

Захарова Д.Р. студентка гр. 133-20-1

Науковий керівник: Жупієв О.Л., старший викладач кафедри інжинірингу та дизайну в машинобудуванні

(Національний технічний університет "Дніпровська політехніка", м. Дніпро, Україна)

Визначення похибки використання моделей абсолютно жорстких тіл в задачах опору матеріалів

У збірнику задач [1] наведено задачі, де необхідно визначити зусилля в елементах конструкцій, в яких використовується модель абсолютно жорсткого тіла. Наприклад, у задачі 1.82 [1] потрібно визначити величину зусиль у кожному з чотирьох стояків однакового перерізу від навантаження жорсткої прямокутної плити, на якій в області діаметром 20мм, центр якої зміщено на 200 мм по вертикалі та на 300 мм по горизонталі від центру симетрії плити, розміщена маса 20 т (див. рис. 1).

В аналітичному розрахунку будемо вважати, що сила ваги, яка діє на плиту прикладена в центрі цієї області і дорівнює $P = 20 \text{ т} \cdot g = 196 \text{ кН}$.

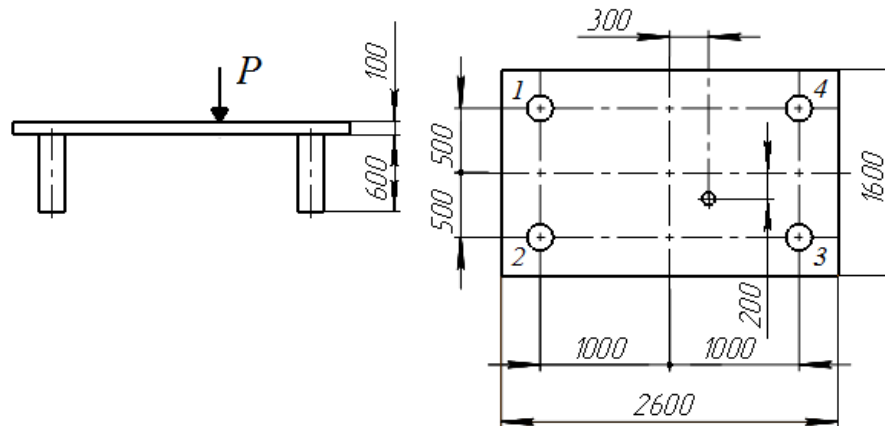


Рисунок 1 – Розрахункова схема

Поставимо завдання порівняти результати розв'язку, що отримані методом опору матеріалів та обчислювальним методом скінченних елементів (МСЕ).

Проведемо аналітичний розрахунок, для цього складемо рівняння рівноваги.

Сума проєкцій всіх сил, що діють на плиту у вертикальному напрямку дорівнює нулю:

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 - P = 0.$$

Сума моментів діючих на плиту щодо осей:

1) Відносно вісі OX:

$$N_1 \cdot b - N_2 \cdot b - N_3 \cdot b + N_4 \cdot b - P \cdot d = 0.$$

2) Відносно вісі OZ:

$$N_1 \cdot a + N_2 \cdot a - N_3 \cdot a - N_4 \cdot a - P \cdot c = 0.$$

За умовою задачі плита жорстка, тобто всі чотири точки з'єднання осей стояків із

плитою знаходяться в одній площині (так звана умова компланарності).

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ (N_1 - N_2) & (N_1 - N_3) & (N_1 - N_4) \end{vmatrix} = 0,$$

Розв'язуючи це рівняння разом з трьома рівняннями рівноваги отримаємо такі значення зусиль в стояках дорівнюють:

$$N_1 = -15 \text{ кН}; N_2 = -44 \text{ кН}; N_3 = -83 \text{ кН}; N_4 = -54 \text{ кН}.$$

Розв'яжемо цю задачу за допомогою МСЕ. Для цього у програмі SolidWorks створимо геометричну твердотілу модель плити зі стояками. В якості матеріалу плити задамо низьковуглецеву сталь, а для стояків дерево. На верхній площині плити додамо лінію рознімання, для того, щоб створити ділянку, на яку буде діяти сила P .

В SolidWorks Simulation утворюємо новий статичний аналіз.

На нижні грані стійок додаємо закріплення «на плоских гранях», «перпендикулярно до граней».

Виконаємо аналіз. З епюри вертикальних переміщень плити (див. рис. 2) видно, що сталевая плита суттєво вигинається. Це призводить до похибки застосування гіпотези компланарності.

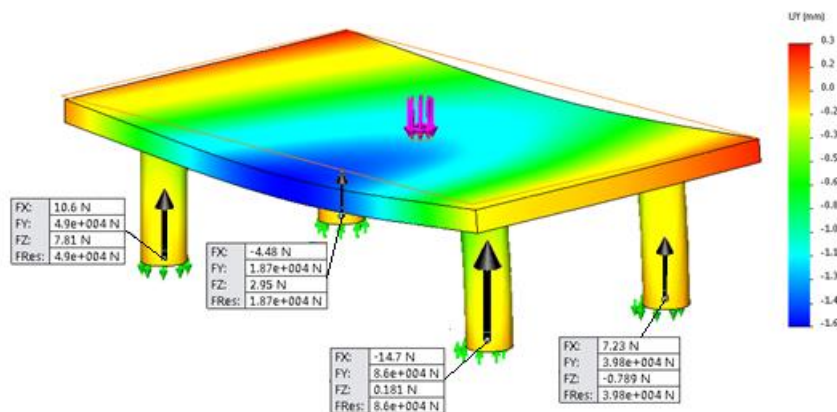


Рисунок 2 – деформована форма конструкції

За допомогою інструмента «реакція опор» (див. рис. 2) знаходимо зусилля в стояках:

$$N_{1,МСЕ} = -19 \text{ кН}; N_{2,МСЕ} = -49 \text{ кН}; N_{3,МСЕ} = -86 \text{ кН}; N_{4,МСЕ} = -40 \text{ кН}.$$

Тобто відносна похибка значення зусиль отриманих за допомогою методу опору матеріалів у порівнянні з МСЕ досягає 27,5 %.

Висновок. На прикладі розглянутої задачі показано, що при використанні моделі жорсткого тіла в статично невизначених конструкціях можливі значні похибки в визначенні зусиль у пружних елементах.

Перелік посилань

1. Збірник завдань з опору матеріалів під редакцією В.К. Качуріна. Головна редакція фізико-математичної літератури видавництва «Наука», М., 1970, 432 стр.