій міцності флокул про суспензію можна говорити як про пластичну.

При слабкому і середньому міжчастинному тяжінні, але високій концентрації дисперсної фази, проявляються властивості гранулов'язкості, і суспензія при цьому перетворюється в пасту. Якщо такий же ефект виникає при сильному міжчастинному тяжінні, але при низьких концентраціях дисперсної фази, то суспензія перетворюється в гель.

#### *1.4.2. Суспензії*

Суспензії являють собою двохфазні системи, де дисперсною фазою є тверді частинки, а дисперсійним середовищем – рідина.

У практиці збагачення корисних копалин широко відомі водні суспензії, що представляють собою суспензію тонкодисперсних частинок мінералів у воді. Вони фактично є робочими середовищами багатьох збагачувальних процесів.

Суспензії характеризуються співвідношенням твердої і рідкої фаз, яке може бути представлено:

– об'ємною концентрацією твердої фази, що дорівнює відношенню об'єму твердої фази суспензії до об'єму суспензії, тобто:

$$c_V = \frac{V_m}{V_c} = \frac{V_m}{V_m + V_{ж}};$$

– масовою концентрацією твердої фази, що дорівнює відношенню маси твердої фази до об'єму суспензії:

$$c = \frac{m_m}{V_c} = \frac{V_m \cdot \delta}{V_c} = c_V \cdot \delta;$$

– масовою часткою твердої фази, що дорівнює відношенню маси твердої фази до маси суспензії:

$$p = \frac{m_m}{m_c} = \frac{m_m}{m_m + m_{жс}};$$

– розведенням (розрідженням) суспензії, рівним відношенню маси рідкої фази до маси твердої фази:

$$R = \frac{m_{жс}}{m_m} = \frac{1-p}{p};$$

– щільністю, рівною відношенню маси суспензії до її об'єму:

$$\Delta_c = \frac{m_m + m_{жс}}{V_m + V_{жс}} = \Delta + (\Delta - \delta) \cdot c_V;$$

Звідки йдуть і інші співвідношення, наприклад:

$$p = \frac{1}{1+R};$$

$$c_V = \frac{1}{1+R \cdot \delta/\Delta};$$

$$c_V = \frac{\Delta_c - \Delta}{\delta - \Delta}.$$

Приклад: маса проби магнетитової суспензії об'ємом 1 л становить 1,3 кг. Маса відокремленої від води і висушеної твердої фази становить 0,375 кг. Визначити показники, що характеризують співвідношення фаз суспензії.

Рішення: оскільки відомі маса і об'єм суспензії, то її щільність складе:

$$\Delta_c = \frac{1,3}{1 \cdot 10^{-3}} = 1300 \text{ кг/м}^3.$$

Маса рідкої фази дорівнює різниці маси суспензії і маси твердої фази, тобто:

$$m_{жс} = m_c - m_m = 1,3 - 0,375 = 0,925 \text{ кг}.$$

Масова частка твердої фази складе:

$$p = \frac{m_m}{m_c} = \frac{0,375}{1,3} = 0,2885 \text{ або } 28,85\%,$$

а розрідження суспензії:



$$R = \frac{1-p}{p} = \frac{1-0,2885}{0,2885} = 2,47.$$

Цей показник можна визначити і за співвідношенням мас рідкої і твердої фази, тобто:

$$R = \frac{m_{жс}}{m_m} = \frac{0,925}{0,375} = 2,47.$$

Масова концентрація твердої фази становить:

$$c = \frac{0,375}{1 \cdot 10^{-3}} = 375 \text{ кг/м}^3.$$

Якщо відома щільність твердої фази, наприклад, для розглянутого випадку вона дорівнює  $5000 \text{ кг/м}^3$ , то

$$c_V = c/\delta = 375/5000 = 0,075 \text{ или } 7,5\%.$$

Якщо ж щільність твердої фази невідома, то її можна розрахувати, якщо прирівняти вирази для об'ємної концентрації, тобто

$$\frac{1}{1 + R \cdot \delta / \Delta} = \frac{\Delta_c - \Delta}{\delta - \Delta},$$

звідки

$$\delta = \Delta_c / \left( 1 - \frac{\Delta_c - \Delta}{\Delta} \cdot R \right), \text{ тобто}$$

$$\delta = 1300 / \left( 1 - \frac{1300 - 1000}{1000} \cdot 2,47 \right) = 5000 \text{ кг/м}^3.$$

### 1.4.3. В'язкість суспензій

#### 1.4.3.1. В'язкість монодисперсних суспензій

Розглянемо рух суспензії, дисперсна фаза якої представлена жорсткими нерозчинними в дисперсійному середовищі сферичними частинками одного розміру. Рух суспензії описується полем швидкостей  $U(y)$ , де  $U$  – компонента швидкості уздовж осі  $x$ . Розглядаючи поле швидкостей в якості макроскопічного опису потоку, припустимо, що профіль швидкості на досить малих відстанях, порівнянних з відстанню між частинками, є лінійним.

Як найбільш ймовірно, приймемо кубічну упаковку частинок. Розглянемо елементарний об'єм суспензії, укладений всередині куба, утвореного центрами восьми сусідніх частинок, відстань між якими

дорівнює  $l$  і визначається об'ємною концентрацією твердої фази  $c_V$  (рис. 1.3).

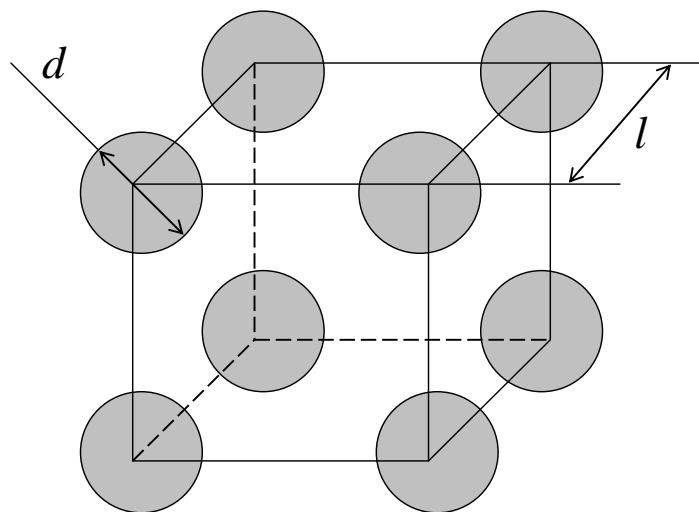


Рисунок 1.3.– Елементарний об'єм суспензії при кубічній упаковці твердої фази

Об'єм твердої фази, укладений в даному елементарному об'ємі суспензії, дорівнює об'єму однієї частинки, тобто:  $V_m = \pi \cdot d^3 / 6$ , де  $d$  – еквівалентний діаметр частинки. Елементарний об'єм суспензії, виходячи з його визначення, дорівнює

$$V_c = l^3.$$

Оскільки об'ємна концентрація твердої фази  $c_V = V_m / V_c$ , то відстань між частинками дорівнює:

$$l = d \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi}{6 \cdot c_V}} = d \cdot \sqrt[3]{\frac{k_y}{c_V}},$$

де  $k_y$  – коефіцієнт упаковки твердої фази, рівний  $\pi/6$  лише для кубічної упаковки. Для реальних суспензій цей коефіцієнт становить 0,625.

Нехай нижній шар суспензії (рис. 1.4) рухається зі швидкістю  $U_1$ , а верхній – зі швидкістю  $U_2$  і його швидкість відносно нижнього шару буде  $\Delta U = U_2 - U_1$ .

Тоді градієнт швидкості дисперсійного середовища в проміжках

між шарами складе:

$$\frac{dU}{dy} = \frac{\Delta U}{l}.$$

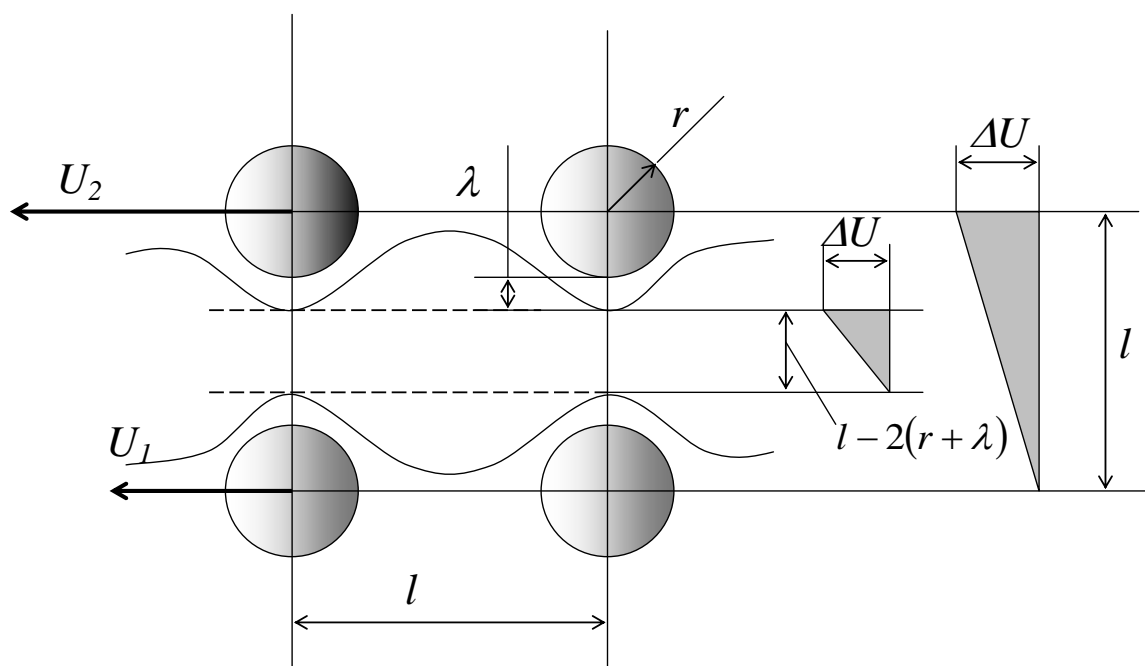


Рисунок 1.4. – До пояснення формування локального градієнта швидкості

Такі ж швидкості  $U_1$  і  $U_2$  мають і центри частинок, і їх поверхні при відсутності обертання.

Дисперсна фаза суспензій, в залежності від її фізико-хімічних і поверхневих властивостей, а також іонного складу дисперсійного середовища і гідродинамічної взаємодії частинок і середовища, пов'язує деяка кількість рідини, утворюючи на поверхні частинок адсорбційні, сольватні і подвійні електричні шари, нерухомі по відношенню до частинок. Шар рідини, пов'язаний частками в результаті інтегральної взаємодії фаз і гідродинамічного впливу, є прикордонним. Його товщина  $\lambda$  важко піддається розрахункам і вимірам. За деякими даними вона складає  $0,5 \dots 1$  мкм і зменшується при збільшенні швидкості обтікання частинок дисперсійним середовищем.

При зсувному перебігу суспензії відбувається ковзання одного шару рідини з дисперсним середовищем відносно іншого. Поверхня ковзання при цьому знаходиться на відстані  $\lambda$  від поверхні частинок. Нехай лінія струму ковзання, що лежить на цій поверхні, описується функцією  $\xi(x)$  з початком координат на площині, в якій лежать центри частинок. Тоді зсув дисперсійного середовища (рідини) буде здійснюватися в проміжку, обмеженому двома поверхнями ковзання (рис. 1.4), що призведе до збільшення градієнта швидкості:

$$\frac{\partial U}{dy} = \frac{\Delta U}{l - 2 \cdot \xi(x)}.$$

Із закону Ньютона випливає, що сила зсуву шарів розглянутого елементарного об'єму суспензії пропорційна коефіцієнту її динамічної в'язкості, градієнту швидкості зсуву шарів  $dU/dy$  і площі їхнього зіткнення  $S = l^2$ :

$$T = \mu_c \cdot \frac{dU}{dy} \cdot S = \mu_c \cdot \frac{\Delta U}{l} \cdot l^2 = \mu_c \cdot \Delta U \cdot l.$$

В'язкість дисперсійного середовища не змінюється при знаходженні в ній нерозчинної твердої фази, тому підвищена в'язкість суспензій проявляється, і, як виявилось, обумовлена збільшенням сили зсуву через зростання локального градієнту швидкості в між частинних проміжках:

$$T = \mu \cdot \int_S \frac{\partial U}{\partial y} dS = \mu \cdot \int_S \frac{\Delta U}{l - 2 \cdot \xi(x)} dS.$$

Прирівнюючи вищенаведені рівняння, отримуємо коефіцієнт динамічної в'язкості суспензії з монодисперсною твердою фазою:

$$\mu_c = \mu \cdot \frac{1}{l^2} \int_S \frac{dS}{l - 2 \cdot \xi(x)/l}.$$

Для реальних концентрованих суспензій, які використовуються при збагаченні корисних копалин, характерно вирівнювання поверхні ковзання шарів і перетворення її в площину, що відстоїть на величину  $\lambda$  від частинок. Це відбувається через зменшення між частинних проміжків і вирівнювання ліній струму внаслідок створення гідродинамічної тіні сусідніми частинками. В такому випадку  $\xi(x) = r + \lambda$ , де  $r$  – радіус частинок і формула для коефіцієнта динамічної в'язкості суспензії набуває вигляду:

$$\mu_c = \mu \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \frac{l^2}{1 - (1 + \lambda/r) \cdot \sqrt[3]{c_V/k_y}} = \frac{\mu}{1 - (1 + \lambda/r) \cdot \sqrt[3]{c_V/k_y}}.$$

Тобто коефіцієнт динамічної в'язкості суспензії пропорційний коефіцієнту динамічної в'язкості дисперсійного середовища і зростає зі збільшенням об'ємної концентрації твердої фази (рис. 1.5), прагнучи до нескінченності при досягненні деякої критичної величин та залежить від коефіцієнту упаковки дисперсної фази і відношення товщини приграничного шару до радіусу частинок.

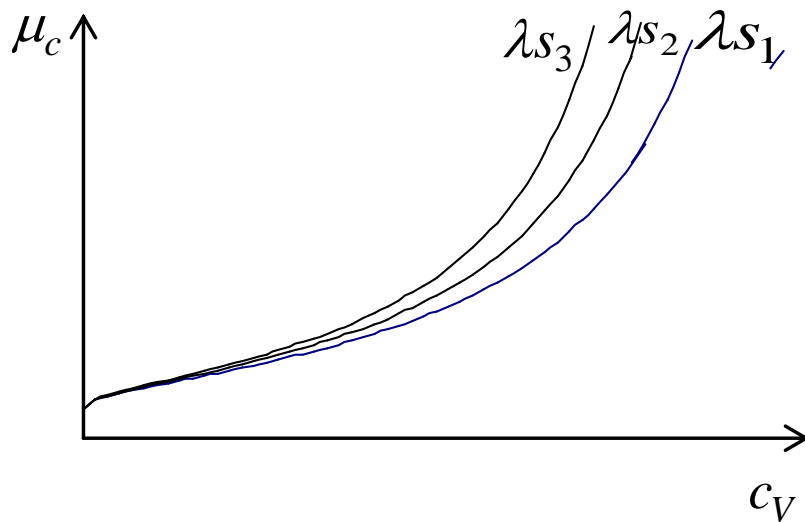


Рисунок 1.5. – Графічне представлення рівняння «в'язкість-концентрація» для полідисперсних суспензій

Оскільки кожна з частинок дисперсної фази оточена приграничним шаром рідини товщиною  $\lambda$ , нерухомим щодо частинки, то об'єм такого агрегату складе:

$$V_a = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r + \lambda)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (1 + \lambda/r)^3,$$

тобто він в  $(1 + \lambda/r)^3$  раз більше об'єму самої частки.

Обсяг вільної рідини, яка підлягає впливу зсувного потоку суспензії або обертального руху частинок, дорівнює різниці об'єму суспензії та сумарного об'єму цих агрегатів. Тобто частинка вільної рідини пропорційна різниці одиниці і фіктивної (з урахуванням товщини приграничного шару) концентрації твердої фази, яка складе:

$$c_{vf} = c_v \cdot (1 + \lambda/r)^3.$$

Таким чином, якщо виконати заміну у формулі для коефіцієнта динамічної в'язкості суспензії, отримаємо:

$$\mu_c = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{c_{vf}/k_y}}.$$

#### 1.4.3.2. В'язкість полідисперсних суспензій

Для полідисперсних суспензій, коли тверда фаза представлена частинками різної крупності, фіктивна концентрація дорівнює сумі фіктивних концентрацій окремих класів (фракцій) крупності:

$$c_{vf} = \sum c_{vfi}.$$

Якщо частинки класів крупності (виходи)  $\gamma_i$ , то їх об'ємні концентрації будуть рівні добутку об'ємної концентрації всієї твердої фази і відповідного виходу:  $c_{Vi} = c_V \gamma_i$ . Таким чином:

$$c_{Vf} = c_V \cdot \sum (1 + \lambda/r_i)^3 \cdot \gamma_i = c_V \cdot \left( \sum \gamma_i + 3 \cdot \lambda \cdot \sum \gamma_i/r_i + 3 \cdot \lambda^2 \cdot \sum \gamma_i/r_i^2 + \lambda^3 \cdot \sum \gamma_i/r_i^3 \right)$$

З огляду на те, що  $\sum \gamma_i = 1$ , величина питомої поверхні сферичної  $i$ -тої фракції крупності  $s_i = 3/r_i$ , питома поверхня всієї твердої фази  $s = \sum (s_i \cdot \gamma_i)$ , а також нехтуючи без шкоди для точності членами  $\lambda/r$ , що містять у другого і третього ступеня, тому що  $\lambda \ll r$ , отримуємо:  $c_{Vf} = c_V \cdot (1 + \lambda \cdot s)$ .

Підставляючи це значення в формулу для коефіцієнта динамічної в'язкості, отримуємо його значення для полідисперсних суспензій:

$$\mu_c = \frac{\mu}{1 - \sqrt[3]{c_V \cdot (1 + \lambda \cdot s) / k_y}}.$$

Графічна інтерпретація цей формули представлена на рис. 1.5.

Із цього випливає, що збільшення добутку  $\lambda s$  призводить до підвищення коефіцієнта динамічної в'язкості суспензій при однаковій концентрації твердої фази.

Приклад. Коефіцієнт динамічної в'язкості магнетитової суспензії при об'ємній концентрації твердої фази 0,15 становить  $2,79 \cdot 10^{-3}$  Па·с. Яка буде його величина, якщо об'ємну концентрацію твердої фази збільшити до 0,2.

Рішення. Формулу коефіцієнта динамічної в'язкості для полідисперсних суспензій представимо у вигляді:

$$\mu_c = \mu / (1 - K \cdot \sqrt[3]{c_V}).$$

Звідси константа

$$K = \frac{1 - \mu/\mu_c}{\sqrt[3]{c_V}} = \frac{1 - 10^{-3}/2,79 \cdot 10^{-3}}{\sqrt[3]{0,15}} = 1,206.$$

При новій об'ємній концентрації твердої фази коефіцієнт динамічної в'язкості суспензії буде дорівнювати:

$$\mu_c = 10^{-3} / (1 - 1,206 \cdot \sqrt[3]{0,2}) = 3,41 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Приклад. Коефіцієнт динамічної в'язкості магнетитової суспензії при об'ємній концентрації твердої фази 0,2 становить  $4,5 \cdot 10^{-3}$  Па·с. Питома поверхня магнетиту становить  $10^6$  м<sup>-1</sup>. У процесі використання суспензії в ній накопичилися тонкодисперсні шлами,

наприклад, вугільні, з питомою поверхнею  $5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$  і об'ємна концентрація твердої фази стала рівною 0,21. Знайти значення коефіцієнта динамічної в'язкості забрудненої суспензії.

*Рішення.* З рівняння для в'язкості суспензії отримаємо значення товщини приграничного шару:

$$\lambda = \frac{1}{s} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{\mu}{\mu_c} \right)^3 \cdot \frac{k_y}{c_V} - 1 \right] = \frac{1}{10^6} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{10^{-3}}{4,5 \cdot 10^{-3}} \right)^3 \cdot \frac{0,625}{0,2} - 1 \right] = 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Питома поверхня суміші магнетиту з шламами може бути розрахована як середньозважена:

$$s = \frac{s_M \cdot c_M + s_{ш} \cdot c_{ш}}{c_M + c_{ш}} = \frac{10^6 \cdot 0,2 + 5 \cdot 10^6 \cdot 0,01}{0,2 + 0,01} = 1,19 \cdot 10^6.$$

Тоді нове значення коефіцієнта динамічної в'язкості дорівнюватиме:

$$\mu_c = \frac{10^{-3}}{1 - \sqrt[3]{0,21 \cdot (1 + 4,7 \cdot 10^{-7} \cdot 1,19 \cdot 10^6) / 0,625}} = 5,35 \cdot 10^{-3},$$

тобто в 1,19 рази більше, ніж для чистої суспензії.

## 1.5. Контрольні питання

1. На яких явищах і властивості мінеральних зерен засновані гравітаційні методи збагачення корисних копалин?
2. Дайте поняття щільності і дійсної щільності мінералів. У чому відмінності між ними?
3. Що таке «еквівалентний діаметр» мінерального зерна і як його визначити?
4. Як знайти пористість мінералу? Який вплив пористості на швидкості руху мінеральних зерен в рідині?
5. Дайте поняття коефіцієнта форми мінерального зерна.
6. Запишіть закон Ньютона для зсувного течії рідини.
7. Чим визначаються дотичні напруження зсуву рідини?
8. Що таке коефіцієнт динамічної в'язкості рідини і чому він дорівнює для води? Яка розмірність цього коефіцієнту?
9. Що таке коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини і чому він дорівнює для води? Яка розмірність цього коефіцієнту?
10. Запишіть закон Шведова-Бінгама для зсувного течії рідини і покажіть його графічно.

11. Що таке максимальне напруження зсуву для рідин?
12. Що таке неньютонівська рідина?
13. Що таке суспензія і які її основні характеристики?
14. Перерахуйте фактори, що визначають в'язкість суспензій і поясніть, будь ласка, їх вплив.
15. Запишіть формулу для щільності суспензії.
16. Покажіть, як знайти об'ємну концентрацію твердої фази суспензії, якщо відома її щільність, а також щільності твердої і рідкої фаз.
17. Зобразіть графічно елементарний об'єм суспензії.
18. Запишіть формулу для визначення між частинної відстані в суспензіях.
19. У чому полягають відмінності між загальним і локальним градієнтами швидкості зсувного течії суспензії? Покажіть на прикладі.
20. Запишіть формулу для коефіцієнту динамічної в'язкості монодисперсної суспензії і поясніть її.
21. Як впливає дисперсність твердої фази на в'язкість суспензії. Зобразіть графік залежності коефіцієнту динамічної в'язкості суспензії від об'ємної концентрації твердої фази при різній її дисперсності.
22. Запишіть формулу для коефіцієнту динамічної в'язкості полідисперсної суспензії і поясніть її.
23. Як зміниться коефіцієнт динамічної в'язкості суспензії, якщо збільшиться питома поверхня твердої фази при незмінній її об'ємній концентрації?



## РОЗДІЛ 2. ШВИДКІСТЬ РУХУ МІНЕРАЛЬНИХ ЧАСТИНОК У РІДКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

### 2.1. Швидкість вільного руху

*Вільним* називається рух одиночного тіла в рідкому безмежному середовищі або в посудині, розміри поперечного перерізу якого і висота набагато більше розмірів тіла, що падає.

Якщо рух тіла в рідині відбувається в посудині, розміри якого порівнянні з розмірами тіла, або спільно з другими тілами, подібними до нього або відрізняються розмірами, щільністю і формою, то такий рух буде *стисненим*. Відзначимо, що рух частинок під дією сили тяжіння часто називають *падінням*.

На мінеральну частинку в вільних умовах діють наступні основні сили (рис. 2.1):

✓ Сила тяжіння (вага) частинки:

$$G = m \cdot g = V \cdot \delta \cdot g = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \delta \cdot g.$$

✓ Виштовхуюча сила градієнта гідростатичного тиску (сила Архімеда):

$$F_A = \int_V \text{grad}P \cdot dV,$$

яка для однорідного за щільністю середовища при постійному прискоренні дорівнює

$$F_A = V \cdot \Delta \cdot g = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \Delta \cdot g.$$

✓ Сила опору середовища руху частинці:

$$R = \lambda \cdot S \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \Delta,$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт опору рідкого середовища руху твердої частинки;  $S$  – площа миделевого перетину частинки, яка рухається, тобто максимальна площа її поперечного перерізу в площині, що перпендикулярна вектору швидкості руху;  $v$  – швидкість руху твердої частинки відносно рідкого середовища;  $\delta, \Delta$  – відповідно, уявна щільність твердої частинки і щільність рідкого середовища.

Рівняння руху матеріальної точки за таких умов:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = G - F_A \mp R.$$

Знак при силі опору залежить від її напрямку. З огляду на те, що сила опору спрямована в напрямку, протилежному руху, знак «мінус» буде при падінні тіла, коли  $G > F_A$ , і знак «плюс» при спливанні, коли  $F_A > G$ . Найбільш частим випадком є падіння тіла в рідкому середовищі.

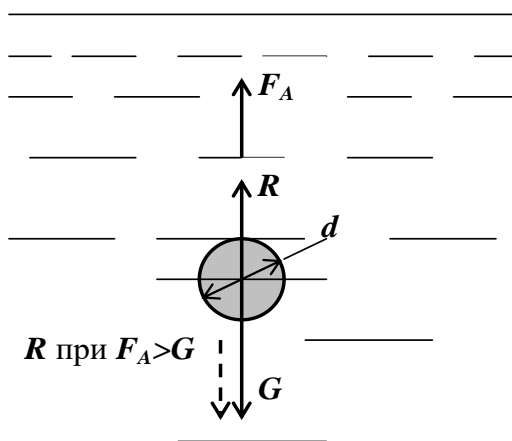


Рисунок 2.1. – Схема дії основних сил при вільному русі частинки

Після підстановки відповідних значень маємо:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot g - V \cdot \Delta \cdot g - \lambda \cdot S \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \Delta.$$

Коефіцієнт опору середовища руху частинок  $\lambda$  залежить від швидкості їх обтікання, що дорівнює їх швидкості щодо середовища  $v$ , тому рішення наведеного рівняння можливо при встановленні цієї залежності.

## 2.2. Опір середовища. Діаграма Релея

Гідродинамічний опір виникає внаслідок тертя рідини об поверхню тіла, а також перепаду тиску між передньою (за відношенням до руху) і протилежною частиною його поверхні («кормою»). При великих швидкостях перепад тиску в основному пов'язаний з утворенням вихорів за «кормою» рухомого тіла. Сила тертя і утворення вихорів обумовлено в'язкістю рідини.

Чим більше розміри тіла і його швидкість і чим менше в'язкість, тим більше вихрова область і опір, що викликані перепадом тиску. Але тим відносно менший опір, обумовлений тертям рідини об поверхню тіла.

Безпосередньо на поверхні рухомих в рідкому середовищі частинок завдяки силам зчеплення утворюється шар рідини, який рухається разом з частинкою. Цей шар в гідродинаміці називають приграничним. Швидкість цього шару передається силами в'язкості до близько розташованим елементарним масам середовища. Це призводить до монотонного зменшення швидкості в приграничному шарі за нормаллю до поверхні. При цьому крива розподілу швидкості набуває характерного обрису, в якому відбувається відображення і безперервне її спадання, починаючи від поверхні, і плавному переходу до нерухомого середовища. Така картина складається в лобовій частині твердого тіла або на всій його поверхні при безвідривному обтіканні. Таке обтікання називають *ламінарним*.

Інакше складається ситуація при русі з відривом приграничного шару. В області зростаючого тиску середовище загальмовується не тільки внутрішнім тертям, а й збільшенням тиску уздовж поверхні частинки, яке обумовлене переміщенням середовища з місця з більш високим тиском до місця низького тиску, тобто проти напрямку обтікання. В цьому випадку деяка частина середовища на поверхні приграничного шару рухається в зворотному напрямку. Тому значення градієнта швидкості на границі шару в деякому інтервалі стає позитивним.

Крива розподілу швидкості в цій області має зовсім інший вигляд, ніж в умовах безвідривного руху, і тільки в міру наближення до поверхні тіла приймає звичайний обрис.

У перетині, що розділяє зони безвідривного потоку і потоку з відривом, встановлюється профіль швидкості, що представляє собою криву, граничну для кривих обох типів. Тут область зворотної течії стягується в точку, розташовану на поверхні шару. З цією точкою пов'язують розташування точки відриву приграничного шару.

Зворотна течія повністю дезорганізує рух. У цьому місці приграничний шар роздувається і відривається від поверхні частинки. Гідродинамічна картина процесу стає абсолютно асиметричною. В результаті цього з'являється рівнодіюча сила тиску, що визначає опір тіла, що падає, в нерухомому середовищі. Якщо до відриву від поверхні приграничний шар був ламінарним, то після відриву він поводить як вільна струміль в затопленому просторі і швидко стає турбулентним. Поверхня розділу, що є поверхнею тангенціального розриву швидкості, стає нестійкою і згортається в один або кілька вихорів. Виникнення турбулентного сліду проявляється не тільки за

рахунок турбулізації пограничного шару, але і в результаті відриву від його поверхні макроскопічних вихорів. Значна дисипація енергії в повному обсязі турбулентного сліду, а також утворення поверхні розділу при відриві приграничного шару призводить до виникнення значних опорів частинок, що падають (рухаються). При цьому опір буде тим менше, чим вужче турбулентний слід, тобто чим далі на поверхні частинки розташована точка відриву. Таке обтікання твердих частинок рідким середовищем називають *турбулентним*.

Таким чином, сили в'язкості є першопричиною динамічної взаємодії твердого тіла і середовища двоякого роду. По-перше, ці сили виявляються у вигляді опору тертя при відносному переміщенні частинки в середовищі. По-друге, в'язкість середовища обумовлює виникнення динамічних сил протитиску.

Оскільки коефіцієнт опору кулі не залежить від її орієнтації в просторі, сферична форма частинок прийнята в якості вхідної при дослідженні їх руху в рідині. Основні закономірності падіння куль в рідині справедливі і для несферичних частинок з поправками на вплив їх форми.

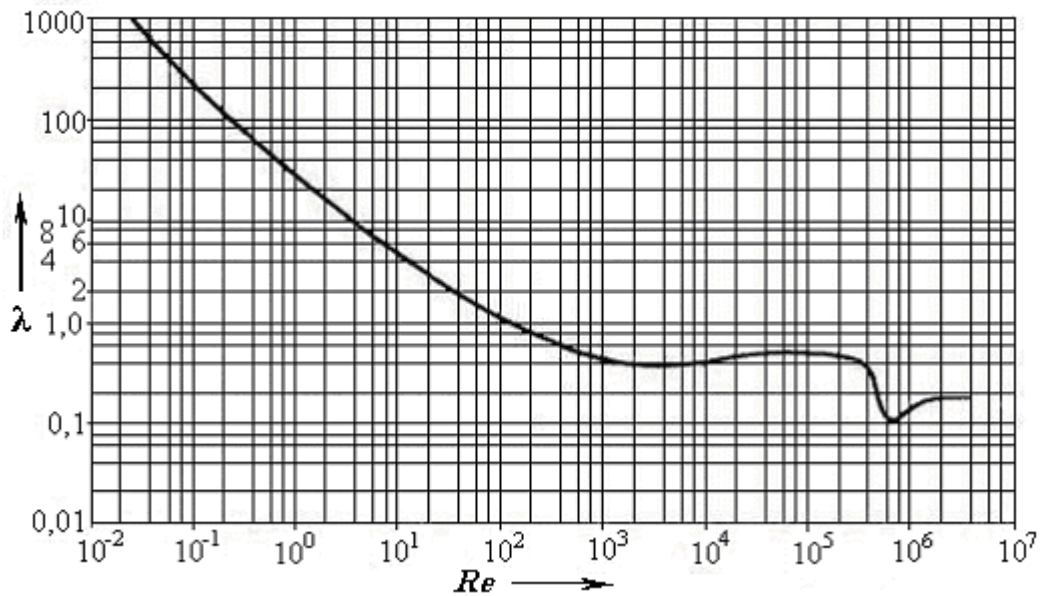
Коефіцієнт гідродинамічного опору залежить від форми і орієнтації частинки в просторі і є функцією критерію Рейнольдса, рівного

$$Re = \frac{vd\Delta}{\mu}.$$

Залежність коефіцієнта опору від числа (критерію) Рейнольдса для сферичних частинок була встановлена експериментальним шляхом Релеєм і відома як діаграма, що носить його ім'я.

Графік цієї залежності, представлений на рис. 2.2, має чотири характерні області.

1. Область дуже малих значень критерію Рейнольдса ( $Re < 1$ ), тобто область безвідривного ламінарного обтікання, де коефіцієнт опору зменшується обернено пропорційно  $Re$ . У цій області дві третини загального гідродинамічного опору становить сила тертя рідини об поверхню частинки, а одна третина припадає на частку опору за рахунок перепаду тиску. В межах цієї області має місце автотельність і діє закон зворотної пропорційності, тобто  $\lambda \cdot Re = const$ . Для цієї області коефіцієнт опору був визначений Стоксом і становить  $\lambda = 24/Re$ .



Рисунку 2.2. – Діаграма Релея.

2. Перехідна область, де  $1 < Re < 10^3$  в якій коефіцієнт опору зменшується повільніше, ніж в першій області, наближаючись до постійної величини. З моменту зародження відриву приграничного шару автотодельність порушується. Обтікання частинок середовищем стає складнішим. Тут сила опору обумовлюється тертям рідини о поверхню тіла і перепадом тиску попереду і за кормою. Хоча коефіцієнт опору в області малих чисел Рейнольдса ( $Re < 1$ ) і в перехідній області поступово зменшується зі збільшенням  $Re$ , сила опору при цьому постійно зростає. Це зростання пов'язане з переважанням динамічного опору. Коефіцієнт опору в цій області не піддається аналітичному визначенню. Серед емпіричних формул, що апроксимують ділянку кривої Релея в діапазоні  $Re = 0,1 \dots 5000$ , відома наступна:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot C}{\sqrt{Re}} \right)^2,$$

де  $\lambda_0 = 0,293$ ;  $C = 4,52$ .

3. Область зміни критерію Рейнольдса  $10^3 < Re < 3 \cdot 10^5$ , де коефіцієнт опору є приблизно постійною величиною і дорівнює для кулі приблизно  $0,42 \dots 0,48$ , а сила опору майже цілком визначається перепадом тиску (турбулентна область). При  $Re > 10^3$  перебудова режиму обтікання припиняється. Встановлюється певна форма взаємодії частинки з середовищем, стабільність якої визначається постійністю кута відриву приграничного шару. Величина цього кута

відрізняється стійкістю за відношенням до зміни  $Re$ , що зумовлює сталість коефіцієнта опору і наявність автотельності.

4. Область різкого зниження коефіцієнта опору ( $10^5 < Re < 3 \cdot 10^5$ ), в якій зі збільшенням швидкості сила опору зменшується. При зростанні критерію Рейнольдса точка початку турбулізації все більше наближається до точки відриву. При деякому значенні  $Re$  початок турбулізації перекриває точку відриву приграничного шару, тобто приграничний шар більш-менш стає турбулентним. Це призводить до перебудови обтікання, в результаті якої кут відриву зростає, турбулентний слід за частинкою різко звужується, і опір різко падає. Це явище отримало назву «криза опору». Воно пояснюється збільшенням інтенсивності обміну енергією між приграничним шаром і рештою середовища. Криза настає тим раніше, чим вище ступінь збуреності обтікання, тобто чим менше критичне значення критерію Рейнольдса для переходу до турбулентного режиму в приграничному шарі.

Перехід від ламінарного обтікання (закон Стокса) до турбулентного (закон Ньютона) відбувається не різко, а в інтервалі досить значного діапазону зміни критерію Рейнольдса. Це пояснюється відносно великою у порівнянні з розмірами частинок товщиною ламінарного шару на їх поверхні, який лише поступово зменшується зі зростанням  $Re$  в перехідній області.

Для частинок несферичної форми залежність коефіцієнта опору від числа Рейнольдса має аналогічний вигляд.

Частинки, що підкоряються закону Стокса, мають свою нижню межу. Дуже дрібні частинки стають чутливими до нерівномірності ударів молекул при їх тепловому русі. Такі частинки інтенсивно беруть участь в броунівському русі, а їх поведінка не описується законами осадження.

### **2.3. Рішення рівняння вільного руху мінеральної частинки в рідкому середовищі для першої автотельної області**

Для цієї області  $\lambda = \frac{24}{Re}$  і сила опору середовища руху складає:

$$R = 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot v \cdot d.$$

Ця сила залежить від коефіцієнту динамічної в'язкості рідкого середовища і називається силою в'язкостного опору або силою Стокса.

Тоді у рівняння руху набуває вигляду:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot g - V \cdot \Delta \cdot g - 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot v \cdot d.$$

Введення нових позначень, заміна маси і об'єму сферичної частинки їх значеннями дає рівняння

$$\frac{dv}{dt} = g_0 - A \cdot v,$$

де  $g_0 = g \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right)$  – прискорення сили тяжіння в рідкому середовищі;

$$A = \frac{3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d}{m} = \frac{18 \cdot \mu}{d^2 \cdot \delta}.$$

Його рішенням при розділенні змінних є

$$\frac{dv}{g_0 - A \cdot v} = dt;$$

$$\int \frac{-A \cdot dv}{g_0 - A \cdot v} = -A \cdot \int dt;$$

$$\ln(g_0 - A \cdot v) = -A \cdot t + C.$$

Постійну інтегрування  $C$  знайдемо з початкових умов: при  $t = 0$  (початок процесу)  $v = v_i$ , тобто швидкість дорівнює деякій початковій, зокрема, вона може бути рівною нулю.

Таким чином,

$$\ln(g_0 - A \cdot v_i) = C.$$

Тоді:

$$\ln \frac{g_0 - A \cdot v}{g_0 - A \cdot v_i} = -A \cdot t,$$

звідки, після підстановки значень, що входять в формулу, отримуємо:

$$v = \frac{d^2 \cdot (\delta - \Delta) \cdot g}{18 \cdot \mu} \left(1 - e^{-\frac{18 \cdot \mu \cdot t}{d^2 \cdot \delta}}\right) + v_i \cdot e^{-\frac{18 \cdot \mu \cdot t}{d^2 \cdot \delta}}.$$

Аналіз отриманої залежності швидкості руху частинки показує, що при нескінченно великому часу руху ( $t \rightarrow \infty$ ), швидкість прагне до деякої межі, рівної

$$v_0 = \frac{d^2 \cdot (\delta - \Delta) \cdot g}{18 \cdot \mu}.$$

Ця межа за змістом відповідає кінцевій швидкості падіння частинки в вільних умовах.

Тоді формула для швидкості частинки в залежності від часу набуде вигляду:

$$v = v_0 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{g_0 \cdot t}{v_0}} \right) + v_i \cdot e^{-\frac{g_0 \cdot t}{v_0}} .$$

Приклад. Знайти кінцеву швидкість падіння в воді частинок кварцу з еквівалентним діаметром 50 мкм. Щільність кварцу прийемо рівною  $2650 \text{ кг/м}^3$ , щільність води –  $1000 \text{ кг/м}^3$ , а коефіцієнт її динамічної в'язкості –  $10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

*Рішення.*

$$v_0 = \frac{(50 \cdot 10^{-6})^2 \cdot (2650 - 1000) \cdot 9,81}{18 \cdot 10^{-3}} = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} .$$

Приклад. Знайти значення критерію Рейнольдса для наведеного вище прикладу.

*Рішення.*

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d \cdot \Delta}{\mu} = \frac{2,25 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000}{10^{-3}} = 0,1125 .$$

Приклад. Якщо частка кварцу з еквівалентним діаметром 50 мкм має кінцеву швидкість падіння в воді, що дорівнює  $2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$ , то з якою швидкістю будуть падати частинки кварцу з еквівалентним діаметром 100 мкм.

*Рішення.* Оскільки кінцева швидкість падіння пропорційна квадрату еквівалентного діаметру, то

$$v_2 = v_1 \cdot \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = 2,25 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{100}{50} \right)^2 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} .$$

## 2.4. Рішення рівняння вільного руху мінеральної частинки в рідкому середовищі для другої автотомодельної області

Ця область розвиненого турбулентного обтікання, для якої  $\lambda = \text{const}$ . Рівняння руху частинки при її осадженні в нерухомому рідкому середовищі для цієї області має вид:



$$m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot g_0 - \lambda \cdot S \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \Delta.$$

Його перетворення дає:

$$\frac{dv}{dt} = g_0 - k \cdot v^2,$$

де  $k = \frac{\lambda \cdot S \cdot \Delta}{2 \cdot m}$ .

Після розділення змінних воно приводиться до виразу :

$$\frac{d \cdot v}{a^2 - v^2} = k \cdot t,$$

де  $a = \sqrt{\frac{g_0}{k}}$ .

Рішенням отриманого рівняння буде:

$$\int \frac{dv}{a^2 - v^2} = k \cdot \int dt + C.$$

Після інтегрування одержуємо :

$$\frac{1}{a} \cdot \text{Arth} \frac{v}{a} = k \cdot t + C, \quad \text{або} \quad \frac{1}{2a} \cdot \ln \frac{a-v}{a+v} = -k \cdot t + \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \ln C.$$

Беручи початкові умови  $v_{t=0} = v_i$ , отримаємо

$$C = \frac{a - v_i}{a + v_i}.$$

Перетворення отриманого рішення приводить до наступного його виду:

$$v = a \frac{1 - C \cdot e^{-2 \cdot a \cdot k \cdot t}}{1 + C \cdot e^{-2 \cdot a \cdot k \cdot t}}.$$

При  $t \rightarrow \infty$ , швидкість частинки прагне до деякої постійної величини. Вона відповідає кінцевій швидкості падіння частинки в рідкому середовищі  $v_0$  і дорівнює:

$$v_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot d \cdot (\delta - \Delta) \cdot g}{3 \cdot \lambda \cdot \Delta}} = \sqrt{\frac{4 \cdot d \cdot g_0 \cdot \delta}{3 \cdot \lambda \cdot \Delta}}.$$

Перетворення показника експоненти дає наступний результат:

$$2 \cdot a \cdot k = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot \Delta \cdot \lambda \cdot g_0}{4 \cdot d \cdot \delta}} = 2 \cdot \frac{g_0}{v_0}.$$

З урахуванням викладеного, формула для швидкості руху частинки для другої автомобельної області набуде вигляду:

$$v = v_0 \cdot \frac{1 - C \cdot e^{-2 \cdot \frac{g_0}{v_0} \cdot t}}{1 + C \cdot e^{-2 \cdot \frac{g_0}{v_0} \cdot t}}$$

Приклад. Знайти кінцеву швидкість падіння частинок вугілля з еквівалентним діаметром 10 мм і уявною щільністю 1500 кг/м<sup>3</sup>. Коефіцієнт опору прийняти рівним 0,6.

Рішення :

$$v_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot (1500 - 1000) \cdot 9,81}{3 \cdot 0,6 \cdot 1000}} = 0,33 \text{ м/с}$$

## 2.5. Універсальний метод визначення швидкості вільного руху зерен в середовищі

Складний характер залежності коефіцієнта опору рідини від критерію Рейнольдса не дозволяє створити універсальної формули для розрахунку швидкості руху частинок. У цьому можна переконатися при розгляді попередніх рішень. Ці рішення отримані для першої і другої автомодельних областей. Можливі також і рішення для перехідної області від ламінарного обтікання частинок до турбулентного. Їх вигляд буде визначатися функцією, прийнятої для апроксимації відповідної ділянки кривої Релея.

Однак отримання ряду розрахункових формул для всіх діапазонів кривої Релея не вирішує проблеми. Вона полягає в тому, що вибір формули необхідно здійснювати виходячи із значення критерію Рейнольдса, а воно визначається швидкістю, що знаходиться. Для усунення цієї невизначеності необхідний універсальний метод розрахунку швидкості руху, який можна застосовувати для всього діапазону зміни критерію Рейнольдса. Один з таких методів запропонований П.В. Лященко.

Для його вивчення знову звернемося до рівняння сталого руху частинки в рідкому середовищі. У цьому випадку прискорення частинки відсутнє, тобто  $\frac{dv}{dt} = 0$ . Тоді:

$$G_0 = \lambda \cdot S \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \Delta.$$

Нагадаємо, що

$$G_0 = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot (\delta - \Delta) \cdot g}{6}$$

та являє собою вагу рухомої частинки в рідкому середовищі, що дорівнює різниці сили ваги частинки і сили Архімеда, яка її виштовхує.

Коефіцієнт опору залежить від критерію Рейнольдса, який визначається швидкістю обтікання. В попередньому рівнянні розділимо змінні таким чином, що в лівій частині будуть величини, які не залежать від швидкості руху, а в правій – швидкість руху і коефіцієнт опору, що залежить від цієї швидкості. Це дозволяє ввести новий критерій, значення якого визначається тільки лише параметрами руху частинки і параметрами рідкого середовища.

При множенні правої частини рівняння на вираз  $\Delta\mu^2$  і підстановці для кулі значення площі міделевого перетину  $S = \pi \cdot d^2/4$ , отримуємо:

$$Re^2 \cdot \psi = G_0 \cdot \Delta / \mu^2,$$

При цьому:  $\psi = \lambda \cdot (\pi/8)$  – модифікований коефіцієнт опору;  
 $Re = v \cdot d \cdot \Delta / \mu$  – критерій Рейнольдса;

Як впливає з останнього рівняння, отриманий критерій  $Re^2 \psi$  вже не залежить від швидкості руху частинки, що знаходиться. Цей критерій вперше був отриманий професором П.В. Лященко і носить його ім'я. Використовують також аналог цього критерію  $Re^2 \lambda$ , званий критерієм Архімеда.

На основі діаграми Релея П.В. Лященко отримав нову діаграму, що не включає в явному вигляді коефіцієнт опору  $\psi$ , який визначається швидкістю, яка розраховується. Ця залежність графічно може бути представлена також у вигляді функції (рис. 2.3).

Таким чином, швидкість руху мінеральних частинок в рідкому середовищі за методом П.В. Лященко може бути розрахована в такій послідовності:

- розраховується параметр  $Re^2 \psi$ ;
- за допомогою графіка (рис. 2.3) знаходиться значення критерію Рейнольдса  $Re$ ;
- за знайденим значенням значення критерію Рейнольдса  $Re$  розраховується швидкість руху зерна сферичної форми за формулою:

$$v = \frac{Re \cdot \mu}{d \cdot \delta}.$$

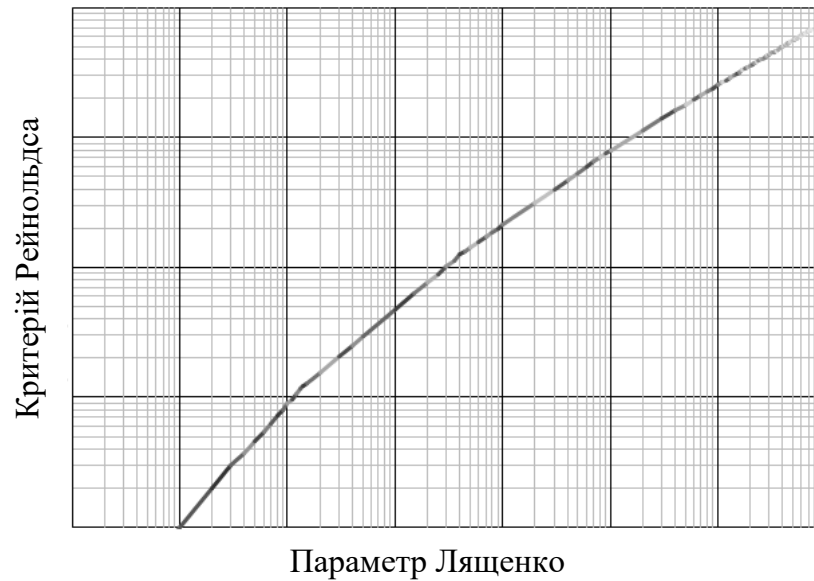


Рисунок 2.3. – Залежність критерію Рейнольдса від параметру Лященко

У розрахунках, особливо із застосуванням ЕОМ, зручніше користуватися не діаграмою, а формулами, які отримані в результаті апроксимації діаграми Лященко, наприклад:  $Re = (A \cdot Re^2 \cdot \psi)^m$  при наступних значеннях  $A$  і  $m$  :

Діапазон зміни $Re^2 \psi$	Діапазон зміни $Re$	$A$	$m$
$8 \cdot 10^{-3} \dots 3$	$< 10^{-3}$	0,133	1,0
$3 \dots 1,2 \cdot 10^2$	$10^{-3} \dots 10$	0,1	0,943
$1,2 \cdot 10^2 \dots 3,5 \cdot 10^3$	$10 \dots 10^2$	0,269	0,69
$3,5 \cdot 10^3 \dots 10^5$	$10^2 \dots 8 \cdot 10^2$	1,112	0,575
$10^5 \dots 3 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^2 \dots 1,2 \cdot 10^5$	7,95	0,493

Таким чином, універсальна формула для розрахунку швидкості вільного руху мінеральних зерен в рідкому середовищі набуде вигляду:

$$v = \frac{(A \cdot Re^2 \cdot \psi)^m \cdot \mu}{d \cdot \Delta}$$

Її аналіз показує, що при значеннях  $m$ , рівних 1; 2/3 і 1/2, відповідно, виходять відомі формули Стокса, Алена і Ньютона-

Риттингера, які описують окремі випадки швидкості руху мінеральних зерен при різних режимах їх обтікання рідким середовищем.

Приклад. Розрахувати кінцеву швидкість вільного падіння частинок кварцу з еквівалентним діаметром 500 мкм у воді.

*Рішення.* Оскільки невідомий режим обтікання даних частинок водою і невідомо чисельне значення критерію Рейнольдса, то не може бути вибране значення коефіцієнта опору середовища. Для вирішення цієї суперечності необхідно скористатися методом Ляценка.

Для цього знаходимо значення параметра:

$$Re^2 \cdot \psi = \frac{G_0 \cdot \Delta}{\mu^2} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot (\delta - \Delta) \cdot \Delta}{6 \cdot \mu^2} = \frac{3,14 \cdot (500 \cdot 10^{-6})^3 (2650 - 1000) \cdot 1000}{6 \cdot (10^{-3})^2} = 107,94.$$

Даному значенню критерію Ляценка відповідають:  $A = 0,1$ ,  $m = 0,943$ . Тоді значення критерію Рейнольдса складе:

$$Re = (0,1 \cdot 107,94)^{0,943} = 9,425.$$

А швидкість, що знаходиться, дорівнює:

$$v_0 = \frac{9,425 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-6} \cdot 1000} = 0,0189 \text{ м/с}.$$

## 2.6. Стиснений рух частинок монодисперсної твердої фази в рідкому середовищі

У відміну від вільних умов, стиснений рух здійснюється в обмеженому об'ємі рідини і в присутності інших частинок.

Стиснений рух мінеральних зерен можна умовно розділити на рух монодисперсної і полідисперсної твердої фази.

Розглянемо спочатку найбільш простий випадок руху монодисперсної твердої фази, коли зерна мають однаковий розмір і їх зіткнення відсутні.

При русі сукупності мінеральних зерен в рідині, вона повністю заповнює весь вільний простір між ними. Можна вважати, що рідина одночасно обтікає всі зерна і рухається всередині каналів неправильної форми, утворених порожнечами і порами між зернами (рис. 2.4 ).

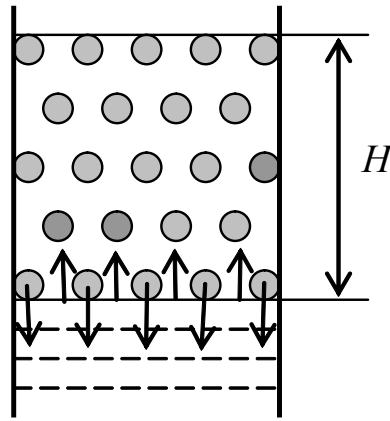


Рисунок 2.4. – Схема розташування частинок при стисненому русі монодисперсної твердої фази суспензій

Опір зернистого шару руху рідини становить (за аналогією з опором течії рідини в трубах):

$$\Delta p = \frac{\lambda \cdot l \cdot \Delta u^2}{2 \cdot d_э},$$

де  $l$  – довжина каналу;  $d_э$  – його еквівалентний діаметр;  $u$  – швидкість протікання рідини через канал.

Як впливає з теорії течії рідини через нерухомі зернисті і пористі шари, еквівалентний діаметр каналу, утвореного частинками сферичної форми, дорівнює:

$$d_э = \frac{2 \cdot \Theta \cdot d}{3 \cdot (1 - \Theta)},$$

де  $\Theta$  – коефіцієнт розрихлення (порозності), рівний відношенню об'єму рідини в проміжках між зернами до суми цього об'єму і об'єму зерен;  $d$  – еквівалентний розмір зерна.

При цьому об'ємна концентрація твердої фази складе:

$$c_v = 1 - \Theta.$$

С іншого боку, гідравлічний опір шару зерен при сталому русі дорівнює відношенню сумарної ваги твердих частинок в середовищі  $G_0$  до площі поперечного перерізу потоку зерен  $S$  :

$$\Delta p = G_0 / S = g \cdot (\delta - \Delta) \cdot (1 - \Theta) \cdot H,$$

де  $H$  – висота шару зерен приблизно рівна довжині каналу.

Швидкість протікання рідини через канал може бути визначена з наступної умови:  $u = v_{cm} / \Theta$ , де  $v_{cm}$  – швидкість стисненого руху зерен.

Прирівнюючи отримані вирази для  $\Delta p$ , отримуємо:

$$\frac{\pi \cdot d^3 \cdot (\delta - \Delta) \cdot g}{6} = \frac{\lambda \cdot \pi \cdot v_{cm}^2 \cdot d^2 \cdot \Delta}{8 \cdot \Theta^3}.$$

Помноживши праву частину на вираз  $\frac{\mu^2 \cdot \Delta}{\mu^2 \cdot \Delta}$  і враховуючи, що

$$\pi \cdot d^3 \cdot (\delta - \Delta) \cdot g / 6 = G_0,$$

а  $\lambda \cdot \pi / 8 = \psi$ , отримуємо наступне співвідношення:

$$(\text{Re}^2 \cdot \psi)_{cm} = (\text{Re}^2 \cdot \psi)_0 \cdot \Theta^3,$$

приймаючи, що при обмеженому русі критерій Рейнольдса дорівнює:

$$\text{Re}_{cm} = v_{cm} \cdot d \cdot \Delta / \mu.$$

Звідси випливає, що

$$\text{Re}_{cm} = \left[ A \cdot (\text{Re}^2 \cdot \psi)_0 \cdot \Theta^3 \right]^m,$$

а швидкість стисненого руху:

$$v_{cm} = \frac{\text{Re}_{cm} \cdot \mu}{d \cdot \Delta} = v_0 \cdot \Theta^{3m}.$$

Нагадаємо, що в залежності від режиму обтікання мінеральних частинок рідким середовищем показник ступеня  $m$  може змінюватися в діапазоні 1...0,5.

Приклад. Використовуючи дані попереднього прикладу розрахувати швидкість руху частинок кварцу, якщо їх масова частка в воді становить 25%.

Рішення. Для знаходження параметра Лященко для стиснених умов руху знайдемо значення коефіцієнта розрихлення:

$$\Theta = 1 - c_v; \quad c_v = \frac{1}{1 + R \cdot \delta / \Delta}; \quad R = \frac{1 - p}{p}.$$

Підставляючи відповідні значення, знаходимо:

$$R = \frac{100 - 25}{25} = 3; \quad c_v = \frac{1}{1 + 3 \cdot 2650 / 1000} = 0,112; \quad \Theta = 1 - 0,112 = 0,888.$$

Параметр Лященко для стисненого руху:

$$\left( \text{Re}^2 \cdot \psi \right)_{cm} = \left( \text{Re}^2 \cdot \psi \right)_0 \cdot \Theta^3 = 107,94 \cdot 0,888^3 = 75,58.$$

Для даного значення параметру Лященко  $A = 0,1$ ;  $m = 0,943$ , що приводить до наступного значення критерію Рейнольдса:

$$\text{Re} = (0,1 \cdot 75,58)^{0,943} = 6,74.$$

А швидкість стислого руху частинок буде дорівнювати:

$$v_{cm} = \frac{6,74 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-6} \cdot 1000} = 0,0135 \text{ м/с.}$$

## 2.7. Стиснений рух полідисперсної твердої фази в рідкому середовищі

Розглянутий випадок відноситься до гетерогенної системи, дисперсна фаза якої представлена твердими частинками різної крупності і щільності, дисперсійне середовище – однорідною рідиною. Розподіл часток за щільністю характеризується функцією  $\varphi(\delta)$ , а за крупністю – функцією  $\varphi(d)$ . Загальна концентрація твердих частинок в утвореній суспензії становить  $c_v$ . Цю суспензію слід характеризувати як полідисперсну через різну крупність частинок дисперсної фази і полімінеральною через наявність мінералів різної щільності.

Рухливість частинок в полідисперсних і полімінеральних суспензіях, яка характеризується швидкостями їх руху щодо дисперсійного середовища, зумовлює протікання в них мікро- і макропроцесів, що впливають на сепараційні характеристики збагачувальних апаратів.

При цьому слід розглядати комплексний вплив ефектів на групу рухомих в суспензії частинок однакової крупності і щільності, які викликані збільшенням локальних градієнтів швидкості і тиску дисперсійного середовища при обтіканні окремих частинок і їх груп.

Частинки різної крупності і щільності мають в рівних умовах різну швидкість. Менш рухливі частинки створюють для більш рухливих частинок квазірідке середовище підвищеної в'язкості і щільності. Більш рухливі частинки, що мають більшу швидкість, змушені переміщатися в цьому середовищі, відчуваючи з боку менш рухливих опір їх руху.

При русі великих частинок квазірідке середовище, що представляє суспензію інших частинок у воді, проходить через пори і канали, утворені цими частинками, і призводить до їх зважування, що розглянуто вище при визначенні швидкості стисненого руху частинок монодисперсної суспензії.

Груповий рух твердих частинок в суспензіях, наприклад, при осадженні, призводить до підвищення градієнту гідростатичного



тиску дисперсійного середовища через неоднорідний розподіл концентрації твердої фази в об'ємі суспензії.

Сила гідродинамічного впливу на дисперсійне середовище кожної з рухомих частинок дорівнює силі опору їх руху. Для сталого руху вона дорівнює різниці сили ваги частинки і сили Архімеда, яка її виштовхує.

Сумарна сила впливу на нижче розташовану суспензію  $dF$  шару завтовшки  $dy$  і площею  $S_c$  дорівнює сумі сил ваги рідини і всіх твердих частинок в цьому шарі:

$$dF = dV \cdot (1 - c_V) \cdot \Delta \cdot g + dV \cdot c_V \cdot \bar{\delta} \cdot g$$

Перший доданок правої частини даного рівняння є силою ваги рідини в елементарному об'ємі рідини, а друге – силою ваги твердої фази в цьому об'ємі ( $\bar{\delta}$  – середня щільність твердої фази).

Розглянутий елементарний об'єм рідини дорівнює добутку площі шару суспензії на висоту шару, тобто

$$dV = S_c \cdot dy$$

Використовуючи функції розподілу концентрації твердої фази в об'ємі суспензії і розподілу мінералів за щільністю, отримуємо в загальному вигляді вирази для сумарної сили:

$$dF = S_c \cdot dy \left[ (1 - c_V(y)) \cdot \Delta \cdot g + c_V(y) \cdot g \cdot \int_{\delta_1}^{\delta_2} \varphi(\delta) \partial \delta \right].$$

де  $\Delta$ ,  $\delta$  – відповідно, щільність дисперсійного середовища і дисперсної фази,  $кг/м^3$ ;  $g$  – прискорення сили тяжіння,  $м/с^2$ ;  $\varphi(\delta)$  – функція розподілу частинок за щільністю;  $c_V$  – об'ємна концентрація твердої фази.

Інтегрування функції розподілу частинок за щільністю дає середньозважене значення щільності твердої фази.

Гradient гідростатичного тиску, що створюється суспензією, дорівнює:

$$gradP = \frac{dP}{dy} = \frac{dF}{S_c \cdot dy} = g \cdot \left[ \Delta + c_V(y) \cdot \left( \int_{\delta_1}^{\delta_2} \varphi(\delta) \cdot \partial \delta - \Delta \right) \right]$$

Gradient гідростатичного тиску дисперсійного середовища впливає на частинки, та обумовлює появу сили, що її виштовхує, протилежно gradientу. Ця сила проявляється з боку менш рухливих частинок у відношенні до більш рухливих, що мають більшу значущість і щільність. Частинки, що мають однакову швидкість, цього впливу щодо самих себе не відчують.

Таким чином, сила, що виштовхує, обумовлена градієнтом тиску і складає:

$$F_p = \int_V gradP \cdot dV = \int_{y_1}^{y_2} gradP \cdot S(y) \cdot dy,$$

де  $S(y)$  – залежність площі поперечного перерізу частинки від координати  $y$ , спрямованої уздовж  $gradP$ ;  $V$  – об'єм частинки.

Вважаючи  $c_V(y) = const$  навколо частинки і, з огляду на те, що об'єм частинки  $V = \int_{y_1}^{y_2} S(y) \cdot dy$ , маємо:

$$F_p = g \cdot V \cdot (\Delta + c_V \cdot \Phi),$$

де  $\Phi = \int_0^d \varphi(d) \cdot \left[ \int_{\delta_1}^{\delta_2} \varphi(\delta) \cdot \partial\delta - \Delta \right] \cdot \partial d$ ,

або  $\Phi = (\bar{\delta} - \Delta) \cdot \int_0^d \varphi(d) \cdot \partial d = (\bar{\delta} - \Delta) \cdot \gamma_{-d}$ .

При цьому вираз  $\Delta + c_V \Phi$  являє собою середню щільність квазірідкого середовища, в якій рухаються частинки розміром  $d$ .

При наявності на рухомих частинках приграничного шару рідини товщиною  $\lambda$ , об'ємна частка незв'язаної рідини зменшиться на величину, пропорційну об'єму рідини, що зв'язана в приграничному шарі. Таким чином, об'ємна концентрація твердої фази в отриманій формулі повинна бути замінена на деяку фіктивну концентрацію  $c_{vf}$ , що враховує також і об'єм зв'язаної рідини, тобто:

$$c_{vf} = c_v \cdot (1 + \lambda \cdot s).$$

Для частинок розміром більше  $d$  виникає ефект зважування зернистого шару, а частинки розміром менше створюють для них квазірідке середовище щільністю  $(\Delta + c_v \cdot \Phi)$  з підвищеною в'язкістю.

Уявна в'язкість квазірідкого середовища, згідно розглянутому раніше механізму її підвищення, становить:

$$\mu_c = \frac{\mu}{1 - 3 \sqrt{\frac{c_v}{k_y} \cdot (1 + \lambda \cdot s_{<d}) \cdot \int_0^d \varphi(d) \cdot \partial d}},$$

де  $S_{-d}$  – питома поверхня міжфазного контакту частинок розміром  $< d$ .

Таким чином, швидкість частинок розміром  $d$  в полідисперсній суспензії складе:

$$v = v_0 \cdot [1 - c_V \cdot (1 - \gamma) \cdot (1 + \lambda \cdot s_{>d})]^{3 \cdot m} \cdot \left(1 - \frac{c_V \cdot \Phi}{\delta - \Delta}\right) \cdot \left(1 + \frac{c_V \cdot \Phi}{\Delta}\right)^{m-1} \dots$$

$$\dots \left\{1 - [c_V \cdot \gamma \cdot (1 + \lambda \cdot s_{<d}) / k_y]^{1/3}\right\}^{2 \cdot m - 1},$$

де:  $\gamma = \int_0^d \varphi(d) \cdot \partial d$  – вміст у твердій фазі суспензії частинок розміром  $>d$ ;  $s_{<d} = \frac{1}{d} \cdot k_s \cdot \int_0^d \varphi(d) \cdot \partial d$  – їх питома поверхня;

$s_{>d} = \frac{1}{d} \cdot k_s \cdot \int_d^{d_{\max}} \varphi(d) \cdot \partial d$  – питома поверхня частинок розміром  $> d$ ;

$v_0$  – швидкість руху частинок заданої крупності і щільності в вільних умовах.

Приклад. Дисперсна фаза магнетитової суспензії має наступний гранулометричний склад:

Крупність, мкм	< 5	5 – 10	10 – 20	20 – 50	50 – 74	> 74
Вихід, %	4	5	15	67	8	1

Її об'ємна концентрація становить 0,2. Товщина приграничного шару на твердих частинках становить 0,3 мкм. Знайти швидкість осадження частинок крупністю 50 мкм.

Рішення. Швидкість вільного осадження частинок зазначеної крупності знайдемо за методом Лященко:

$$\text{Re}^2 \psi = \frac{3,14 \cdot (50 \cdot 10^{-6})^3 \cdot (5000 - 1000) \cdot 1000 \cdot 9,81}{6 \cdot (10^{-3})^2} = 2,57.$$

$$\text{Re} = (0,133 \cdot 2,57)^{1/2} = 0,342; \quad (A = 0,133; m = 1);$$

$$v_0 = \frac{2,57 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 1000} = 0,0514 \text{ м/с.}$$

Питома поверхня полідисперсного матеріалу може бути наближено розрахована за допомогою виходів класів крупності  $\gamma_i$  і значенням їх середньої крупності  $\bar{d}_i$ :

$$s = K_s \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\gamma_i}{\bar{d}_i}.$$

Оскільки потрібно розрахувати питому поверхню частинок розміром менше 50 мкм і більше 50 мкм, то необхідно використовувати виходи класів крупності від сумарної фракції, а не від вихідного продукту. Таким чином, для класу крупності <50 мкм :

$$s_{<50} = 10,5 \cdot \left( \frac{4}{2,5} + \frac{5}{7,5} + \frac{15}{15} + \frac{67}{35} \right) \cdot \frac{10^6}{4+5+15+67} = 6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}.$$

$$s_{>50} = 10,5 \cdot \left( \frac{8}{62} + \frac{1}{87} \right) \cdot \frac{10^6}{8+1} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}.$$

Оскільки тверда фаза має однакову щільність, то рішення рівняння для визначення параметра  $\Phi$  спрощується і дорівнює

$$\Phi = \gamma \cdot (\delta - \Delta) = \frac{91}{100} \cdot (5000 - 1000) = 3640 \text{ кг/м}^3.$$

Тоді швидкість стислого руху частинок розміром 50 мкм в даних умовах складе:

$$\begin{aligned} v_{cm} &= 0,0514 \cdot \left[ 1 - 0,2 \cdot (1 - 0,91) \cdot \left( 1 + 3 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^5 \right) \right]^3 \times \\ &\times \left( 1 - \frac{0,2 \cdot 3640}{5000 - 1000} \right) \cdot \left( 1 + \frac{0,2 \cdot 3640}{1000} \right)^{1-1} \times \\ &\times \left\{ 1 - \left[ 0,2 \cdot 0,91 \cdot \left( 1 + 3 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^5 \right) / 0,625 \right]^{1/3} \right\}^{2 \cdot 1-1} = 0,00745 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

## 2.8. Контрольні питання

1. Що таке вільні умови руху мінеральних частинок в рідкому середовищі?
2. Зобразіть графічно схему сил, діючих на мінеральне зерно при його вільному русі. Запишіть формули для визначення цих сил.
3. Запишіть формулу для визначення сили гідростатичного тиску, що виштовхує. Поясніть, чи будуть відрізнятися значення цієї сили для однорідного і неоднорідного рідкого середовища.
4. Запишіть рівняння руху мінеральної частинки в вільних умовах і поясніть його.
5. Запишіть формулу Ньютона для визначення сили опору рідкого середовища руху твердих частинок і дайте її пояснення.

6. Що таке приграничний шар рідини на рухомому зерні? Від чого залежить його товщина і як вона впливає на коефіцієнт опору рідини?
7. Зобразіть діаграму Релея і поясніть, чим визначається її характер.
8. Запишіть силу опору руху частинки у в'язкій нестисливій рідини при ламінарному її обтіканні.
9. Розв'яжіть рівняння руху частинки в рідкому середовищі в вільних умовах при ламінарному її обтіканні.
10. Зобразіть графічно залежність швидкості руху частинки в рідкому середовищі від часу. Прокоментуйте її.
11. Що таке кінцева швидкість падіння мінеральних зерен? Як вона визначається для частинок, у яких опір рідкого середовища руху підкоряється закону Стокса?
12. Запишіть формулу Ньютона-Риттінгера для визначення кінцевої швидкості вільного руху мінеральних зерен в рідкому середовищі і поясніть її.
13. Як практично знайти коефіцієнт опору рідкого середовища руху даного мінерального зерна?
14. Що таке максимальне напруження зсуву для рідин?
15. Отримайте формулу для визначення параметра Лященко.
16. Зобразіть графічно діаграму Лященко та поясніть, як вона отримана.
17. Чи можна діаграму Лященко описати рівнянням? Який спосіб її запису Вам знайомий? Наведіть приклад і дайте відповідні коментарі.
18. Яке співвідношення крупності і щільності для рівнопадаючих частинок при їх ламінарному і турбулентному обтіканні рідким середовищем?
19. Покажіть, як знайти швидкість руху частинки заданої крупності і щільності, якщо відома швидкість руху іншої частинки в подібних умовах (щільність і крупність її відомі).
20. Сформулюйте умови стисненого руху мінеральних зерен в рідких середовищах. Які основні взаємодії зернистої суспензії з рідким середовищем?
21. Запишіть формулу для сили опору зернистого шару руху крізь нього рідини і поясніть її.
22. Запишіть формулу для стисненого руху монодисперсної твердої фази в рідкому середовищі і поясніть її.

23. Поясніть механізм руху мінеральних частинок в полідисперсній суспензії.
24. Запишіть формулу для визначення швидкості руху частинок в полідисперсних суспензіях і поясніть її.
25. Чи зможе частинка, що рухається в полідисперсних і полімінеральних суспензіях поміняти напрям руху? Доведіть це.
26. Запишіть формулу для визначення середньої щільності квазірідкого середовища при стисненому русі частинок в полідисперсних і полімінеральних суспензіях і дайте її пояснення.
27. Запишіть формулу для визначення коефіцієнту динамічної в'язкості квазірідкого середовища при обмеженому русі частинок в полідисперсних і полімінеральних суспензіях і дайте її пояснення.

## РОЗДІЛ 3. ТУРБУЛЕНТНИЙ МАСОПЕРЕНОС

### 3.1. Характеристики турбулентного режиму течії

При турбулентному режимі течії частинки рідини хаотично перемішуються між собою, швидкості в будь-якій точці потоку безперервно змінюються за величиною і напрямком близько деякого середнього значення. Це явище носить назву *пульсації швидкості*. Швидкість в даний момент часу в даній точці турбулентного потоку називається *місцевою миттєвою швидкістю* ( $u$ ). Середня за часом швидкість в даній точці називається *місцевою осередненою швидкістю*. Осереднена швидкість в будь-якій точці може бути визначена як

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u \cdot dt ,$$

де  $T$  – період часу, протягом якого проводиться осереднення.

Введення поняття осередненої швидкості в точці дозволяє вважати турбулентний потік квазісталім, тобто *умовно сталим*.

Різниця між миттєвої і осередненою швидкістю в точці називається *пульсаційною швидкістю* або просто *пульсацією*  $u' = u - \bar{u}$ .

Для встановлення зв'язку характеристик турбулентності зі швидкістю усередненого руху  $U$  відомі: 1) *теорія Прандтля, або теорія шляху змішування*, 2) *теорія Тейлора* і 3) *теорія Кармана, або теорія подібності полів пульсацій*.

Основою теорії Прандтля є аналогія кінетичної теорії газів і поняття довжини вільного пробігу молекул. При турбулентному русі кожна елементарна маса рідини зберігає свої якості, в тому числі і вектор кількості руху, тільки до тих пір, поки вона не зміститься в напрямку, поперечному до швидкості усередненої течії, на граничну відстань  $l$ . Якщо ж зміщення перевершить цю граничну відстань, то станеться перемішування даної маси з навколишньою масою в новому положенні, в результаті якого зміниться і вектор кількості руху цієї маси. При цьому шлях змішування приймається залежним лінійно від відстані до стінки, тобто  $l = \kappa \cdot y$ , де  $\kappa = 0,36$  – постійна Кармана.

Теорія Тейлора в основному подібна теорії Прандтля, однак, основна увага в ній приділена не переносу кількості руху, а переносу завихореності, на зміну якої не позначаються місцеві перепади тиску, тобто кожна частина зберігає свою завихореність при русі.

Загальним в розглянутих теоріях турбулентності є рух фіксованого об'єму рідини до його перемішування з іншими. Теорія турбулентності Кармана заснована на розгляді поля швидкостей і тиску. Область, зайнята рідиною в турбулентному русі, розглядається, з одного боку, як єдине поле швидкостей усередненого руху рідини, а з іншого боку, як безліч полів пульсаційного руху рідини поблизу кожної геометричної точки. При цьому робиться припущення про те, що масштаби часу і відстаней залежать тільки від двох перших похідних швидкості усередненої течії, тобто

$$\frac{dU}{dy}, \frac{d^2U}{dy^2}.$$

В якості масштабу часу для поля пульсацій вибирається величина, пропорційна зворотному значенню першої похідної осередненої швидкості, тобто

$$T \sim 1 / \left( \frac{dU}{dy} \right).$$

З теорії подоби полів пульсацій слідує:

$$u' \sim \frac{1}{T} \sim l \cdot \frac{dU}{dy}.$$

Ставлення першої похідної до другої має розмірність довжини, тому в якості масштабу лінійних розмірів пульсацій служить величина, пропорційна відношенню першої похідної до другої похідної швидкості усередненої течії, тобто

$$l = \kappa \cdot \left( \frac{dU}{dy} \right) / \left( \frac{d^2U}{dy^2} \right).$$

Таким чином, теорія Кармана дозволяє визначати довжину шляху змішування, що входить в теорію Прандтля, через диференціальні характеристики усередненої потоку, а не представляти його у вигляді функції від відстані до стінки.

В даний час величині  $l$  вже не надають обов'язковий сенс «шляху змішування». Вважається, що ця величина характеризує геометричну



структуру турбулентного потоку, середній розмір якої бере участь в турбулентному переносі (перемішуванні) рідких мас або, інакше кажучи, масштаб турбулентності.

Коефіцієнт турбулентного перенесення (дифузії) рідкого середовища визначається коефіцієнтом уявної кінематичної в'язкості при турбулентному плинні:

$$D_t \approx \nu_t = u' \cdot l,$$

а з урахуванням характеристик турбулентного потоку з теорії Кармана він буде дорівнює:

$$D_t = \kappa^2 \cdot \left( \frac{dU}{dy} \right)^3 / \left( \frac{d^2U}{dy^2} \right)^2.$$

## 3.2. Механізм переносу твердої фази турбулентними потоками рідини

### 3.2.1. Турбулентний перенос без масообміну з навколишнім рідким середовищем

Відповідно до сучасних уявлень про структуру турбулентного потоку рідини перенесення речовини здебільшого здійснюється великомасштабними вихорами. Основними характеристиками турбулентного руху є: середній розмір елементів турбулентності  $\alpha$ , шлях змішання  $l$  і пульсаційна складова швидкості руху рідини  $u'$ . Відповідно до напівемпіричної теорії турбулентності, що ґрунтується на гіпотезах Прандтля і Кармана, дійсний турбулентний рух може бути замінений деяким впорядкованим рухом. При цьому лінії струму пульсаційного руху перетинають лінії струму усередненого руху, проникають з одного шару усередненого руху в інший і перемішують рідину і зважену тверду фазу, що знаходиться в ній.

Припустимо, що перенесення твердої фази здійснюється уздовж осі  $y$  через елементарну площадку  $d\sigma$  (рис. 3.1).

Концентрація твердої фази поблизу площадки нехай дорівнює  $c$ , а швидкість частинок середовища  $v$  спрямована вниз. За час  $dt$  через цю площадку під дією сил, що викликають осадження частинок, пройде маса твердої фази, що дорівнює  $v \cdot c \cdot d \cdot \sigma \cdot dt$ , а за рахунок турбулентного перенесення, при рівній ймовірності пульсацій зверху і знизу – маса:

$$u' \cdot c'' \cdot d \cdot \sigma \cdot dt - u' \cdot c' \cdot d \cdot \sigma \cdot dt = u' \cdot d \cdot \sigma \cdot dt \cdot (c'' - c'),$$

де  $c'$  і  $c''$  – концентрація твердої фази в елементах турбулентності поблизу площадки  $d\sigma$ , відповідно, при русі зверху і знизу.

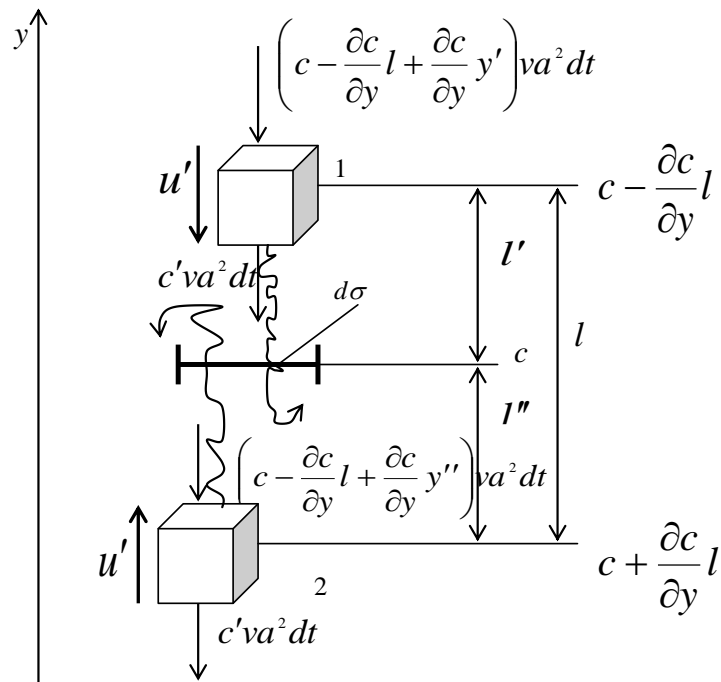


Рисунок 3.1. – До поясненням механізму турбулентного перенесення твердої фази

Загальна кількість твердої фази, що пройшла через площадку складе:

$$v \cdot c \cdot d \cdot \sigma \cdot dt + u' \cdot d \cdot \sigma \cdot dt \cdot (c'' - c'),$$

а щільність переносу  $q$ , тобто кількість питомої речовини в одиницю часу через одиницю площі:

$$q = v \cdot c + u' \cdot (c'' - c').$$

Оскільки  $c'' = c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l$  і  $c' = c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l$ , то щільність масопереносу,

тобто кількість питомої речовини в одиницю часу через одиницю площі є:

$$q = v \cdot c + D \cdot \frac{dc}{dy},$$

де  $D = l \cdot u'$  – коефіцієнт турбулентного перенесу рідини.

Отримане рівняння є рівнянням одновимірного турбулентного масопереносу. Тобто, масопереносу в напрямку градієнта концентрації твердої фази.

### 3.2.2. Турбулентний перенос з масообміном з навколишнім рідким середовищем

Якщо тверді частинки рухаються в рідині, то відбувається зміна концентрації твердої фази в рухомому елементі турбулентності за рахунок масообміну з навколишнім середовищем. Наприклад, елемент турбулентності з точки 1 (рис. 3.1) рухається до площадки  $d\sigma$  з початковою концентрацією твердої фази  $c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'$ .

Потрапляючи в нижні шари рідини з більш високою концентрацією твердої фази, він додатково насичується частинками. Причому, чим вище швидкість частинок  $v$ , тим ближче концентрація в елементі турбулентності до концентрації в навколишньому середовищі. Аналогічне явище вирівнювання концентрацій відбувається і під час руху елемента турбулентності з точки 2 до площадки  $d\sigma$ .

Для визначення значень концентрацій всередині елементів турбулентності представимо елементи турбулентності у вигляді кубів з ребром  $a$  (рис. 3.1). У зв'язку зі складним рухом елементів турбулентності (поступальним і обертальним), ці концентрації треба усереднити за об'ємом елементів.

Розглянемо рух елемента турбулентності зверху вниз. З навколишнього середовища за час  $dt$  через верхню межу в елемент входить твердої фази  $\left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot y' \right) \cdot v \cdot a^2 \cdot dt$ , де  $y'$  – відстань від точки 1 до елемента турбулентності при його русі. А виходить через нижню межу  $\left( c' \cdot v \cdot a^2 \cdot dt \right)$ . Оскільки напрямок вектору збігається з віссю  $y$ , то масообміну з навколишнім середовищем через бічні грані не відбувається, тому швидкість зміни концентрації в елементі турбулентності буде:

$$\frac{dc'}{dt} = \frac{dm}{a^3 \cdot dt} = \frac{v}{a} \cdot \left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot y' - c \right).$$

Ґрунтуючись на осередненні  $U'$  в межах  $l$ , зробимо заміну  $y' = u' \cdot t$ :

$$\frac{dc'}{dt} = \frac{v}{a} \cdot c' = \frac{v}{a} \cdot \left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u' \cdot t \right).$$

Дане рівняння є лінійним диференціальним першого порядку, рішенням якого буде:

$$c' = e^{-\int \frac{v}{a} dt} \cdot \left[ \frac{v}{a} \cdot \left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u' \cdot t \right) \cdot e^{-\int \frac{v}{a} dt} dt + C_1 \right].$$

позначимо:

$$M' = \frac{v}{a} \cdot \left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' \right), \quad N' = \frac{v}{a} \cdot \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u'.$$

Тоді:

$$c' = e^{-\frac{v}{a}t} \cdot \left[ \int (M' + N't) \cdot e^{\frac{v}{a}t} \cdot dt + C_1 \right] = \frac{a}{v} \cdot M' + \left( \frac{a}{v} \right)^2 \cdot N' \cdot \left( \frac{v}{a} \cdot t - 1 \right) + C_1 \cdot e^{-\frac{v}{a}t}$$

Постійну інтегрування  $C_1$  знайдемо з початкових умов в точці 1:

$t = 0$ ,  $c' = c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'$ . Таким чином:

$$C_1 = c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' - \frac{a}{v} \cdot M' + \left( \frac{a}{v} \right)^2 \cdot N'.$$

Підстановка  $C_1$ ,  $M'$  і  $N'$  дає:

$$c' = \left( c - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l' \right) + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u' \cdot t - u' \cdot \frac{a}{v} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{v}{a}t} \right) \cdot \frac{\partial c}{\partial y}.$$

При русі елемента турбулентності знизу через його верхню межу

твердої фази входить:  $\left( c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'' - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot y'' \right) \cdot a^2 \cdot v \cdot dt$ ,

а через нижню межу виходить:  $c'' \cdot a^2 \cdot v \cdot dt$ .

Складаючи рівняння, аналогічно у випадку руху зверху вниз, отримуємо:

$$\frac{\partial c''}{\partial y} = \left( c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'' - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot y'' - c'' \right) \cdot \frac{v}{a}.$$

Роблячи заміну:  $y'' = u' \cdot t$ ,  $M'' = \frac{v}{a} \cdot \left( c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'' \right)$ ,  $N'' = -\frac{v}{a} \cdot \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u'$ ,

приходимо до наступного висновку:

$$c'' = \frac{a}{v} \cdot M'' + \left( \frac{a}{v} \right)^2 \cdot N'' \cdot \left( \frac{v}{a} \cdot t - 1 \right) + C_2 \cdot e^{-\frac{v}{a}t}.$$

Постійну інтегрування  $C_2$  знайдемо з початкових умов:  $t = 0$ ;  
 $c'' = c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l''$ , Тобто:

$$C_2 = c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'' - \frac{a}{v} \cdot M'' + \left(\frac{a}{v}\right)^2 \cdot N''.$$

Тоді, після підстановки  $C_2$ ,  $M''$ ,  $N''$  отримуємо:

$$c'' = \left( c + \frac{\partial c}{\partial y} \cdot l'' \right) - \frac{\partial c}{\partial y} \cdot u' \cdot t + u' \cdot \frac{a}{v} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{v}{a}t} \right) \cdot \frac{\partial c}{\partial y}.$$

Оскільки пульсації рівно вірогідні, то кожен з розглянутих елементів турбулентності для досягнення площадки  $d\sigma$  повинен пройти шлях  $y' = y'' = l/2$  за час  $t = l/(2 \cdot u')$ .

При підстановці значень  $c'$  і  $c''$ , обчислених при цьому значенні часу, в початкове рівняння масопереносу, отримуємо:

$$q = v \cdot c + \frac{1 - e^{-k \cdot v}}{k \cdot v} \cdot l \cdot u' \cdot \frac{dc}{dy},$$

де  $k = \frac{l}{2 \cdot a \cdot u'}$  – параметр, що характеризує структуру турбулентної течії рідини.

Оскільки добуток  $l \cdot u'$  представляє собою коефіцієнт турбулентного перенесення рідини  $D$ , то коефіцієнт турбулентного перенесення твердої фази буде визначатися виразом:

$$D' = \frac{1 - e^{-k \cdot v}}{k \cdot v} \cdot D.$$

При  $k = const$

$$\lim_{v \rightarrow 0} D' = D,$$

тобто, коли швидкість частинок наближається до нуля, коефіцієнт турбулентного перенесення твердої фази рівний коефіцієнту турбулентного перенесення рідини. Зі збільшенням швидкості  $v$  значення  $D'$  зменшується і при  $v \rightarrow \infty$  він прагне до нуля (рис. 3.2).

Розглянутий механізм турбулентного перенесення твердої фази коректний за умовою  $d \ll a$ , в іншому випадку слід розглядати вплив елементів турбулентності на тверді частинки з точки зору зміни їх швидкості.

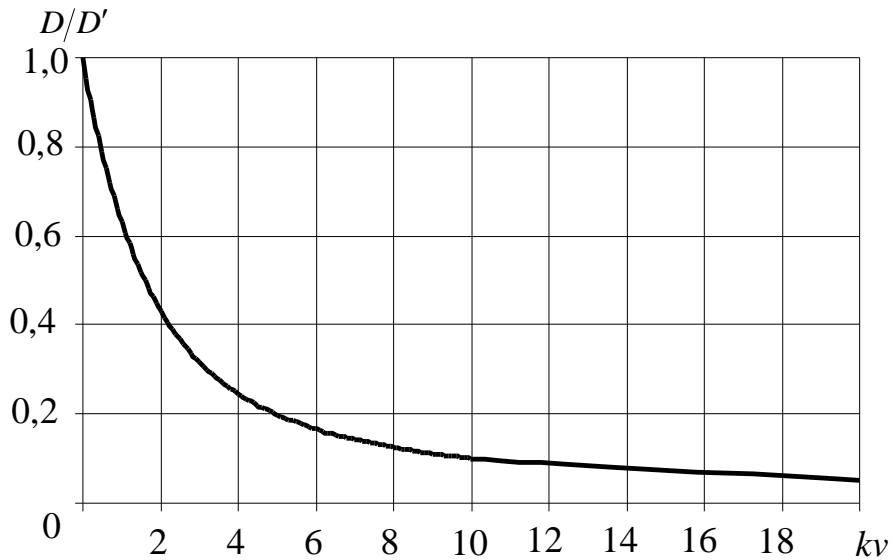


Рисунок 3.2. – Залежність відносного коефіцієнта турбулентного перенесення твердої фази від швидкості частинок

### 3.3. Контрольні питання

1. Характеристики турбулентної течії.
2. Перерахуйте відомі Вам напівемпіричні теорії турбулентності і дайте їм короткі характеристики.
3. Що таке шлях змішання в напівемпіричних теоріях турбулентності?
4. Чим відрізняється визначення шляху змішування в теорії турбулентності Прандтля і Кармана?
5. Поняття коефіцієнту турбулентного перенесення рідини. Як він визначається?
6. Наведіть рівняння одновимірного турбулентного перенесення твердої фази для випадку, коли масообмін між елементами турбулентності і навколишнім середовищем відсутній.
7. Наведіть рівняння одновимірного турбулентного перенесення твердої фази для випадку масообміну між елементами турбулентності і навколишнім середовищем.
8. Запишіть формулу для коефіцієнту турбулентного перенесення твердої фази і поясніть її.

## РОЗДІЛ 4. СЕПАРАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В РІДКИХ СЕРЕДОВИЩАХ

### 4.1. Кінетика досягнення кінцевої швидкості падіння

Залежність швидкості руху частинок в рідкому середовищі під дією сили тяжіння від часу руху отримана при вирішенні рівняння руху для першої і другої автономних областей. З її аналізу випливає, що при будь-якій початковій швидкості частинки при  $t \rightarrow \infty$  досягають кінцевої швидкості. Якщо прийняти припущення про те, що при досягненні певної допустимої розбіжності кінцевої швидкості процес розгону або гальмування є завершеним, то можна розрахувати час перехідного процесу (рис. 4.1 ).

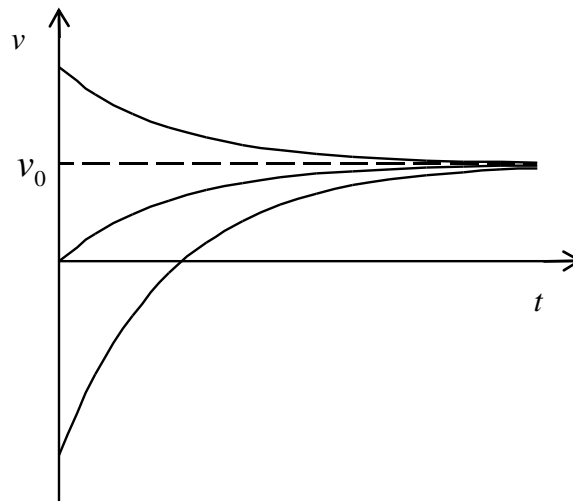


Рисунок 4.1. – Кінетика досягнення кінцевої швидкості осадження твердих частинок з різною початковою швидкістю в рідкому середовищі

Час перехідного процесу залежить від відношення прискорення сили тяжіння в рідкому середовищі  $g_0$  до кінцевої швидкості падіння  $v_0$  та входить до показника експоненти. Тому для частинок різної щільності і крупності час перехідного процесу буде різним. Розглянемо це твердження на прикладі рівнопадаючих частинок, тобто коли для певних частинок з різною крупністю і щільністю кінцева швидкість падіння рівна. В такому випадку показники експоненти в рівняннях швидкості цих частинок будуть відрізнятися тільки величиною  $g_0$ .

Як відомо, прискорення сили тяжіння в рідкому середовищі становить

$$g_0 = g \cdot \left(1 - \frac{\Delta}{\delta}\right)$$

З цього випливає, що при збільшенні щільності частинок значення прискорення зростає, а отже вони раніше досягають кінцевої швидкості. Однак, в період розгону, або гальмування швидкості легких і важких частинок будуть відрізнятися від їх співвідношення при сталому русі, і їх рівнопадіння в класичному розумінні буде порушуватися.

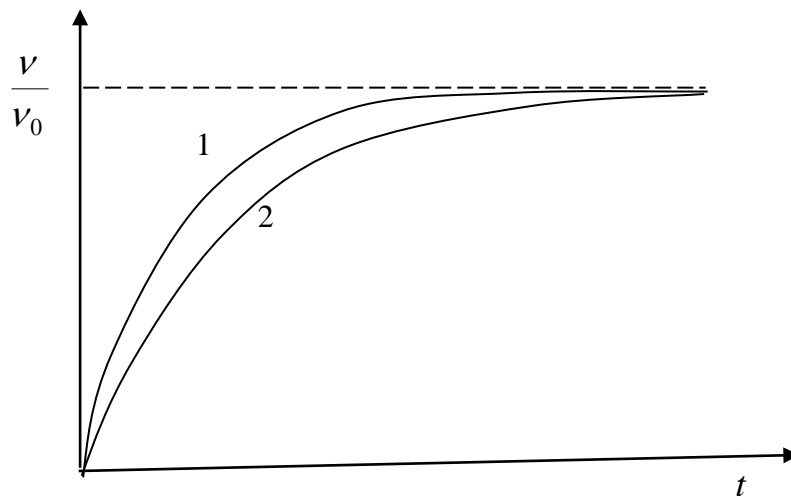


Рисунок 4.2. – Кінетика досягнення кінцевої швидкості осадження твердих частинок з різним прискоренням в рідкому середовищі:

1 – при  $g_{01}$ ;

2 – при  $g_{02} < g_{01}$ .

#### 4.2. Рівноважне положення частинок з неоднорідної речовини

У частинок з неоднорідної речовини, наприклад, у зростків, що складаються з мінералів різної щільності, центр об'єму не збігається з центром мас. Точка прикладання сили тяжіння збігається з центром мас, а точка прикладання сили Архімеда, що виштовхує, збігається з центром об'єму частинки (рис. 4.3, а). В цьому випадку виникає пара сил і момент, який повертає частинку до досягнення рівноважного положення (рис. 4.3, б), при якому діють сили, що розташовані на одній вертикалі, і момент цієї пари сил стає рівним нулю.



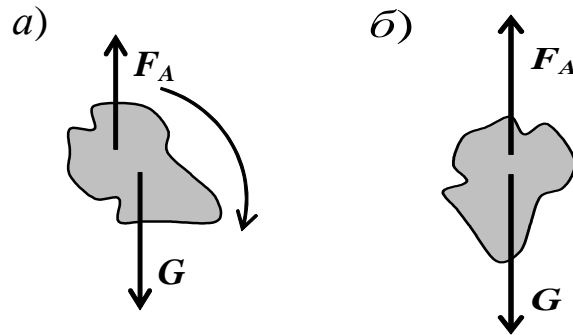


Рисунок 4.3. – Поведінка частинки з неоднорідної речовини:

- а) – початкове положення;  
 б) – рівноважний стан.

Якщо така частинка буде перебувати в рухомому вертикальному потоці рідини, то вона буде кожен раз займати новий рівноважний стан при зміні швидкості і напрямку потоку. Це явище буде міняти миделевий перетин, а, отже, і значення сили опору і швидкості частинки відносно рідкого середовища.

### 4.3. Особливості руху частинок різної крупності

Порівняння розрахункових швидкостей падіння мінеральних зерен у воді з їх фактичними значеннями показує, що при  $Re < 3$  їхнє відношення має постійне значення, характерне для зерен даного мінералу і залежить від крайового кута змочування поверхні мінералу водою. При  $Re > 6$  відношення швидкостей також постійне, однак має інше значення, ніж в попередній області, і залежить від форми зерен і шорсткості їх поверхні (рис. 4.4).

При малих швидкостях руху ( $Re < 3$ ) мінеральна частинка покрита приграничним шаром і виглядає як гідравлічна гладка. Зі збільшенням швидкості при  $Re > 6$  відбувається відрив граничного шару з рухомого зерна і починає впливати його форма і шорсткість поверхні.

Тому в розрахункову формулу для швидкості при  $Re < 3$  слід вводити поправку  $k_1$ , обумовлену поверхневими властивостями мінералів, а при  $Re > 6$  – поправку  $k_2$  на форму частинок і шорсткість поверхні.

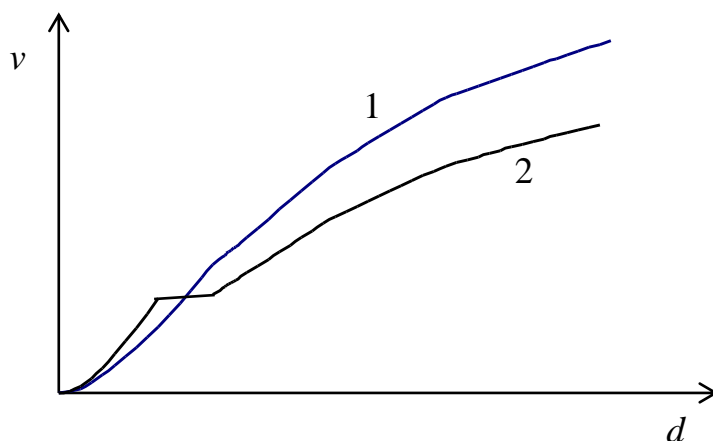


Рисунок 4.4. – Зіставлення теоретичних і фактичних швидкостей руху мінеральних частинок в рідкому середовищі

Поправка обумовлена поверхневими властивостями мінералів і залежить від крайового кута змочування  $\Theta$ :

$$k_1 = 1,32 - 0,00944\Theta.$$

З експериментальних даних отримані наступні середні значення поправок для деяких мінералів:

Мінерал	$k_1$	$k_2$
кварц	1,29	1,94
каситерит	0,953	1,85
галеніт	0,975	1,64
золото	1,29	1,35
вугілля	0,564	2,19
антрацит	0,795	2,63

Таким чином, з урахуванням поправок розрахункова швидкість руху мінеральних частинок буде дорівнює:

$$v = \frac{Re \cdot \mu}{k_i \cdot d \cdot \Delta}, \text{ або } v = v_p / k_i,$$

де  $v_p$  – розрахункове значення швидкості.

#### 4.4. Особливості поведінки частинок при осадженні в умовах обмеженого простору

Аналіз отриманої залежності для швидкості переміщення частинок в суспензії показує, що швидкість окремо взятої частинки визначається як її розміром і щільністю, так і об'ємною концентрацією всієї твердої фази, її дисперсністю та розподілом за

щільністю. У зв'язку з цим, в залежності від співвідношення крупності і щільності самої частинки та частинок, що її оточують, а також їх концентрації, *швидкість частинки буде змінюватися не тільки за величиною, а й за напрямком.*

Аналіз формули для швидкості руху частинок твердої фази в полідисперсних суспензіях показує, що вона включає вираз:

$$1 - \frac{c_v \cdot \Phi}{\delta - \Delta},$$

який, в залежності від щільності рухомих частинок, може приймати як позитивне, так і негативне значення.

Наведений вираз може бути перетворено в наступний:

$$1 - \frac{c_v \cdot \Phi}{\delta - \Delta} = 1 - \frac{c_v \cdot (\bar{\delta} - \Delta) \cdot \int_0^d \varphi(d) \cdot \partial d}{\delta - \Delta} = 1 - \frac{c_v \cdot \gamma_{-d} \cdot (\bar{\delta} - \Delta)}{\delta - \Delta}.$$

При певному поєднанні гранулометричного складу, щільності полімінеральної твердої фази і щільності даної частинки, цей вираз може набувати як позитивне, так і негативне значення.

При позитивному значенні цього виразу розглянута частинка буде осідати. При негативному – спливати до тих пір, поки об'ємна концентрація навколишньої твердої фази не знизиться до певного значення.

*Оскільки при сепарації суспензій відбувається перерозподіл в її об'ємі концентрації твердої фази, то, в принципі, для будь-якої полімінеральної суспензії для певних частинок можливо реверсування їх швидкості руху.*

Якщо суспензія, наприклад, при сепарації в важких середовищах, має середню щільність більшу щільності частинок, що виділяються в легку фракцію, то в залежності від їх крупності в області величин, порівнянних з розміром частинок обважнювача, вони можуть мати також різні напрямки руху. Це призводить до висновку про те, що нижньою межею крупності збагачення в важких середовищах матеріалу не може бути строго певна величина. Зниження ефективності сепарації в даному випадку є функцією крупності та щільності матеріалу, що піддається збагаченню.

У концентрованих полідисперсних суспензіях відбувається вирівнювання швидкостей руху частинок різної крупності і щільності, що призводить до погіршення сепараційних характеристик збагачувальних процесів і зниження їх ефективності.

## 4.5. Осадження частинок в нерухомій рідині

Припустимо, що в нерухомій рідині щільністю  $\Delta$  знаходяться тверді частинки різної крупності і щільності (рис. 4.5).

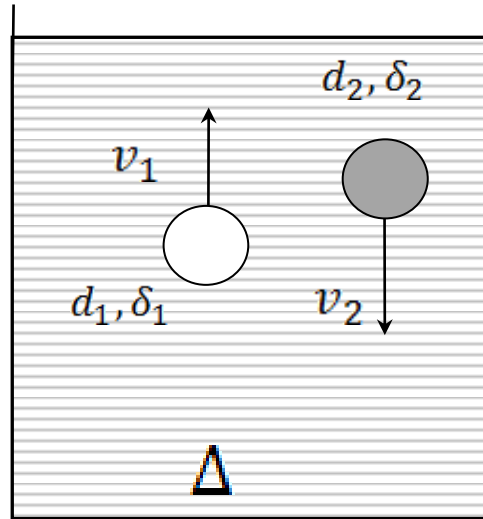


Рисунок 4.5. – Осадження частинок в нерухомій рідині

На кожен з частинок діють сила тяжіння  $G$  і виштовхує сила Архімеда  $F_A$ . Якщо  $G > F_A$ , то частинка буде осідати незалежно від її крупності. При підстановці відповідних значень це співвідношення для однорідної рідини набуде вигляду:  $\delta > \Delta$ . Якщо  $G < F_A$ , то частинка буде спливати.

Таким чином, частинки, щільність яких більше щільності рідкого середовища, будуть у ній тонуть, а частинки з щільністю, меншою щільності рідкого середовища, будуть спливати незалежно від їх крупності.

Швидкість руху частинок (осадження або спливання) буде визначатися абсолютною величиною ваги частинки в рідкому середовищі і силою опору середовища, яка спрямованої в бік, протилежний напрямку руху.

## 4.6. Осадження частинок в горизонтальному потоці рідини

Потік рідини, що містить тверді частинки, рухається в горизонтальному напрямку (рис. 4.6). Його перебіг характеризується горизонтальною  $U_x(y)$  і вертикальною  $U_y(y)$  складовими швидкості. Частинки мають швидкість руху відносно рідини  $v(y)$ .

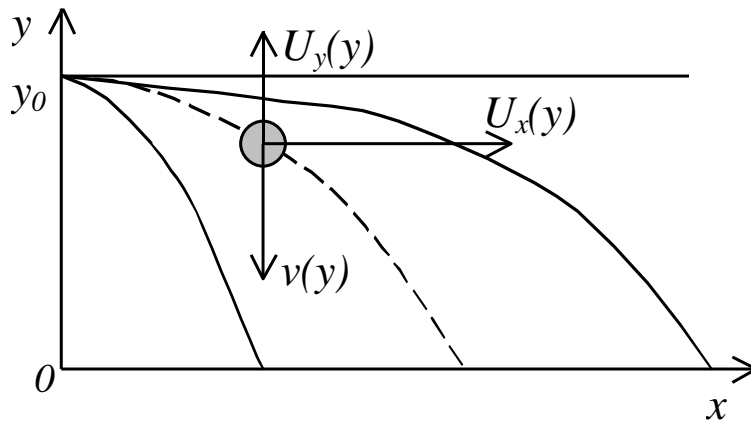


Рисунок 4.6. – Осадження частинок в горизонтальному потоці

Визначимо траєкторії руху частинок. За час  $dt$  частинка в горизонтальному напрямку пройде шлях, рівний:

$$dx = U_x(y) \cdot dt,$$

а у вертикальному:

$$dy = [U_y(y) - v(y)] \cdot dt.$$

Вирішуючи цю систему рівнянь, отримуємо:

$$\frac{dx}{U_x(y)} = \frac{dy}{U_y(y) - v(y)}.$$

Звідки:

$$x = \int \frac{U_x(y)}{U_y(y) - v(y)} \cdot dy + C.$$

Постійна інтегрування  $C$  визначається з умови:  $x = 0$ ,  $y = y_0$ . На поверхні рідини  $U_y(y) = 0$ , а  $v(y) = v_0$ .

*Найбільш крупні/або щільні частинки мають більш круту траєкторію руху і осідають першими. Чим менше швидкість осадження частинок, тим більший шлях до осадження вони пройдуть. Таким чином, вздовж течії потоку частинки, що випали в осад, розподіляться по крупності та щільності, що створює умови для їх сепарації.*

#### 4.7. Осадження частинок в вертикальному потоці рідини

Нехай висхідний потік рідини рухається зі швидкістю  $U$  і є рівномірно розподіленим за його перерізом (рис. 4.7). Частинки, що

рухаються відносно рідини зі швидкістю  $v$ , матимуть, швидкість  $U-v$  відносно посудини, в якій рухається рідина. Тому при  $U-v > 0$ , вони будуть транспортуватися потоком наверх, а при  $U-v < 0$  – осідати. Для більш великих частинок (рис. 4.7)  $|v_1| > |U|$  і вони будуть переміщатися вниз, а для дрібніших частинок  $|v_2| < |U|$  і вони будуть потоком рідини переміщатися вгору. Гранична крупність визначається зі співвідношення  $|v| = |U|$ .

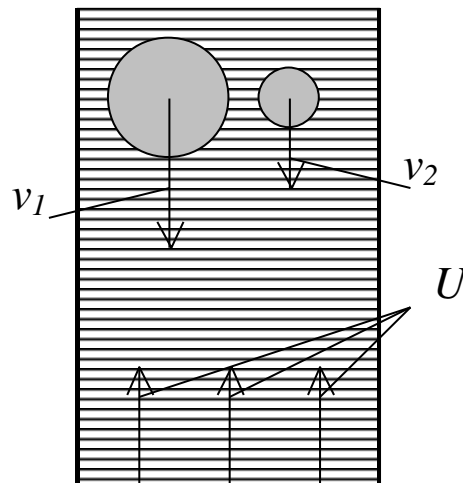


Рисунок 4.7. – Осадження частинок в вертикальному потоці рідини

*Частинки зі швидкістю осадження, меншій швидкості висхідного потоку, будуть цим потоком транспортуватися вгору, а частинки з більшою швидкістю будуть осідати. Це створює передумови для сепарації за крупністю частинок однакової щільності і сепарації за щільністю частинок однакової крупності.*

При масовому осадженні частинок наступають труднощі для умови руху. Якщо швидкість руху дорівнює швидкості висхідного потоку ( $v = v_0 \cdot \Theta^{3m} = U$ ), то шар частинок буде в підвішеному стані і його коефіцієнт розпушення дорівнює:

$$\Theta = \left( \frac{U}{v_0} \right)^{\frac{1}{3m}},$$

а об'ємна концентрація твердої фази в ньому

$$c_V = 1 - \left( \frac{U}{v_0} \right)^{\frac{1}{3m}}.$$

Щільність шару складає:

$$\Delta_c = \Delta + (\delta - \Delta) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{U}{v_0} \right)^{\frac{1}{3-m}} \right].$$

Частинки зі швидкістю  $|v| < |U|$  будуть транспортуватися потоком вгору, а частинки зі швидкістю  $|v| > |U|$  – концентруватися в потоці, утворюючи вищеописану суспензію. Частинки більшої щільності матимуть і більшу швидкість щодо рідкого середовища, тому об'ємна концентрація таких частинок буде вище, ніж частинок меншої щільності, отже, буде вище і щільність шару. Таким чином, створюються передумови для виштовхування з цього шару частинок меншої щільності наверх, де вони створюють шар з подібних собі частинок.

*Частинки різної щільності в рівномірному висхідному потоці рідини утворюють рівноважні шари. Вони розташовуються так, що в нижній частині суспензії будуть перебувати частинки більшої щільності, у верхній – меншої.*

Схематично цей процес представлений на рис. 4.8 .

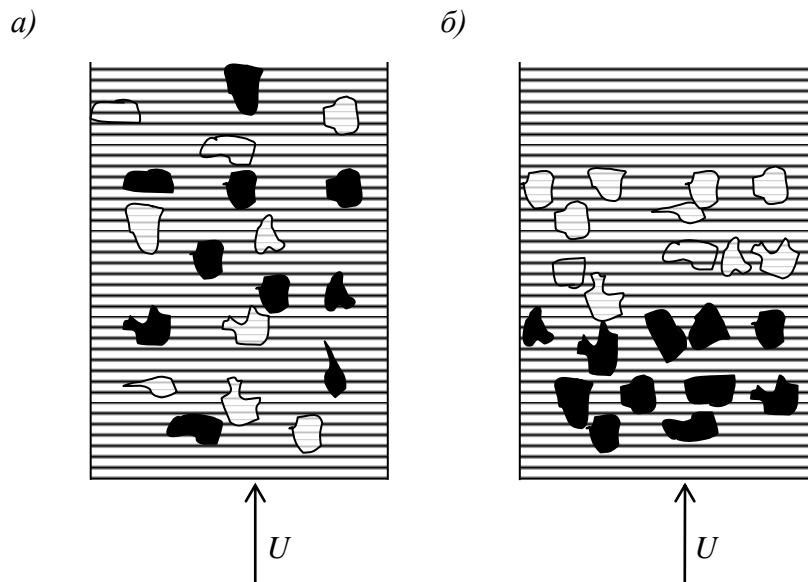


Рисунок 4.8. – Фази процесу розшарування зернистої суміші по щільності в висхідному потоці рідини:

- а) – початкова;
- б) – кінцева

#### 4.8. Розподіл частинок в горизонтальному турбулентному потоці

Горизонтальний потік суспензії тече в турбулентному режимі. Його перебіг характеризується осередненою швидкістю  $\bar{U}(y)$  і її пульсаційною складовою  $U'$  (рис. 4.9).

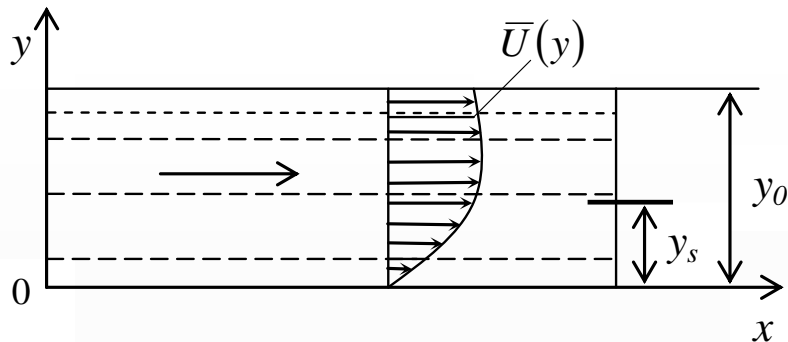


Рисунок 4.9. – До визначення розподілу частинок в горизонтальному турбулентному потоці

Частинки твердої фази суспензії мають відносно рідкого середовища швидкість  $v(y)$ , а коефіцієнт їх турбулентного перенесення –  $D(y)$ . Потік суспензії сталий.

Тому потік осідаючих частинок врівноважується потоком частинок, які переносяться турбулентними пульсаціями в зворотному напрямку, тобто  $q = 0$ . Таким чином, рівняння турбулентного масопереносу набуде вигляду:

$$0 = v(y) \cdot c + D(y) \cdot \frac{dc}{dy}.$$

Його рішенням при граничних умовах:  $y = 0, c = c_0$  є:

$$c(y) = c_0 \cdot \exp \left[ - \int \frac{v(y)}{D(y)} \cdot dy \right].$$

Відповідно до цього, розподіл концентрації частинок в вертикальному напрямку буде визначатися їх швидкістю щодо рідкого середовища (рис. 4.10).

Нижній шар суспензії, утримує, в більшій мірі, частинки з більш високою швидкістю осадження, верхній, навпаки, буде мати більший вміст частинок з меншою швидкістю осадження.



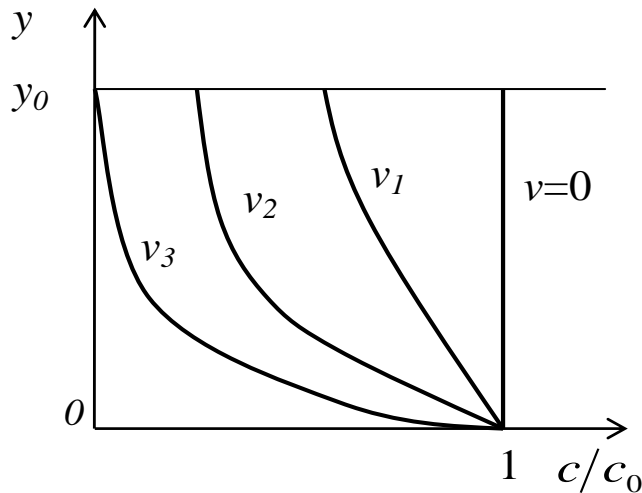


Рисунок 4.10. – Вертикальний розподіл частинок в горизонтальному турбулентному потоці суспензії:  $v_1 < v_2 < v_3$

Розподіл між цими шарами частинок, що мають певну швидкість, можна визначити з співвідношення їх потоків. Потік частинок в нижньому шарі:

$$Q_1 = \int_0^{y_s} c(y) \cdot U(y) \cdot dy.$$

У верхньому шарі:

$$Q_2 = \int_{y_1}^{y_2} c(y) \cdot U(y) \cdot dy.$$

Частка частинок, що опинилися в верхньому шарі складе:

$$E = Q_2 / (Q_1 + Q_2).$$

*Тобто, можливість вилучення частинок в той чи інший шар турбулентного потоку визначається їх швидкістю відносно рідкого середовища. Більші і/або щільні частинки в нижній шар потоку вилучаються з більшою ймовірністю.*

#### 4.9. Вертикальний турбулентний потік

Вертикальний турбулентний потік суспензії, що має середню швидкість  $\bar{U}$ , транспортує всі частинки, що підлягають турбулентному переносу, а також і інші, швидкість яких  $|v| < |U|$ . Розподіл частинок у вертикальному напрямку при цьому буде рівномірним (рис. 4.11).

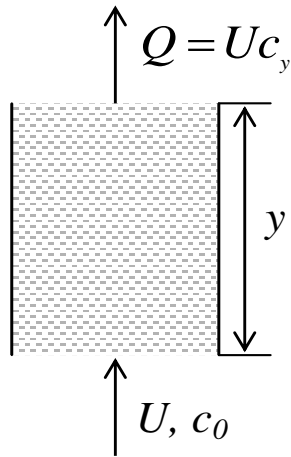


Рисунок 4.11. – Вертикальний турбулентний потік

Частинки, що мають швидкість  $|v| > |U|$  будуть при осадженні концентруватися в нижній частині потоку, що призведе до виникнення градієнта концентрації і появи турбулентного перенесення в вертикальному напрямку.

Для сталого режиму функція розподілу концентрації набуде вигляду:

$$c(y) = c_0 \cdot \exp \left[ - \int \frac{v(y) - U(y)}{D(y)} \cdot dy \right].$$

Для частинок зі швидкістю руху відносно рідини, меншою швидкості висхідного потоку, настає транспортний режим. Вони піднімаються вгору та мають рівномірну концентрацію в об'ємі суспензії.

Якщо частинки зі швидкістю  $|v| > |U|$  з потоку не виводяться, то відбувається їх накопичення і інтенсифікація турбулентного перенесення, яка веде до підвищення їх концентрації у верхній частині потоку. Внаслідок цього, всі частинки будуть транспортуватися потоком.

*Отже, частинки твердої фази зі швидкістю руху відносно рідкого середовища, меншою швидкості висхідного турбулентного потоку суспензії, в такому потоці розподіляються рівномірно. Концентрація частинок з більшою швидкістю руху зменшується зі збільшенням висоти потоку і буде тим менше, чим більше буде різниця швидкості частинок і швидкості висхідного потоку.*

#### 4.10. Рух в криволінійних потоках

У криволінійному потоці (рис. 4.12) рідина рухається зі швидкістю  $U$ . Її тангенціальна складова  $U_\tau$  обумовлює відцентрове прискорення, рівне  $w = U_\tau^2 / r$ .

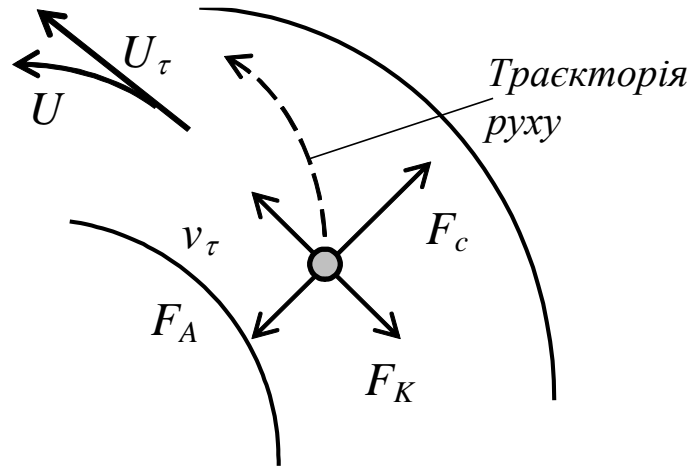


Рисунок 4.12. – Рух в криволінійному потоці

Це прискорення обумовлює тиск в рідині, градієнт якого складе:

$$\text{grad}P = \Delta \cdot w = \Delta \cdot \frac{U_\tau^2}{r}.$$

Тверді частинки, що знаходяться в цьому потоці рухаються із тангенціальною складовою швидкості  $v_\tau$  і радіальною складовою  $v_r$ . Криволінійний рух частинки викликає появу відцентрового прискорення  $w_p = \omega^2 \cdot r = v_\tau^2 / r$ , яке спрямоване від центру до периферії ( $\omega$  – кутова частота обертання частинки). При радіальному переміщенні частинки виникне прискорення Коріоліса, яке направлене в протилежну сторону її тангенціальної складової швидкості, і рівне:

$$w_K = 2 \cdot \omega \cdot v_r = 2 \cdot v_\tau \cdot v_r / r.$$

Таким чином, на частинку, об'єм якої  $V$  і маса  $m$  діють наступні сили:

– сила, що виштовхує та викликана градієнтом тиску рідини:

$$F_A = \int_V \text{grad}P \cdot dV = \Delta \cdot \int_V \frac{U_\tau^2}{r} \cdot dV,$$

а при осередненні градієнту тиску поблизу частинки ця сила дорівнює:

$$F_A = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \Delta \cdot \frac{U_\tau^2}{r};$$

– відцентрова сила, що обумовлена відцентровим прискоренням:

$$F_c = m \cdot w_p = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot \delta \cdot \frac{v_\tau^2}{r};$$

– сила Коріоліса, яка обумовлена радіальним переміщенням

частинки, що обертається, 
$$F_K = m \cdot w_K = \frac{\pi \cdot d^3}{3} \cdot \delta \cdot \frac{v_\tau \cdot v_r}{r}.$$

Рівняння руху частинки в радіальному напрямку має вигляд:

$$m \cdot \frac{dv_r}{dt} = F_c - F_A - R,$$

де  $R$  – сила опору.

Його рішення тривіальне і здійснюється так само, як і для осадження частинок під дією сили тяжіння. Перетворення отриманих формул приводить до виразу для радіальної складової швидкості руху твердих частинок в криволінійному потоці:

$$v_r = v_g \cdot Fr,$$

де  $v_g$  – швидкість осадження частинок під дією сили тяжіння;

$Fr = \frac{w_c}{g} = \frac{v_\tau^2}{rg}$  – критерій Фруда, рівний відношенню відцентрового

прискорення до прискорення сили тяжіння.

Частинка з тангенціальною ( $v_\tau$ ) та радіальною складовою ( $v_r$ ) швидкості руху буде переміщатися за спіральною траєкторією (рис. 4.12).

Напрямок радіального руху частинки буде залежати від різниці відцентрової і сили, що виштовхує. Співвідношення цих сил визначається значеннями щільності твердих частинок  $\delta$  і рідкого середовища  $\Delta$ , а також величинами тангенціальних складових швидкостей рідини  $U_\tau$  і твердих частинок  $v_\tau$ . Таким чином:

$$F_c - F_A = \frac{\pi \cdot d^3}{6 \cdot r} \left( \delta \cdot v_\tau^2 - \Delta \cdot U_\tau^2 \right).$$

Частинка буде рухатися від центру до периферії, якщо  $\delta \cdot v_{\tau}^2 > \Delta \cdot U_{\tau}^2$  і від периферії до центру, якщо  $\delta \cdot v_{\tau}^2 < \Delta \cdot U_{\tau}^2$ . Другий випадок можливий при  $v_{\tau} < U_{\tau}$ .

Зниження тангенціальної складової швидкості руху частинки в порівнянні з тангенціальною складовою швидкості руху потоку може відбуватися за рахунок прискорення Коріоліса, а також за рахунок гальмування при торканні дна криволінійного жолобу, в якому відбувається течія рідини.

Швидкість руху зважених в криволінійному потоці рідини твердих частинок визначається її тангенціальною складовою, меншою тангенціальною складовою швидкості потоку і радіальною складовою, яка визначається відцентровим прискоренням, яке спрямоване від центру до периферії. Траєкторія руху частинок є спіраль. Співвідношення радіальних складових різних частинок визначається їх розміром і щільністю.

При торканні частинок твердої поверхні, по якій тече криволінійний потік, тверді частинки в більшій мірі відстають від рідини. Якщо сила, що виштовхує частинку, обумовлена радіальним градієнтом тиску в потоці та перевищує за абсолютним значенням відцентрову силу, то радіальна складова швидкості руху частинок буде спрямована від периферії до центру. Це явище в більшій мірі ймовірно для частинок з більш високою щільністю, оскільки вони мають велику масу і з більшою силою притискаються до твердої поверхні і утримуються на ній.

#### 4.11. Контрольні питання

1. Кінетика досягнення кінцевої швидкості падіння твердими частинками в рідкому середовищі.
2. Як поведуться рівно падаючі частинки в період досягнення ними кінцевої швидкості руху?
3. Рівноважний стан твердих частинок з неоднорідної речовини в рідині.
4. Особливості руху частинок різної крупності в рідкому середовищі.
5. Яку поправку при розрахунку швидкості руху необхідно вводити для дрібних частинок: на поверхневі властивості або на форму частинок?

6. Яку поправку при розрахунку швидкості руху необхідно вводити для великих частинок: на поверхневі властивості або на форму частинок?
7. Особливості поведінки частинок при обмеженому русі полідисперсної і полімінеральної твердої фази.
8. Осадження частинок різної крупності і щільності в нерухомій рідині.
9. Рівняння траєкторії руху частинок, що осаджуються в горизонтальному потоці рідини.
10. Осадження частинок різної крупності, щільності в вертикальному потоці рідини.
11. Поясніть механізм розшарування частинок за щільністю в вертикальному висхідному потоці рідини.
12. Розподіл часток в горизонтальному турбулентному потоці суспензії.
13. Поведінка частинок в вертикальному турбулентному потоці. Розподіл їх концентрацій у вертикальному напрямку.
14. Перерахуйте основні сили, що діють на тверду частинку в криволінійному потоці рідини.
15. Рівняння рух частинки в радіальному напрямку криволінійного потоку рідини.
16. Запишіть умову реверсування радіальної складової швидкості руху твердої частинки в криволінійному потоці рідини.

## РОЗДІЛ 5. СЕПАРАЦІЯ В РІДКИХ СЕРЕДОВИЩАХ

### 5.1. Сепараційні процеси

Сепараційні ефекти, що обумовлені відмінністю поведінки різних частинок при їх взаємодії з рідким середовищем, дозволяють здійснювати сепарацію сумішей частинок, що мають відмінності в крупності і щільності.

Процес сепарації може здійснюватися наступними способами:

1) *сепарація в об'ємі*, коли сепараційний ефект виникає незалежно від кількості частинок, що знаходяться одночасно, та розподілені в рідкому середовищі; вона реалізується при гідравлічній класифікації, згущенні суспензії, збагаченні у важких середовищах;

2) *сепарація в шарі*, коли сепараційний ефект виникає при взаємодії з іншими частинками, що призводить до розподілу часток за щільністю в товщині шару; вона реалізується при відсаженні, сепарації у жолобах, що звужуються, гідросайзері і в інших пристроях, що забезпечують сегрегацію частинок за щільністю;

3) *сепарація на поверхнях*, коли сепараційний ефект виникає при взаємодії частинок, що знаходяться в потоці рідкого середовища, з твердою поверхнею; вона реалізується на концентраційних столах, гвинтових сепараторах, гвинтових шлюзах та інших пристроях, що використовують ефекти, які виникають в потоках рідини, що тече по похилих поверхнях.

У напрямку руху потоків початкової суміші зерен і зі зміненим складом внаслідок сепараційних ефектів, *режими сепарації* можуть бути:

- 1) *прямоточний* (рис. 5.1, а);
- 2) *протиточний* (рис. 5.1, б);
- 3) *напівпротиточний* (рис. 5.1, в).

При *прямоточному* режимі з суміші зерен (частинок) у міру її поступального просування уздовж робочого об'єму сепаратора формуються два потоки. Один з них містить переважно частинки більш високої щільності (важкі), інший – меншої щільності (легкі).

При *протиточному* режимі має місце циркуляція шарів з різним вмістом частинок. Суміш зерен (частинок), в міру її просування в робочому просторі сепаратору, розділяється на потоки з різним вмістом легких і важких частинок. Один з потоків реверсується і

рухається в напрямку, протилежному початкового потоку. При цьому відбувається його повторна сепарація, яка веде до підвищення його чистоти.

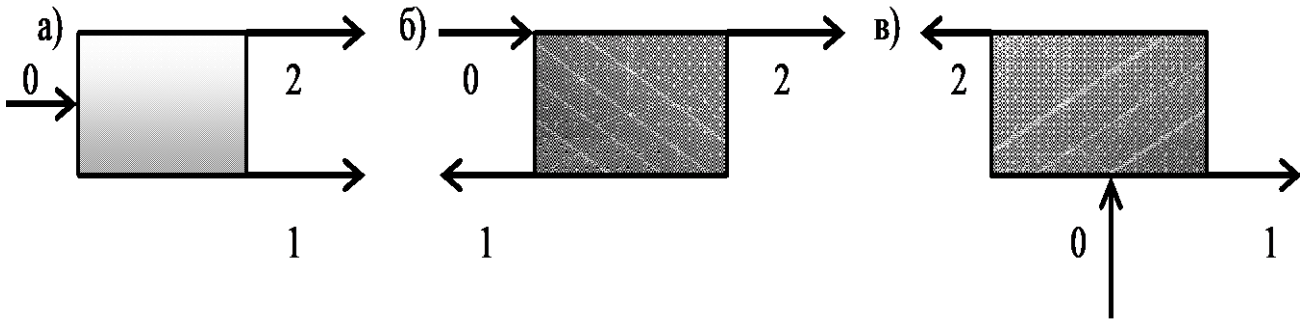


Рисунок 5.1. – Режими сепарації:

а) – прямоточний;

б) – протиточний;

в) – напівпротиточний.

(Цифрами позначені продукти сепарації: 0 – початковий;  
1 – важкий; 3 – легкий)

При напівпротиточному режимі має місце комбінація прямоточного і протиточного режимів.

## 5.2. Розділова ознака при гравітаційній сепарації

Гравітаційна сепарація здійснюється на основі сепараційних ефектів, які полягають в різній взаємодії різних частинок з рідким середовищем. Загальною характеристикою такої взаємодії є рухливість частинок, яка характеризується їх швидкістю щодо рідкого середовища. Ця *швидкість*, в принципі, і є *розділовою ознакою*. Однак в різних умовах для одних і тих же частинок ця швидкість також буде різною. Це призводить до незручності при виконанні технологічних розрахунків. Тому в практиці збагачення корисних копалин в якості розділової ознаки використовують фізичні властивості зерен (частинок), які домінують у визначенні швидкості. До них відносяться крупність і щільність частинок.

Тому при гідравлічній класифікації, як розділові ознаки використовують крупність, а при збагаченні корисних копалин гравітаційними методами – щільність частинок.



### 5.3. Сепараційні характеристики

Під сепараційною характеристикою розуміють залежність ймовірності вилучення частинок в продукт сепарації за розділовою ознакою. Сепараційна характеристика показує розділову здатність збагачувального апарату. Одним з її основних властивостей є сталість при зміні в деяких межах складу матеріалу, що підлягає сепарації.

Вона є основою для вибору збагачувального апарату і його конструктивних і режимних параметрів, а також для виконання технологічних розрахунків. На рис. 5.2 показаний загальний вигляд сепараційної характеристики для вилучення, наприклад, в легкий продукт при гравітаційній сепарації.

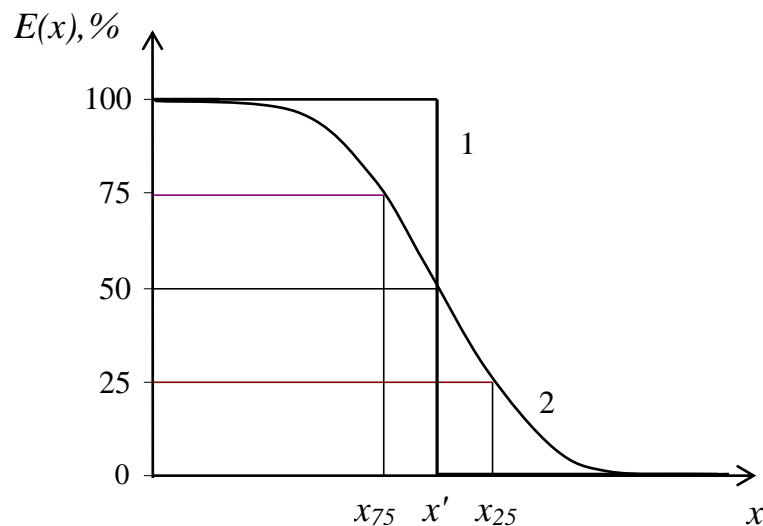


Рисунок 5.2. – Вид сепараційної характеристики:

- 1 – ідеальна;
- 2 – реальна

Ідеальна сепараційна характеристика забезпечує розділення суміші частинок за граничним значенням розділової ознаки  $x'$  із повним вилученням ( $E = 1$ ) в цільовий продукт цільового компонента (частинок з  $x < x'$ ). При цьому частинки нецільового компонента ( $x > x'$ ) в цільовий продукт не вилучаються ( $E = 0$ ).

Граничним значенням розділової ознаки буде таке, при якому відповідна йому нескінченно вузька фракція частинок розподіляється рівноймовірно між продуктами сепарації. Тобто її вилучення в будь-який продукт становить 0,5 (рис. 5.2).

У реальному процесі сепарації відбувається засмічення продуктів розділення сторонніми фракціями. Це відбувається внаслідок виникнення перешкод процесу сепарації, пов'язаних з гідродинамічним режимом збагачувального апарату, турбулентністю, взаємним впливом рухомих частинок і іншими причинами, пов'язаними з особливістю сепараційних ефектів, що використовуються, та організацією процесу сепарації.

Загальним підходом для визначення сепараційних характеристик є баланс кожної вузької фракції частинок, що підлягають розділенню, тобто сума потоків частинок в продуктах сепарації дорівнює початковому потоку  $Q_1 + Q_2 = Q_0$ , звідки ймовірність вилучення частинок в продукти сепарації:

$$E_1 = Q_1/Q_0; E_2 = Q_2/Q_0; E_1 + E_2 = 1.$$

Якщо продукти сепарації є двофазними системами (суспензія, гідросуміш), то потік частинок в тому, чи іншому продукті сепарації дорівнює добутку об'ємної витрати на концентрацію в ньому частинок, тобто  $Q_i = V_i \cdot c_i$ .

Визначення концентрацій є досить складним завданням, оскільки воно пов'язане з точністю математичного опису сепарації. Для деяких процесів сепарації аналітичне визначення сепараційних характеристик буде представлено у відповідних розділах.

У практиці збагачення корисних копалин, вважаючи, що помилки при сепарації підкоряються нормальному закону розподілу випадкової величини, широко використовується опис сепараційних характеристик за допомогою інтеграла ймовірності Гауса:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Значення параметра  $x$  являє собою відхилення середньої щільності фракції  $\bar{\rho}$  від щільності розділення  $\rho_p$  в частках середньоквадратичного відхилення.

Для гравітаційних процесів сепарації:

$$x = 0,675 \cdot \frac{\rho_p - \bar{\rho}}{E_{pm}},$$

де  $E_{pm}$  – середнє ймовірне відхилення щільності розділення.

Значення інтеграла ймовірності Гауса може бути визначено за спеціальними таблицями.

Обчислення інтеграла ймовірності Гауса можливо також за наближеною формулою, що забезпечує точність розрахунків до  $10^{-6}$ :

$$E(\rho) = F(x) = (1 + \Phi(x)) / 2,$$

де  $\Phi(x)$  – функція Лапласа, яка визначається формулою:

$$\Phi(x) = 1 - 1 / (1 + K_1 \cdot x + K_2 \cdot x^2 + K_3 \cdot x^3 + K_4 \cdot x^4 + K_5 \cdot x^5 + K_6 \cdot x^6)^{16}$$

при наступних значеннях коефіцієнтів:  $K_1 = 4,986735 \cdot 10^{-2}$ ;  $K_2 = 2,114101 \cdot 10^{-2}$ ;  $K_3 = 3,277626 \cdot 10^{-3}$ ;  $K_4 = 3,8004 \cdot 10^{-4}$ ;  $K_5 = 4,8891 \cdot 10^{-5}$ ;  $K_6 = 5,383 \cdot 10^{-6}$ .

З точністю до  $10^{-3}$  інтеграл Гауса можна обчислювати за більш простими формулами:

$$\checkmark \text{ при } x > 0; \quad F(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-2^{1/4} \cdot x^{4/3}\right);$$

$$\checkmark \text{ при } x < 0; \quad F(x) = \frac{1}{2} \cdot \exp\left(-2^{1/4} \cdot |x|^{4/3}\right).$$

Нормальний закон розподілу випадкової величини, що використовується – двопараметричний. Параметри цього розподілу: математичне очікування (тут граничне значення розділової ознаки) і середнє квадратичне відхилення або середнє ймовірне відхилення. Якщо ці параметри відомі, то і опис сепараційної характеристики буде цілком визначеним.

#### 5.4. Експериментальне визначення сепараційних характеристик

Чисельне значення сепараційної характеристики може бути визначено за результатами сепарації суміші мінеральних зерен.

Якщо за результатами випробування відомі фракційні склади, задані вмістом (виходами) фракцій  $\gamma_{0i}$ ,  $\gamma_{1i}$ ,  $\gamma_{2i}$ , відповідно, в початковому продукті і продуктах сепарації, то вилучення цих фракцій в продукти сепарації, наприклад, в перший, складатиме:

$$E_i = \gamma_1 \frac{\gamma_{1i}}{\gamma_{0i}},$$

де  $\gamma_1$  – вихід першого продукту, наприклад, концентрату.

Вихід продуктів сепарації може бути знайдений за рівнянням балансу фракцій:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{0i} - \gamma_{2i}}{\gamma_{1i} - \gamma_{2i}}.$$

Теоретично такий розрахунок, що виконано для всіх фракцій щільності, повинен давати однаковий результат. Однак, похибки випробування спотворюють результат розрахунку тим більше, чим менше буде вміст будь-якої фракції, хоч би в одному із продуктів сепарації. Тому для розрахунку слід вибирати таку фракцію, де вплив цієї причини буде мінімальним. Якщо такої фракції не виявиться, то можна користуватися сумарними виходами фракцій. При цьому необхідно підібрати фракцію такої щільності, використання якої дасть мінімальну похибку.

Отримані таким чином чисельні значення сепараційної характеристики можна використовувати в технологічних розрахунках, або на основі цих даних підібрати параметри рівняння, що описує цю характеристику. Наприклад, широке поширення в практиці збагачення корисних копалин отримало опис сепараційних характеристик за допомогою інтеграла ймовірності Гауса (див. 4.3). Для визначення параметрів рівняння розподілу випадкової величини (математичного очікування – в даному випадку щільності розділення, і середнього квадратичного відхилення або середнього ймовірного відхилення) можна скористатися графоаналітичним методом (рис. 5.2). Для цього за отриманими значеннями вилучення фракцій необхідно побудувати графік сепараційної характеристики, при цьому враховувати, що в результаті розрахунку ми маємо середні значення вилучення фракцій, щільність яких обмежена діапазоном її зміни. Щільність, відповідна значенню сепараційної характеристики 0,5 є щільністю розділення, а половина різниці щільності, що відповідають значенням 0,25 і 0,75 представляють собою середнє значення середнього ймовірного відхилення. Таким чином, обидва параметри, що визначають сепараційну характеристику будуть відомі.

*Приклад.* Нехай в результаті гравітаційної сепарації вугілля, фракційний склад якого заданий виходами фракцій  $\gamma_{0i}$  (див. таблицю), отримані два продукти: перший – концентрат і другий – відходи (порода). Їх фракційний склад, який отриманий в результаті випробування, характеризуються, відповідно, виходами  $\gamma_{1i}$  та  $\gamma_{2i}$ .

Для розрахунку виходу концентрату, з точки зору точності, зручніше використовувати вміст в продуктах сумарної фракції, щільністю, наприклад, менше ніж  $1500 \text{ кг/м}^3$ .

Таблиця 5.1 – Результати випробування гравітаційної сепарації вугілля

Вихід продуктів, %	Щільність фракцій, $\text{кг/м}^3$						
	< 1300	1300-1400	1400-1500	1500-1600	1600-1700	1700-1800	> 1800
Початковий	40	10	7	5	2	1	35
Концентрат	65,23	16,31	11,41	8,15	3,26	1,63	57,07
Порода	0	0,26	0,90	3,75	3,62	2,33	89,14
Середня щільність	1225	1350	1450	1550	1650	1750	2200
Вилучення	1	0,99	0,95	0,71	0,3	0,1	0,015

Вони складуть:

- в вихідному продукті  $40 + 10 + 7 = 57\%$ ;
- в концентраті  $65,23 + 16,31 + 11,41 = 92,95\%$ ;
- в породі  $0 + 0,26 + 0,90 = 1,16\%$ .

Тоді вихід концентрату складе:

$$\gamma_1 = \frac{57 - 1,16}{92,95 - 1,16} = 0,6133, \text{ або } 61,33\%.$$

Вихід відходів:  $\gamma_2 = 1 - \gamma_1 = 1 - 0,6133 = 0,3867$ , або  $38,67\%$ .

Вилучення фракцій щільності в концентрат дорівнюватимуть:

- $E_{11} = 0,6133 \cdot 65,23 / 40 = 1$ ;
- $E_{12} = 0,6133 \cdot 16,31 / 10 = 0,99$ ;
- $E_{13} = 0,6133 \cdot 11,41 / 7 = 0,95$ .

І так далі. Результати розрахунку помістимо в останньому рядку таблиці і побудуємо графік залежності  $E(\delta)$ , тобто сепараційні характеристики.

З графіка визначаємо: щільність розподілу становить  $1600 \text{ кг/м}^3$ , а середнє значення середнього ймовірного відхилення:

$$E_{pm} = (1660 - 1540) / 2 = 60 \text{ кг/м}^3.$$

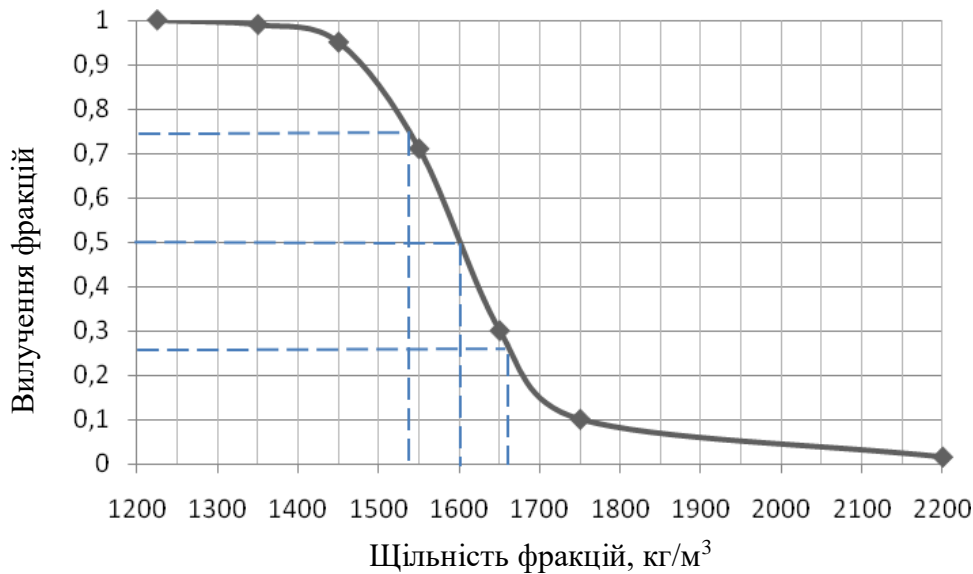


Рисунок 5.3. – Сепараційна характеристика

### 5.5. Контрольні питання

1. Перерахуйте і поясніть способи гравітаційної сепарації твердих частинок.
2. Перерахуйте і поясніть режими гравітаційної сепарації твердих частинок.
3. Поняття розділової ознаки при гравітаційній сепарації.
4. Сепараційна характеристика гравітаційних процесів сепарації.
5. Основні властивості сепараційної характеристики гравітаційної сепарації.
6. Як теоретично визначити сепараційну характеристику гравітаційного процесу сепарації твердих частинок?
7. Яким способом описують сепараційну характеристику гравітаційної сепарації в практиці збагачення корисних копалин?
8. Що таке граничне значення розділової ознаки? Дайте поняття граничної щільності поділу.
9. Якими параметрами характеризується сепараційна характеристика при її опису інтегралом ймовірності Гауса?
10. Експериментальне визначення сепараційних характеристик.

## РОЗДІЛ 6. ПРОЦЕСИ ТА АПАРАТИ ГРАВІТАЦІЙНОЇ СЕПАРАЦІЇ

### 6.1. Гідравлічна класифікація

#### 6.1.1. Сутність процесу і область його застосування

Гідравлічна класифікація – процес сепарації суміші зерен за швидкостями їх руху (за гідравлічною крупністю) в воді. У разі здійснення цього процесу в повітрі класифікація називається повітряною або пневматичною.

Оскільки швидкість часток є функцією їх крупності і щільності, то для частинок однієї щільності при гідравлічній класифікації отримують наступні продукти: дрібний – *злив* і крупний – *піски*.

Якщо суміш, що розділяється містить зерна різної крупності, щільності та форми, то через явища рівнопадиння буде знижуватися ефективність сепарації за крупністю, оскільки дрібні зерна з великою щільністю і великі з малою щільністю можуть мати однакову швидкість і потрапляти в один продукт. У цьому важлива відмінність гідравлічної класифікації від просіювання, в якому сепарація здійснюється за геометричними розмірами.

Принцип гідравлічної класифікації, заснований на зміні траєкторії руху частинок, та розділенню матеріалу під впливом гравітаційних сил, сил опору середовища руху зерен і зіткненням з оточуючими зернами і інерційних сил.

Залежно від напрямку цих сил гідравлічна класифікація може здійснюватися в вертикальних (висхідних) або горизонтальних потоках води, або потоках, напрямок яких не збігається з напрямком дії основних сил.

Гідравлічна класифікація не є власне збагачувальним процесом і відноситься до підготовчих, або допоміжних процесів. Вона застосовується на збагачувальних фабриках для кондиціонування матеріалу за крупністю і суспензій за концентрацією твердої фази.

Гідравлічну класифікацію доцільно використовувати для розділення зерен за граничною крупністю від 40 мкм до декількох міліметрів. Знешламлення здійснюють за крупністю від 10...20 до 40...70 мкм. Верхня межа крупності матеріалу, що направляється на класифікацію, становить для руд не більше 5...6 мм, для вугілля 13 мм.

Апарати, в яких здійснюється гідравлічна класифікація, називаються класифікаторами. У разі повітряної класифікації їх називають ще сепараторами.

### 6.1.2. Класифікація апаратів для гідравлічної класифікації

Апарати для гідравлічної класифікації поділяються на гравітаційні, де рух частинок здійснюється під впливом сили тяжіння, і відцентрові, де швидкість частинок визначається відцентровим прискоренням (табл.6.1).

Таблиця 6.1. –Класифікація гідравлічних класифікаторів

Гідравлічні класифікатори						
гравітаційні			відцентрові			
спосіб розвантаження пісків						
самопливний		механічний			самопливний	механічний
конусні класифікатори	багатокамерні класифікатори	механічні класифікатори	згущувачі і освітлювачі	промивально-класифікуючі	гідроциклони	центрифуги
піскові і шламові конуси	спіготні класифікатори, пірамідальні згущувачі (відстійники)	спіральні, рейкові, дражні, чашкові, вібраційно-чашкові	радіальні згущувачі, циліндроконічні дешламатори	бутари, гравісмійки, коритні мійки, промивні машини	для класифікації	для знешламлення
						осаджувальні
						фільтруючі

Гравітаційні гідравлічні класифікатори за способом розвантаження пісків поділяються на апарати з самопливним розвантаженням, наприклад, конусні (рис. 6.1) і апарати з механічним розвантаженням, наприклад, спіральні (рис. 6.4). Відцентрові апарати поділяються на гідроциклони, в яких відцентрове прискорення створюється обертанням вимушеного вихору рідини в нерухомій камері зі спіральним підведенням (рис. 6.5) і центрифуги, де відцентрове прискорення створюється обертанням ротора разом з



рідиною. Центрифуги для гідравлічної класифікації практично не застосовуються. Область їх використання - згущення і освітлення суспензій.

### 6.1.3. Конусні класифікатори

До конусних класифікаторів відносять гідравлічні гравітаційні класифікатори з циліндроконічним корпусом, в якому сепарація частинок за гідравлічною крупністю здійснюється в об'ємі, в протиточному режимі, з самопливним або механічним розвантаженням пісків.

Як приклад розглянемо класифікатор, представлений на рис. 6.1 .

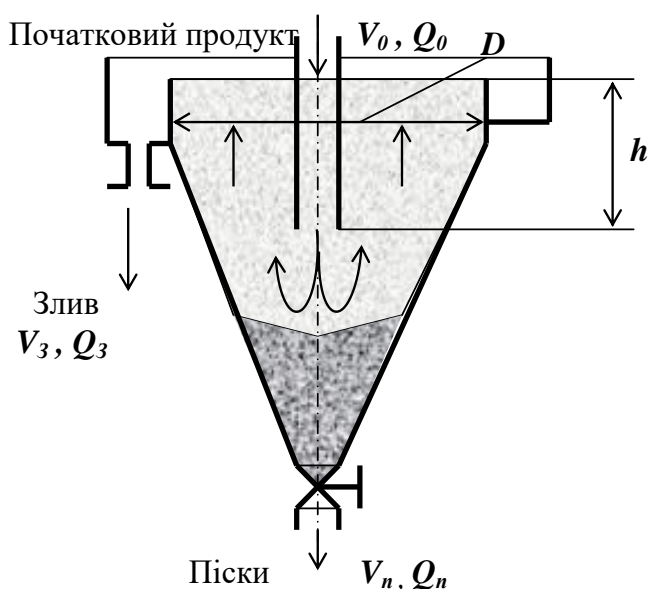


Рисунок 6.1. – Схема конусного гравітаційного гідравлічного класифікатора з самопливним розвантаженням пісків

Початковий продукт, що представляє собою суспензію, тверда фаза якої повинна бути розділена за крупністю, подається в корпус класифікатора по центральній трубі. Її основна частина піднімається вгору, виносячи тверду фазу певної крупності, заповнює корпус і, переливаючись через його край (зливний поріг), утворює злив, що містить переважно дрібні зерна.

Якщо об'ємна витрата вихідної суспензії становить  $V_0$ , зливу  $V_3$ , пісків  $V_n$ , а масова витрата твердої фази у відповідних продуктах  $Q_0$ ,  $Q_3$ ,  $Q_n$ , то об'ємна частка суспензії, що вилучається в злив, складе:  $E_3 = V_0/V_3$ .

Середня швидкість висхідного потоку за висотою є змінною, оскільки його поперечний переріз змінний, тобто:

$$U(y) = \frac{V_3}{S(y)} = E_3 \cdot \frac{V_0}{S(y)}.$$

За наявності турбулентності вертикальний розподіл концентрацій частинок буде залежати від коефіцієнту турбулентної дифузії  $D$ , різниці вертикальної складової швидкості потоку  $U(y)$  і швидкості частинок щодо середовища  $v(y)$ , також глибини введення суспензії  $h$ . У загальному вигляді функція розподілу концентрації за умови, що при введенні суспензії (вихід з живильної труби) концентрація частинок дорівнює початковій концентрації, набуде вигляду:

$$c = c_n \cdot \exp\left(\int \frac{U(y) - v(y)}{D(y)} \cdot dy\right).$$

Тоді сепараційна характеристика цього класифікатора, що представляє собою залежність ймовірності вилучення частинок в злив від їх швидкості, яка обумовлена розміром і щільністю, набуде вигляду:

$$E = \frac{V_3 \cdot c_3}{V_n \cdot c_n} = E_3 \cdot \exp\left(\int \frac{U(y) - v(y)}{D(y)} \cdot dy\right)_{y=h}$$

При цьому треба враховувати, що для всіх частинок, для яких  $v < U$ , слід приймати рівною нулю різницю швидкостей висхідного потоку і частинок до середовища, оскільки для них уже настав гідротранспортний режим.

#### *6.1.4. Сепараційні характеристики гідравлічних класифікаторів*

Графічна сепараційна характеристика класифікатора, який розглянутого вище, представлена на рис. 6.2.

При аналізі сепараційних характеристик слід пам'ятати, що поняття граничної ознаки розділення, як ознака нескінченно вузької фракції, що при сепарації розподіляється рівномірно між продуктами розділення, в даному випадку слід вживати щодо частини початкового матеріалу, що міститься в потоці зливу.

На рис. 6.2 представлені різні варіанти сепараційних характеристик. Крива 1 характеризує ідеальну характеристику процесу сепарації за крупністю, коли в злив витягуються всі частинки розміром менше граничної. В цьому випадку граничною крупністю  $d'$  буде вважатися така, частинки якої будуть наполовину вилучені в злив, наполовину – в піски.

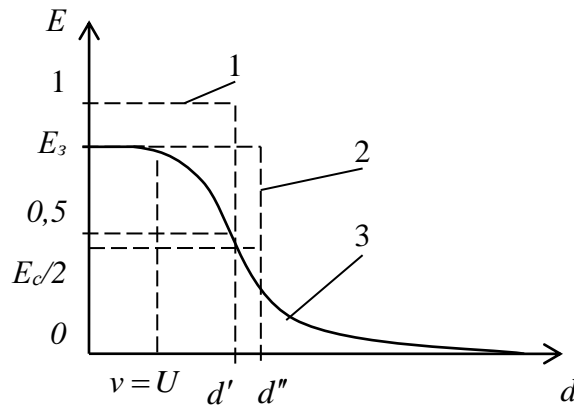


Рисунок 6.2. – Сепараційні характеристики гідравлічного класифікатора:

- 1 – ідеальна для процесу сепарації за крупністю;
- 2 – теоретично можлива при заданому значенні  $E_3$ ;
- 3 – реальна

Оскільки при гідравлічній класифікації частина початкової суспензії разом з усіма частинками, що містяться в суспензії, особливо при самопливному розвантаженні, вилучається в піски, то частка будь-яких частинок, що вилучаються до зливу, не перевищує  $E_3$ . Граничною крупністю слід називати таку, в якій частинки, що вилучаються, розподіляються за продуктами сепарації рівномірно. Тобто для цього і подібних випадків граничною крупністю  $d''$  буде така, частинки якої в злив і піски будуть вилучатись однаково, тобто на  $E_3/2$ .

В ідеальному випадку, коли висхідний потік рівномірний і турбулентні пульсації відсутні, гранична крупність розділення  $d''$  буде відповідати крупності таких частинок, швидкість осадження яких дорівнює швидкості висхідного потоку.

Спрощуючи модель процесу класифікації за рахунок усереднення швидкостей і коефіцієнта турбулентної дифузії за висотою апарату, отримуємо:

$$E = E_3 \cdot e^{-\frac{U-v}{D} \cdot h}.$$

Використовуючи поняття граничної крупності, можна прийти до наступного вигляду сепараційної характеристики гідравлічного класифікатора

$$E = E_3 \cdot e^{-K \cdot d^2} = E_3 \cdot 2^{-(d/d'')^2},$$

де  $K$  – постійна класифікатора, що розраховується за результатами експериментального визначення сепараційної характеристики.

Сепараційну характеристику можна описати і за допомогою інтеграла ймовірності Гауса, але при цьому слід пам'ятати, що  $E = E_3 \cdot F(x)$ .

### 6.1.5. Камерні гідравлічні класифікатори

Камерні гідравлічні класифікатори (рис 6.3) відносяться до прямоточних апаратів. Їх технологічна ефективність при сепарації на два продукти невисока. Однак, можливість отримання великого числа камерних продуктів різної крупності дає перевагу при застосуванні в складних технологічних схемах збагачення корисних копалин. Сепараційні ефекти, що виникають, пояснюються відмінністю траєкторій руху частинок різної крупності (див. 4.6).

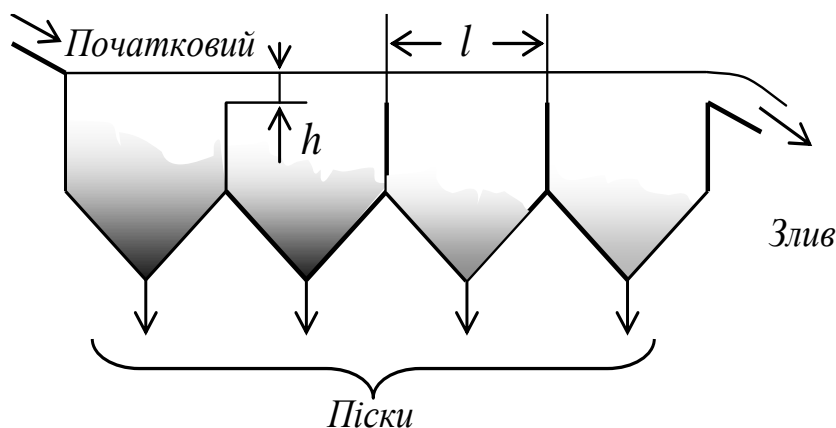


Рисунок 6.3. – Схема камерного гідравлічного класифікатора (на прикладі пірамідального згущувача)

Такі пристрої зазвичай мають ламінарний або близький до нього режим переміщення суспензії. Однак, засмічення продуктів сепарації сторонніми фракціями обумовлено нерівномірністю потоків, пов'язаною з гідравлічною недосконалістю проточної частини цих апаратів.

Сепараційна характеристика цього пристрою може бути визначена для окремих камер і потім розрахована інтегральна характеристика, як добуток часткових характеристик, оскільки в наступних камерах здійснюється перечистка зливу попередніх. Можна визначити відразу і інтегральну характеристику, вважаючи всі камерні продукти, як один – піски.

### 6.1.6. Гідравлічні гравітаційні класифікатори з примусовим розвантаженням пісків

Якщо піски при гідравлічній класифікації неможливо розвантажити самопливом через високу концентрацію в них твердої фази – застосовують пристрої для примусового розвантаження пісків. Висока концентрація твердої фази в пісках може бути обумовлена гранулометричним складом вихідного продукту, або технологічною необхідністю отримання такої концентрації.

Для цих цілей застосовують різні пристрої, такі як аероліфти, насоси, гребкові пристрої, шнеки, спіралі і ін.

Найбільшого поширення в промисловості отримали гідравлічні гравітаційні класифікатори з примусовим розвантаженням пісків за допомогою шнеку (спіралі) або просто, спіральні класифікатори. Вони використовуються головним чином для організації замкнутих циклів першої стадії подрібнення руд.

Схема такого класифікатору приведена на рис. 6.4.

За режимом класифікації він відноситься до прямоточних. Класифікатор має похилий коритоподібний корпус, в якому розташовані одна або дві спіралі з незануреними або зануреними в суспензію витками в нижній частині корпусу.

Початковий продукт і додаткова вода подаються в початок зони осадження (класифікації), яка визначається перетином рівня пульпи з похилою частиною апарату.

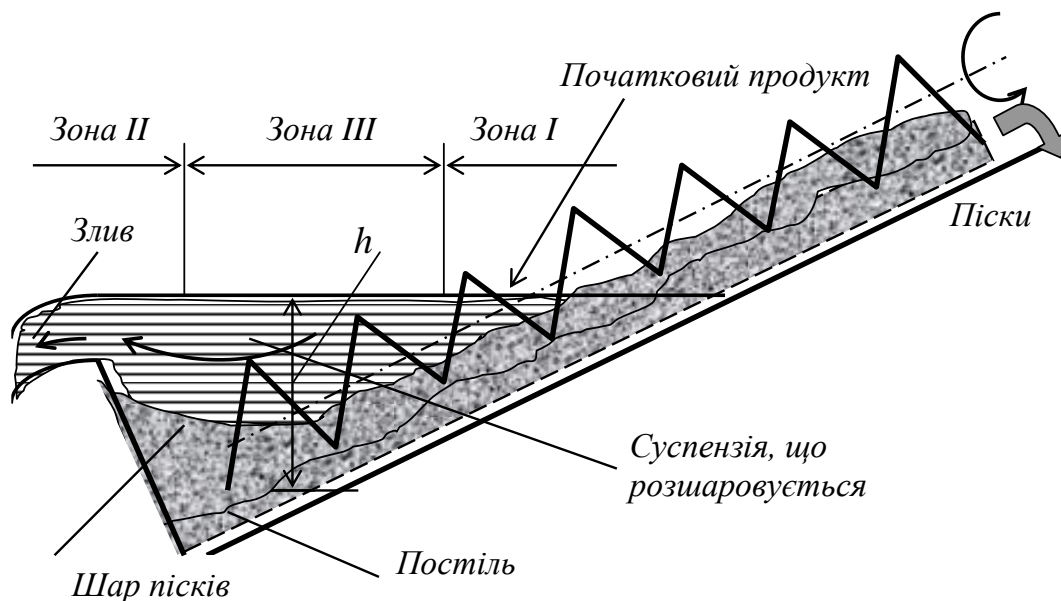


Рисунок 6.4. – Схема спірального класифікатору

При просуванні вздовж корпусу з суспензії осідають на дно корпусу крупні частинки, а дрібні захоплюються суспензією і залишають класифікатор при переливу суспензії через зливний поріг. Осад заповнює простір між спіраллю, що обертається, і корпусом, залишаючись нерухомим. Він називається постіллю класифікатору і оберігає корпус від зносу. Додаткові порції осаду піднімаються спіраллю вгору, вздовж похилого корпусу. До тих пір, поки осад переміщається в пульпі за рахунок впливу на нього витків спіралі, відбувається звільнення захоплених при осадженні дрібних частинок, які знову втягуються в процес класифікації. Після вилучення осаду вище рівня пульпи з неї додатково стікає частина суспензії з дрібними частинками. Таким чином, підвищується чистота пісків і вміст в них твердої фази.

Сепараційна характеристика спіральних класифікаторів визначається на основі розглянутого в параграфі 4.8 розподілу частинок в горизонтальному турбулентному потоці, з урахуванням турбулентного перенесення, яке обумовлене спіраллю, що обертається.

Оскільки квазістатичний режим класифікації має місце у зливного порога класифікатору, то розподіл концентрації частинок за висотою класифікатору визначається при граничній умові: в шарі пісків концентрація частинок дорівнює  $c_0$ . Таким чином:

$$c(y) = c_0 \cdot \exp\left(-\int \frac{v(y)}{D} \cdot dy\right).$$

З балансу фракцій в процесі класифікації випливає, що вилучення фракції крупності в злив дорівнює відношенню потоку частинок, які направляються в злив, до потоку частинок у початковому продукті:

$$E = \frac{Q_c}{Q_0} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_n}.$$

Потік частинок, що направляється в злив, дорівнює:

$$Q_c = B \cdot \int_{h-h_1}^h U(y) \cdot c(y) \cdot dy = B \cdot c_0 \cdot \int_{h-h_1}^h U(y) \cdot \exp\left(-\int \frac{v(y)}{D} \cdot dy\right) dy.$$

де  $h_1$  – товщина потоку суспензії в зливі.

З останнього рівняння випливає, що концентрація  $c_0$ , в принципі, може бути виключена з розрахунку.

Якщо скористатися середніми значеннями концентрації в зливі і пісках, то розрахунок сепараційної характеристики може бути істотно спрощений.

Тоді

$$E = \frac{V_3 \cdot c_3}{V_3 \cdot c_3 + V_n \cdot c_n} = \frac{1}{1 + \nu \cdot (c_n/c_3)}.$$

де  $\nu = V_n/V_3$ .

Якщо прийняти, що  $c_n \approx c_0$ , а швидкість частинок і коефіцієнт турбулентної дифузії постійними за висотою, то прийдемо до спрощеного виразу для сепараційної характеристики:

$$E = \frac{1}{1 + \nu \cdot \exp\left(\frac{\nu}{D} \cdot (h - h_1/2)\right)}.$$

Оскільки для дрібних частинок, які сепаруються в класифікаторі, можна допустити ламінарний режим обтікання, то швидкість їх осадження буде пропорційна квадрату еквівалентного діаметру. Тоді сепараційна характеристика може бути представлена у вигляді:

$$E = \frac{1}{1 + \nu \cdot \exp(k \cdot d^2)}.$$

Постійна  $k$  при цьому визначається з поняття граничної крупності розділення  $d''$ . У зв'язку з тим, що при граничній крупності розділення  $E = E_3/2$ ,

$$k = \frac{1}{d''^2} \ln(1/\nu + 2).$$

Таким чином, рівняння для сепараційної характеристики набуває вигляду:

$$E = \frac{1}{1 + \nu \cdot (1/\nu + 2)^{(d/d'')^2}}.$$

Визначення граничної крупності може здійснюватися аналітично і експериментально. При експериментальному методі обчислюються значення вилучення класів крупності, наприклад, в злив, проводиться побудова графіка сепараційної характеристики, за допомогою якого визначається гранична крупність розділення.

Опис сепараційної характеристики може бути здійснено і за допомогою інтеграла ймовірності Гауса, але при цьому:  $E = E_3 \cdot F(x)$ .

### *6.1.7. Відцентрові гідравлічні класифікатори*

До відцентрових відносяться такі гідравлічні класифікатори, де сепарація частинок за крупністю здійснюється у відцентровому полі. Інтенсивність відцентрового поля характеризується критерієм Фруда або фактором розділення, рівним відношенню відцентрового прискорення до прискорення сили тяжіння:

$$Fr = w/g.$$

Відцентрове прискорення виникає при криволінійному, зокрема обертальному, русі рідини з твердими частинками, що в ній знаходяться.

Якщо тангенціальна складова швидкості руху твердої частинки дорівнює  $v_\tau$ , а радіус обертання становить  $R$ , то на частинку буде діяти відцентрове прискорення:

$$w = v_\tau^2 / R.$$

При цьому, швидкість радіального переміщення частинки буде в стільки разів більше швидкості осадження під дією сили тяжіння, у скільки разів відцентрове прискорення буде більше прискорення сили тяжіння, тобто  $v_u = v_g \cdot Fr$ . Отже, і інтенсивність процесу класифікації зростає в  $Fr$  раз.

*Залежно від способу закручування потоку суспензії відцентрові гідравлічні класифікатори підрозділяються на гідроциклони і центрифуги.*

У гідроциклонах потік суспензії являє собою вимушений вихор, утворений шляхом тангенціальної подачі суспензії в нерухомий корпус круглого перетину з вихідними отворами. Відцентрове прискорення в таких апаратах прямо пропорційне квадрату швидкості закручування потоку і обернено пропорційне радіусу обертання.

У центрифугах рідина обертається разом з корпусом. Відцентрове прискорення в них пропорційне квадрату кутовій частоті обертання і радіусу ротора. Фактор розділення у центрифугах вище, ніж в гідроциклонах. Тому вони застосовуються, в основному, для згущення і освітлення тонкодисперсних суспензій.

### *6.1.8. Гідроциклони.*

Загальний вигляд гідроциклону і схема руху потоку суспензії в ньому наведено на рис. 6.5.

Найбільшого поширення в промисловості отримали циліндроконічні гідроциклони з діаметром циліндричної частини



корпусу від 10 до 1000 мм. Гідроциклони малого діаметра зазвичай об'єднують в батарею і називають мультициклони.

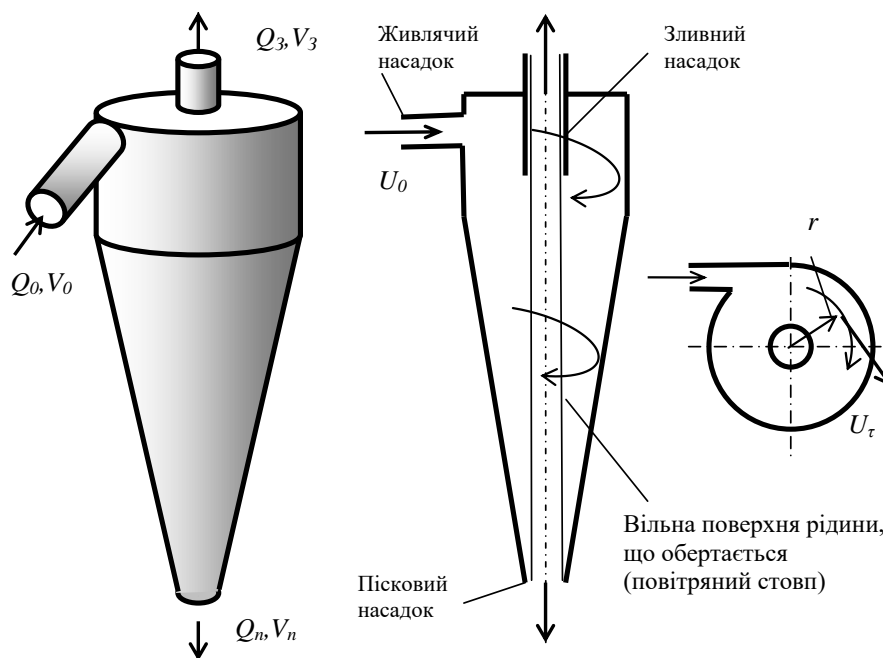


Рисунок 6.5. – Схема гідроциклону

Залежно від значення кута конусності (кута при вершині конічної частини) гідроциклони мають і різне технологічне застосування:

- ✓ з кутом косності  $10^{\circ}$  – для знешламування і згущення;
- ✓ з кутом  $20^{\circ}$  – для гідравлічної класифікації;
- ✓ з кутом  $20 \dots 60^{\circ}$  для збагачення у важких середовищах;
- ✓ з кутом більше  $60^{\circ}$  для сепарації за щільністю.

Гідроциклон має тангенціально розташований живильний насадок, що має прямокутний перетин з більш довгою стороною уздовж осі гідроциклону, зливний насадок, розташований в центрі кришки (діафрагми) і пісковий насадок, що знаходиться в вершині конічної частини апарату (рис. 6.5).

Внутрішню поверхню гідроциклону футерують гумою, кам'яним литтям, карбідом кремнію і ін. матеріалами для запобігання абразивного зносу.

В результаті тангенціального введення вихідної суспензії вона набуває інтенсивного обертального руху.

У центральній частині крутного потоку утворюється розрив суцільності рідини і утворюється так званий повітряний стовп, тобто вільна поверхня рідини, що обертається, або поверхня рівних потенціалів. Ця поверхня є гіперболоїд обертання, який при досить

високих швидкостях обертання, що має місце в гідроциклонах, перетворюється в циліндр, радіус якого складає  $r_{bc} = r_3 / \sqrt{e}$ , де  $r_3$  – радіус зливного насадку.

У гідроциклоні утворюється два вихрових потоки, що обертаються в одну сторону: зовнішній, спадний до піскового насадку, і внутрішній, висхідний до зливного насадку. Границя, що розділяє ці потоки, називають *поверхнею реверсування* або *поверхнею нульових осьових швидкостей*. Насправді ж, має місце деяка область реверсування потоків, що представляє собою вихор і займає простір від пристінного потоку до радіусу зливного насадку.

Рівняння вимушеного вихору для реальних рідин, представляє собою залежність тангенціальної складової швидкості руху рідини від радіуса і має вигляд:

$$U_{\tau} \cdot r^n = const.$$

Тут  $n$  показник ступеня, що залежить від кінематичної в'язкості рідини, величини радіального стоку і інших характеристик потоку, які обумовлюють перенесення кількості руху у внутрішні шари обертового потоку. У загальному вигляді він визначається формулою:

$$n = \frac{1 - A}{1 + A},$$

де  $A = c_k \cdot (U_{\tau} / U_r)$ . Тут  $c_k = 0,0112$  – структурна складова турбулентного потоку;  $U_r$  – радіальна складова швидкості обертового потоку.

Аналіз цього рівняння показує, що для ідеальної рідини при відсутності в'язкості ( $c_k = 0$ ) –  $n = 1$ . Для обертального потоку без центрального стоку ( $U_r = 0$ )  $n = -1$  і рідина обертається, як тверде тіло з постійною кутовою швидкістю. При обертанні потоку реальної рідини з центральним стоком ( $c_k \neq 0$ ;  $U_r \neq 0$ ) показник ступеня  $n$ , в принципі, приймає значення від  $-1$  до  $1$  і для найбільш поширених конструкцій гідроциклонів він становить  $0,3 \dots 0,9$ . Для звичайного поєднання конструктивних і режимних параметрів гідроциклонів цей показник близький до величини  $0,5$ .

Таким чином, залежність тангенціальної складової швидкості обертання рідини в гідроциклоні встановлюється з наступних міркувань:

$$U_{\tau} \cdot r^n = U_0 \cdot r_0^n = const; \Rightarrow U_{\tau} = U_0 \cdot \left( \frac{r_0}{r} \right)^n,$$

де  $U_0$ ,  $r_0$  – швидкість і радіус закручування потоку, відповідно. Швидкість закручування потоку приблизно дорівнює половині швидкості введення суспензії, оскільки струмінь, що вводиться, в корпусі гідроциклону розширюється. Радіус закручування потоку приблизно відповідає радіусу циліндричної частини гідроциклону.

З представленого вище рівняння випливає, що тангенціальна складова швидкості обертового потоку рідини в гідроциклоні зі зменшенням радіуса зростає, але не переходить в нескінченність, оскільки в результаті розриву потоку уздовж осі формується повітряний стовп, на поверхні якого швидкість досягає свого максимального значення.

Відцентрове прискорення, що діє на елементарну частинку рідини, при цьому складе:

$$w = U_0^2 \cdot \frac{r_0^n}{r^{1+n}}.$$

Подача суспензії в гідроциклони, як правило, здійснюється за допомогою відцентрових насосів. Сучасні конструкції насосів для подачі суспензій можуть створювати напір трохи більше 50...60 м, з урахуванням його втрат в нагнітальному трубопроводі, на вході в гідроциклон тиск становить 30...25 м.

Об'ємна витрата рідини через гідроциклон визначається розміром насадок і напором суспензії на вході в апарат. При її розрахунку для класичних конструкцій гідроциклонів можна використовувати відому напівемпіричну формулу:

$$V = 0,187 \cdot K_D \cdot K_\alpha \cdot d_e \cdot d_3 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}, \text{ м}^3 / \text{с},$$

де  $d_e$ ,  $d_3$  – діаметри живлячого (еквівалентний) і зливного насадків, м;  $H$  – напір суспензії на вході в живильний насадок, м;  $K_D$ ,  $K_\alpha$  – поправки на діаметр і кут конусності гідроциклону (для гідроциклону діаметром 500 мм і кутом конусності  $20^\circ$  вони дорівнюють одиниці).

У найбільш поширених конструкціях циліндроконічних гідроциклонів для класифікації мають місце такі співвідношення між розміром насадків і діаметром циліндричної частини корпусу:  $d_e = (0,17...0,22) D$ ;  $d_3 = (0,25...0,3) D$ . Діаметр піскового насадка вибирають приблизно в два рази менше зливного і регулюють в залежності від кількості пісків і необхідної масової частки твердої фази в пісках.

Введений тангенціально в гідроциклон потік суспензії набуває обертальний рух. Частинки твердої фази, беручи участь в

обертальному русі з рідиною навколо осі гідроциклону, за рахунок відцентрового прискорення рухаються відносно рідкої фази в радіальному напрямку. Їх концентрація біля стінки корпусу підвищується, тому за рахунок градієнта концентрації, що виник, починається турбулентний перенос в зворотному напрямку. При цьому розподіл концентрації частинок в залежності від радіуса обертання підпорядковується рівнянню:

$$c = c_0 \cdot \exp\left(-\int \frac{v_r(r)}{D_t(r)} \cdot dr\right),$$

де  $c_0$  – концентрація частинок біля стінки корпусу гідроциклону.

Аналіз цього розподілу показує, що велику ймовірність знаходження в потоці суспензії, що направляється в піски гідроциклону, матимуть частинки з більшою радіальною швидкістю щодо середовища, тобто частинки більшої крупності. Таким чином, тверда фаза піскового продукту буде містити переважно крупні частинки, а тверда фаза зливу – дрібні.

Потік суспензії, що направляється в пісковий продукт, формується із зовнішнього вихору, а потік суспензії, що направляється у злив – з внутрішнього. Між ними знаходиться область реверсування цих вихорів, заповнена вихором, що циркулює і переміщує тверді частинки, що знаходяться в ньому, в зону, де відбувається їх повторний перерозподіл. Так здійснюється перечистка пристінного продукту, і утворюються піски. Розвантаження пісків здійснюється через насадок, розташований в вершині конічної частини, за рахунок градієнта тиску, який формується вздовж утворюючої конуса, оскільки тиск уздовж цієї утворюючої знижується від величини тиску на вході в гідроциклон до атмосферного. Тому, незалежно від орієнтації гідроциклону в просторі, піски завжди будуть виходити через пісковий насадок, злив – через зливний.

Сепараційна характеристика гідроциклону, що визначається як відношення потоку частинок в злив до їх початкового потоку, що вводиться в цей апарат, буде дорівнювати:

$$E = \frac{V_3 \cdot c_3}{V_3 \cdot c_3 + V_n \cdot c_n} = \frac{1}{1 + v \cdot \exp\left(\int \frac{v_r(r)}{D_t(r)} \cdot dr\right)}.$$

Тут величина  $v$  являє собою відношення об'ємних витрат суспензії через пісковий і зливний насадки.

Залежність радіальної швидкості частинок від радіуса обертання визначається раніше показаною залежністю:

$$v_r = v_g \cdot Fr = v_g \cdot \frac{U_\tau^2(r)}{g \cdot r}.$$

З напівемпіричних теорій турбулентності впливає вираз для коефіцієнту турбулентної дифузії:  $D_t = c_k \cdot U_\tau(r)r$ .

Підстановка цих виразів в рівняння сепараційної характеристики дає наступне рішення:

$$E = \frac{1}{1 + \nu \cdot \exp \left[ \frac{0,4 \cdot v_g \cdot U_0}{c_k \cdot g \cdot r_0} \cdot \left( \frac{1}{k_c} - 1 \right) \right]}.$$

Величина  $k_c$  є відношенням середнього радіуса зливного потоку до радіусу гідроциклону.

Якщо розмір граничного зерна розділення відомий, то для опису сепараційної характеристики можна використовувати залежність, отриману в п. 6.1.6. Тобто:

$$E = \frac{1}{1 + \nu \cdot (1/\nu + 2)^{(d/d^*)^2}},$$

або використовувати інтеграл ймовірності Гауса.

## 6.2. Сепарація у важких середовищах

### 6.2.1. Технологія сепарації в суспензіях

У промислових умовах в якості важких середовищ використовують суспензії. Їх особливістю є нестабільність, пов'язана з осадженням частинок обважнювача. Це призводить до нерівномірного розподілу його концентрації в об'ємі суспензії і, відповідно, до зміни щільності суспензії.

*Стабілізацію суспензії можна здійснити за рахунок:*

- ✓ зменшення крупності частинок обважнювача;
- ✓ зниження часу перебування суспензії в робочому об'ємі сепаратора;
- ✓ створення висхідних потоків суспензії;

✓ зміни поверхневих властивостей частинок обважнювача за рахунок застосування реагентів;

✓ зміни реологічних властивостей дисперсійного середовища, наприклад, шляхом збільшення її в'язкості при використанні глинистих розчинів.

Суспензія при її тривалому використанні насичується тонкодисперсними шламами, що містяться в початковому продукті для сепарації (первинні шлами), і утворюються при стиранні і розмоканні збагачуваного матеріалу в процесі сепарації (вторинні шлами). Таке насичення призводить до збільшення в'язкості суспензії за рахунок збільшення об'ємної концентрації твердої фази, і зміни її дисперсності. *Для відновлення реологічних властивостей суспензій застосовують регенерацію обважнювача.* Її суть полягає у вилученні з суспензії, яка насичена шламами, обважнювача і повернення його для приготування нової кондиційної суспензії. Для вилучення обважнювача, в залежності від його властивостей, використовують найбільш раціональний процес сепарації, наприклад, гідравлічну класифікацію, магнітну сепарацію, флотацію. У разі використання магнетиту або феросиліцію для регенерації застосовують магнітну сепарацію.

Після вилучення обважнювача насичена шламами вода направляється на переробку в окремий цикл. *Кількість шламів, що виводяться з цієї водою, повинно бути більше або дорівнювати сумарній кількості первинних і вторинних шламів, що надходять в суспензію.* При дотриманні цієї умови накопичення шламів в суспензії не відбувається і робоча суспензія буде зберігати свої реологічні властивості.

На регенерацію направляють всю некондиційну суспензію, що утворилася при відмиванні обважнювача з поверхні частинок продуктів сепарації, а також частину кондиційної суспензії для виконання умови ненакопичення шламів, сформульованого вище.

У процесі сепарації потрібна підтримка необхідних властивостей робочої суспензії і збереження обважнювача. Тому технологія збагачення у важких суспензіях повинна включати: підготовку початкового матеріалу за крупністю і його знешламлення, яке здійснюється при мокрому грохоченні; відмивання обважнювача від продуктів сепарації, шляхом відділення суспензії від легкого та важкого продукту; регенерацію некондиційної та частини кондиційної суспензії (рис. 6.6).

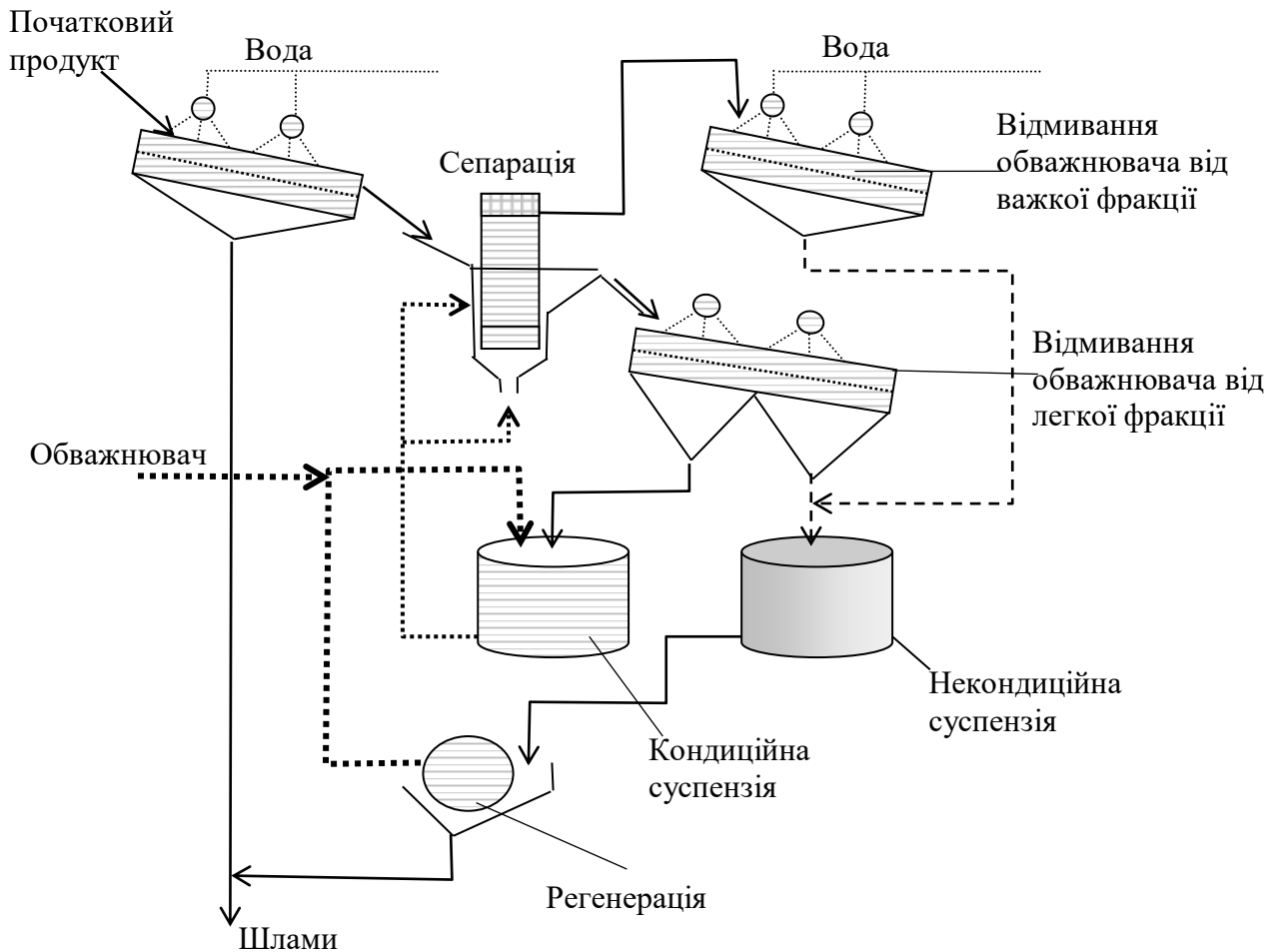


Рисунок 6.6. – Принципова схема збагачення корисних копалин у важких суспензіях

Технологічна ефективність збагачення у важких суспензіях залежить як від властивостей початкового матеріалу і суспензії, так і від конструктивних особливостей суспензійних апаратів, що використовуються. Основні фактори, які впливають на результати збагачення у важких середовищах, наступні.

*Підготовка матеріалу до збагачення* складається з операцій, що забезпечують діапазон крупності початкового матеріалу для даного апарату, а також зниження вмісту шламу (дроблення, грохочення, знешламлення). Дрібні частинки в машинному класі є найбільш ймовірним джерелом забруднення продуктів збагачення, а шлам, крім того, погіршує реологічні властивості суспензії.

*Гранулометричний склад матеріалу, що направляється на збагачення* характеризується верхньою і нижньою межами крупності. При збагаченні крупного машинного класу вугілля верхня межа

крупності, як правило, не перевищує 200 мм, але в окремих випадках при збагаченні вугілля допускається підвищення верхньої межі крупності до 300 мм. Вміст шламів у крупному машинному класі повинен бути не більше 1,5%. При збагаченні дрібного машинного класу верхню межу крупності приймають 13 або 25 мм, в окремих випадках допускається 40 мм. Ефективність збагачення (точність розділення) зі зменшенням крупності матеріалу знижується.

*Фракційний склад початкового матеріалу* визначає збагачуваність матеріалу. Фракційний склад матеріалу на сепараційну характеристику апарата не впливає, але від нього залежить вихід і якість продуктів збагачення. На показники збагачення впливає щільність розділення.

*Навантаження на сепаратор за початковим матеріалом* повинно бути рівномірним. При зниженні крупності початкового матеріалу навантаження на сепаратор належить зменшити. Але при нормальних умовах роботи (коли сепаратор не перевантажений) навантаження за початковим матеріалом не впливає на ефективність суспензійного збагачення.

*Гранулометричний склад обважнювача* залежить від типу суспензійного апарата, що застосовується. Суспензії з необхідними реологічними властивостями (густина, в'язкість, стійкість) одержують з використанням обважнювачів (магнетит, феросиліцій), які містять 92...96% класу  $-0,074$  мм.

*Витрати суспензії* при збагаченні крупного машинного класу у суспензійних сепараторах складають  $0,8...1,0$  м<sup>3</sup>/т, при збагаченні дрібного машинного класу у суспензійних циклонах – в 3...4 рази більше.

*Витрати води на відмивання обважнювача* залежать від крупності збагачуваного матеріалу, вмісту шламів і густини суспензії. При відмивці обважнювача від крупних продуктів витрати води складають  $0,7...1,1$  м<sup>3</sup>/т, при відмивці обважнювача від дрібних продуктів витрати води складають  $1,7...2,5$  м<sup>3</sup>/т. Втрати обважнювача при збагаченні крупного класу складають  $0,5...0,9$  кг/т, при збагаченні дрібного класу –  $1,0...1,7$  кг/т.

*Діаметр насадок і тиск на вході* при збагаченні в суспензійних циклонах пропорційно впливає на продуктивність апарата. Тобто, збільшення цих параметрів сприяє збільшенню продуктивності циклона і навпаки.



Суспензійна сепарація засовується як один з основних способів збагачення вугілля. В практиці збагачення інших корисних копалин вона частіше використовується для попереднього відділення породних мінералів перед основними процесами збагачення. В таких випадках суспензійна сепарація особливо важливе значення має при переробці руд сульфідних і окиснених металів, а також для вилучення алмазів.

### 6.2.2 . Обважнювачі

Характеристика обважнювачів, що застосовуються в збагаченні, наведена в табл. 6.2.

Щільність обважнювача повинна забезпечувати отримання суспензії заданої щільності з динамічною напругою зсуву не більше 3 Па.

Таблиця 6.2. – Характеристика обважнювачів, що застосовуються при збагаченні

Обважнювач	Щільність, кг/м <sup>3</sup>	Максимальна можлива щільність суспензії <sup>*)</sup> , кг/м <sup>3</sup>	Твердість за Моосом
Барит ( BaSO <sub>4</sub> )	4400	2200	3,0...3,5
Пірит ( FeS <sub>2</sub> )	5000	2500	6...6,5
Піротин ( Fe <sub>n</sub> S <sub>n+1</sub> )	4600	2300	3,5...4,5
Магнетит ( Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> *)	5000	2500	5,5...6,5
Арсенопірит ( FeAsS )	6000	2800	5,5...6
Галеніт ( PbS )	7500	3300	2,5...2,75
Подрібнений феросиліцій (85% Fe,15% Si)	6900	3100	7,0
Гранульований феросиліцій (90% сферичний; 85 % Fe,15 % Si)	6900	3500...3800	7,3...7,6

<sup>\*)</sup> Межа максимально можливої щільності суспензії може бути збільшена підвищенням об'ємного вмісту твердого до 45% з додавкою реагентів-пептизаторів.

Найкращим обважнювачем є гранульований феросиліцій, що відрізняється високою опірністю стиранню і корозії. Безповоротні втрати його при збагаченні низькі завдяки високому вилученню при регенерації. Гранульований феросиліцій крім заліза і кремнію містить незначні кількості легуючих добавок (міді та інших, металів).

Незважаючи на те, що гранульований феросиліцій більш стійкий до корозії, ніж подрібнений (може зберігатися у воді без перемішування до 60 діб), при певних умовах він піддається окисленню. Окислювальні процеси розвиваються при контакті частинок обважнювача з повітрям (барботаж суспензії протягом тривалого часу) і низькою лужністю рідкої фази суспензії. Підвищення температури збільшує швидкість реакції. При русі частинок обважнювача в суспензії полегшується доступ кисню до них, а тертя їх один об одного сприяє руйнуванню захисної плівки на поверхні, що також призводить до підвищення швидкості корозії. Зі збільшенням рН від 6,8 до 9 (шляхом добавки вапна, соди і т.п.) захисні плівки з гідратів оксидів заліза стають менш розчинними.

При збільшенні корозії гранульованого феросиліцію спостерігається злипання частинок. У суспензії збільшується структуроутворення і  $\tau_0$  зростає до 33...44 Па, а  $\mu$  – до 0,21...0,26 Па·с, знижується питома магнітна сприйнятливість. Так, при напруженості магнітного поля 80...120 кА/м питома магнітна сприйнятливість свіжого гранульованого феросиліцію становить 0,109...0,09 см<sup>3</sup>/г, сильно окисленого 0,048...0,041 см<sup>3</sup>/г.

*Гранулометричний склад обважнювача.* У практиці збагачення застосовують обважнювачі, крупність яких варіює в широкому діапазоні. Верхня межа крупності обважнювача для збагачення в гравітаційному полі дорівнює 0,15 мм.

Для стабілізації суспензії необхідна присутність тонких класів (–0,01 мм) в кількості 7...16%. З економічної точки зору доцільно застосовувати гранульовані обважнювачі з низьким вмістом тонких класів, внаслідок меншої їх вартості і більш високого вилучення при регенерації. Там, де це можливо, для стабілізації суспензії раціонально застосовувати рудні шлами в поєднанні з реагентами-пептизаторами.

Обважнювач вибирають в залежності від властивостей збагачуваного матеріалу і економічних показників. Наприклад, при переробці руд, що містять арсенопірит, доцільно використовувати його як обважнювач. Перевагою арсенопіриту є його низька вартість, що компенсує підвищення витрат з регенерації методом флотації. У схему регенерації необхідно вводити операцію десорбції збирача з поверхні частинок, наприклад, сірчистим натрієм (витрата до 10 кг/т обважнювача), що покращує реологічні властивості суспензії та усуває утворення піни.

При спливанні в суспензії тіл, щільність яких близька до щільності середовища (відміна до  $100 \text{ кг/м}^3$ ), на швидкість підйому впливає налипання частинок суспензії на їх поверхню. Це збільшує масу спливаючих тіл, призводить до зменшення швидкості їх підйому і може викликати навіть зміну напрямку руху, тобто замість спливання тіла будуть тонути. При підвищенні швидкості руху суспензії вплив наливання частинок обважнювача зменшується.

### 6.2.3 . Сепаратори для збагачення в суспензіях і їх класифікація

Збагачення у важких суспензіях середньо- і крупного кускового матеріалу виконують в сепараторах, принцип роботи яких заснований на спливанні кусків, щільність яких менше щільності суспензії. Збагачення дрібнозернистого матеріалу здійснюється в відцентрових сепараторах (гідроциклонах).

Сепаратори для збагачення у важких середовищах повинні забезпечувати подачу початкового матеріалу, розвантаження продуктів сепарації, підведення робочої суспензії. Власне сепарація здійснюється в робочому просторі, що представляє собою ванну у сепараторів зі статичними умовами сепарації, або обертовий барабан у сепараторів з динамічними умовами сепарації. Як наприклад, розглянемо принцип дії сепаратора зі статичними умовами сепарації і з розвантаженням важкої фракції за допомогою елеваторного колеса (рис. 6.7).

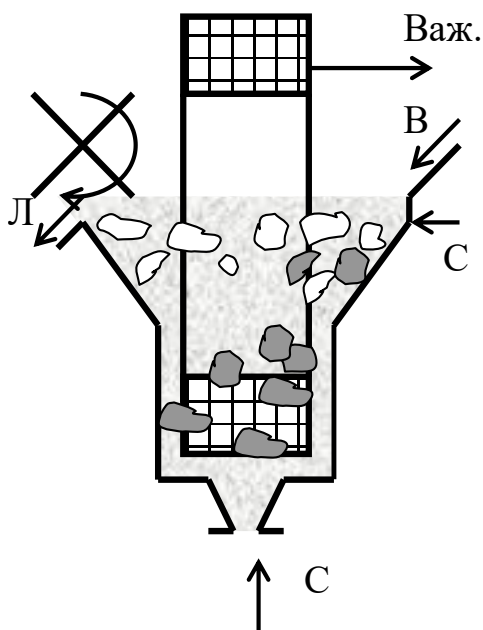


Рисунок 6.7. – Принципова схема сепаратора для збагачення у важких середовищах

У робочий об'єм сепаратора, обмежений його ванною, надходить важка суспензія заданої щільності. Її подача здійснюється знизу (приблизно 2/3 загальної витрати) для створення висхідного потоку для підтримки рівномірної концентрації обважнювача. Приблизно 1/3 суспензії подається в верхню частину ванни з боку подачі вихідного продукту. Це необхідно для підтримки необхідної горизонтальної швидкості течії суспензії в сторону зливного порога.

Вихідний продукт по похилому щиту рівномірно вводиться у суспензію. Куски з щільністю, більшої щільності суспензії, тонуть і потрапляють в ковші елеваторного колеса, утворені перфорованими перегородками. При обертанні колеса вони піднімаються вище рівня суспензії. Захоплена суспензія стікає в ванну, а відокремлений від неї важкий продукт вивантажується при подальшому обертанні колеса.

Куски, щільністю, меншою щільності суспензії, залишаються в її верхніх шарах, а ті, що опинилися при завантаженні на певній глибині – спливають, та формують легкий продукт. Суспензія, що подається в сепаратор, виливається з нього через зливний поріг та виносить легкий продукт за межі сепаратора. Для полегшення подолання зливного порога великими кусками сепаратор має механічний гребковий пристрій.

Класифікація суспензійних сепараторів приведена в табл. 6.3 , а їх схеми на рис. 6.8.

Таблиця 6.3. – Класифікація суспензійних сепараторів

режим сепарації	нерухомі			рухомі	
	конусні	пірамідальні	циліндро- конічні	барабанні	
	питома продуктивність				
	мала		середня		велика
Прямоточний	рис.6.8, а...е	рис.6.8, в	рис.6.8, г	рис.6.8, д	рис.6.8, м
Протиточний		рис.6.8, ж	рис.6.8, з, і, до, л		рис.6.8, н

В цілому технологічна ефективність сепараторів зменшується для апаратів, представлених схемами від *а* до *е* і від *ж* до *н*, а експлуатаційні витрати зростають відповідно в тому ж порядку.

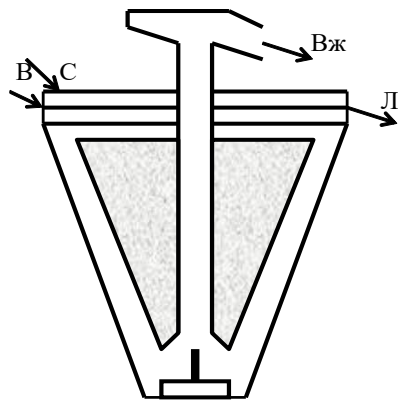


Рис.6.8 а. Сепаратор фірми ВЕМКО з розвантаженням важкої фракції аероліфтом

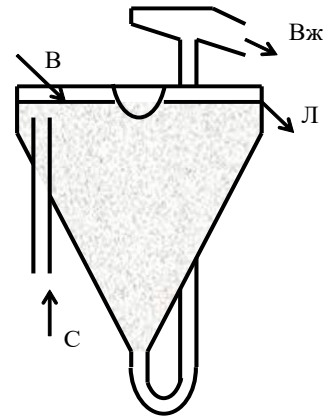
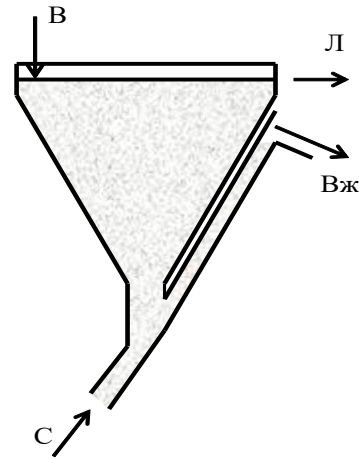


Рис.6.8 б. Сепаратор фірми Гумбольдт з розвантаженням важкої фракції аероліфтом



6.8 в. Сепаратор фірми ПИК з гідравличним розвантаженням важкої фракції

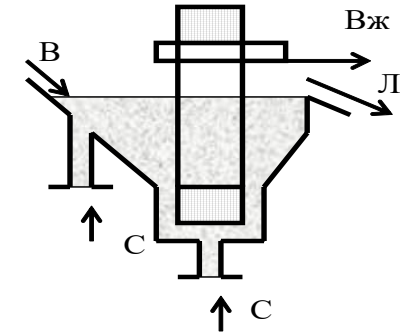


Рис.6.8 г. Сепаратор фірми Гумбольдт з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

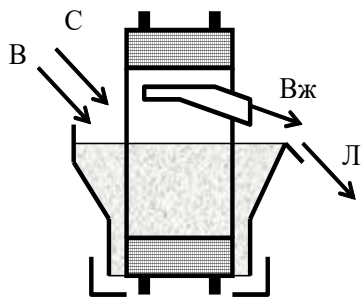


Рис.6.8 д. Сепаратор фірми Теска з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

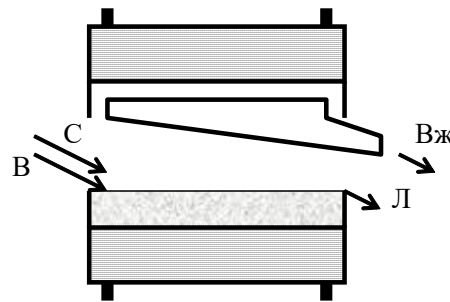


Рис.6.8 е. Сепаратор фірми Вемко з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

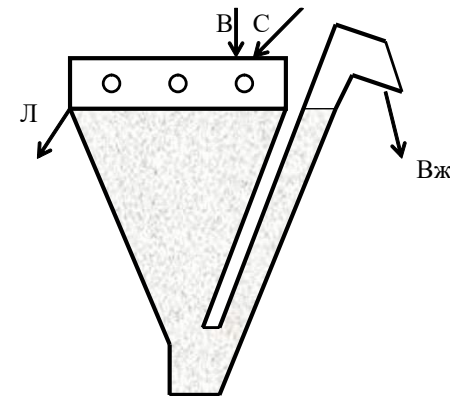


Рис.6.8 ж. Сепаратор з розвантаженням важкої фракції ковшовим елеватором

Рисунок 6.8. – Схеми сепараторів для збагачення у важких суспензіях: В – вихідний продукт; Л – легкий продукт; Вж – важкий продукт; С – суспензія

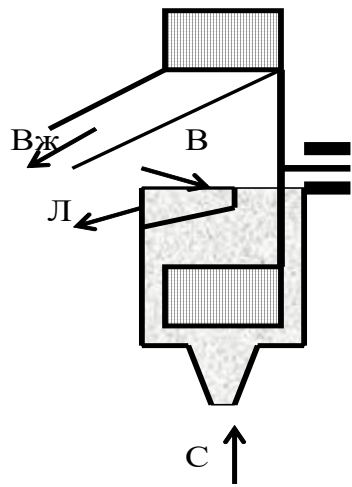


Рис 6.8 з. Сепаратор фірми Ведаг з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

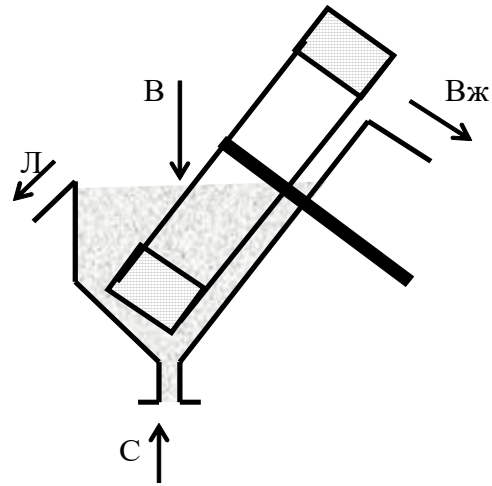


Рис.6.8 і. Сепаратор фірми Дрюбой з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

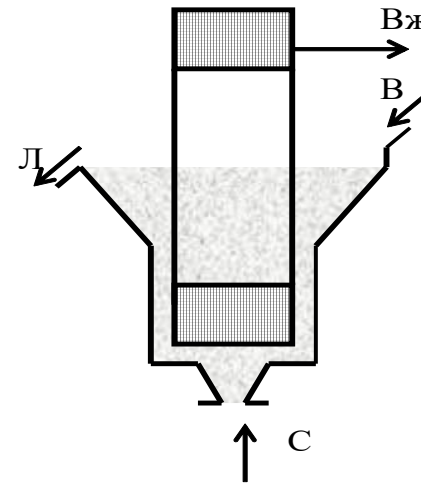


Рис.6.8к. Сепаратор фірми СКВ з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

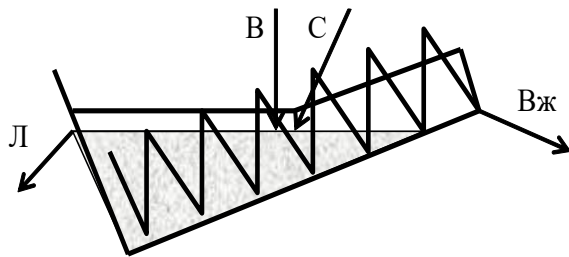


Рис.6.8 л. Сепаратор Акінса з розвантаженням важкої фракції шнеком

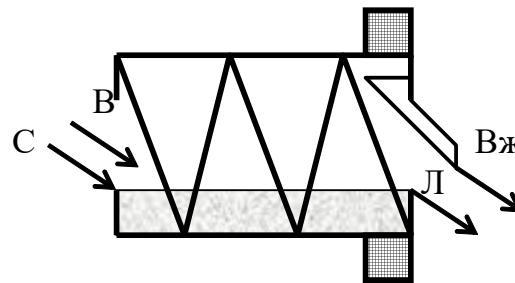


Рис.6.8м. Сепаратор барабаний з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

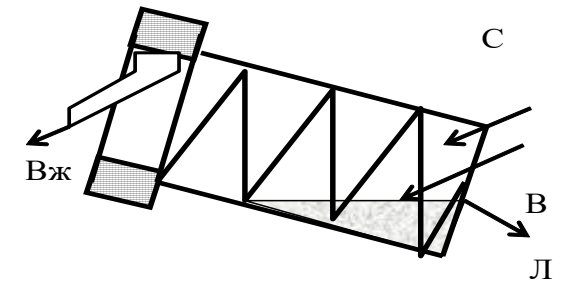


Рис.6.8н. Сепаратор Гардинга з розвантаженням важкої фракції елеваторним колесом

Рисунок 6.8. – Схеми сепараторів для збагачення у важких суспензіях: В – вихідний продукт; Л – легкий продукт; Вж – важкий продукт; С – суспензія

Для сепараторів, представлених схемами 2, 3-л, ці показники приблизно однакові.

У сепараторах з малою питомою продуктивністю завдяки значному обсягу ванни щільність суспензії є більш стабільною, але важче піддається регулюванню в порівнянні з сепараторами із середньою і великою питомою продуктивністю.

Розвантаження легкої фракції здійснюється, як правило, переливом суспензії через зливний поріг сепаратора.

Важка фракція розвантажується при допомозі аероліфта, сифона або різними механічними пристосуваннями (ковшовими або колісними елеваторами, шнеком).

За режимом сепарації сепаратори поділяються на прямоточні (розвантаження продуктів здійснюється в одному напрямку) і протиточні (розвантаження продуктів здійснюється в протилежних напрямках). Прямоточні сепаратори дозволяють знайти найбільш економічні конструктивно-компонувальні рішення при розділенні збагачуваної корисної копалини на два продукти. При розділенні на три продукти застосування протиточних сепараторів є кращим рішенням.

Сепараційна характеристика в практиці збагачення корисних копалин описується за допомогою інтеграла ймовірності Гауса, тобто  $E = F(x)$  при такому значенні:

$$x = 0,675 \cdot \frac{\delta_p - \bar{\delta}}{E_{pm}}$$

Середнє ймовірне відхилення є функцією крупності частинок і щільності розділення, оскільки вона приблизно дорівнює щільності суспензії і з її зростанням збільшується в'язкість суспензії, що призводить до збільшення  $E_{pm}$ .

За результатами практичних даних щодо збагачення кам'яного вугілля встановлена наступна залежність:

$$E_{pm} = \frac{\delta_p + 1300}{13 \cdot \sqrt{x}},$$

де  $x$  – крупність збагачуваної матеріалу, мм.

### 6.3. Вібросуспензійні сепаратори

Різновидом апаратів для збагачення у важких середовищах є *вібросуспензійні сепаратори (віброжолоби)*. Вони застосовуються

для гравітаційного збагачення залізних і золотовмісних руд крупністю 6...75 мм. Існують прямотечійні і протитечійні вібросуспензійні сепаратори (рис. 6.9).

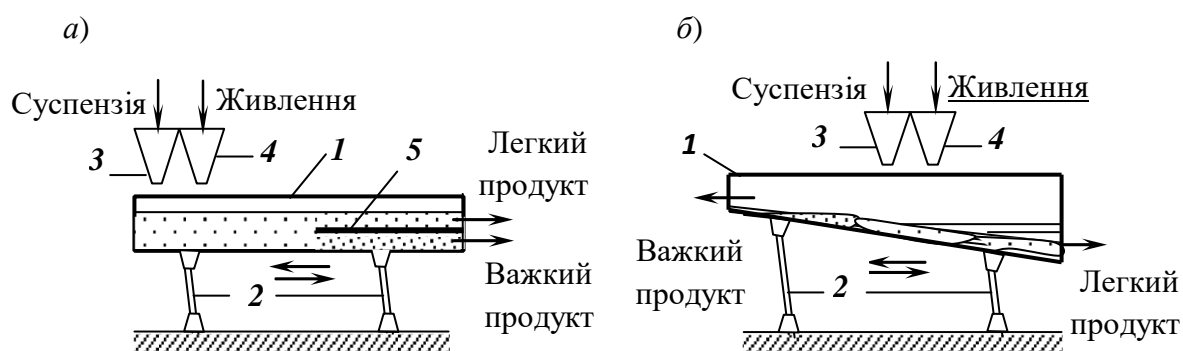


Рисунок 6.9. – Схеми вібросуспензійних сепараторів:

а – прямотечійний; б – протитечійний:

- 1 – жолоб; 2 – пружинні опори; 3 – конус завантаження суспензії;  
 4 – бункер живлення; 5 – розділова пластина.

Вібросуспензійний сепаратор складається з жолоба 1 прямокутного перерізу, що встановлений на пружинних опорах 2. Жолоб нахилений в бік розвантаження під кутом  $2...3^\circ$  і отримує коливання від ексцентрикового механізму. Суспензія і руда надходять в жолоб відповідно з конуса 3 і бункера 4. Як обважнювач використовують традиційні матеріали або дрібний концентрат збагачуваного матеріалу з вмістом його в суспензії до 60%. Під дією вібрацій суспензія стратифікується (розшаровується) – в нижньому шарі густина її більша, в верхньому – менша, що підвищує градієнт гідростатичного тиску.

У прямотечійному сепараторі (рис. 6.9 а) руда завантажується на поверхню суспензії на початку жолоба, стратифікується за густиною і продукти разом із суспензією рухаються до розвантажувального кінця жолоба. Продукти збагачення виводяться з жолоба окремо після розділової пластини 5 і направляються на грохоти для зневоднення і відмивки обважнювача.

У протитечійному сепараторі (рис. 6.9 б) руда і суспензія завантажуються в середню частину жолоба. Після стратифікації руди важкий продукт під дією вібрацій переміщується вдовж днища жолоба до верхнього його кінця (проти руху потоку суспензії). Легкий продукт розвантажується разом з потоком суспензії через зливний поріг на нижньому кінці жолоба.



## 6.4. Суспензійні циклони

Підвищення швидкості й ефективності розділення дрібних частинок у важких середовищах досягається заміною гравітаційного поля сил відцентровим, тобто застосуванням *гідроциклонів*.

*Суспензійні циклони* (рис. 6.8) призначені для збагачення корисних копалин: вугілля крупністю 0,5...25 мм і руд у діапазоні крупності 0,3...6 мм. Верхня межа крупності вугілля, збагачуваного в циклонах, складає 40 мм, нижня – 0,2 мм.

Усі суспензійні циклони за системою подачі збагачуваного матеріалу розділяються на дві групи:

✓ «напірні» гідроциклони, в які матеріал у суміші із суспензією подається під гідростатичним або динамічним напором, при цьому змішування здійснюється поза гідроциклоном;

✓ «безнапірні» гідроциклони, у яких збагачуваний матеріал і суспензія подаються окремо. Суспензія в гідроциклон надходить під гідростатичним або динамічним напором, а збагачуваний матеріал – самопливом.

*Суспензійні гідроциклони* дозволяють сепарувати на два або три продукти. Принцип дії суспензійних гідроциклонів той же, що і класифікаційних, але вони установлюються з нахилом осі 15...30° до горизонту.

У *двопродуктовий суспензійний гідроциклон* (рис. 6.10 а) суміш початкового матеріалу із суспензією під напором надходить по живильному патрубку 1, розташованому тангенціально до циліндричної завантажувальної камери 2. Створення в гідроциклоні поля густини суспензії спричиняє розподілення зерен матеріалу в радіальному напрямку залежно від їх густини. Легкі зерна, зважені у внутрішньому потоці, і важкі, зважені у зовнішньому, транспортуються в протилежних напрямках відповідно напрямків потоків, що приводить до розділення збагачуваного матеріалу.

Легкий продукт з основною масою суспензії меншої густини виходить з гідроциклону через зливний патрубок 3 і видаляється через зливну камеру 4. Важкий продукт разом із згущеною суспензією вивантажується через нижню насадку 5 у приймальну камеру 6.

*Трипродуктовий суспензійний гідроциклон* (рис. 6.10 б) дозволяє в єдиному апараті розділити матеріал на три продукти за щільністю. Він являє собою апарат, що складається з циліндричної і

циліндроконічної секції, з'єднаних між собою перехідним патрубком 7.

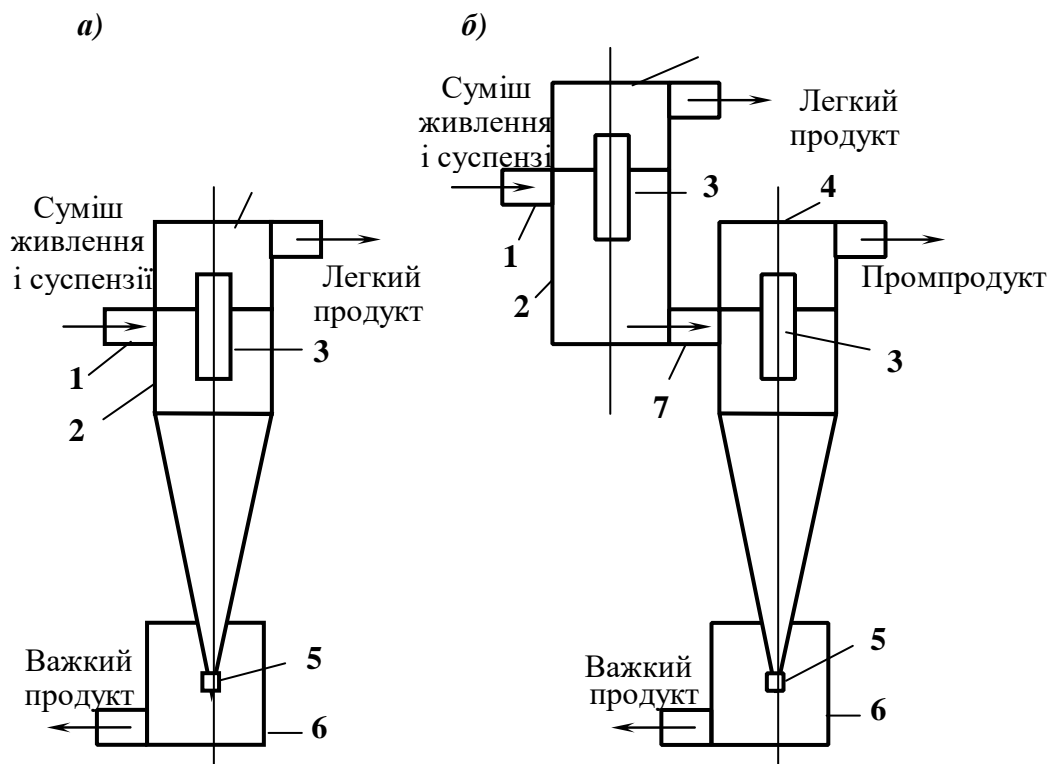


Рисунок 6.10. – Схеми суспензійних гідроциклонів:

а) – двопродуктового; б) – три продуктового;

1 – живильний патрубок; 2 – завантажувальна камера; 3 – зливний патрубок; 4 – розвантажувальна камера; 5 – нижня насадка; 6 – камера для приймання важкого продукту; 7 – з'єднувальний патрубок

Суміш вихідного матеріалу із суспензією по тангенціальному патрубку надходить під напором у першу (циліндричну) секцію гідроциклону. Легкий продукт із потоком суспензії меншої густини виводиться через зливний патрубок першої секції. Суміш важких фракцій з потоком згущеної суспензії надходить у другу секцію гідроциклону.

Таким чином, у другій секції розділення важких фракцій відбувається за більшою щільністю. Важкий продукт видаляється через нижню насадку, промпродукт – через зливну насадку другої секції.

Щільність розділення регулюється зміною щільністю робочої суспензії, а також діаметрами зливних патрубків першої і другої секцій та нижньої насадки другої секції.

Безнапірні гідроциклони (рис. 6.11) призначені для збагачення вугілля крупністю 0,25...35 мм, але вони можуть бути застосовані й для збагачення руд.

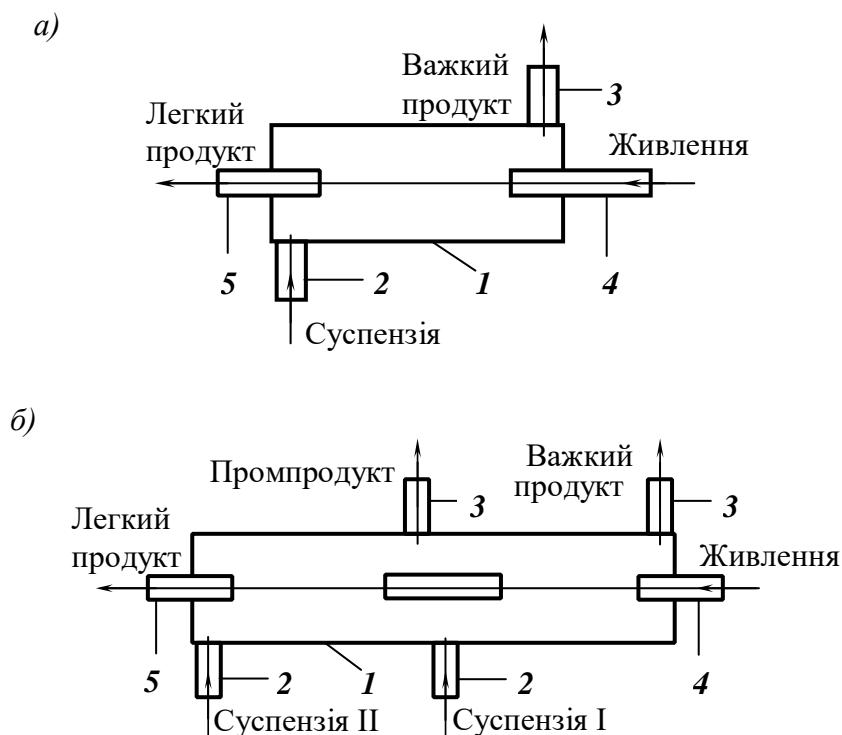


Рисунок 6.11. – Схеми безнапірних гідроциклонів:

а) – двопродуктовий; б) – трипродуктовий;

1 – циліндричний корпус; 2 – суспензійний патрубок; 3 – патрубок розвантаження важкого продукту; 4 – патрубок завантаження живлення; 5 – патрубок розвантаження легкого продукту

Безнапірний гідроциклон являє собою циліндричну ємність 1 з двома тангенціальними 2 і 3 і двома осьовими 4 і 5 патрубками. Вісь циклона нахилена під кутом 15...45° до горизонту.

На відміну від розглянутих конструкцій початковий матеріал і суспензія подаються в апарат окремо: 90% суспензії вводиться через тангенціальний патрубок 2 біля нижнього кінця апарата, а 10% разом з вихідним матеріалом через осьовий патрубок 4. Робочий тиск в циклоні складає 0,1...0,2 МПа (в напірних 0,4...0,6 МПа). Тангенціальне введення суспензії формує поле відцентрових сил, в якому і здійснюється розділення матеріалу за щільністю.

Важкі частинки під дією відцентрових сил досягають внутрішніх стінок апарата і видаляються разом зі згущеною суспензією через тангенціальний патрубок 3. Легкі частинки залишаються в центрі апарата і видаляються разом з розрідженою суспензією через осьовий патрубок 5. Перевагою безнапірних гідроциклонів є їх менший знос внаслідок меншого робочого тиску.

*Вихрові гідроциклони* (рис. 6.12) призначені для суспензійного збагачення руд крупністю до 40 мм.

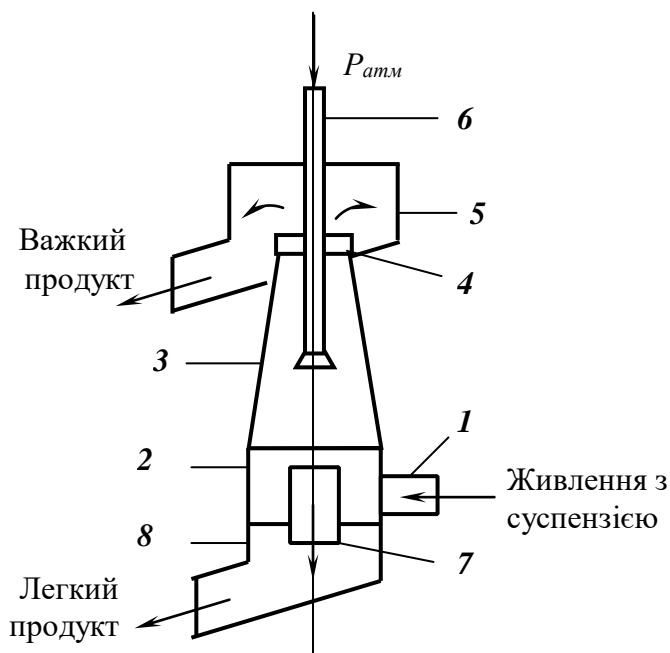


Рисунок 6.12 – Схема вихрового гідроциклону:

- 1 – живильний патрубок; 2 – циліндрична частина; 3 – конічна частина; 4 – піскова насадка; 5, 8 – приймальні камери; 6 – повітряна трубка; 7 – зливний патрубок

Вихровий гідроциклон від звичайного відрізняється тим, що його циліндрична частина 2 розташована знизу, а конічна 3 – зверху. Суспензія разом з рудою подається по живильному патрубку 1 в циклон під тиском 0,4...0,7 МПа. Важкий продукт рухається по внутрішній стінці конічної частини циклона і розвантажується через піскову насадку 4 в приймальну камеру 5. Легкий продукт видаляється з циклона через зливний патрубок 7 і камеру 8. Особливістю вихрового гідроциклону являється наявність повітряної трубки 6, що розташована по осі гідроциклону збоку розвантаження важкого продукту. Таким чином здійснюється контакт внутрішнього повітряного стовпа гідроциклону з зовнішньою атмосферою, в

результаті чого тиск в стовпі залишається постійним і рівним атмосферному ( $P_{атм} = 0,1$  МПа).

Розміщення піскової насадки у верхній частині дозволяє збільшити її діаметр в 1,5...2 рази, а отже збільшити крупність збагачуваного матеріалу. Об'ємну продуктивність циклона можна визначити з урахуванням того, що співвідношення між живленням і суспензією за об'ємом складає (1:2...1:3).

## 6.5. Регенерація суспензії

*Робоча (кондиційна) суспензія* за своїми властивостями (щільність, в'язкість, стійкість) повинна відповідати вимогам процесу важкосередовищної сепарації. Але при відмивці обважнювача утворюється значний об'єм *некондиційної (розрідженої) суспензії*, яка цим вимогам не відповідає. Некондиційну суспензію, а також частину кондиційної суспензії, направляють на регенерацію.

*Регенерація некондиційної суспензії* призначена для відновлення густини робочого середовища, розведеного при відмиванні магнетиту від продуктів збагачення, можливо більш повного вилучення магнетиту з промивних вод, а також для очищення суспензії від шламу, що потрапляє в неї з вихідним вугіллям. Найбільш поширеним способом регенерації магнетитової (феросиліцієвої) суспензії є магнітна сепарація, заснована на використанні відмінності магнітних властивостей магнетиту (феросиліцію) і вугільного (рудного) шламу.

При збагаченні вугілля залежно від крупності живлення і прийнятої технології переробки можуть бути застосовані одностадійна, двох стадійна, комбінована і роздільна схеми регенерації суспензії.

*Одностадійна схема регенерації суспензії* застосовується при суспензійному збагаченні крупного вугілля, якщо він має невисокий вміст шламу (не більше 2%) і не містить глинистої породи, яка розмокає в суспензії. Вміст твердої фази в некондиційній суспензії (НС), що регенерується, не повинен перевищувати  $300 \text{ кг/м}^3$ , у тому числі шламів не більше  $150 \text{ кг/м}^3$ .

У *двостадійній схемі регенерації суспензії* (рис. 6.13) немагнітний продукт і частину зливу першої стадії направляють у другу стадію регенерації. Зазвичай на два-три сепаратора першої стадії встановлюють один сепаратор другої стадії.

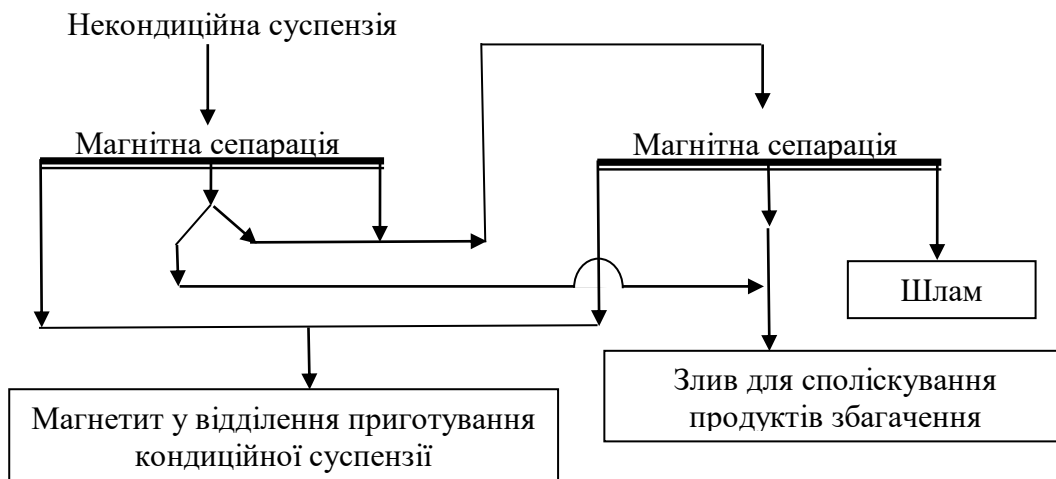


Рисунок 6.13. – Двостадійна схема магнітної регенерації некондиційної магнетитової суспензії

Двостадійну схему регенерації суспензії застосовують при суспензійному збагаченні дрібного вугілля. Ця схема може бути також використана при збагаченні крупного вугілля, який містить глинисту породу і шлами (більше 2%), при цьому вміст твердої фази у суспензії, що надходить на регенерацію перевищує  $300 \text{ кг/м}^3$ , у тому числі шламів більше  $150 \text{ кг/м}^3$ .

За комбінованою схемою регенерації суспензії (рис. 6.14) некондиційна суспензія подається в обидва сепаратори, встановлені послідовно. Крім того, у другу стадію надходить також немагнітний продукт першої стадії.

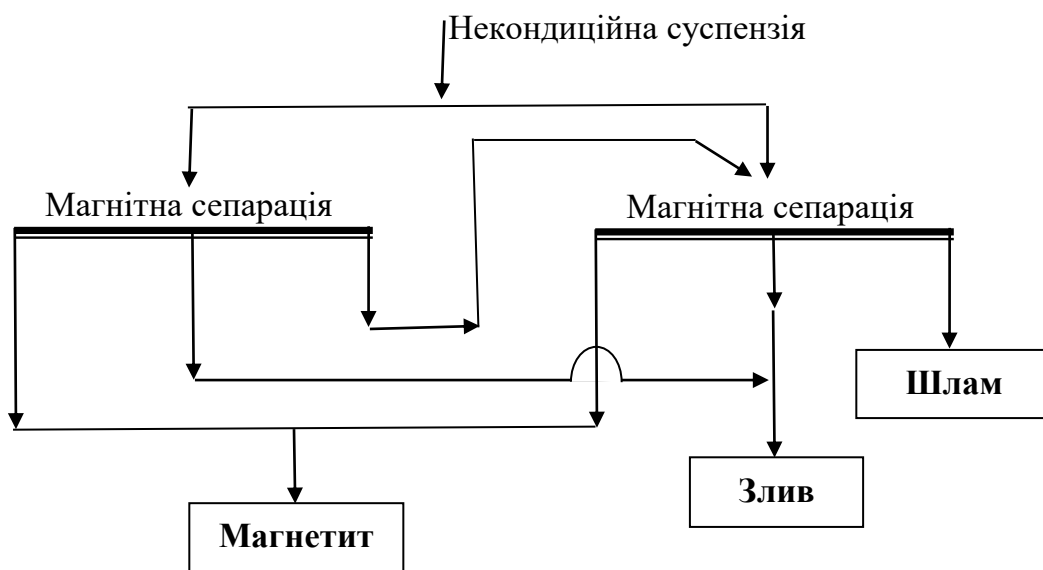


Рисунок 6.14. – Комбінована схема магнітної регенерації некондиційної магнетитової суспензії

Комбінована схема регенерації суспензії застосовується в тих же випадках, що і пряма двостадійна. Однак, при збагаченні дрібного вугілля більше підходить двостадійна схема регенерації, а при збагаченні крупного вугілля із високою щільністю розділення та вмістом в некондиційній суспензії понад 150 кг/м<sup>3</sup> шламу віддають перевагу комбінованій схемі регенерації.

Схема роздільної регенерації (рис. 6.15) передбачає подачу отриманої після відмивання обважнювача на грохотах некондиційної суспензії в окремі магнітні сепаратори. Немагнітний продукт і зливи магнітних сепараторів класифікують по граничному зерну 0,2 мм в окремих класифікаційних гідроциклонах. Зернисті згущені продукти додають до відповідних продуктів флотації і зневоднюють разом з ними. Злив гідроциклонів або направляється на споліскування відповідних продуктів збагачення, або об'єднується і направляється на флотацію.

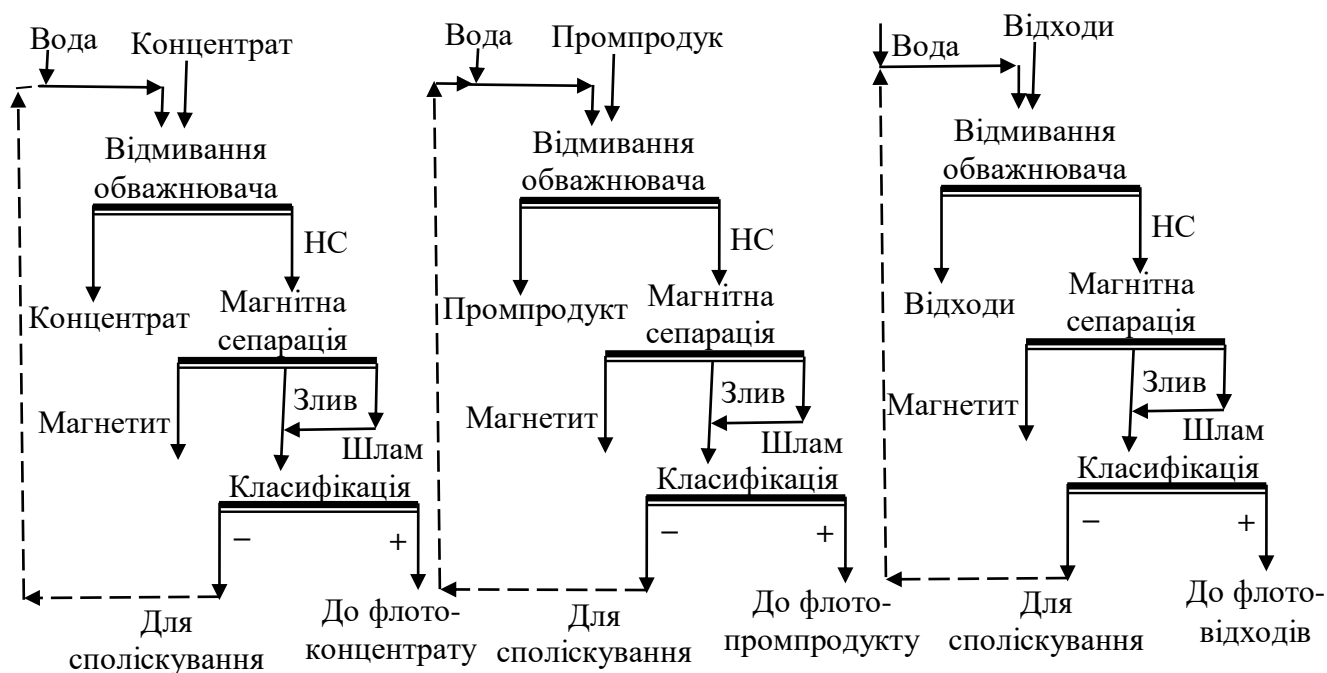


Рисунок 6.15. – Схема роздільної регенерації некондиційної суспензії

Класифікація в гідроциклонах за граничною крупністю 0,2 мм дозволяє зменшити нижню межу крупності збагачуваного вугілля з 0,5 до 0,2 мм, запобігти втрати грубозернистого шламу, а також зменшити обсяг матеріалу, що надходить на флотацію.

Схема роздільної регенерації суспензії застосовується тільки при суспензійному збагаченні дрібного кам'яного вугілля і антрацитів у

гідроциклонах. При роздільній регенерації суспензії допускається підвищений вміст шламу крупністю 0...0,5 мм у збагачуваному матеріалі до 10 % (замість звичайних 3...5 %).

*Схема повної регенерації суспензії* застосовується при збагаченні крупного вугілля без знешламлення.

## 6.6. Відсадка

### 6.6.1. Сутність і теоретичні основи відсадки

Відсадка – процес сепарації різних за щільністю частинок у водному або повітряному середовищі, що коливається (пульсує) відносно суміші, в вертикальному напрямку із заданою амплітудою і частотою. В процесі відсадки матеріал, поміщений на решеті, періодично розрихлюється і ущільнюється, внаслідок чого відбувається його сегрегація, при якій в нижній частині шару концентруються переважно куски з більшою щільністю, а в верхньому - з меншою щільністю.

Процес відсадки включає власне відсадження (розшарування матеріалу за щільністю) і розвантаження розшарованих кусків.

Основним завданням при розвантаженні продуктів є видалення їх без порушення результатів розшарування.

Необхідною умовою розшарування матеріалу за щільністю є повторювані в кожному циклі його зважування і розрихлення *постелі*, здійснювані вертикальними коливаннями середовища (або решета) і висхідним потоком води.

Шар матеріалу, що знаходиться на висадочному решеті і складається з кусків, більших за розміром його отворів, і має щільність, більшу за щільність розділеного матеріалу, називається *постіллю*.

*Постіль* буває *природною*, якщо вона формується з кусків, які перебувають в сепарованому матеріалі, і *штучної*, коли вона складається з кусків іншого матеріалу, що задовольняють вимогам процесу відсадження.

Постіль грає домінуючу роль при видаленні важкої фракції, що накопичується в нижній частині шару сепарованого матеріалу. Висхідний потік рідкого середовища розрихлює *постіль*, і нею поглинаються розташовані безпосередньо поблизу куски, проходять через неї і через висадочне решето. Спадний потік ущільнює *постіль* і в зімкнутому стані вона пропускає через себе тільки рідку середу. У



зв'язку з цим динаміка розпушення і ущільнення шару постіль повинна відповідати умовам ефективного видалення важкої фракції. Ця динаміка визначається залежністю вертикальної швидкості рідкого середовища відносно нерухомого висадочного решета (або решета щодо рідкого середовища) від часу. Ця залежність, що повторюється в часі, характеризується *циклом відсадки*.

*Циклом відсадки* називається закономірність вертикального переміщення середовищ (або решета) протягом одного періоду коливань. *Елементами циклу є підйом, пауза, опускання середовища*. Основним циклом відсадки є гармонійний (рис.6.16 а), при якому переміщення середовища і зміна його швидкості відбувається за синусоїдальним законом (без урахування подачі підрешеточної води).

Використовуються й інші цикли, що відрізняються від гармонійного тривалістю елементів циклу.

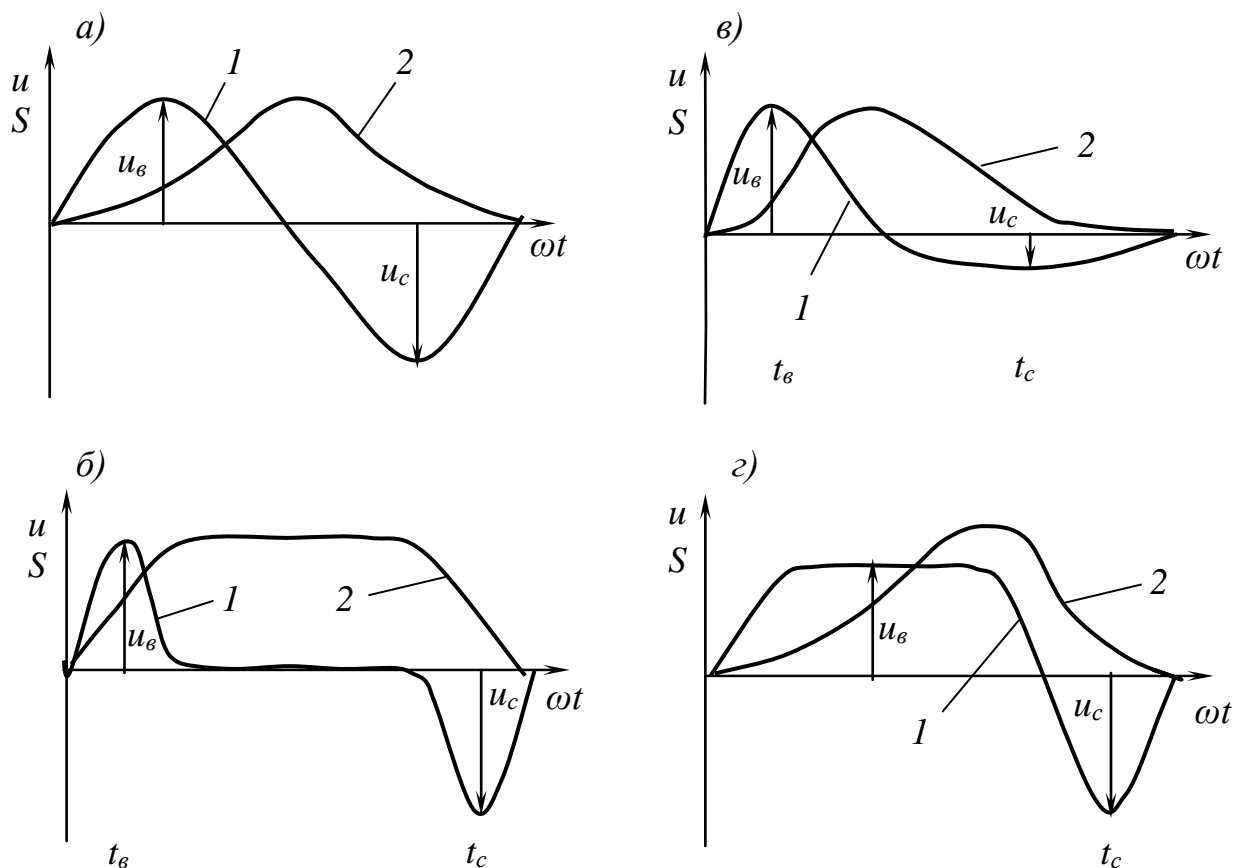


Рисунок 6.16. – Цикли відсадки:

а – гармонічний; б – цикл Майєра; в – цикл Берда; з – цикл Томаса;

1– швидкість переміщення середовища;  
2– шлях переміщення середовища

Так, цикл Майєра (рис. 6.16 б) характеризується короткочасністю підйому і опускання середовища і великою паузою, цикл Берда (рис. 6.16 в) – великою швидкістю підйому і меншою швидкістю опускання при відсутності паузи, цикл Томаса (рис. 6.16 г) – малою швидкістю підйому і великою швидкістю опускання.

Параметри циклу можуть чинити істотний вплив на відсадження лише при невеликій частоті коливань середовища – менш  $100 \text{ хв}^{-1}$ , що використовується при відсадженні крупного матеріалу.

Єдиного уявлення про механізм розшарування матеріалу при відсадженні в даний час не існує. Відомі два основних напрямки у вивченні явищ розшарування: *детерміністський і ймовірнісно-статистичний*.

При детерміністському напрямку вивчається рух окремої частки, що має певний розмір, форму і знаходиться серед частинок таких та інших розмірів і щільності. Розглядаються сили, що діють на окремі частинки, складаються і вирішуються рівняння руху з метою визначення траєкторій руху.

В результаті розвитку детерміністського підходу запропоновано дві гіпотези розшарування частинок при відсадженні:

– *гіпотеза початкових швидкостей*, згідно з якою розділення частинок відбувається в початковий період їх падіння в рідині, коли швидкості малі, а прискорення великі. Відповідно до неї частота коливань рідкого середовища повинна бути істотно вище, що застосовується в практиці збагачення корисних копалин;

– *гіпотеза поділу в рідкому середовищі*, що *прискорено рухається*, відповідно до якої істотну роль в механізмі розшарування грає кінетика розгону частинок. Висновки щодо підвищеної частоти коливань середовища і можливості відсадження некласифікованих матеріалів, що випливає із цієї гіпотези, практикою також не підтвердилися.

Недоліком детерміністського напрямку є ігнорування масового характеру процесу розшарування і випадкових явищ, що відбуваються при відсадженні (зокрема, процесу перемішування).

Відповідно до статистичних напрямків відсадження розглядається як масовий процес, обумовлений різноманіттям фізичних характеристик частинок, що підлягають розділенню, взаємодією їх з рухомим рідким середовищем, станом системи частинок, що піддається в процесі відсадження безперервному розпушенню і ущільненню під дією коливання вертикальної швидкості середовища.

В результаті розвитку цього напрямку були послідовно запропоновані наступні гіпотези: енергетична, суспензійна і ймовірно-статистична.

Енергетична гіпотеза заснована на принципі прагнення до мінімуму потенційної енергії шару, утвореного частками різної щільності.

Суспензійна гіпотеза припускає, що постіль відсадки представляє собою квазірідинне середовище, в якому частинки підвищеної щільності тонуть, а легкі – спливають. Суспензійна гіпотеза по суті представляє собою наслідок енергетичної гіпотези.

Ймовірно-статистична гіпотеза розглядає процес відсадження як стохастичний, в якому ймовірність переходу частинок в відповідний шар визначається рухливістю часток в системі, утвореної їх безліччю, і взаємодією з рідким середовищем, рушійним за законом циклу відсадки.

Для опису подібних процесів зазвичай використовують рівняння типу Коломогорова-Фоккера-Планка (КФП):

$$\frac{dW}{dt} = \nabla(A, W) + \nabla^2(A, W),$$

де  $W$  – щільність розподілу ймовірності знаходження частинок в шарі;  $A$  – коефіцієнт, що характеризує переміщення частинок внаслідок сили тяжіння і сили опору рідкого середовища руху;  $B$  – коефіцієнт перемішування частинок внаслідок впливу випадкових чинників;  $\nabla$ ,  $\nabla^2$  – оператори Гамільтона і Лапласа.

Для опису процесу відсадження можна скористатися одновимірною моделлю, при якій рівняння КФП може бути представлено в спрощеному вигляді:

$$\frac{dW}{dt} = A \cdot \frac{dW}{dy} + B \cdot \frac{d^2W}{dy^2}.$$

Рішення рівнянь типу КФП достатньо складно, але можливо за певних граничних і початкових умовах.

Якщо процес відсадження розглянути в спрощеному вигляді: швидкість переходу фракцій в постіль відсадження і потім під решето пропорційна масі цих фракцій в нерозшарованій суміші і рухливості частинок, які мають цю фракцію, і яка визначається їх щільністю, розміром та іншими властивостями, що впливають на швидкість, тоді рівняння масопереносу набуде вигляду:

$$\frac{dm}{dt} = -k \cdot m.$$

де  $m$  – маса частинок даної фракції щільності в нерозшарованій суміші,  $k$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від імовірності переходу частинок даної фракції під відсаджувальне решето і визначається щільністю і крупністю частинок, що розділяються.

Рішення цього рівняння при початкових умовах:  $t = 0$ ;  $m = m_0$  дає наступний результат:

$$m = m_0 \cdot e^{-k \cdot t},$$

тоді сепараційна характеристика процесу відсадження, як залежність вилучення частинок, наприклад, в легкий продукт, від їх щільності і крупності при заданій тривалості процесу  $t_n$ , може бути представлена рівнянням:

$$E = \exp[-k(\delta, d) \cdot t_n].$$

### 6.6.2. Відсаджувальні машини

Процес відсадження реалізується у відсаджувальних машинах. Відсаджувальна машина складається з одного або декількох послідовно з'єднаних відсіків (рис. 6.17). Кожен з них включає горизонтально або слабо нахилене вперед відсаджувальне решето, пристрої для підведення початкового продукту, розвантаження легкого продукту (регульований зливний поріг), розвантаження важкого продукту. Машини з природною постіллю мають пристрій для регульованого випуску надлишку та для підтримки її певного рівня.

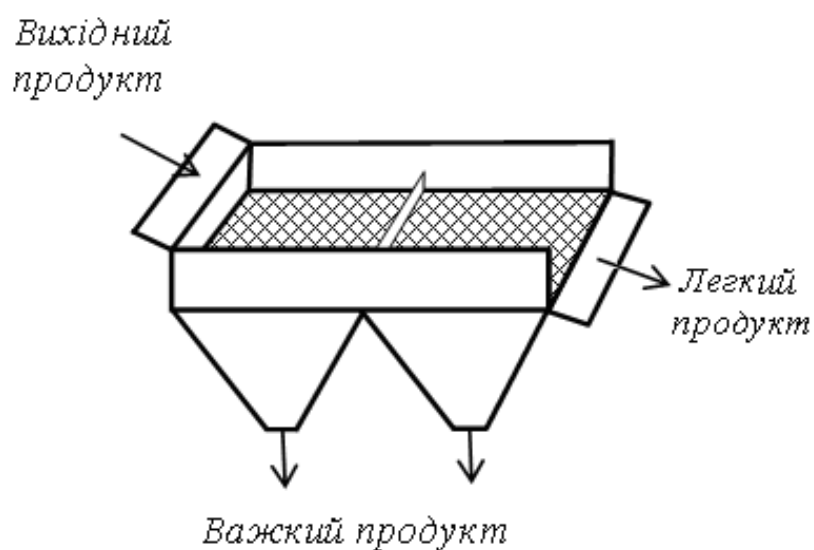


Рисунок 6.17. – Схема двокамерної відсаджувальної машини

Для створення циклу відсадки машини мають привід для коливальних рухів рідкого середовища або відсадкові решета, а також пристрої для підведення води для постійного висхідного потоку, який в практиці називають підрешітним (підапаратним), і для постійного горизонтального потоку, що регулює швидкість переміщення матеріалу, що підлягає сепарації уздовж машини (транспортна вода).

На рис. 6.18 схематично представлені поперечні розрізи відсіків відсаджувальних машин з різними типами приводів.

Механічні приводи є більш складними, але дозволяють створити достатні для сепарації більш важких продуктів (наприклад, руд) частоти коливання рідкого середовища з гармонійним циклом. Пневматичний привід дозволяє формувати цикли відсадки досить складної конфігурації, але при невисокій частоті коливань середовища. Тому вони набули поширення для корисних копалин з відносно невисокою щільністю, наприклад, для кам'яного вугілля, антрацитів, марганцевих руд.

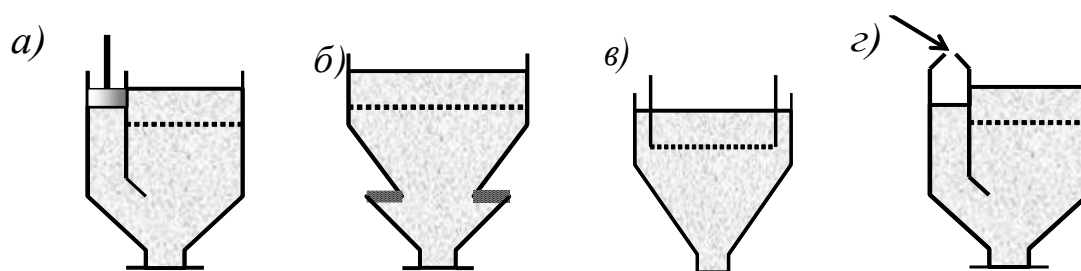


Рисунок 6.18. – Схеми приводів відсаджувальних машин:

- a, б, в* – з механічним приводом (*a* – поршневий;  
*б* – діафрагмовий; *в* – машина з рухомим решетом);
- г* – з пневматичним приводом

У практиці збагачення руд застосовують відсаджувальні машини, в яких коливання водного середовища створюються рухами поршня, решета, діафрагми або пульсуючою подачею стисненого повітря.

Класифікація відсаджувальних машин за способом коливання середовища в них приведена в табл. 6.4. При збагаченні в повітряному середовищі застосовують пневматичні відсаджувальні машини.

Відсаджувальні машини з рухомим решетом застосовують для відсадження матеріалу крупністю від 3 до 40 мм .

Для збагачення марганцевих руд застосовують машини з верхнім при водним механізмом решета. Для залізних руд – з нижнім, що розрізняються конструкцією привідних механізмів, розмірами решета і способом його врівноваження, а також способом розвантаження важких продуктів.

Таблиця 6.4. – Класифікація відсаджувальних машин

Тип машини	Спосіб створення коливань середовища	Крупність матеріалу, що збагачується, мм		Область застосування
		max	min	
З рухомим решетом	рух решета	40	3 (2)	Марганцева руда, рідше залізна, вольфрамова і ін.
Поршнева	рухом поршня	40	2 (3)	Марганцева, олов'яна і вольфрамова руда
Діафрагмова	рух конічних днищ або діафрагми	15 (30)	0,5	Руди, в тому числі і розсипних родовищ
Повітряно-пульсаційна	Пульсуюча подача повітря	4 (60)	0,5	Вугілля, рідше руда
Пневматична	те ж	13 (25)	0,5 (0,3)	Вугілля, рідше руда

Машини зазвичай мають двох-, трьох- і чотирьох секційні решета з робочою площею 2,9...4,0 м<sup>2</sup> і більше та видають відповідно три, чотири і п'ять продуктів збагачення.

Важкі продукти розвантажуються через регульовані бічні або центральні щілини відсіків решета або через щілину, що проходить по всій ширині решета, легкі – в кінці машини через поріг. Розвантаження важких продуктів з машини проводиться зневоднюючими елеваторами, або скребковими конвеєрами.

Машини, як правило, працюють при частоті коливань решета в межах 90...190 хв<sup>-1</sup>.

Серед відсаджувальних машин з пневматичним приводом рідкого середовища, що використовуються в промисловості, найбільш вдалою, з точки зору технологічної ефективності та експлуатаційної надійності, виявилася машина з підрешітним розташуванням повітряних камер.

Вона забезпечена клапанними пульсаторами, керованими мікропроцесорами, і має регульоване автоматичне розвантаження надлишків постілі (рис. 6.19).

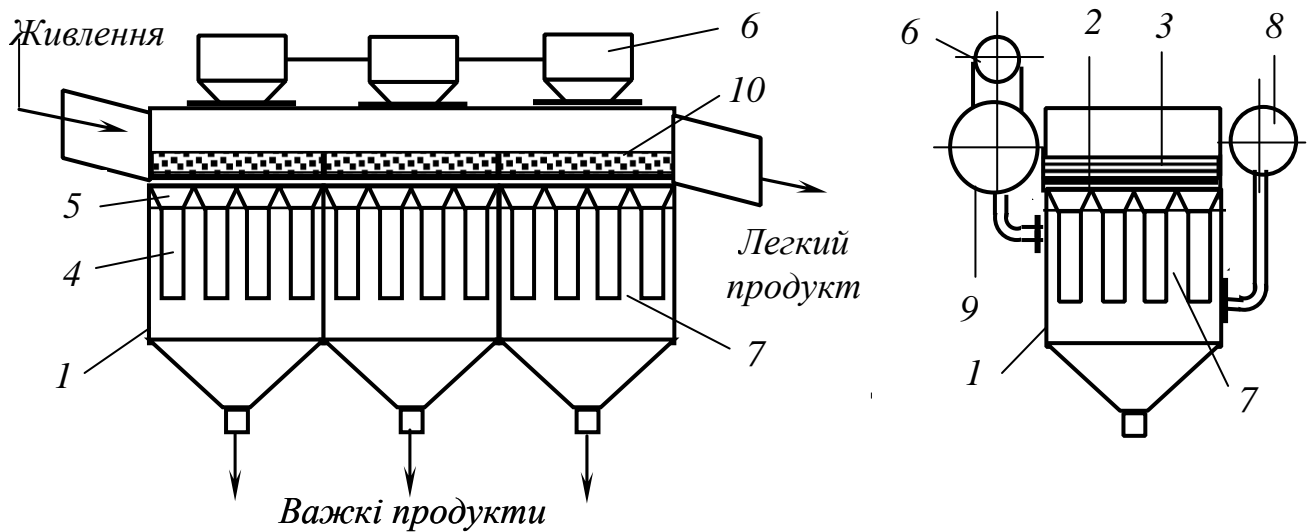


Рисунок 6.19. – Схема відсаджувальної машини ОПМ-13:  
 1 – камера; 2 – решето; 3 – трафарет; 4 – вертикальні труби;  
 5 – дифузор; 6 – пульсатор; 7 – повітряна камера; 8 – водяний колектор; 9 – повітряний колектор; 10 – штучна постіль

### 6.6.3. Повітряно-пульсаційні відсаджувальні машини

На фабриках високої і середньої виробничої потужності рекомендується установка повітряно-пульсаційних (безпоршневих) відсаджувальних машин, що мають велику площу решіт і відповідно високу одиничну продуктивність. Ці машини застосовують для відсадження кам'яного вугілля, крупно- і середньо вкраплених олов'яних, вольфрамових руд і руд рідкісних металів.

Існує багато типів повітряно-пульсаційних відсаджувальних машин, що відрізняються, в основному, конструктивним рішенням повітряних камер: бічним або підрешітним. Підрешітне розташування повітряних камер є найбільш прогресивним рішенням. При цьому розташуванні значно збільшується площа відсадження, що дозволяє підвищити продуктивність відсаджувальної машини без істотної зміни її розмірів.

Початковий матеріал через завантажувальний отвір під тиском до 0,25 МПа подається на шпальтове сито 3 і рухається по його поверхні. Під дією відцентрової сили пульпа розшаровується, шлам і вода (підрешітний продукт) зрізуються крайками колосників і

видаляються у розвантажувальну коробку 6, а знешламлений матеріал (надрешітний продукт) надходить по жолобу 7 у відсаджувальну машину.

Для збагачення руд серійно випускаються безпоршневі відсаджувальні машини двох типів – ОПМ для відсадки дрібного матеріалу (до 4 мм) і ОПС – для відсадки матеріалу середньої крупності (до 30 мм). Крім того, виготовляється також машина МОБК-8С для збагачення матеріалу крупністю понад 30 мм. Відсаджувальні машини складаються з двох – п'яти камер (секцій) з площею кожної камери 1,25 або 2,0 м<sup>2</sup>.

В машинах ОПМ-12...ОПМ-15 і ОПС-12...ОПС-24 повітряне відділення розташоване під решетом, в машинах ОПМ-22...ОПМ-25 – збоку від відсаджувального решета. При бічному розташуванні повітряних камер рівномірність пульсацій в відсаджувальному відділенні зберігається при його ширині не більше 2 м.

*Відсаджувальна машина ОПМ-13* (рис. 6.19) складається з трьох окремих камер 1. Решета 2 в камерах установлені на дерев'яних брусах і мають трафарети 3 для укладки штучної постелі.

Під решетами розташовані вертикальні труби 4 з дифузорами 5, що примикають до них. Повітря під тиском через пульсатори 6 роторного типу надходить в повітряні камери 7 (простір між трубами) і приводить воду в коливальний рух. При подачі стисненого повітря вода в міжтрубному просторі опускається і піднімається вгору по трубах, при цьому у відсаджувальній машині створюється висхідний потік. Зворотній хід води при випуску повітря з міжтрубного простору створює низхідний (спадний) потік. Рівномірність розташування труб з дифузорами забезпечує рівномірність пульсуючого потоку води в машині. Розвантаження дрібних фракцій важких продуктів здійснюється крізь штучну постіль і потім через насадки в пірамідальних відсіках під трубами. Легкий продукт видаляється через зливний поріг у кінці машини.

Машини ОПМ-12, ОПМ-14 і ОПМ-15 мають аналогічну конструкцію і відрізняються від ОПМ-13 тільки числом камер.

*Відсаджувальна машина МОБК-8С* (рис. 6.20) має аналогічну конструкцію. Відсаджувальне відділення цієї машини складається з двох секцій: площа першої – 3 м<sup>2</sup>, а другої – 5 м<sup>2</sup>. Решета встановлені під кутом 1...2°. Розмах коливань води регулюється кількістю повітря, що подається.



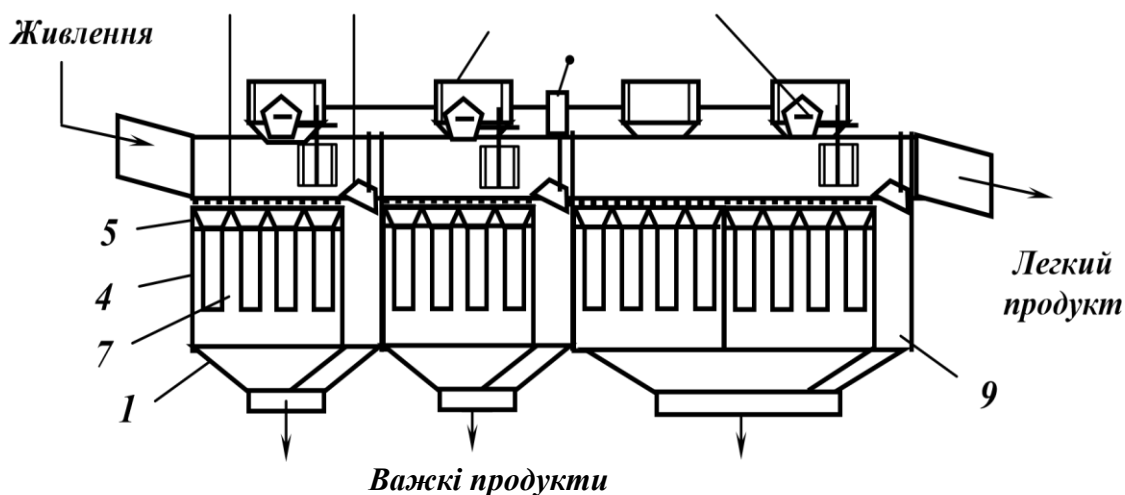


Рисунок 6.20. – Схема відсаджувальної машини МОБК-8С  
 1 – камера; 2 – решето; 3 – шиберний пристрій; 4 – вертикальні труби;  
 5 – дифузор; 6 – пульсатор; 7 – повітряна камера; 8 – автоматичний  
 регулятор розвантаження важких фракцій; 9 – розвантажувальна  
 камера

Відсадження руди в машині МОБК-8С здійснюється з природною постіллю. Крупні важкі частинки розвантажуються через шиберний пристрій 3, а дрібні крізь решето 2. Важкі продукти розвантажуються з машини зневоднюючими елеваторами, а легкий – через зливний поріг в кінці машини. Машина обладнана автоматичним пристроєм 8 для випуску важких продуктів

*Відсаджувальна машина ОПМ-22* (рис. 6.21) має бокове розташування повітряних камер, які відділені від відсаджувального відділення подовжньою перегородкою.

Корпус 1 машини складається з двох окремих уніфікованих камер, кожна з яких має знімну касету з відсаджувальним решетом 2. Касета установлюється на опорних дерев'яних брусах і закріплюється болтами. В нижній частині камери змонтовані розвантажувальні насадки 7 або гідроциклони. Пульсації води створюються роторними пульсаторами 5. Частоту пульсацій повітря регулюють змінними шківками привода 6 пульсатора, а витрати повітря – заслінками 4. Аналогічну конструкцію мають машини серії ОПМ з числом камер від 3 до 5.

*Відсаджувальна машина ОПС-13* (рис. 6.22) має підрешітне розташування повітряного відділення і три прямоточні відсаджувальні камери 1, що змонтовані по довжині машини. Повітряні камери розташовані по периметру відсаджувального

відділення. Решета 2 установлені на дерев'яних підставках, що дозволяє змінювати їх кут нахилу.

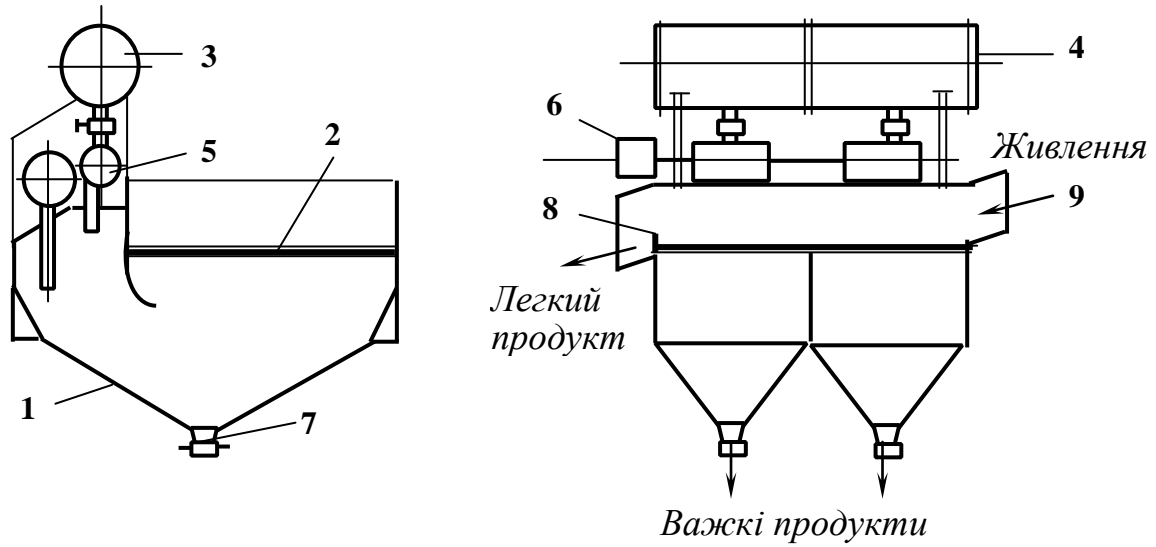


Рисунок 6.21. – Схема відсаджувальної машини ОПІМ:  
 1 – корпус; 2- решето; 3 – повітряний колектор; 4 – заслінка; 5 – роторний пульсатор; 6 – привод пульсатора; 7 – розвантажувальна насадка; 8 – поріг; 9 – водний колектор

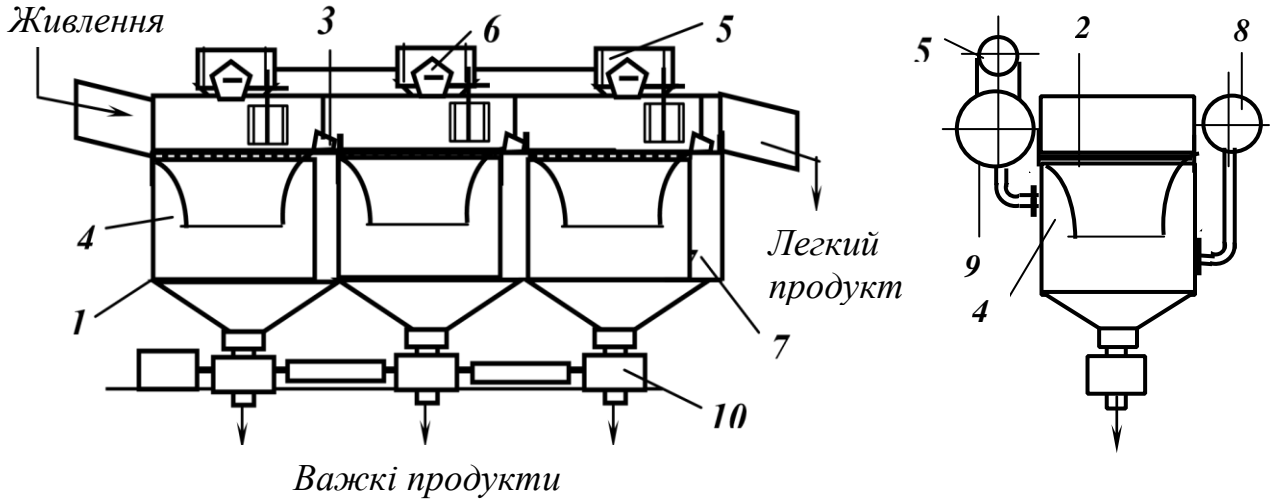


Рисунок 6.22. – Схема відсаджувальної машини ОПС-13:  
 1 – камера; 2 – решето; 3 – шибєрний пристрій; 4 – повітряна камера; 5 – пульсатор; 6 – автоматичний регулятор розвантаження важких фракцій; 7 – розвантажувальна камера; 8 – водний колектор; 9 – повітряний колектор; 10 – блок розвантажувачів

Машина обладнана автоматичним пристроєм для розвантаження важких фракцій, що включає шибєр 3, який перекриває донну

горизонтальну щілину, і авторегулятор б з поплавковим датчиком. Розвантаження важких продуктів створюється лопатевими розвантажувачами 10. Машина оснащена уніфікованими повітряними пульсаторами 5, що дозволяють змінювати частоту пульсацій і цикл відсадки.

Машини ОПС виготовлюються також з двома (ОПС-12) і чотирма (ОПС-14) камерами, а також з чотирма камерами більшої ширини (ОПС-24).

#### *6.6.4. Діафрагмові відсаджувальні машини*

Діафрагмові відсаджувальні машини відрізняються простотою конструкції, компактністю, забезпеченням жорсткого режиму пульсацій середовища при постійності амплітуди коливань діафрагми.

Недоліком діафрагмових відсаджувальних машин є їх порівняно невелика продуктивність, оскільки зі збільшенням площі відсаджувального відділення і підвищенням продуктивності порушується рівномірність пульсацій по всій площі. Крім того, збільшення площі відсаджувального відділення призводить до необхідності збільшення числа діафрагм, а отже до ускладнення конструкції машини.

Діафрагмові машини доцільно використовувати на фабриках невеликої виробничої потужності, які не мають повітряного господарства. Ці машини встановлюють у циклі подрібнення з метою вилучення мінералів з високою густиною із продукту розвантаження млинів, що працюють у замкненому циклі з класифікаторами. При збагаченні розсипів на драгах і при відсаженні подрібнених руд рідкісних і кольорових металів, коли необхідні режими з порівняно малими амплітудами і підвищеним числом пульсацій (від 250 до 800 хв<sup>1</sup>), також доцільне застосування діафрагмових машин.

Розрізняють такі різновиди діафрагмових машин (рис. 6.23): з вертикальною діафрагмою в перегородці (ОВМ-1) і в зовнішній стінці (МОД-4), з рухомими конічними днищами (МОД-1, МОД-2, МОД-3, МОД-6).

*Відсаджувальна машина ОВМ-1* (рис. 6.23 а) з вертикальною діафрагмою між камерами застосовується для збагачення дрібнозернистих руд рідкісних металів крупністю 0,1 – 8 мм в режимах високих частот коливань середовища (до 850 хв<sup>-1</sup>). Машини

ОВМ-1 застосовуються, головним чином, на драгах для збагачення розсипів.

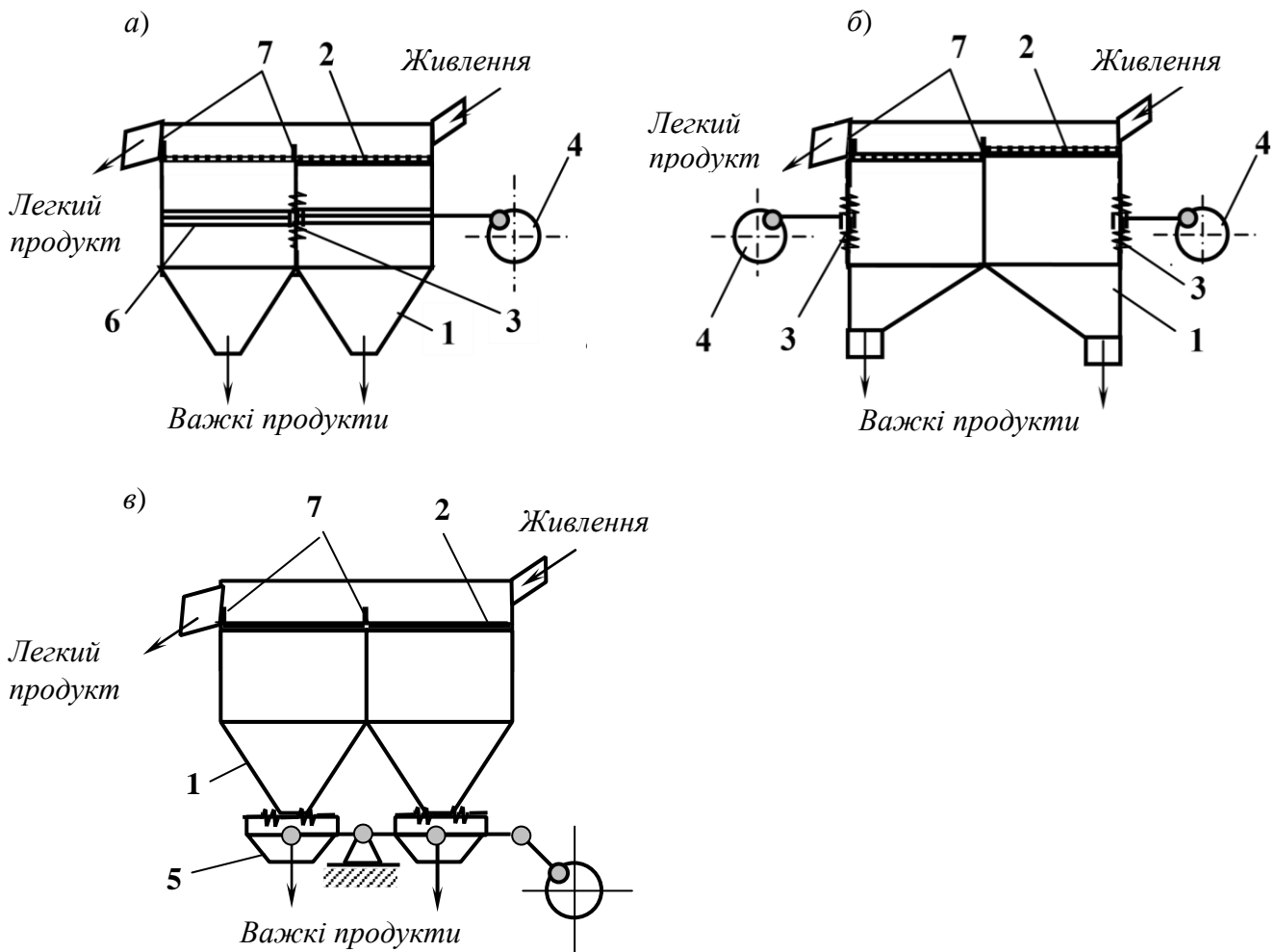


Рисунок 6.23. – Схеми діафрагмових відсаджувальних машин:  
*а* – з діафрагмою в перегородці; *б* – з діафрагмою в зовнішній стінці;  
*в* – з рухомими конусами;  
 1 – корпус; 2 – решета; 3 – діафрагма; 4 – ексцентриковий привод; 5 – рухомі конуси; 6 – порожній шток; 7 – поріг

Машина складається з двох камер, що розділені вертикальною перегородкою. В стінку перегородки вмонтована металева діафрагма 3, що створює зворотно-поступальний рух. Коливання надають діафрагмі від ексцентрикового приводу 4 через порожній шток 6, що використовується одночасно як трубопровід для подачі підрешітної води. Для цього по всій довжині штока просвердлені отвори діаметром 1,5 мм. Решета 2 в машині закріплюються дерев'яними брусами за допомогою клинів. Наприкінці кожної камери

встановлений вертикальний регульований по висоті поріг 7. Важкі продукти розвантажують крізь штучну постіль і випускають з машини через крани або гідроелеватори. Легкий продукт видаляють через зливний поріг останньої камери. *Відсаджувальна машина МОД-4* (рис. 6.23 б) застосовується головним чином для збагачення залізних, марганцевих руд і руд рідкісних металів крупністю до 30 мм.

Машина складається з чотирьох камер з пірамідальними днищами, які розділені вертикальними перегородками. Діафрагми 3 розташовані в торцевих стінках камер. Один привід 4 обслуговує дві діафрагми. Відсаджувальні решета 2 встановлені під невеликим кутом нахилу в бік розвантаження, крім того, в завантажувальних камерах решета розташовані вище, ніж в розвантажувальних. Таким чином, забезпечується рух матеріалу вздовж машини. Важкі продукти проходять крізь штучну постіль, потрапляють в пірамідальні камери, звідки періодично або безперервно випускаються з машини за допомогою спеціальних розвантажувальних пристроїв. Легкий продукт видаляється через зливний поріг 7 останніх камер.

*Відсаджувальна машина МОД-2* (рис. 6.23 в) застосовується також для збагачення залізних, марганцевих руд і руд рідкісних металів, але меншої крупності (до 15 мм). Відсаджувальна машина МОД-2 має дві камери, а машини МОД-1, МОД-3 і МОД-6 – відповідно одну, три і шість камер. Коливання водного середовища створюються рухом (вгору-вниз) конусів 5 від ексцентрикового привода 4. Один привод обслуговує два конуси. В нижній частині кожний конус має пристрій для періодичного або безперервного розвантаження важких продуктів, а в верхній – гумову кільцеву діафрагму 3, яка герметично з'єднує його з основою конічної камери. Важкі продукти проходять крізь штучну постіль під решето 2, потрапляють в пірамідальні камери, звідки випускаються з машини через конусні крани або насадки. Легкий продукт видаляється самопливом через зливний поріг 7.

#### *6.6.5. Поршневі відсаджувальні машини*

*Поршневі відсаджувальні машини* (рис. 6.24) застосовують на деяких збагачувальних фабриках для відсадки крупних і середніх класів руди.

Вони звичайно мають дві – чотири камери. Коливання води створюються рухом поршня, хід якого регулюється ексцентриковим

механізмом. Поршнева відсаджувальна машина складається з корпусу 1, що має робоче 2 і поршневе 3 відділення. Решето 4 в машині – нерухоме. Коливання води і збагачуваного матеріалу відбуваються при переміщенні поршня 5, що зв'язаний штоком 6 з ексцентриковим приводом 7. Підрешітна вода подається з колектора 9, її витрати регулюються кранами 10.

Легкий продукт виноситься потоком води через зливний поріг 8 в кінці машини, а важкі продукти направляються в розвантажувальні пірамідальні камери через отвори решета (при штучній постелі) або через щілину в кінці секції і потім видаються з машини елеватором або іншим пристроєм.

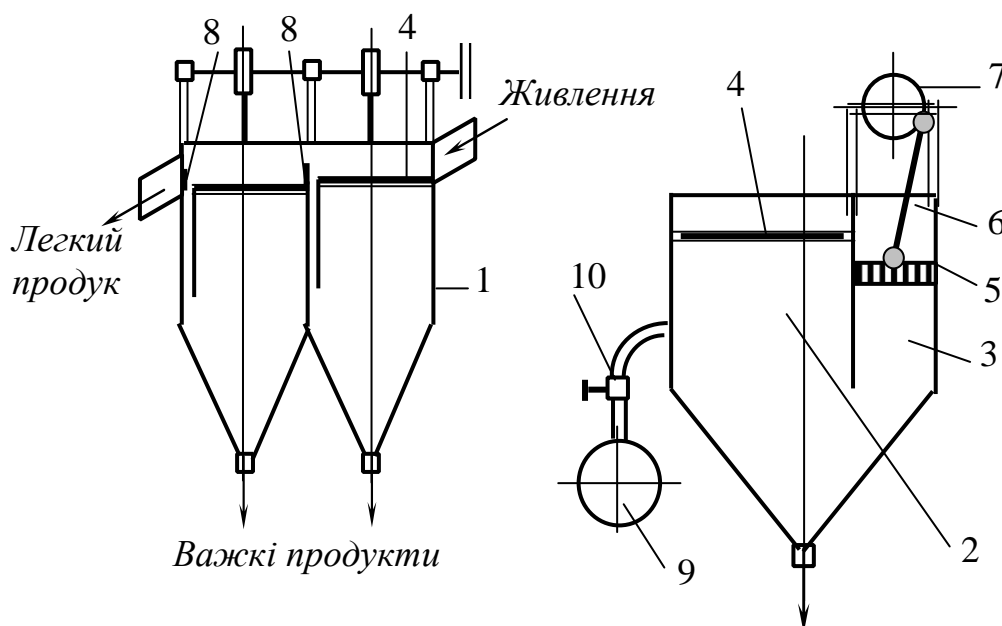


Рисунок 6.24. – Схема поршневої відсаджувальної машини: 1 – корпус; 2 – робоче відділення; 3 – поршневе відділення; 4 – решето; 5 – поршень; 6 – шток; 7 – ексцентриковий привод; 8 – поріг; 9 – водяний колектор; 10 – водяний кран

Поршневі відсаджувальні машини не мають широкого розповсюдження внаслідок низької питомої продуктивності, а також великих витрат води і електроенергії. Вони практично повністю витиснуті повітряно-пульсаційними відсаджувальними машинами.

#### 6.6.6. Відсаджувальні машини з рухомим решетом

Відсаджувальні машини з рухомим решетом (рис. 6.25) обмежено застосовують для збагачення марганцевих і залізних руд крупністю 3...40 мм.

Машини зазвичай складаються з двох- чотирьох секцій *1* з площею решіт  $2,9...4,0 \text{ м}^2$  і більше. Трисекційна відсаджувальна машина з рухомим решетом складається з корпусу *1* з чотирма пірамідальними камерами, рухомого короба *2* з решетом, що підвішений на пружинах-амортизаторах *3* і привода *4*. Розмір отворів решета повинен бути менше мінімального розміру грудки збагачуваного матеріалу.

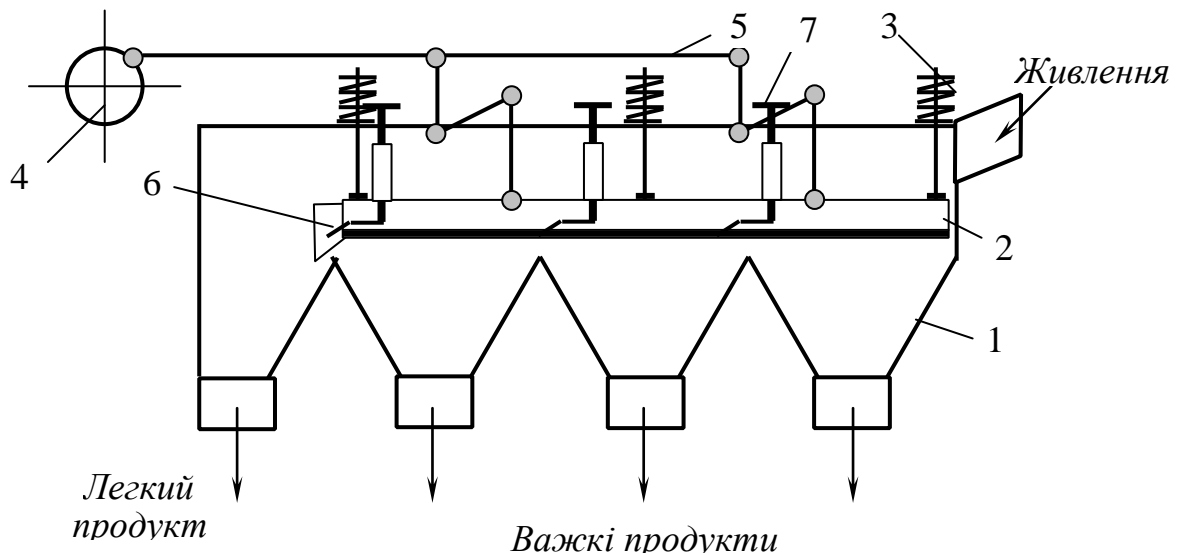


Рисунок 6.25. – Схема трьох секційної відсаджувальної машини з рухомим решетом: 1 – корпус; 2 – короб з решетом; 3 – пружина-амортизатор;

4 – ексцентриковий привод; 5 – система важелів; 6 – козирок; 7 – маховик.

Коливання решета в вертикальному і горизонтальному напрямі передаються від ексцентрикового механізму *4* через систему важелів *5*. Частота коливань становить  $90...190 \text{ хв}^{-1}$ . Водне середовище в машині при цьому залишається відносно нерухомим. При русі матеріалу вздовж машини здійснюється його розшарування за густиною. Руху матеріалу сприяють коливання решета і його нахил (близько  $5^\circ$ ) в бік розвантаження. Важкі продукти розвантажуються через щілини решета, ширина яких регулюється козирками *6* за допомогою маховиків *7*. Із машини важкі продукти транспортуються зневоднюючими елеваторами або скребковими конвеєрами.

Легкий продукт видаляється через зливний поріг на вихіді з машини.

### 6.6.7. Режимні параметри відсадки

Товщина постелі на решеті відсаджувальної машини залежить від крупності збагачуваного матеріалу. При збагаченні крупних класів руд вона дорівнює 5...10 діаметрам найбільших частинок у живленні, при збагаченні дрібних класів вона становить 80...90 мм. При збагаченні крупних класів вугілля товщина постелі дорівнює 350...400 мм, при збагаченні дрібних класів – 250...350 мм.

При відсаженні зі штучною постіллю її товщину приймають з урахуванням виходу підрешітних (важких) продуктів – чим більше її товщина, тим нижча пропускна здатність, і навпаки. Тому при відсадці багатих руд товщина постелі повинна бути менше, ніж при відсадці бідних.

Крупність частинок штучної постелі приймається в 2,5...6 разів більше максимальної крупності частинок збагачуваного матеріалу. Для приготування штучної постелі використовують рудні концентрати (гематитовий, магнетитовий, піролюзитовий та ін.), сталений дріб, скрап, відпрацьовані кулі млинів і т.п.

Регулювання товщини постелі здійснюється автоматичними регуляторами.

*Фракційний склад вихідного матеріалу* характеризує його збагачуваність. Чим вище вміст в збагачуваному матеріалі проміжних фракцій (зростків), тим нижча ефективність процесу відсадки. Підвищення вмісту важких фракцій у вихідному матеріалі сприяє підвищенню якості важкого продукту і погіршенню якості легкого продукту, і навпаки.

Характер розподілення фракцій різної густини в зоні розділення також суттєво впливає на ефективність процесу. Якщо сусідні фракції будуть представлені великими виходами і межа розділення не буде явно виражена, то розділення такого матеріалу відбудеться з меншою точністю. Зниження ефективності розділення пов'язано з тим, що зі зменшенням контрастності в зоні розділення збільшується вміст частинок, густина яких несуттєво відрізняється від густини розділення. В цьому випадку навіть невеликі випадкові впливи можуть завадити таким частинкам досягнути свого шару рівноваги. Тому при виборі режиму відсаження необхідно враховувати не тільки фракційний склад збагачуваного матеріалу, але й діапазон густин, за якими здійснюється розділення суміші мінералів.

Для одержання продуктів необхідної якості у відсаджувальну машину повинно подаватись живлення постійного фракційного



складу. Збереження якісно-кількісних показників кінцевих продуктів відсадки при погіршенні фракційного складу збагачуваного матеріалу досягається підвищенням ефективності розділення, що в більшості випадків можливе тільки за рахунок зниження питомої продуктивності.

*Питома продуктивність* відсаджувальних машин визначається за нормами навантаження на 1 м<sup>2</sup> решета. Вона обумовлена низкою факторів, зокрема, фізичними властивостями і крупністю вихідного матеріалу, вимогами до якості кінцевих продуктів, конструктивними особливостями відсаджувальних машин та ін.

Питома продуктивність відсаджувальних машин коливається в широких межах від 5 до 30 т/год·м<sup>2</sup>.

Між питомою продуктивністю, швидкістю розшарування і точністю розділення існує визначений взаємозв'язок. Чим вища швидкість формування постелі, тим вища за інших рівних умов продуктивність відсаджувальних машин. Швидкість формування постелі залежить від властивостей збагачуваного матеріалу і режиму відсадки, який в свою чергу визначається конструктивними особливостями відсаджувальних машин. Значення цього параметра для кожного типу машин і конкретних умов експлуатації може бути знайдено тільки експериментально.

Зі збільшенням питомої продуктивності знижується ефективність збагачення, що пов'язано зі збільшенням швидкості руху матеріалу вздовж машини і, отже, зі зменшенням часу перебування матеріалу в робочій камері відсаджувальної машини.

При низькій питомій продуктивності технологічні показники теж погіршуються внаслідок значного збільшення вмісту легких фракцій у важких продуктах відсадки, тому що неможливо постійно підтримувати необхідну товщину постелі.

*Частота і амплітуда пульсацій води* визначають швидкісний режим висхідних і низхідних потоків у відсаджувальній машині, який обумовлює розпушення і висоту підйому мінеральних зерен над решетом.

Зі збільшенням *частоти пульсацій* абсолютні значення вихідних гідродинамічних параметрів зменшуються, особливо різко зменшуються підйом і розпушеність постелі. З технологічної точки зору доцільно вести процес відсадження при низькій частоті пульсацій. В цьому випадку збільшується швидкість висхідного потоку і амплітуда пульсацій, досягається максимальний підйом

постелі і підвищується її розпушеність. Однак, при низькій частоті пульсацій режим відсадження стає менш стійким і більш чутливим до змін навантаження, гранулометричного і фракційного складу вихідного матеріалу. Підтримка оптимального режиму розшарування в цьому випадку ускладнена і вимагає більш досконалих систем автоматичного регулювання процесу.

*Амплітуда пульсацій* води залежить від частоти пульсацій, крупності і коефіцієнта пористості важкого шару постелі.

При виборі частоти і амплітуди пульсацій води повинні бути враховані максимальний розмір, густина і гранулометричний склад зерен збагачуваного матеріалу, вміст легких і важких фракцій, товщина постелі, а також вимоги до якості продуктів відсадки.

Зі збільшенням крупності зерен збагачуваного матеріалу швидкість руху пульсуючої води повинна збільшуватись, що досягається збільшенням амплітуди пульсацій. Амплітуду пульсацій також збільшують при збільшенні товщини постелі і при великому вмісті важкого продукту в збагачуваному матеріалі. Частоту пульсацій зі збільшенням крупності зерен знижують.

Орієнтовні значення амплітуди і частоти уточнюють в процесі наладки і регулювання відсаджувальної машини.

*Витрата і тиск повітря* – фактори грубого регулювання процесу відсадки.

*Витрата повітря*, що подається в машину, впливає на амплітуду пульсацій води. При збільшенні гідравлічного опору постелі витрата повітря повинна бути збільшена.

Зі збільшенням *тиску повітря* майже пропорційно збільшуються швидкість висхідного потоку і амплітуда пульсацій, в більшій мірі – швидкість низхідного, висота підйому і розпушеність постелі. Змінюючи тиск у повітряних камерах відсаджувальних машин в різні періоди циклу можна впливати на динаміку розпушення постелі.

Регулювання процесу відсадки з використанням параметрів повітря організовують, як правило, при значних коливаннях гранулометричного чи фракційного складу збагачуваного матеріалу або питомої продуктивності.

*Підрешетна вода* служить фактором оперативного регулювання відсадки шляхом підтримки раціонального розпушення відсаджувальної постелі. При цьому розпушеність постелі залежить від змін тиску більшою мірою, ніж від витрати підрешетної води.

Підрешетна вода служить для покриття дисбалансу витрат води у висхідному і низхідному потоках. Динамічна дія підрешітної води полягає в зменшенні перепаду тиску між робочим і повітряним відділеннями, збільшенні швидкості висхідного потоку і зменшенні низхідного. Крім того, підрешітна вода разом з транспортною бере участь у переміщенні легкого продукту до зливного порогу. Під час висхідного потоку надлишок води разом з легким продуктом іде через зливний поріг. Під час низхідного потоку води гідравлічній опір відсаджувальної постелі внаслідок її згрупування вище, ніж при висхідному, тому вода під решето повертається в меншій кількості, ніж надходить в надрешетну частину при висхідному потоці. Якщо не заповнювати підрешетною водою дисбаланс, що при цьому виникає, то з кожною пульсацією між робочим і повітряним відділеннями буде зростати перепад рівнів до тих пір, поки повітря не почне прориватися в робоче відділення машини.

Зниження витрати підрешетної води призводить до зменшення амплітуди пульсацій, підйому постелі, її розпушення і зміни швидкостей висхідного і низхідного потоків. Зменшення вихідних гідродинамічних параметрів відсадки, зокрема амплітуди пульсацій, приводить до зниження рівня зливу води через зливний поріг відсаджувальної машини.

*Витрата транспортної води* впливає і на тривалість перебування збагачуваного матеріалу у відсаджувальній машині. При великій витраті транспортної води зменшується ефективність процесу, але збільшується продуктивність.

Залежно від конкретних умов сумарні витрати підрешетної і транспортної води складають від 2 до 6 м<sup>3</sup>/т збагачуваного матеріалу.

*Розрідженість живлення* не повинна перевищувати 1...2 м<sup>3</sup>/т. У протилежному випадку у відсаджувальній машині створюється горизонтальний потік, що збурює шар матеріалу, який знаходиться над постелю, і порушує в ньому розшарування частинок.

#### *6.6.8. Конструктивні параметри відсадки*

Конструктивні параметри відсадки визначаються головним чином крупністю збагачуваного матеріалу і необхідною продуктивністю процесу, що враховується вибором типу і типорозміру відсаджувальної машини.

*Тип відсаджувальної машини* визначається типом збагачуваної сировини, крупністю живлення і вимогами до продуктів збагачення.

В свою чергу тип відсаджувальної машини визначає *спосіб створення пульсацій у відсаджувальній камері*.

Для відсадки подрібнених руд рідкісних і кольорових металів необхідно збільшене число пульсацій у відсаджувальній машині з відносно малою амплітудою. Крім того, бажано забезпечити рівномірність пульсацій по всій площі відсаджувального решета. Такий режим відсадження створюється діафрагмовими відсаджувальними машинами. Діафрагмові машини мають невелику *площу відсаджувальних решіт* і відповідно невисоку одиничну продуктивність, тому їх доцільно використовувати на фабриках невеликої виробничої потужності, які не мають повітряного господарства.

Для відсадки крупно- і середньовкраплених руд і кам'яного вугілля застосовують повітряно-пульсаційні (безпоршневі) відсаджувальні машини. Ці машини мають велику *площу відсаджувальних решіт* і відповідно високу одиничну продуктивність, тому їх доцільно використовувати на фабриках високої і середньої виробничої потужності.

*Число камер* відсаджувальної машині залежить від необхідного числа продуктів розділення і їх якості.

*Спосіб розвантаження важких продуктів* теж впливає на кінцеву ефективність розділення у збагачувальному апараті. Розвантажувальні пристрої повинні забезпечити видалення з машини такої кількості важких продуктів, яка надходить з вихідним матеріалом, і при цьому не порушувати досягнутого розшарування постелі. Найчастіше застосовуються такі способи розвантаження важких продуктів: дрібної фракції (крупністю менше 4 мм) – крізь штучну постіль, крупної фракції – через горизонтальні або вертикальні щілини з затворами різних конструкцій (рис. 6.26). Крім того, відомі ерліфтні розвантажувальні пристрої важких та інших фракцій безпосередньо з шару матеріалу відсаджувальної постелі певної густини.

Режим відсадки визначається сукупним впливом різних гідродинамічних параметрів і умов розвантаження важких продуктів. Оптимальним вважають режим відсадки, при якому якість концентрату, величина втрат цінних компонентів і питома продуктивність відповідають реально можливим при максимальній техніко-економічній ефективності збагачення.

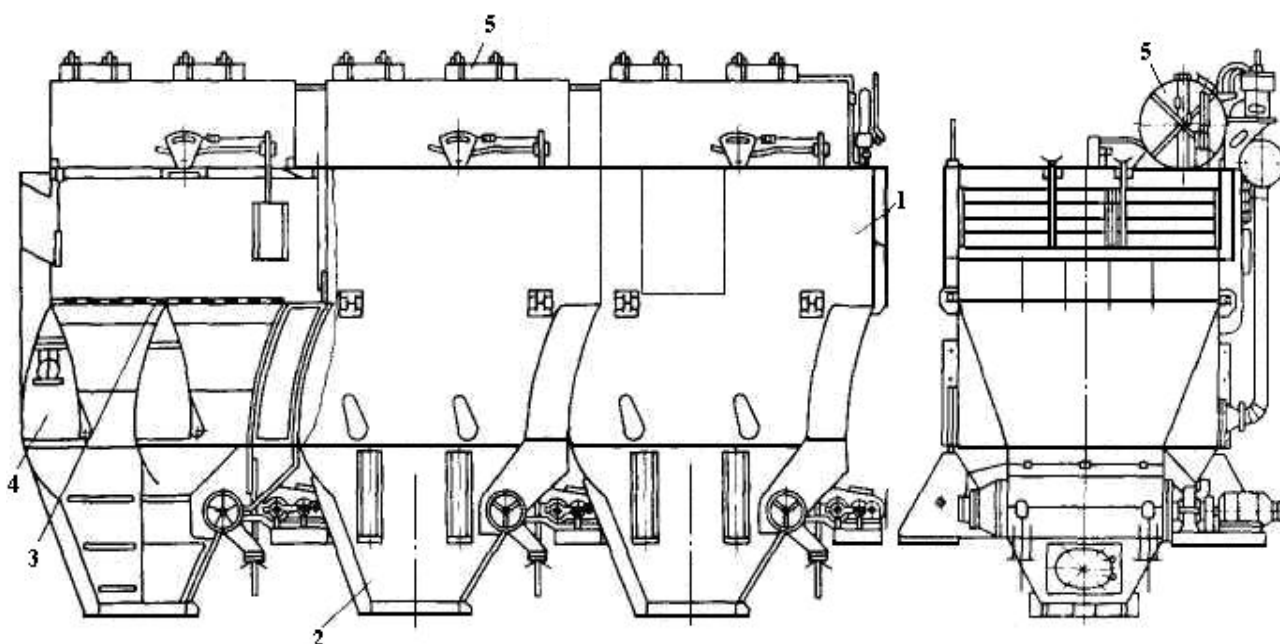


Рисунок 6.26. – Схема відсаджувальної машини з пневматичним приводом і розташуванням повітряних камер під відсадковим решетом: 1 – корпус; 2 – розвантажувальна воронка; 3 – решето; 4 – повітряна камера; 5 – пульсатор

Оптимальний режим забезпечує дотримання заданої щільності розділення і технологічно обґрунтованих допустимих норм взаємного засмічення кінцевих продуктів сторонніми фракціями при заданій продуктивності машини.

#### 6.6.9. Застосування відсаджувальних машин

Відсадка застосовується для збагачення вугілля, залізних, марганцевих, олов'яних і золотовмісних руд, при переробці розсипів, для вилучення вільних металічних включень з корінних і розсипних руд. Найбільшого поширення у вуглезбагаченні набули машини серії МО (раніше ОМ). У маркуванні цієї машини далі розташовані цифри, перша з яких показує число відсіків, дві наступні – площу відсаджувального решета в  $\text{м}^2$ , наприклад, МО-324 це відсаджувальна машина зазначеного вище типу, що складається з трьох відсіків і має загальну площу відсаджувального решета  $24 \text{ м}^2$ . Вони забезпечені клапанними пульсаторами, керованими мікропроцесорами і мають регульоване автоматичне розвантаження надлишків постелі (рис. 6.27).

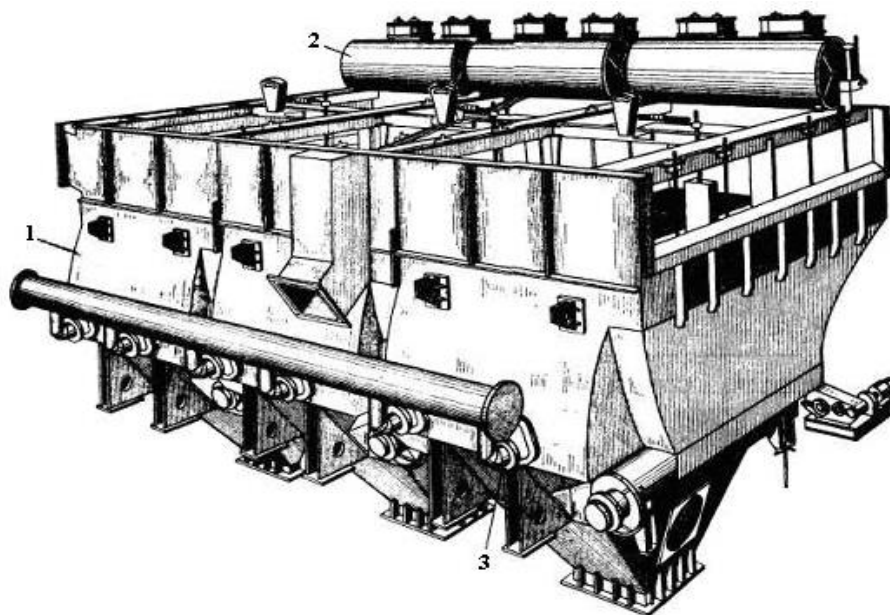


Рисунок 6.27. – Відсаджувальна машина МО-324:

1 – корпус; 2 – пульсатор; 3 – розвантажувальна воронка

Для збагачення антрацитів розроблена спеціальна конструкція відсаджувальних машин типу ОМА. У цих машинах повітряне відділення також розташовано під відсаджувальним решетом, але площа породного відділення збільшена, а розвантаження породи здійснюється не роторними, а секторними розвантажувачами.

Відсаджувальна машина ОМА 10 (рис. 6.28) складається з двох ступенів загальною довжиною 6 м та шириною робочого відділення 2 м.

Під решетом кожного ступеня розташовані повітряні камери збільшеного обсягу в порівнянні з повітряними камерами машин ОМ. Це дозволяє отримати розмах коливань в робочому відділенні машини до 200 мм .

Підрешетна вода подається в повітряні камери від загального водяного колектору через отвори в гідравлічних обтічниках повітряних камер. Витрата підрешетної води регулюється засувками. Пульсатори забезпечують асиметричний цикл пульсацій з відносною тривалістю впуску 53,5, паузи 2 і випуску 44,5%. Між першою і другою ступенями, а також на сливі машини є регульовані пороги для зміни висоти постелі.

Система автоматичного регулювання розвантаження важких продуктів складається з поплавкового датчика, золотникового пристрою з циліндром зворотного зв'язку і виконавчого механізму –

пнеumoциліндру, пов'язаного системою важелів з випускним сектором розвантажувального пристрою.

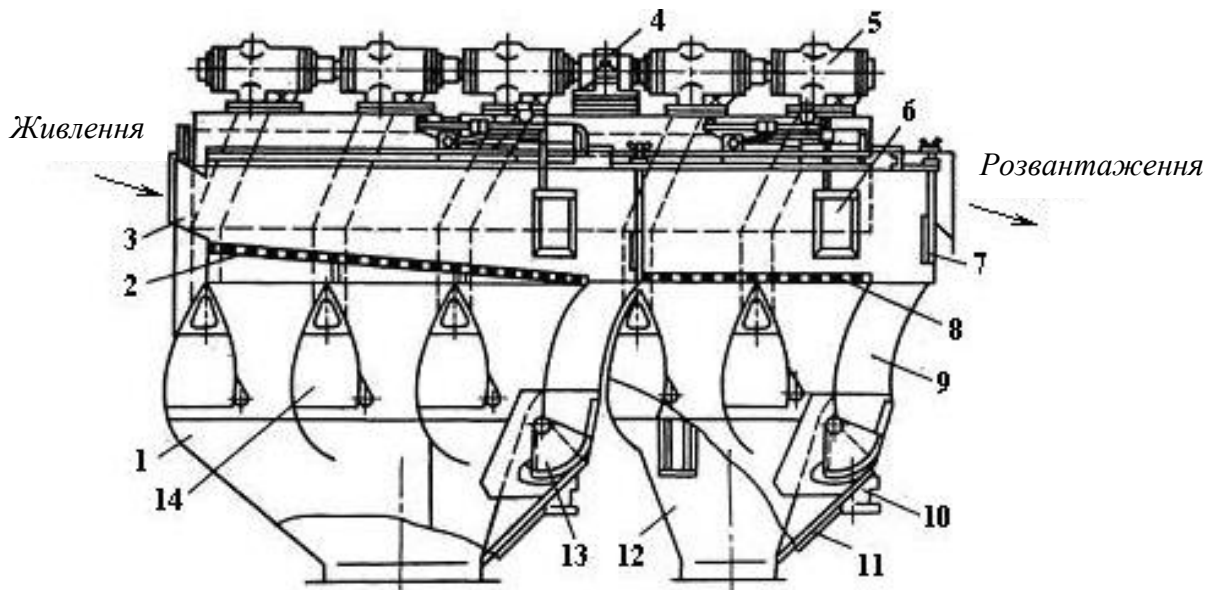


Рисунок 6.28. – Відсаджувальна машина ОМА10 для збагачення антрацитів:

1 – корпус машини; 2, 8 – відсаджувальні решета; 3 – завантажувальний жолоб; 4 – опори; 5 – пульсатор; 6 – поплавок; 7 – шибер на розвантажувальному порозі; 8 – решето; 9 – завантажувальна камера; 10 – пневмопривід; 11 – люк для огляду розвантажувального пристрою; 12 – розвантажувальна воронка; 13 – секторний розвантажувальний пристрій

Бічне розташування повітряних камер характерно для відсаджувальних машин типу ОПМ ( рис. 6.29).

Повітряні камери, відокремлені від відсаджувального відділення поздовжньою перегородкою з каплеподібним обтічником. Корпус машини складається з окремих уніфікованих секцій (камер), кожна з яких забезпечена знімною касетою з відсаджувальним решетом. У нижній частині камери змонтовані розвантажувальні насадки або гідроциклони. Частоту пульсацій повітря регулюють змінними шківками приводу пульсатора.

*Пневматичні відсаджувальні машини* призначені для збагачення вугілля в повітряному середовищі і в окремих випадках можуть застосовуватися для збагачення руд. За принципом дії вони аналогічні відсаджувальній машині для розділення у водному середовищі.

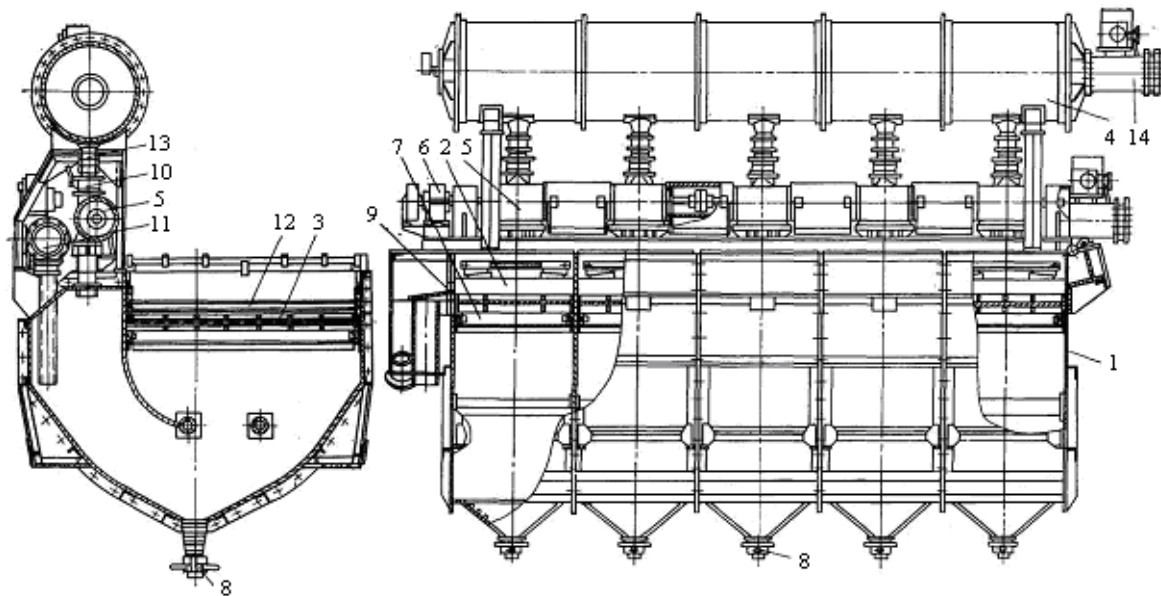


Рисунок 6.29. – Повітряно-пульсаційна машина ОПМ-25:  
 1 – корпус; 2 – брус для кріплення касети; 3 – решето; 4 – збірники повітря; 5 – роторні пульсатори; 6 – редуктор; 7 – опорний брус; 8 – знімні насадки; 9 – регульований поріг; 10 – заслінка; 11 – колектор для води; 12 – касета; 13 – з'єднувальний рукав; 14 – механізм регулювання подачі повітря

У цих машинах (рис. 6.30) на нерухомому решеті матеріал розшаровується в пульсуючому повітряному потоці. Пульсація створюється вентилятором з періодичним перекиданням повітря клапанами (пульсаторами), загальними для всієї машини, або індивідуальними для кожної камери. Дека розділена по довжині на поля: два з них однакової довжини, одне - дещо коротший.

На деку укладені решета – верхнє з отворами розміром 1,2 мм і нижнє з овальними отворами розміром 6x12 мм. Проміжок між решетами заповнений фарфоровими кулями діаметром 14 мм і розділений перегородками. Під решетом встановлені металеві перфоровані перегородки, що розділяють деку на відсіки. Кожен з цих відсіків перекритий знизу двома перфорованими пластинами (шторними заслінками) з отворами, за допомогою яких регулюється подача повітря у відсіки.

Вихідний матеріал подається живильником на деку машини, де він під дією пульсацій повітря розшаровується за щільністю. Розділені продукти розвантажуються через спеціальні пристрої.



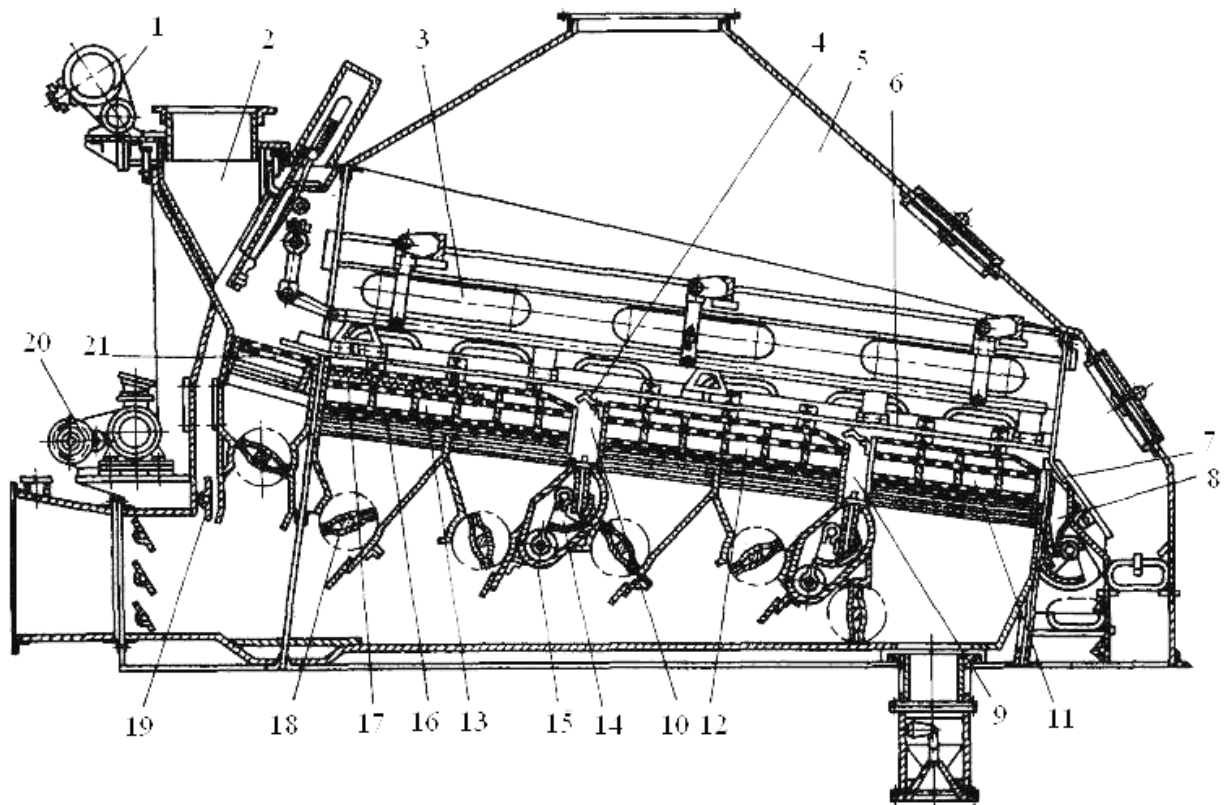


Рисунок 6.30. – Пневматична відсаджувальна машина ПОМ-2А:

1 – віброзбудник; 2 – бункер; 3 – герметичні люки для спостережень; 4 – поріг; 5 – збірник повітря; 6 – коливальні зональні плити; 7 – шибер для пошарового розподілу легкого продукту; 8-10 – кишені для прийому продуктів; 11 – секція виділення легкого продукту; 12 – секція проміжного продукту; 13 – секція виділення важкого продукту; 14 – розвантажувальний хитний клапан; 15 – шнек для видалення продукту; 16 – заслінки для штор; 17 – відсіки для розміщення куль; 18 – пульсатор; 19 – дросель для регулювання подачі повітря; 20 – привід; 21 – секція попередньої концентрації

#### 6.6.10. Сепараційна характеристика відсадки

Для опису сепараційної характеристики відсадки використовується інтеграл ймовірності Гауса, тобто  $E = F(x)$ .

При відсаженні значення параметра  $x$  визначається наступною формулою:

$$x = \ln \frac{\delta_p - \Delta}{\delta_i - \Delta} \cdot \frac{0,675}{\ln \left( I + \sqrt{I^2 + 1} \right)},$$

де  $\delta_p$  – щільність розподілу;  $\Delta$  – щільність рідкого середовища розділення (щільність води –  $1000 \text{ кг/м}^3$ );  $\bar{\delta}_i$  середня щільність фракції вихідного продукту, вилучення якої визначається;  $I$  – похибка розділення.

*Похибка розділення визначається середнім ймовірним відхиленням, віднесеним до різниці щільності розділення і щільності середовища розділення (зазвичай вода).*

$$I = \frac{E_{pm}}{\delta_p - \Delta}.$$

Середнє ймовірне відхилення обернено пропорційної кореню квадратному з крупності матеріалу, що поділяється, і визначається наступною емпіричною формулою:

$$E_{pm} = \frac{\delta_p - a}{b\sqrt{x}}.$$

З досвіду відсадження слідує, що  $a = 1000$ ;  $b = 2,4$ ;  $x$  – крупність початкового продукту, мм.

З цього випливає формула для похибки розділення:

$$I = \frac{E_{pm}}{\delta_p - \Delta} = \frac{1}{2,4 \cdot \sqrt{x}}.$$

Тобто похибка розділення для відсаджувальних машин не залежить від щільності розділу.

## **6.7. Сепарація в безнапірному потоці рідини малої товщини**

### *6.7.1. Теоретичні основи*

Сепарація в безнапірному потоці рідини малої товщини здійснюється на концентраційних столах, в шлюзах, на гвинтових сепараторах, в струменевих жолобах і струменевих концентраторах, в конусних сепараторах, в орбітальних шлюзах і ін. апаратах. Загальним для них є те, що рух води, який захоплює сепаровані частинки, здійснюється на похилих поверхнях під дією сили тяжіння.

Переміщення сепарованих зерен в такому потоці здійснюється в результаті дії наступних сил (рис. 6.31): сили тяжіння  $G$  і її тангенціальної і нормальної складових, яка викидає, сили Архімеда  $F_A$ , сили тертя об тверду поверхню течії  $F_t$ , динамічної сили взаємодії з потоком  $F_d$ , що має по висоті розподіл поздовжньої

швидкості  $U(y)$  і сили, викликані ефектом Магнуса при циркуляційному обтіканні зерен  $F_M$ .

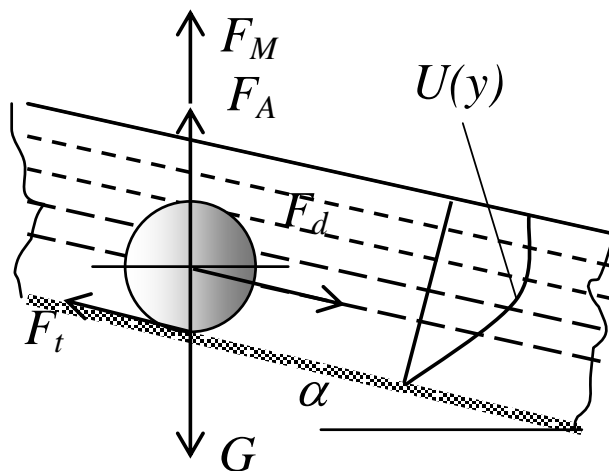


Рисунок 6.31. – Схема сил, що діють на частку в безнапірному потоці

Якщо частинка нерухома, то потік рідини, що біжить обумовлює появу сили тиску, точка прикладання якої і напрям визначаються розподілом швидкості потоку  $U(y)$  і кривизною поверхні зерна і в загальному вигляді може бути представлена на основі формули Ньютона-Риттингера:

$$R = \frac{\lambda \cdot \Delta}{2} \cdot \int_s U^2(y) \cdot dS.$$

Суперпозиція названих сил призводить до утворення моменту сил, який викликає обертання частинок в напрямку руху потоку. При обертанні виникає підйомна сила, викликана циркуляційним обтіканням частки (сила Магнуса). Якщо сума сили Магнуса, сили Архімеда і вертикальних складових сили динамічного впливу потоку і сили тертя будуть більше сили тяжіння, то частка почне підніматися. Але при відриві від площини ковзання зникне сила тертя і крутний момент. З уповільненням обертання в в'язкій рідині сила Магнуса знижується, і частка опускається вниз. При відновленні контакту з площиною знову з'являється сила тертя і крутний момент. Це призводить до повторення циклу підйому і подальшого опускання частинки. Коли частка знаходиться у відриві від площини, вона переміщається потоком рідини уздовж площини. Таким чином, частинки, в залежності від їх крупності і щільності, будуть рухатися уздовж площини стрибкоподібно: менш щільні частинки будуть

здійснювати більш довгі скачки, більш щільні – короткі, або будуть ковзати по площині (рис. 6.32) .

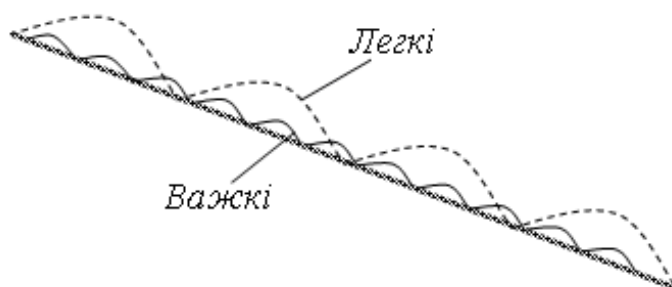


Рисунок 6.32. – Траєкторії руху частинок різної щільності в потоці води на похилій площині

Таким чином, частинки з меншою щільністю матимуть більшу середню швидкість переміщення уздовж потоку, і швидше покинуть площину, важкі – меншу і відстануть від легких.

#### 6.7.2. Концентраційні столи

Збагачення на концентраційних столах (рис. 6.33) відбувається в тонкому шарі води, що тече по мало нахиленій площині (дека столу).

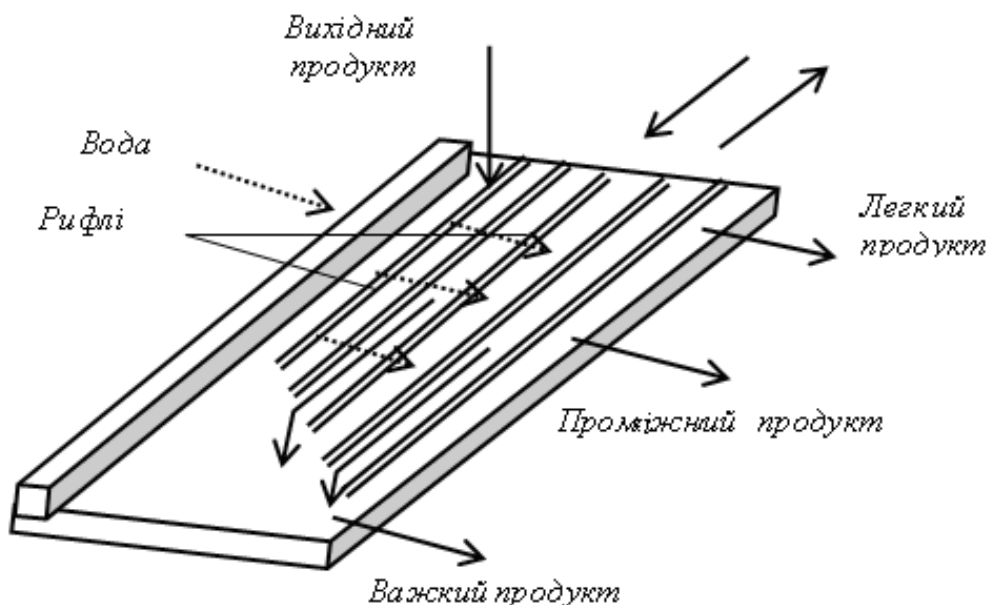


Рисунок 6.33. – Схема розподілення продуктів на декі концентраційного столу

Дека забезпечена поздовжніми рифлями, які розташовані паралельно одна одній. Дека робить асиметричні зворотно-

поступальні рухи в напрямку, що збігається з напрямком рифлів (повільно вперед і швидко назад). Потік води тече в напрямку, перпендикулярному рифлям і напрямку коливань.

Частинки з малою щільністю зважуються потоком води і долають рифлів, тому траєкторія їх руху по деки така, що вони залишають її межі спочатку, по ходу руху вихідного продукту.

Частинки з більшою щільністю мають меншу ймовірність подолання рифлів, тому вони залишаються в каналах, утворених рифлями і за рахунок коливань деки просуваються уздовж них, залишаючи деку в місці закінчення рифлів. Таким чином, по периметру деки столу утворюється віяло сходу частинок різної щільності. Завдання отримання продуктів сепарації потрібної якості в такому випадку полягає в установці дільників цього віяла.

Щільність розподілу матеріалу на концентраційному столі визначається його подачею і фракційним складом, витратою змивної води, кутом нахилу деки, її амплітудою і частотою коливань.

Загальний вигляд концентраційного столу СКМ-1 наведено на рис. 6.34.

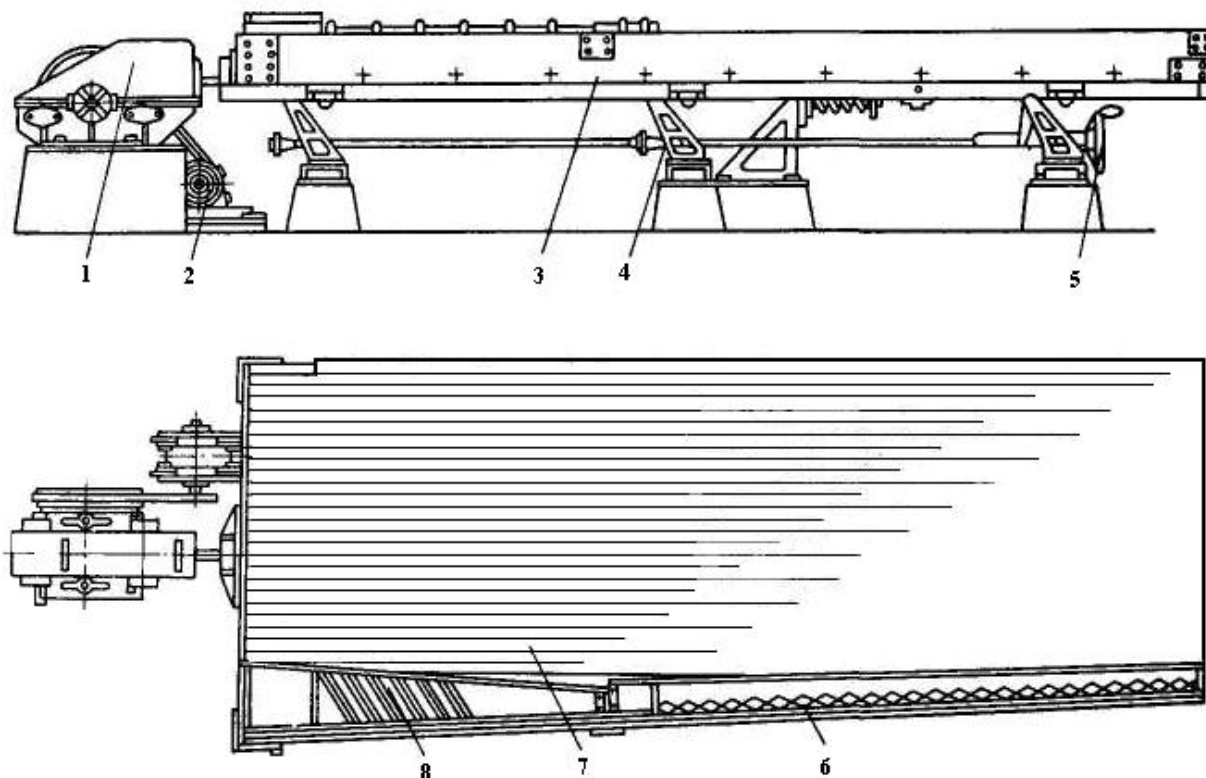


Рисунок 6.34. – Концентраційний стіл СКМ-1:

1 –привідний механізм; 2 – двигун; 3 – дека; 4 – ролик опори; 5 – гвинт для регулювання; 6 – жолоб для води; 7 – рифлі; 8 – завантажувальний жолоб

Амплітуда і частота коливання деки взаємопов'язані і залежать від розміру і щільності максимальних кусків у початковому продукті. З обробки експериментальних даних випливає, що довжина ходу деки столу складає:

$$l = 18 \cdot \sqrt[4]{d_{\max}}, \text{ мм},$$

а число її коливань в хвилину:

$$n = 250 / \sqrt[5]{d_{\max}}.$$

де  $d_{\max}$  – розмір найбільших частинок в живленні, мм.

Поперечний кут нахилу деки визначає швидкість зливного потоку води. При збагаченні дрібного матеріалу він становить  $1,5 \dots 2,5^\circ$ , для грубозернистого – він зростає до  $4 \dots 8^\circ$ .

Кут нахилу деки столу і витрата води взаємопов'язані і разом з подачею початкового продукту є основними регульованими параметрами струсних концентраційних столів.

Продуктивність концентраційних столів залежить від фракційного складу матеріалу для сепарації, величини щільності розділення і робочої площі деки столу. Наближено її можна оцінити за наведеною нижче емпіричною формулою:

$$Q = 10^{-4} \cdot \delta_p \cdot \left( F \cdot d_{cp} \cdot \frac{\delta_m - 1000}{\delta_l - 1000} \right)^{0,6}, \text{ т / год},$$

де  $\delta_p$ ,  $\delta_m$ ,  $\delta_l$  – відповідно, щільності розділення, важкої і легкої фракцій, кг/м<sup>3</sup>;  $F$  – площа деки, м<sup>2</sup>;  $d_{cp}$  – середня крупність матеріалу, що підлягає збагаченню.

### 6.7.3. Конусні сепаратори

Конусні сепаратори відносяться до апаратів, в яких сепарація матеріалів за щільністю здійснюється в жолобах, що звужуються (струменеві).

Струминний жолоб являє собою клиновидний жолоб з гладким днищем, що встановлюється під кутом  $15 \dots 20^\circ$  до горизонту (рис. 6.35).

Початковий продукт, який підлягає сепарації, і вода надходять в початок жолобу. Середня швидкість течії води уздовж жолоба, відповідно до формули Шезі, пропорційна кореню квадратному з гідравлічного ухилу жолоба. Ширина потоку визначається шириною жолоба, а його висота - подачею вихідного продукту. З просуванням гідрозваженої пульпи уздовж жолоба її перетин залишається

постійним, але форма змінюється від плоского, але широкого потоку до вузького, але глибокого. При такій трансформації перетину потоку виникає додаткова вертикальна складова швидкості, яка, впливаючи на частинки, обумовлює підйом в верхні шари потоку частинок з меншою щільністю.

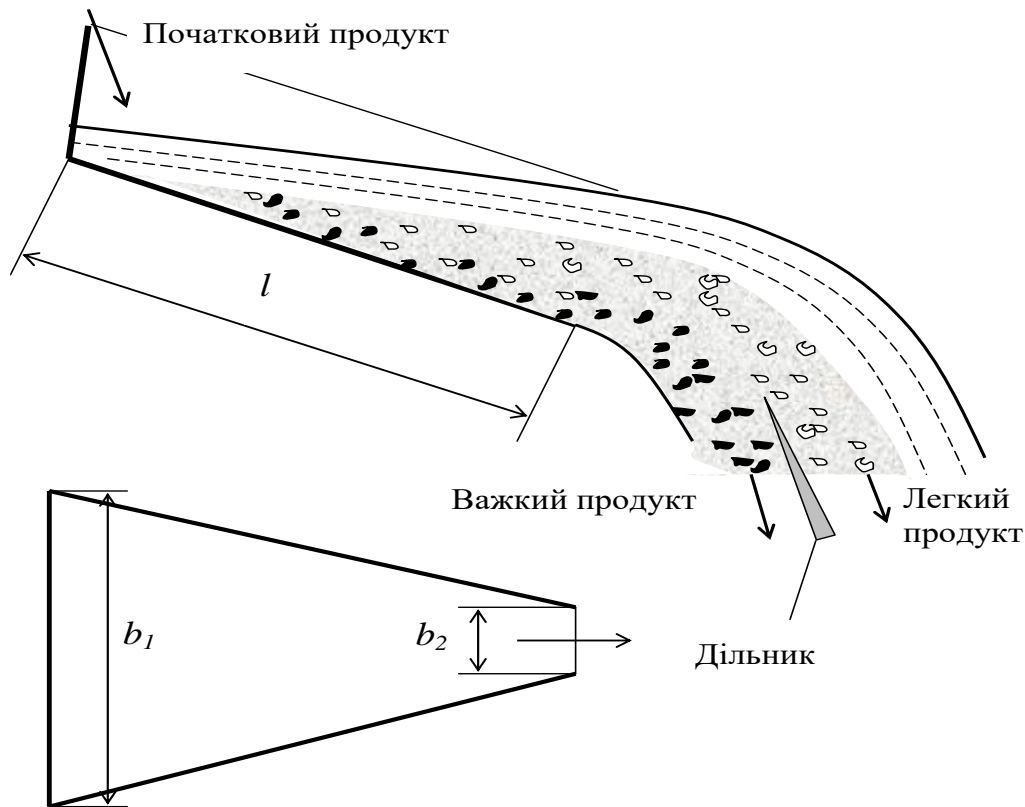


Рисунок 6.35. – Схема струминного жолоба

Таким чином, на виході з жолоба утворюється віяло частинок, розподілених таким чином, що в придонних шарах будуть сконцентровані в основному важкі частинки, а в верхніх шарах - легкі. Установка подільника потоку дозволяє з цього віяла виділяти продукти сепарації з різною щільністю частинок.

Компонування таких жолобів в сепаратор здійснюється на внутрішніх поверхнях конуса. Як приклад на рис. 6.36 приведена схема конусного сепаратору.

Такий пристрій мають концентратор Кеннона, сепаратор Райхерта, сепаратор ВДГМК. Принциповою відмінністю останнього є заміна радіальних перегородок радіально розташованими клинами. Це дозволяє регулювати кут звуження жолобу в більш широких межах.

Конусні сепаратори мають високу продуктивність і достатню технологічну ефективність при збагаченні руд розсипних родовищ, вугільних шламів і ін. дрібнозернистих корисних копалин.

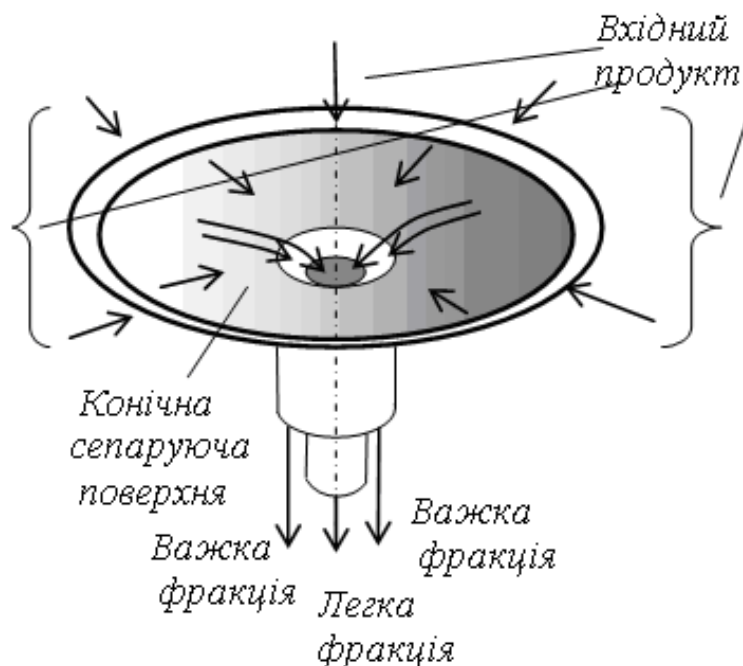


Рисунок 6.36. – Схема конусного сепаратора

#### 6.7.4. Гвинтові сепаратори і гвинтові шлюзи

Гвинтові сепаратори і гвинтові шлюзи являють собою особливий різновид апаратів для гравітаційної сепарації в безнапірному похилому потоці малої товщини. Їх особливість полягає в використанні ефектів, що виникають при взаємодії твердих частинок з поверхнею в криволінійному потоці.

Сепаратори цього типу мають нерухомий гладкий жолоб певного перерізу, вісь якого розташована по гвинтовій лінії (рис. 6.37).

Вихідний потік суспензії надходить у верхню частину гвинтового сепаратора і під дією сили тяжіння рухається вниз. При цьому, за рахунок взаємодії доцентрових прискорень, що виникають при криволінійному русі рідини, і прискоренні земного тяжіння утворюється вільна поверхня рідини специфічної форми. Потік рідини, що опускається вниз, має поперечну циркуляцію: верхні шари рухаються від центру до периферії, нижні, навпаки, від периферії до центру. Частинки мінералів, стикаючись при русі з дном, відстають від потоку і тим більше, чим вище їх щільність. Тому для частинок певної щільності виштовхуюча сила, що обумовлена градієнтом тиску, виявляється вище відцентрової. Такі частинки починають



переміщатися від центру до периферії, формуючи шар важкого продукту.

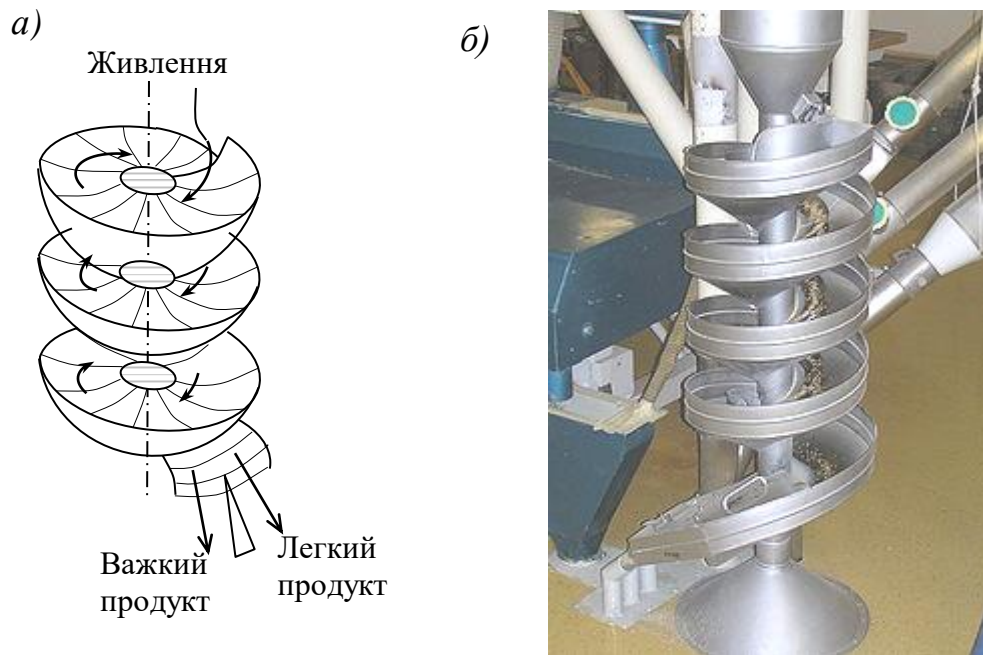


Рис. 6.37. Схема гвинтового сепаратора:  
а) – принципова схема; б) – лабораторний зразок

Цей шар поповнюється за рахунок частинок, що транспортуються в центральну зону за рахунок поперечної циркуляції потоку. Тобто з циркулюючого в поперечному напрямку разом з потоком вихідного продукту, при просуванні його вздовж гвинтового жолоба, виділяється важка фракція. Важкий продукт, при його накопиченні, може виводитися за межі гвинтового жолоба за допомогою відсікачів, які з'єднані з прийомними трубками, або шляхом установки діляника на виході розшарованого потоку з гвинтового жолоба.

Відмінність гвинтового сепаратора від гвинтового шлюзу полягає в різній формі поперечного перерізу жолоба. У гвинтових сепараторів вона являє собою дугу еліпса, або параболи, у гвинтових шлюзів це пряма, що має кут нахилу до горизонту близько  $5^{\circ}$  (рис. 6.38).

Гвинтовий жолоб виготовляють з чавунного або силумінового (сплав алюмінію з кремнієм) лиття. Кожен виток виготовляється з піввитків. Робочу поверхню футерують гумою, кам'яним литтям або полімерами.

Гвинтовий жолоб характеризується такими параметрами, як: діаметр, крок, форма і розмір поперечного перерізу жолоба, його довжина. Значення кожного з них вибирається залежно від

властивостей збагачуваного матеріалу і необхідних результатів сепарації.

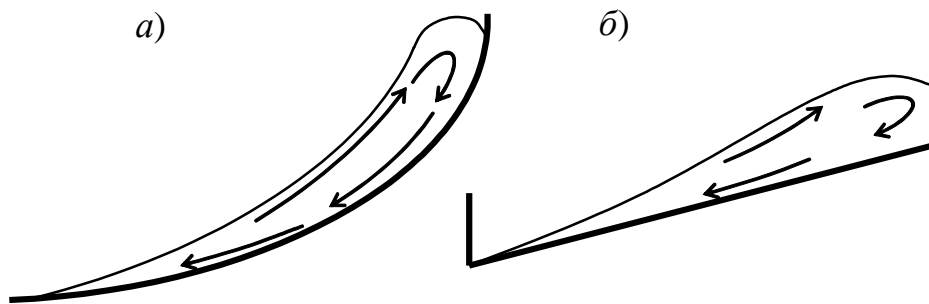


Рисунок 6.38. – Поперечні перерізи:

а) гвинтового сепаратора; б) гвинтового шлюзу

Застосовують гвинтові сепаратори для збагачення руд розсипних родовищ, вугільних шламів і інших дрібнозернистих матеріалів. Для руд діапазон крупності збагачуваного матеріалу коливається від 50 мкм до декількох міліметрів. При збагаченні вугілля цей діапазон становить 0,2...6 мм. Точність поділу у гвинтових сепараторів і шлюзів приблизно така ж, як у концентраційних столів. Середнє ймовірне відхилення щільності поділу для них становить 150...200 кг/м<sup>3</sup>.

### 6.8. Контрольні питання

1. У чому полягає сутність процесу гідравлічної класифікації і чим він відрізняється від просіювання?
2. У чому полягають переваги гідравлічної класифікації в гідроциклонах?
3. Що таке фактор поділу відцентрових класифікаторів і як його визначити?
4. Від яких чинників залежать об'ємна і масова продуктивності гідравлічних класифікаторів і як їх визначають?
5. Запишіть формулу об'ємної продуктивності гідроциклону.
6. Чим відрізняються сепараційні характеристики гідравлічних класифікаторів від інших апаратів?
7. Що таке розмір граничного зерна поділу і як його визначають?
8. Виходячи з якого принципу теоретично визначаються сепараційні характеристики гідравлічних класифікаторів?

9. Як експериментально знайти сепараційні характеристики гідравлічного класифікатора?
10. Який принцип закладений в класифікацію апаратів для гідравлічної класифікації?
11. Як на ефективність гідравлічної класифікації впливає співвідношення об'ємних витрат суспензії через зливний і пісковий насадки гідроциклону?
12. Пристрій і область застосування гідроциклонів .
13. На які показники роботи гідроциклону впливає натиск пульпи на вході?
14. Які параметри впливають на розмір граничного зерна поділу в гідроциклоні?
15. Сутність процесу сепарації корисних копалин у важких середовищах.
16. Чим викликана необхідність регенерації суспензій для збагачення у важких середовищах і як її здійснюють?
17. Назвіть способи стабілізації суспензій і поясніть, в чому полягає сутність кожного з них?
18. Поясніть відмінність сепарації в важких середовищах в статичних і динамічних умовах сепарації.
19. Назвіть основні елементи технології збагачення у важких середовищах?
20. Які принципи підбору обважнювачів для суспензійного збагачення?
21. Що таке щільність розподілу в важких середовищах і як її визначити?
22. Сепараційні характеристики суспензійних сепараторів, їх опис та оцінка точності сепарації.
23. Особливості сепарації в суспензійних гідроциклонах.
24. Назвіть гіпотези відсадження і поясніть їх.
25. Поясніть, як відбувається процес стратифікації сепарованого матеріалу в відсаджувальній машині?
26. Призначення і роль постелі відсаджувальної машини.
27. Вимоги до постелі відсаджувальної машини.
28. Наведіть класифікацію відсаджувальних машин.
29. Конструктивні особливості відсаджувальних машин з природною постелею?
30. Цикли відсадження і фактори, що обумовлюють їх застосування.

31. Технологічні відмінності відсаджувальних машин з механічним і пневматичним приводом робочого середовища.
32. Фактори, що визначають продуктивність відсаджувальних машин.
33. Призначення і роль «під апаратної» і «транспортної» води в процесі відсадження.
34. Що таке щільність розподілу при відсаженні і як її визначити?
35. Від чого залежить щільність розподілу в відсаджувальній машині?
36. Сепараційні характеристики відсаджувальних машин, їх опис та оцінка точності сепарації.
37. За рахунок яких ефектів здійснюється сепарація в потоці води, що тече по похилій поверхні?
38. Які параметри впливають на щільність розподілу на концентраційному столі?
39. Чому коливання декі концентраційного столу асиметричні?
40. Чим визначаються значення амплітуди і частоти коливань декі концентраційного столу?
41. Які фактори впливають на продуктивність концентраційних столів?
42. Як здійснюється процес сепарації на гвинтових сепараторах?
43. Чому частинки з більшою щільністю концентруються у внутрішнього жолобу гвинтового сепаратора?
44. Які параметри впливають на щільність розділення у гвинтовому сепараторі?
45. Чим відрізняються гвинтові сепаратори від гвинтових шлюзів?
46. Поясніть, за рахунок чого відбувається сепарація частинок по щільності у жолобі, що звужується?

## Література

1. Пилов П.И. Гравитационная сепарация полезных ископаемых: Учеб. пособие. – Днепропетровск: Національний гірничий університет. – 2003. – 123 с.
2. Смирнов В.О., Білецький В.С. Гравітаційні процеси збагачення корисних копалин. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2005. – 300 с.
3. Справочник по обогащению руд: В 4 т./ Гл. ред. О.С. Богданов. – М.: Недра, 1984.
4. Справочник по обогащению руд черных металлов. – 2-е изд., перераб. и доп. под ред. С.Ф. Шинкоренко. – М.: Недра, 1980.– 527 с.
5. Справочник по обогащению углей/ Под ред. И.С. Благова, А.М. Коткина, Л.С. Зарубина. - 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1984.– 614
6. Шохин В.Н., Лопатин А.Г. Гравитационные методы обогащения: Учеб. для вузов. – М.: Недра, 1980.– 400 с.