



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет  
"Дніпровська політехніка"

**І.М. Пістунов**

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

З дисципліни

### **«Економічна математика»**

Дніпро  
НТУ «ДП»  
2019

УДК004.738.5:338.46(075)  
ББК32.973.202я73  
ПЗ4

Погоджено рішенням методичної комісії спеціальності 051 Економіка  
(протокол № 1 від 30.08.2019).

Заст. голови методичної комісії,



О.Ю. Чуріканова

Секретар комісії

О.П.Антонюк

**Пістунов І.М.**

ПЗ4 Конспект лекцій з дисципліни «Економічна математика» [Електронний ресурс]/І.М. Пістунов. – Дніпро: Державний НТУ «ДП», 2018. – 74 с.  
Режим доступу: [http://pistunovi.inf.ua/K\\_L\\_EM.pdf](http://pistunovi.inf.ua/K_L_EM.pdf) (дата звернення: 17.06.2019). – Назва з екрана.

Конспект лекцій базується на літературних джерелах вітчизняних, зарубіжних авторів, ресурсах Інтернету та на досвіді викладання дисциплін «Економічна математика» та «Фінансово-економічні розрахунки на комп'ютері» в Державному НТУ «ДП».

**ББК32.973.202я73**

©І.М. Пістунов, 2019

© Державний НТУ « ДП », 2019

## З М І С Т

|  |    |
|--|----|
| ТЕМА 1. ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА.....  | 4  |
| 1.1. Предмет вивчення фінансової математики.....   | 4  |
| 1.2. Нарощення та дисконтування відсотків.....   | 6  |
| 1.3. Нарахування складних річних відсотків.....  | 10 |
| 1.4. Дисконтування і облік за складними ставками .....   | 13 |
| 1.5. Приклади вирішення типових задач.....   | 16 |
| <br>   |    |
| ТЕМА 2. ІНВЕСТИЦІЙНА МАТЕМАТИКА.....   | 23 |
| 2.1. Основні поняття інвестування .....  | 23 |
| 2.2. Визначення ефективності інвестиційного проекту .....  | 30 |
| 2.2.1. Розрахунок грошових потоків.....  | 30 |
| 2.2.2. Розрахунок норми дисконту .....   | 36 |
| 2.3. Функції Excel для вирішення задач з інвестиційної<br>математики .....                           | 38 |
| <br>   |    |
| ТЕМА 3. АМОРТИЗАЦІЙНА МАТЕМАТИКА.....  | 54 |
| 3.1. Предмет та методи амортизації .....   | 54 |
| 3.2. Виробничий метод амортизації .....  | 56 |
| 3.3. Метод зменшення залишкової вартості і метод<br>прискореного зменшення залишкової вартості ..... | 61 |
| 3.4. Функції Excel для розрахунку амортизації.....   | 63 |
| 3.5. Приклади розв'язку типових задач .....  | 70 |

# Тема 1. ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

## ЗМІСТ

- 1.1. Предмет вивчення фінансової математики
- 1.2. Нарощення та дисконтування відсотків
- 1.3. Нарахування складних річних відсотків
- 1.4. Дисконтування і облік за складними ставками
- 1.5. Функції Excel для вирішення задач фінансової математики

### **1.1. Предмет вивчення фінансової математики**

**Фінансова математика** — це розділ [прикладної математики](#), який охоплює математичні завдання, пов'язані з [фінансовими](#) розрахунками. Загалом фінансова математика створює та розширює [математичні](#) або [чисельні моделі](#), у яких вона спирається не на фінансову теорію, а використовує ринкові ціни як вхідні дані. Крім того, обов'язково має бути присутня математична послідовність, що не узгоджується з економічною теорією. Так, наприклад, фінансовий економіст може вивчати структурні причини того, чому у компанії склався певний курс акцій, тоді як фінансовий математик буде розглядати курс акцій цієї компанії як дано та намагатиметься розглянути його з точки зору [теорії випадкових процесів](#), щоб отримати відповідну вартість деривативів (або [похідних фінансових інструментів](#)) капіталу (див. також оцінка опціонів, фінансове моделювання, оцінка активів). Фундаментальна теорія безарбітражного ціноутворення є однією з основних теорем фінансової математики, а [рівняння та формула Блека — Шоулза](#) – чи не найголовніші її результати.

Крім того, фінансова математика тісно переплітається з обчислювальними фінансами та [фінансовим інжинірингом](#). Фінансовий інжиніринг крім аналізу розглядає додатки та моделювання, де часто застосовуються стохастичні моделі активів (див. фінансовий аналітик), а

обчислювальні фінанси крім аналізу – розробку інструментів для впровадження цих моделей. Загалом, можна виділити дві окремі гілки фінансів, де застосовуються передові кількісні методики: ціноутворення деривативів та управління [ризиками](#) та портфелем.

У фінансовій математиці будь-який інструмент розглядається з огляду на грошовий потік, який він здатен (навіть випадково) генерувати.

Серед основних напрямів фінансової математики можна виокремити такі:

- класична фінансова математика або математика [кредиту](#), яка відповідає за виконання процентних розрахунків; розглядає питання, пов'язані з різними борговими інструментами, наприклад, [векселями](#), [депозитарними сертифікатами](#), [облігаціями](#); аналізує потоки платежів, які застосуються у [банківській справі](#), [кредитуванні](#), [інвестуванні](#)
- [стохастична фінансова математика](#), яка охоплює розрахунок безарбітражної («справедливої») ціни [фінансових інструментів](#)
- [актуарні розрахунки](#), які складають математичну основу для страхування
- [економетричні](#) розрахунки, пов'язані з прогнозуванням поведінки фінансових ринків

Завдання класичної фінансової математики полягає у тому, щоб співставляти грошові потоки, отримані від різних фінансових інструментів, застосовуючи критерії [вартості грошей у часі](#) (враховуючи водночас фактор [дисконтування](#)), дати оцінку ефективності вкладень у певні фінансові інструменти (а також – оцінку ефективності [інвестиційних проєктів](#)), розробити критерії відбору інструментів. За замовчуванням у класичній фінансовій математиці застосовується [детермінованість](#) процентних ставок та потоків платежів.

[Стохастична](#) фінансова математика має справу з вірогіднісними платежами та ставками. Її головне завдання – отримати адекватну оцінку інструментів, враховуючи вірогіднісний характер ринкових умов та потоку платежів від інструментів. Формально сюди можна зарахувати оптимізацію

[портфелю інструментів](#) у межах середньо-дисперсійного аналізу. Крім того, на моделях стохастичної фінансової математики ґрунтуються методи оцінки [фінансових ризиків](#). Водночас для стохастичної фінансової математики потрібно також визначити критерії оцінки ризиків, щоб мати змогу провести адекватну оцінку фінансових інструментів.

## **1.2. Нарощення та дисконтування відсотків**

### *1. Нарощення за простими відсотковими ставками.*

Нехай  $P$  – сума грошей (капітал), що даються в борг. Власник капіталу (кредитор) отримує відсоткові гроші  $I$  як доход.

Нехай  $i$  – відсоткова ставка віднесена до якогось періоду (рік, півріччя, квартал, місяць, день). Нехай  $n$  – термін угоди, виражений у періодах, зазвичай за період – це рік. В подальшому вважаємо, що  $i$  – річна відсоткова ставка,  $n$  – термін угоди в роках.

Відсотки за рік  $Pi$ , за два роки –  $2Pi$ , ... , за  $n$  років –  $nPi$ .

Отже

$$I = n P i. \quad (1.1)$$

Тому нарощена сума  $S$  (сума боргу на момент закінчення угоди через  $n$  років) дорівнює

$$S = P + n P i = P (1 + n i) \quad (1.2)$$

Отримали формулу нарощення за простими відсотками. Множник  $(1+ni)$  називають множитком нарощення за простою відсотковою ставкою. Він показує у скільки разів нарощена сума більше початкової суми боргу. Графічно залежність (1.2) дається прямою лінією.

У формулі (2) за базу нарахування береться початкова сума боргу  $P$ . Відсотки, що нараховані за ставкою  $i$  згідно (1.1), називаються декурсивними.

Звичайно прості відсотки використовуються при видачі короткотермінових позик у межах року, тобто  $n \leq 1$ . В деяких випадках прості відсотки використовують і за межами року (споживчий кредит, форфейтні операції). Якщо термін угоди  $n$  дробове число, то його визначають як

$$n = \frac{t}{K}, \quad (1.3)$$

де:  $t$  – кількість днів позики,  $K$  – взята для розрахунку кількість днів у році.  $K$  – називається часовою базою року. Формула (1.2) набуває вигляду

$$S = P \left( 1 + \frac{t}{K} i \right) \quad (1.4)$$

Можливі такі варіанти розрахунків в залежності від вибору  $t$  і  $K$ :

1)  $K$  – може приймати значення 360 днів. При цьому вважають, що рік дорівнює 12 місяцям по 30 днів:  $360 = 12 \times 30$ . У цьому випадку відсотки називають звичайними, або комерційними.

2)  $K$  – може дорівнювати 365 (або 366) днів і у місяцях враховується точна кількість днів. При підрахунку кількості днів позики  $t$  вважають день видачі і день погашення позики за один день.

У свою чергу кількість днів позики  $t$  теж може бути підрахована точно (за календарем). Тут знадобиться таблиця порядкових номерів днів року. Для точного підрахунку кількості днів позики потрібно від номера дня закінчення терміну позики відняти номер дня видачі позики.

Кількість днів позики  $t$  може підраховуватися наближено, коли  $t$  визначається кількістю повних місяців по 30 днів у кожному і точною кількістю днів позики у неповних місяцях.

Розрізняють три методи відсоткових розрахунків, в залежності від часової бази року  $K$  і способу підрахунку  $t$ :

1) Точна кількість днів у році ( $K = 365, 366$ ) і точна кількість днів позики. Такий метод нарахувань називають англійським. Він дає найбільш точний результат.

2) Звичайні відсотки ( $K = 360$ ) і точна кількість днів позики. Цей метод нарахувань називають французьким. Він дає більшу суму, ніж попередній.

3) Звичайні відсотки ( $K = 360$ ) і наближена кількість днів позики. Цей метод називають німецьким. Його використовують при частковому погашенні позики, коли не потрібно висока точність розрахунків.

## 2. Дисконтування за простими ставками

Дисконтування – це визначення вартості грошової суми на певний момент часу за умови, що в майбутньому вона дорівнює  $S$ .

Дисконтування ще називається зведенням  $S$  до теперішнього часу.

Нехай  $P$  – дисконтована вартість суми  $S$ , або зведена величина  $S$ , або теперішня величина  $S$ . Різницю

$$S - P = D \quad (1.5)$$

називають дисконтом величини  $S$ . Оскільки гроші втрачають вартість з часом, то дисконт завжди додатній.

Крім того, оскільки час у фінансових угодах враховується відсотками, то дисконт дорівнює відсоткам нарахованим на суму  $P$ :

$$D = I = S - P \quad (1.6)$$

Дисконтування або зведення є задачею оберненою до визначення нарощеної суми. Застосовують два види дисконтування: математичне дисконтування і банківський облік.

Математичне дисконтування – це відшукання теперішньої суми боргу  $P$  за відомою кінцевою сумою  $S$ .



Нехай  $n$  – термін позики,  $i$  – проста відсоткова ставка.

З рівності  $S = P (1 + n i)$  знаходимо

$$P = \frac{S}{1 + n i}; \quad D = n P i \quad (1.7)$$

Отже  $P$  – теперішня величина суми  $S$ . Множник  $1/(1+ ni)$  зветься дисконтним множником простих відсотків при математичному дисконтуванні. Він показує, яку частину  $S$  складає теперішня величина  $P$ .

Банківський облік (або облік векселів) – це відшукання теперішньої суми боргу  $P$  за відомою величиною  $S$  у майбутньому, терміном позики  $n$  і обліковою ставкою  $d$ . При банківському обліку відсотки за користування позикою нараховуються на суму  $S$ , яку треба сплатити у майбутньому.

Отже, за базу нарахування береться сума боргу у майбутньому, а відповідні відсотки є антисипативними. Нехай  $d$  – проста облікова ставка;  $P$ ,  $S$  – теперішня і майбутня величини боргу,  $n$  – термін угоди в роках. Тоді

$$d = \frac{S - P}{nS} \quad (1.8)$$

Зокрема, при  $n = 1$  маємо вираз облікової ставки через суми боргу на початку і в кінці року:

$$d = \frac{S - P}{S} \quad (1.9)$$

Для порівняння наведемо вираз простої відсоткової ставки в тих же умовах:

$$i = \frac{S - P}{P} \quad (1.10)$$

З формул (1.9), (1.9) видно, що  $i$  та  $d$  відрізняються вибором бази порівняння. Облікові ставки вимірюються у відсотках  $i$  у коефіцієнтах. За формулою (1.7) знаходимо

$$P = S - Snd = S(1 - nd) \quad (1.11)$$

Вираз  $(1 - nd)$  називається дисконтним множником за простою обліковою ставкою  $d$ . За формулою (1.7) знаходимо дисконт

$$D = S - P = nSd \quad (1.12)$$

Звичайно банківський облік за простими ставками використовується в межах року. В цьому випадку  $n$  – дробове і покладають

$$n = \frac{t}{K}, \quad (1.13)$$

де:  $t$  – точна кількість днів угоди,  $K$  – база року, яка приймається рівною 360 днів.

### **1.3. Нарахування складних річних відсотків**

Складні відсотки використовуються тоді, коли відсотки одразу після нарахування не сплачуються, а приєднуються до суми боргу. База для нарахування складних відсотків збільшується з кожним кроком у часі.

Нарощення за складними відсотками є послідовне реінвестування коштів, які вкладені на один період під простий відсоток. Капіталізація відсотків – це приєднання відсотків до суми, яка є базою для нарахування в наступному періоді. При застосуванні складних відсотків відбувається їх капіталізація. В практичних питаннях застосовують дискретні складні відсотки. У теоретичних питаннях фінансового аналізу мають місце і неперервні відсотки.

Формула нарощення за складними відсотками має вигляд:

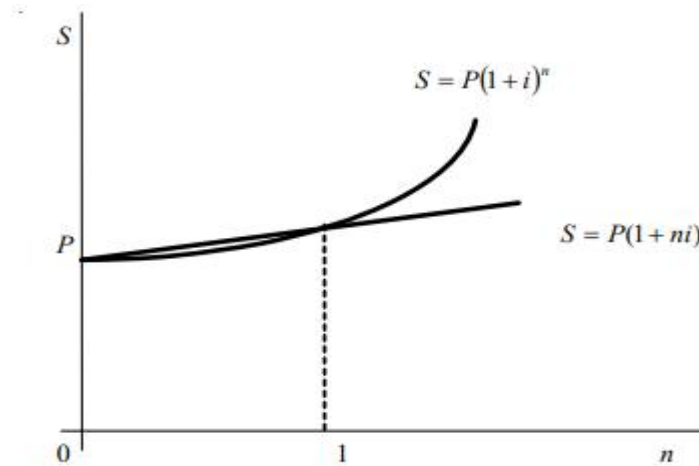
$$S = P(1 + i)^n, \quad (1.14)$$

де:  $n$  – термін угоди у роках;  $P$  – початковий борг;  $S$  – кінцева сума боргу;  $i$  – річна ставка складних відсотків. Вираз  $(1 + i)^n$  зветься множником нарощення за складними відсотками.

Для інших значень  $(i, n)$  його треба обчислювати безпосередньо. Якщо використовуються змінні з часом ставки, то нарощення відбувається за формулою:

$$S = P(1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \dots (1 + i_m)^{n_m}, \quad (1.15)$$

Зобразимо графічно швидкість зростання за простими і складними відсотками. Нехай ставка  $i$  однакова:



$$\begin{array}{ll} \text{Отже, при} & 0 < n < 1, & (1+i)^n < 1+ni; \\ \text{при} & n > 1, & (1+i)^n > 1+ni. \end{array}$$

Тобто, в межах року швидше зростають прості відсотки, за межами року – швидше зростають складні відсотки.

Для порівняння темпів зростання знайдемо кількість *років збільшення капіталу P у N разів* при простих і складних відсотках. Із співвідношень

$$PN = P(1+i)^n \quad \text{та} \quad PN = P(1+ni) \quad \text{знаходимо:}$$

$$n = \frac{\ln N}{\ln(1+i)}, \quad n = \frac{N-1}{i}, \quad (1.16)$$

де:  $\ln$  – натуральний логарифм.

В частинному випадку при  $N = 2$  знаходимо *кількість років подвоєння капіталу*:

$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+i)} \approx \frac{0,7}{i}, \quad n = \frac{1}{i} \quad (1.17)$$

відповідно для складних і простих відсотків.

У фінансових угодах часто передбачається *нарахування відсотків частіше ніж раз на рік*.

У цьому випадку для підрахунку нарощеної суми можна використовувати формулу (23), де  $n$  – *кількість періодів нарахування*,  $i$  – відсоткова ставка віднесена до періоду.

Але звичайно вказують не піврічну, квартальну, місячну ставки, а річну, яка зветься *номінальною*.

*Номінальна ставка j* – це річна ставка відсотків, за якою відсотки нараховуються  $m$  разів на рік.

*Нарощення за номінальною ставкою j* здійснюється за формулою:

$$S = P\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}, \quad (1.1)$$

де:  $n$  – тривалість угоди в роках. Зрозуміло, що  $N = mn$  – це кількість періодів нарахувань.

Річний множник нарощення за номінальною ставкою  $j$  дорівнює:

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m \quad (1.1)$$

При збільшенні  $m$  зростає темп нарахувань, тому що капіталізація відбувається частіше.

Розрахунки за формулою (28) можна проводити точним і мішаним методом згідно (27).

У зв'язку з використанням номінальної ставки, вводять поняття *ефективної відсоткової ставки*, що відповідає даній номінальній.

*Ефективна ставка відсотків* – це відносний дохід, отриманий за рік, тобто – це дохідність операції у річній ставці відсотків.

Нехай  $j$  – номінальна, а  $i_e$  – відповідна ефективна ставки. Тоді прирівнюючи множники нарощення маємо:

$$1 + i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Звідси:

$$i_e = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1, \quad j = m\left[\left(1 + i_e\right)^{\frac{1}{m}} - 1\right]. \quad (1.2)$$

З (30) випливає, що  $i_e > j$ .

Заміна в угоді номінальної ставки на ефективну не змінює відносин сторін, тому що ці ставки еквівалентні у фінансовому відношенні.

#### 1.4. Дисконтування і облік за складними ставками

*Математичне дисконтування* за складною ставкою, тобто знаходження  $P$  за  $S$ , відбувається за формулами, які впливають з (23):

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n} \quad (1.2)$$

Вираз

$$v^n = \frac{1}{(1 + i)^n} \quad (1.2)$$

називається *дисконтним множником складних відсотків*. Він табулюється при цілих  $n$  для певних значень  $i$ , а в інших випадках обчислюється безпосередньо.

Якщо відсотки нараховуються  $m$  разів на рік за номінальною ставкою  $j$ , то з (28) отримуємо

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}}, \quad (1.2)$$

де:  $n$  – кількість років. Отже, в цьому разі дисконтний множник дорівнює:

$$v^{mn} = \frac{1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}}. \quad (1.2)$$

За формулами (31), (33) знаходимо *дисконт суми  $S$* :

$$D = S - Sv^n = S[1 - v^n] \quad (1.2)$$

або

$$D = S[1 - v^{mn}] \quad (1.2)$$

*Співвідношення дисконтних множників при простій і складній ставці* таке (при  $i_n = i_c = i$ ):

$$\frac{1}{1+n_i} < \frac{1}{(1+i)^n}, \quad 0 < n < 1,$$

$$\frac{1}{1+n_i} > \frac{1}{(1+i)^n}, \quad n > 1. \quad (1.2)$$

Банківський облік за складною обліковою ставкою проводять за формулою:

$$P = S(1 - d_c)^n, \quad (1.2)$$

де:  $n$  – тривалість угоди в роках,  
 $d_c$  – складна облікова ставка,  
 $S$  – майбутня сума боргу,  
 $P$  – теперішня сума боргу,  
 $(1 - d_c)^n$  – дисконтний множник.

При цьому дисконт, який отримує банк, дорівнює:

$$D = S - S(1 - d_c)^n = S[1 - (1 - d_c)^n] \quad (1.2)$$

Нехай дисконтування відбувається  $m$  разів на рік. Тоді за  $n$  років маємо

$$P = S\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{mn}, \quad (1.30)$$

де:  $f$  – номінальна облікова ставка. Дисконтування за номінальною ставкою вповільнює процес зменшення  $S$  і зменшує суму дисконту.

Ефективна облікова ставка  $d_c$  – це така річна ставка, застосування якої еквівалентне застосуванню номінальної  $f$ . Отже,

$$1 - d_c = \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m$$

та

$$d_c = 1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m, \quad f = m\left[1 - (1 - d_c)^{\frac{1}{m}}\right] \quad (1.3)$$

За формулою (41) бачимо, що завжди  $d_c < f$ .

За складною обліковою ставкою може проводитись і нарощення:

$$S = \frac{P}{(1 - d_c)^n}. \quad (1.3)$$

Потреба в цьому виникає при заповненні векселя при відомій сумі  $P$ , отриманій векселетримачем. Якщо використовується номінальна ставка, то

$$S = \frac{P}{\left(1 - \frac{f}{m}\right)^{mn}} \quad (1.3)$$

## 1.5. Функції Excel для вирішення задач фінансової математики

### Функція FV (БС)

Функція FV (БС) повертає майбутнє значення вкладу, яке розраховують на основі значень періодичних постійних платежів і постійної відсоткової ставки. Функцію можна використовувати для постійних періодичних виплат або для одночасної виплати всієї суми. Загальний вигляд функції:

$$FV(\text{Ставка}; Kпер; Спл; Зв; Tin),$$

де *Ставка* – відсоткова ставка за один період; *Kпер* – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки та інше); *Спл* – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді; вона залишається незмінною протягом строку фінансової ренти. Зазвичай значення аргументу «*Спл*» містить основну частину боргу й відсоток і не містить жодних додаткових внесків або податків. Якщо аргумент «*Спл*» не вказано, необхідно включити аргумент «*Зв*»; *Зв* – зведена вартість або загальна сума, яка на цей час дорівнює сукупності майбутніх виплат; *Tin* – це аргумент, який визначає час виплати, він може мати значення нуля (за замовчуванням) і означає, що виплата відбувається в кінці періоду, або одиниці – виплата відбувається на початку періоду.

В залежності від умов фінансової угоди відсотки можуть нараховуватися кілька разів на рік, наприклад, щомісяця, щокварталу і т.д. Якщо відсоток нараховується кілька разів на рік, то необхідне визначення загального числа періодів нарахування відсотків і ставки відсотка за період нарахування. У таблиці 2.1 наведені дані для найбільш поширених методів внутрішньорічного



нарахування відсотків.

Таблиця 2.1.

Розрахунок даних для різних варіантів нарахування відсотків

| Метод нарахування відсотків | Загальна кількість періодів ( $N$ ) нарахування відсотків | Процентна ставка ( $K$ ) за період нарахування, % |
|-----------------------------|---|---|
| щорічний                    | $N$   | $K$   |
| піврічний                   | $N*2$   | $K/2$   |
| квартальний                 | $N*4$   | $K/4$   |
| місячний                    | $N*12$  | $K/12$  |
| щоденний                    | $N*365$   | $K/365$   |

### Функція FVSCCHEDULE (БЗРАСПИС)

Функцію FVSCCHEDULE зручно використовувати для розрахунку майбутньої величини разової інвестиції в разі, якщо нарахування відсотків здійснюється за плаваючою ставкою. Функція повертає майбутнє значення інвестиції після нарахування складних відсотків, при цьому відсоткова ставка має змінні значення. Функція має вигляд:

$$FVSCCHEDULE(\text{сума}; \text{розклад}),$$

де *сума* – вартість інвестиції на поточний момент; *розклад* – масив відсоткових ставок, які застосовуються.

Для обчислень майбутньої вартості функція FVSCCHEDULE використовує наступну формулу:

$$FVSCCHEDULE = Zv \cdot (1 + \text{Ставка}_1) \cdot (1 + \text{Ставка}_2) \cdot K \cdot (1 + \text{Ставка}_{\text{Кпер}}), \quad (2.5)$$

де FVSCCHEDULE – майбутня вартість інвестиції при змінній процентній ставці;

$Z_v$  – поточна вартість інвестиції;

$K_{пер}$  – загальне число періодів;

$Ставка_i$  – процентна ставка в  $i$ -й період.

### Функція PV (ПС)

Функція PV може повернути поточний обсяг вкладу, тобто суму, яку складають майбутні платежі. Синтаксис функції є наступним:

$$PV(Ставка, K_{пер}; Спл; [Mв]; [Tun]),$$

де  $Ставка$  – відсоткова ставка за період;  $K_{пер}$  – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки тощо);  $Спл$  – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді. Це значення є постійним для всього періоду платежів. Значення аргументу « $Спл$ » зазвичай містить основну суму та відсоток без урахування податків і додаткових витрат.  $Mв$  – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат. Якщо цей аргумент відсутній, майбутня вартість позики становить 0;  $Tun$  – аргумент, який визначає час виплати і має значення 0 або 1.

Функція PV використовується, якщо грошовий потік подано у вигляді серії рівних платежів, здійснюваних через рівні проміжки часу.

Розрахунок поточної вартості за допомогою функції PV є зворотним до визначення майбутньої вартості за допомогою функції  $Mв$ . Розрахунок проводиться шляхом дисконтування за ставкою складних відсотків, використовуючи формулу

$$Z_v = \frac{Mв}{(1 + Ставка)^{K_{пер}}} .$$

Розрахунок поточної вартості серії майбутніх постійних періодичних виплат, вироблених в кінці періоду (звичайні платежі) та дисконтованих нормою доходу  $Ставка$ , ведеться за формулою:

$$Zv = \frac{C_{пл}}{(1 + Ставка)} + \frac{C_{пл}}{(1 + Ставка)^2} + K + \frac{C_{пл}}{(1 + Ставка)^{K_{пер}}},$$

де  $Zv$  – поточна вартість серії фіксованих періодичних платежів;

$C_{пл}$  – фіксована періодична сума платежу;

$K_{пер}$  – загальне число періодів виплат (надходжень);

$Ставка$  – постійна процентна ставка.

### Функція XNPV (ЧИСТНЗ)

Функція XNPV повертає чисту наведену вартість нерегулярних змінних грошових потоків. Синтаксис функції є наступним:

$$XNPV(Ставка; Значення; Дати),$$

де  $Ставка$  – відсоткова ставка за період;  $Значення$  – ряд грошових потоків – виплат і надходжень (відповідно – негативні і позитивні значення), відповідно до графіку платежів;  $Дати$  – розклад дат платежів, що є відповідним до ряду грошових потоків.

Функція XNPV застосовується, якщо грошові потоки подані у вигляді платежів довільної величини, що здійснюються за будь-які проміжки часу.

Функція XNPV обчислюється в такий спосіб:

$$XNPV = \sum_{i=1}^N \frac{P_i}{(1 + ставка)^{\frac{(d_i - d_1)}{365}}},$$

де  $d_i$  = дата  $i$ -того або останнього платежу;

$d_1$  = дата нульового платежу;

$P_i$  –  $i$ -тий або останній платіж;

$N$  – кількість виплат і надходжень.

### Функція RATE (СТАВКА)

Функція RATE дає змогу розраховувати відсоткову ставку за один період, яка потрібна для отримання певної суми протягом заданого терміну і при постійній сумі виплат. Загальний вигляд функції:

$$\text{RATE}((Kпер; Спл; Зв; [Мв]; [Тип]; [Припущення]),$$

де  $Kпер$  – кількість періодів виплати (наприклад, місяці, роки тощо);  $Спл$  – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді. Це значення постійне для всього періоду платежів, його вводять зі знаком «-». Якщо цього аргументу немає, обов'язковим є аргумент  $Мв$ ;  $Зв$  – загальна сума, яку необхідно виплатити;  $Мв$  – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат. У разі відсутності аргументу майбутня вартість позики дорівнює нулю.  $Тип$  – аргумент, який визначає час виплати, він може мати значення 0 (за замовчуванням) і означає, що виплату здійснюють в кінці періоду, або 1 – виплату здійснюють на початку періоду;  $Припущення$  – величина пропонованої відсоткової ставки. Якщо цей аргумент опущено, значення дорівнює 10%.

Слід звернути увагу, що функція RATE обчислюється методом послідовного наближення (ітерації) і може не мати розв'язку або мати їх кілька. Якщо після 20-ї ітерації послідовні результати функції RATE не збігаються з точністю до 0,0000001, то функція RATE повертає значення помилки #NUM!. В останньому випадку вважається, що розв'язку немає, і для повторного його пошуку слід змінити значення аргументу  $Припущення$ .

### Функція NPER (КПЕР)

Функція NPER ( $Ставка; Спл; Зв; [Мв]; [Тип]$ ) дає змогу повернути кількість періодів виплат для отриманого вкладу, яку розраховують на основі постійних

періодичних виплат і постійної відсоткової ставки. Аргументи функції NPER аналогічними до функції RATE за винятком аргументу [Припущення].

Для розв'язання завдання можна також скористатися формулою (2.3). Виконавши перетворення і прологарифмувавши обидві частини рівняння (2.3), в якому аргумент  $K_{пер}$  і є значення функції NPER отримаємо

$$K_{пер} = \frac{\ln\left(\frac{Mв}{3в}\right)}{\ln(1 + Ставка)}.$$

### Функція PMT (ПЛТ)

Функція PMT розраховує величину постійної періодичної виплати позики при постійній відсотковій ставці. Вона має такий вигляд:

$$PMT(Ставка; K_{пер}; 3в; [Mв]; [Tun]),$$

де  $Ставка$  – відсоткова ставка за один період;  $K_{пер}$  – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки та інше);  $3в$  – загальна сума, яку необхідно виплатити;  $Mв$  – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат, якщо цього аргументу немає, то майбутня вартість позики становить нуль;  $Tun$  – це аргумент, який визначає час виплати, він може мати значення нуля (за замовчуванням) і означає, що виплата відбувається в кінці періоду, або одиниці – виплата відбувається на початку періоду.

Виплати, які визначаються функцією PMT, включають основні платежі і платежі за відсотками. Розрахунок виконується за формулою, яка визначається з:

$$PMT = -\left(\frac{(Mв + 3в \cdot (1 + Ставка)^{K_{пер}}) \cdot Ставка}{(1 + Ставка \cdot Tun) \cdot ((1 + Ставка)^{K_{пер}} - 1)}\right).$$

### **Функція IPMT(ПРПЛТ)**

За допомогою функції IPMT можна обчислити суму платежів за відсотками за певний період, які враховують на основі постійних періодичних виплат постійної відсоткової ставки. Функція має такий вигляд:

$$\text{IPMT}(\text{Ставка}; \text{Період}; \text{Кпер}; \text{Зв}; [\text{Мв}]; [\text{Тип}]).$$

де *Ставка* – відсоткова ставка за один період; *Період* – проміжок часу, для якого визначається прибуток (виплата); знаходиться в інтервалі від 1 до *Кпер*; *Кпер* – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки та інше); *Зв* – загальна сума, яку необхідно виплатити; *Мв* – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат; *Тип* – аргумент, який визначає час виплати.

### **Функція CUMIPMT (ОБЩПЛАТ)**

Функція має вигляд:

$$\text{CUMIPMT}(\text{Ставка}; \text{Кпер}; \text{Пв}; \text{Поч\_період}; \text{Кінець\_період}; \text{Тип}).$$

Вона повертає сукупну суму відсотків для виплати за позикою між початковим і кінцевим періодами, де *Ставка* – відсоткова ставка за один період; *Кпер* – загальна кількість періодів виплат; *Пв* – вартість інвестиції на поточний момент (або теперішня вартість); *Поч\_період* – номер першого періоду, включеного в обчислення; *Кінець\_період* – номер останнього періоду, включеного в обчислення; *Тип* – аргумент, який визначає час виплати.

## Тема 2. ІНВЕСТИЦІЙНА МАТЕМАТИКА

### ЗМІСТ

- 2.1. Основні поняття інвестування
- 2.2. Визначення ефективності інвестиційного проекту
  - 2.2.1. Розрахунок грошових потоків
  - 2.2.2. Розрахунок норми дисконту
- 2.3. Функції Excel для вирішення задач з інвестиційної математики

### 2.1. Основні поняття інвестування

**Інвестиція, капітальні вкладення** (від [лат. invest](#), вкладення коштів) — [господарська операція](#), яка передбачає придбання основних фондів, нематеріальних активів, корпоративних прав та [цінних паперів](#) в обмін на кошти або [майно](#).

#### **Форми інвестицій**

Інвестиції в об'єкти підприємницької діяльності здійснюються в різних формах. З метою обліку, аналізу та планування інвестиції класифікуються за різними ознаками:

1. *За об'єктами вкладень* розрізняють реальні та фінансові інвестиції. Під [реальними інвестиціями](#) розуміють вкладення коштів у реальні активи: як матеріальні, так і нематеріальні (інноваційні інвестиції). Під фінансовими інвестиціями розуміють вкладення коштів у різні фінансові активи, серед яких найзначнішу частку посідають вкладення у цінні папери.

2. *За характером участі в інвестуванні* розрізняють прямі і непрямі інвестиції. Під прямими інвестиціями розуміється безпосереднє вкладення коштів інвестором в об'єкти інвестування. Під непрямими інвестиціями розуміється інвестування, опосередковане іншими особами (інвестиційними або фінансовими посередниками).

3. *За періодом інвестування* розрізняють короткострокові та довгострокові інвестиції. Під короткостроковими інвестиціями розуміють

звичайно вкладення капіталу на період не більше одного року (наприклад, короткострокові депозитні внески, купівля короткострокових ощадних сертифікатів тощо). Під довгостроковими інвестиціями розуміють вкладення капіталу на період більше одного року.

4. *За формами власності інвесторів* розрізняють інвестиції приватні (акціонерні), державні, іноземні та спільні.

5. *За регіональною ознакою* розрізняють внутрішньодержавні та закордонні інвестиції. Під внутрішніми інвестиціями розуміють вкладення коштів у об'єкти інвестування, розміщені в межах даної країни. Під інвестиціями за кордоном (іноземні інвестиції) розуміють вкладення коштів у об'єкти інвестування, наприклад, через створення складальних або виробничих потужностей за кордоном (прямі інвестиції).

#### Фінансові інвестиції

Фінансові інвестиції — це активи, які отримуються підприємством з метою збільшення прибутку (відсотків, дивідендів тощо), зростання вартості капіталу або інших вигод для інвестора. Під фінансовими інвестиціями розуміють вкладення коштів у різні фінансові активи, серед яких найзначнішу частку посідають вкладення у цінні папери. Фінансова інвестиція передбачає придбання корпоративних прав, цінних паперів, деривативів та інших фінансових інструментів. Фінансові інвестиції поділяються на прямі та непрямі-портфельні.

**Прямі інвестиції** — безпосереднє вкладення коштів інвестором в об'єкти інвестування. Пряме інвестування здійснюють підготовлені інвестори, які мають достатньо інформації про об'єкт інвестування і знають механізм інвестування. Прямі інвестиції, як правило, здійснюються у формі кредиту без інвестиційних посередників з метою оволодіння контрольним пакетом акцій компанії. Пряма інвестиція передбачає внесення коштів або майна до статутного фондуюридічної особи в обмін на корпоративні права, емітовані такою юридичною особою.



Прямі інвестиції мають безпосередній вплив на обсяги [капітальних вкладень](#) в економіку. Мета прямих інвестицій — встановлення контролю за діяльністю підприємства і одержання прибутку від його господарської діяльності.

Прямі фінансові інвестиції дають змогу підприємству реалізувати стратегічні цілі свого розвитку швидким і дешевим шляхом. Так, при галузевій або регіональній диверсифікації операційної діяльності, нарощенні обсягів виробництва і реалізації продукції шляхом «захоплення» підприємств-конкурентів у своєму сегменті ринку та інших аналогічних випадках підприємство шляхом відповідних форм фінансового інвестування може придбати контрольний пакет акцій (контрольну частку у статутному фонді) суб'єктів господарювання, сума покупки яких становить більше половини ринкової вартості їх бізнесу (50 % плюс одна [Акція \(цінний папір\)](#)). Прямі інвестиції впливають на рівень зайнятості і стан внутрішнього ринку країни.

У розвинених країнах критерієм віднесення інвестицій до прямих є 10 %-ва частка у статутному фонді об'єкта інвестування. Інвестиція може вважатися прямою і з меншою часткою участі, однак вона повинна забезпечувати реальний вплив на господарську діяльність об'єкта інвестування. Якщо ж частка участі становить понад 10 %, але реальний контроль за об'єктом відсутній, то інвестиція прямою не вважається.

**Непрямі портфельні інвестиції** — інвестування, опосередковане іншими особами (інвестиційними або фінансовими посередниками). Не усі інвестори мають достатню кваліфікацію для ефективного вибору об'єктів інвестування та подальшого управління ними. У цьому випадку вони купують цінні папери, що випускаються інвестиційними або іншими фінансовими посередниками (наприклад, інвестиційні сертифікати інвестиційних фондів або інвестиційних компаній), а останні розміщують зібрані таким чином інвестиційні кошти на власний розсуд у найефективніші об'єкти інвестування, беруть участь в управлінні ними, а отримані доходи розподіляють серед своїх клієнтів.

Портфельна інвестиція передбачає придбання цінних паперів, деривативів та інших фінансових активів за кошти на біржовому ринку (за винятком операцій із скупівлі акцій як безпосередньо платником податку, так і пов'язаними з ним особами, в обсягах, що перевищують 50% загальної суми акцій, емітованих іншою юридичною особою, які належать до прямих інвестицій.

**Капітальна інвестиція** — це витрати на будівельно-монтажні роботи, придбання будівель або їх частин, обладнання, інструменту, інвентарю, інші капітальні роботи і витрати на проектно-пошукові роботи, геологорозвідувальні і бурові роботи, а також витрати на відведення земельних ділянок і переселення у зв'язку з будівництвом, на підготовку кадрів для підприємств, що будуються та ін.

### **Типи фінансових інвестицій**

Існує три основних типи фінансових інвестицій:

1. **Власні інвестиції** Власні інвестиції є найбільш нестабільним та вигідним класом інвестицій. Наведені нижче приклади інвестицій у власність: *Цінні папери, акції* - буквально сертифікати, які говорять, що у вас є частина компанії. Ваші очікування щодо прибутку реалізуються (чи ні), як ринок оцінює актив, на який ви володієте правами. Попит на акції підвищує ціну, збільшуючи прибуток, якщо ви вирішите продати акції. *Бізнес*. Гроші, започатковані для запуску та ведення бізнесу, - це інвестиції. Підприємництво є одним із найважчих інвестицій, оскільки це вимагає більше, ніж просто грошей. Отже, це також інвестиції в власність з надзвичайно великим потенційним прибутком. *Нерухомість* - Будинки, квартири чи інші житлові будинки, які ви купуєте для оренди, ремонту та перепродажу. *Дорогоцінні об'єкти*. Золото, картини Да Вінчі та підписаний Джерсі Леброн Джеймс можна вважати інвестицією в власність, за умови, що це об'єкти, які купуються з метою їх перепродажу на прибуток. Дорогоцінні метали та предмети колекціонування не обов'язково є хорошими інвестиціями з ряду причин, однак їх можна класифікувати як інвестиції.

2. Інвестиції в кредит. Інвестиції в кредит дозволяють вам бути банком. Вони, як правило, мають менший ризик, ніж інвестиції у власність, і тому в результаті зменшуються. Облігація, емітована компанією, сплачуватиме певну суму протягом певного періоду, тоді як протягом цього періоду фонд компанії може подвоїтися або потроїтися у вартості, сплативши набагато більше, ніж облігації, або він може сильно втратити і збанкрутувати. *Ваш ощадний рахунок*. Навіть якщо у вас немає нічого, крім звичайного ощадного рахунку, ви можете назвати себе інвестором. Ви, по суті, видаєте гроші банку, яке виплатитиметься у формі позик. *Облігації* - це категорія для широкого кола інвестицій з казначейських та міжнародних боргових зобов'язань до корпоративних небажаних облігацій. Ризики та прибутки значно відрізняються між різними типами облігацій, але в цілому кредитні інвестиції становлять менший ризик та забезпечують нижчу дохідність, ніж інвестиції у власність.

3. Готівкові еквіваленти. Це інвестиції, які легко конвертувати в готівку. *Фонди грошового ринку*. З грошовими ринковими фондами, прибуток дуже малий, від 1% до 2%, і ризики також невеликі. Фонди грошового ринку також є більш ліквідними, ніж інші інвестиції, тобто ви можете написати чеки за рахунками на грошовому ринку так само, як і за допомогою контрольного рахунку. <sup>[5]</sup>

### ***Інвестиційна діяльність***

**Інвестиційна діяльність** – це сукупність практичних дій громадян, юридичних осіб і держави по реалізації інвестицій (у майновій, фінансовій, чи матеріальній формі) з метою одержання прибутку.

Інвестиційна діяльність підприємства являє собою послідовну, цілеспрямовану діяльність, що полягає у капіталізації об'єктів власності, у формуванні і використанні інвестиційних ресурсів, регулюванні процесів інвестування і міжнародного руху інвестицій та інвестиційних товарів, створенні відповідного інвестиційного клімату і має на меті одержання прибутку чи визначеного соціального ефекту.

**Інвестиційна діяльність** - це різновид господарської діяльності, тобто як систематичні дії організаційно-майнового характеру, спрямовані на вкладення інвестицій на довготривалій або постійній основі з метою визначення соціально-економічного ефекту, насамперед – отримання прибутку.

Головна мета інвестиційної діяльності — забезпечення найбільш ефективних шляхів реалізації інвестиційної стратегії підприємства.<sup>[6]</sup>

Об'єктивною основою інвестиційної діяльності є інвестиційні цикли. **Інвестиційний цикл** - це процес, який реалізується протягом часу здійснення інвестицій. Він визначається часом між моментом формування інвестиційних намірів до моменту виходу зданих у експлуатацію об'єктів на проектні техніко-економічні показники.

Типові етапи інвестиційної діяльності підприємств:

- формування початкового капіталу;
- просте відтворення капіталу підприємства;
- розширене відтворення капіталу підприємства;
- залучення підприємством зовнішніх інвестицій;
- ведення підприємством зовнішньої інвестиційної діяльності;
- скорочене відтворення;
- потреба в виробничому переоснащенні підприємства, значних зовнішніх інвестиціях.

**Об'єкти інвестиційної діяльності** можуть бути поділені на такі групи: матеріальні цінності, цінні папери та майнові права, інтелектуальні цінності. Визначені види об'єктів інвестування можуть бути як об'єктами, в які вкладаються кошти, так і формами, в яких здійснюються вкладення.

**Суб'єктами (інвесторами та учасниками) інвестиційної діяльності** можуть бути фізичні та юридичні особи України й іноземних держав, а також держави.<sup>[7]</sup>

**Інвестори** — суб'єкти інвестиційної діяльності, які приймають рішення про вкладання власних, позичкових і залучених майнових та інтелектуальних цінностей в об'єкти інвестування. Інвестори можуть виступати в ролі

вкладників, кредиторів, покупців, а також виконувати функції будь-якого учасника інвестиційної діяльності.

За своїм статусом інвестори можуть бути корпоративними, інституційними та індивідуальними.

**Корпоративні інвестори** - це, переважно, акціонерні товариства, а також підприємства інших форм власності, що мають вільні грошові кошти.

**Інституційні інвестори** - це портфельні інвестори, які формують інвестиційний портфель на підставі фундаментального прогнозу поведінки у довготерміновому та середньостроковому періодах. Зазвичай це фахівці, робота яких полягає в довірчому управлінні активами.

Інституційними інвесторами є банки, інститути спільного інвестування (пайові та корпоративні інвестиційні фонди), інвестиційні фонди, взаємні фонди інвестиційних компаній, недержавні пенсійні фонди, страхові компанії, інші фінансові установи, які здійснюють операції з фінансовими активами в інтересах третіх осіб за власний рахунок чи за рахунок цих осіб, а у випадках, передбачених законодавством, - також за рахунок залучених від інших осіб фінансових активів з метою отримання прибутку або збереження реальної вартості фінансових активів.

**Індивідуальні (приватні) інвестори**— це фізичні особи, які використовують свої нагромадження для інвестування. Індивідуальний інвестор найчастіше зацікавлений у тому, щоб вільні грошові кошти принесли дохід, що стане джерелом доходів при досягненні пенсійного віку або забезпечить фінансову стабільність його родині.

Права в усіх інвесторів, незалежно від форми власності щодо розміщення інвестицій у будь-які об'єкти, є рівні. Умови інвестування можуть бути різними для вітчизняних та іноземних учасників. Це залежить від державної політики щодо активізації інвестиційних процесів та напрямків їх державного регулювання.

**Учасники інвестиційної діяльності** – це громадяни та юридичні особи України, інших держав, які забезпечують реалізацію інвестицій як виконавці замовлень або на підставі доручення інвестора.

## **2.2. Визначення ефективності інвестиційного проекту**

### **2.2.1. Розрахунок грошових потоків**

Кошти, що надходять на підприємство, називаються припливом грошових потоків ( $I$ ), а кошти, які підприємство сплачує іншим комерційним або державним структурам – відтоком грошових потоків ( $B$ ). Різниця цих значень є чистим грошовим потоком.

Інвестиційний проект розбивається на кроки. Кожен крок має свій номер, який позначається як  $t$ . Загальний термін виконання інвестиційного проекту називається горизонтом розрахунку і позначається як  $T$ .

Після закінчення  $t$ -го кроку визначається розмір припливу  $I_t$  та відтоку коштів  $B_t$ .

Перелік можливих джерел припливів та відтоків грошових коштів наведено у таблиці 2.1.

За значеннями припливів та відтоків визначається чистий приведений доход ( $NPV$  – netpresentvalue) дозволяє одержати найбільш узагальнену характеристику результату інвестування.

Таблиця 2.1.

## Складові припливів і відтоків за інвестиційним проектом

| Найменування         | Склад припливів  | Склад відтоків   |
|----------------------|--|--|
| Проект в цілому      | — виручка від реалізації;<br>дохід від продажу постійних активів.  | — повні інвестиційні витрати;<br>— операційні витрати;<br>— інші поточні витрати;<br>— податкові виплати.                                      |
| Замовник/<br>Власник | — виручка від реалізації;<br>доходи від іншої реалізації і позареалізаційні доходи;<br>— залучення кредитів. | — повні інвестиційні витрати;<br>загальна сума виплат по кредитах;<br>— операційні витрати;<br>— інші поточні витрати;<br>— податкові виплати. |
| Банк                 | загальна сума виплат по кредитах.  | — залучення кредитів.  |

| Найменування   | Склад припливів   | Склад відтоків   |
|--|---|--|
| Бюджет (розмір припливів і відтоків підлягає додатковому розрахунку) | <p>податкові надходження до бюджету за проектом;</p> <p>збільшення (зі знаком “-” зменшення) податкових надходжень від сторонніх підприємств, обумовлене впливом проекту;</p> <p>митний збір і акцизи по продуктах (ресурсам), вироблюваних (що витрачається) за проектом;</p> <p>емісійний дохід від випуску цінних паперів при реалізації проекту;</p> <p>дохід по цінних паперах, що належать бюджету;</p> <p>прибутковий податок із заробітної платні працівників, задіяних в проекті;</p> <p>платня за користування ресурсами платні за надра і ін.;</p> <p>доходи від ліцензування, конкурсів і тендерів на розвідку, будівництво і експлуатацію проекту;</p> <p>погашення пільгових бюджетних кредитів і їх обслуговування;</p> <p>штрафи і санкції, сплачувані до бюджету при реалізації проекту.</p> | <p>засоби, що виділяються для прямого бюджетного фінансування проекту;</p> <p>кредити банків, підлягаючі компенсації за рахунок бюджету;</p> <p>прямі бюджетні асигнування на надбавки до ринкових цін на паливо і енергоносії;</p> <p>виплати допомог особам, що залишається без роботи у зв'язку із здійсненням проекту;</p> <p>виплати по державних цінних паперах;</p> <p>бюджетні гарантії інвестиційних ризиків учасникам проект-ту;</p> <p>засоби, що виділяються з бюджету для ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій за проектом, і інші компенсації.</p> |

Цей параметр може бути приведений:



– як на кінець інвестиційного проекту

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{\Pi_t - B_t}{(1 + E_t)^t}; \quad (2.1)$$

– так і на початок інвестиційного проекту

$$NFV = \sum_{t=1}^T (\Pi_t - B_t)(1 + E_t)^t, \quad (2.2)$$

де  $E_t$  – дисконтна ставка, яка в загальному вигляді може бути різною для кожного кроку розрахунку.

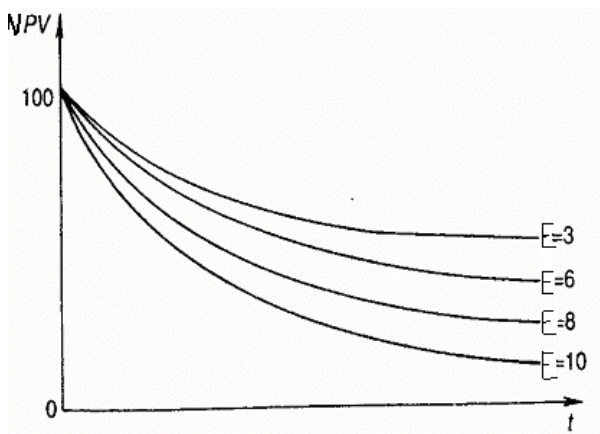


Рис. 2.1. Темпи спаду  $NPV$  залежності від часу і коефіцієнта дисконтування

Нехай протягом періоду  $t$  ми отримуємо: через рік –  $NPV_1$ , через 2 роки –  $NPV_2$ , через  $t$  років –  $NPV_t$ , і нехай  $E$  – щорічний процент на капітал (або норма дисконту), який ми отримуємо через  $t$  років (припускається, що процент на капітал може щорічно мінятися, як це й спостерігається на практиці). Тоді приведена до початкового моменту вартість  $NPV$  залежить від  $E$  і  $t$ . Ця зворотно-пропорційна залежність показана на рис. 2.1

Характеризуючи показник „чистий приведений доход” слід зазначити, що він може бути використаний не тільки для порівняльної оцінки ефективності реальних інвестиційних проектів, але і як критерій доцільності їхньої реалізації.

Незалежний інвестиційний проект, по якому показник чистого приведенного доходу є негативною величиною або такою, що дорівнює нулю, має бути відкинутий, тому що він не принесе підприємству додатковий дохід на вкладений капітал. Незалежні інвестиційні проекти з позитивним значенням показника чистого приведенного доходу дозволяють збільшити капітал підприємства і його ринкову вартість. Із системи взаємовиключних інвестиційних проектів приймається той з них, по якому значення показника чистого приведенного доходу є найвищим.

Якщо  $NPV$  позитивний – проект ефективний, якщо негативний – проект неефективний. Чистий дисконтований дохід є основним показником, на підставі якого визначається ефективність проекту, тому що він:

- безпосередньо вказує на ефект від проекту, тобто дозволяє максимізувати ефективність інвестицій,
- єдиний з показників має властивість адитивності;

$$NPV(A+B) = NPV(A) + NPV(B); \quad (2.3)$$

де  $A$  і  $B$  – інвестиційні проекти. Тобто, існує можливість розрахунку ефективності одночасного виконання декількох інвестиційних проектів.

Вибір напрямку приведення грошового потоку (на кінець або на початок проекту) залежить від мети, яку ставлять собі інвестори. Якщо їх цікавить вартість майбутніх грошей у порівнянні з сьогоdnішнім рівнем, то треба використовувати формулу (2.1). Якщо ж інвестори хочуть знати, який прибуток вони отримають після закінчення проекту – то (2.2).

Наведемо ще декілька критеріїв, за якими може бути оцінено інвестиційний проект.

Індекс прибутковості ( $III$ ) – сума приведених ефектів до величини капітальних вкладень:

$$III = \frac{NPV}{K} \quad (2.4)$$

де  $K$  – загальна сума капіталовкладень у проект.

Якщо цей індекс вище вартості власних коштів або ставкам по депозиту в банку – проект можна приймати. Якщо ні – варто залишити власні кошти на старих інвестиційних проектах.

Якщо  $NPV$  позитивний, то  $PI > 0$  і навпаки. Якщо  $PI > 0$  – проект ефективний, а якщо  $PI < 0$  – неефективний.

Внутрішня норма прибутковості (позначається як  $BHP$  або  $IRR$ ) – це така норма дисконту ( $E$ ), при якій величина приведених ефектів дорівнює приведеним капіталовкладенням. Інакше кажучи, *внутрішня норма прибутковості* ( $BHP$  або  $IRR$ ) являє собою ту норму дисконту, при яких дисконтовані припливи коштів по проекту дорівнюють дисконтованим відтокам.  $BHP$  (або  $IRR$ ) визначається, виходячи з вирішення рівняння:

$$\sum_{t=1}^T \frac{\Pi_t - B_t}{(1 + BHP)^t} = 0. \quad (2.5)$$

У випадку, якщо  $BHP$  перевищує норму дисконту, визначену вами для розрахунку інвестиційного проекту, даний проект може розглядатися для реалізації. У протилежному випадку інвестиції в даний проект недоцільні.

Значення  $BHP$  має наступний економічний зміст:  $BHP$  – максимальний відсоток за кредит, який можна виплатити за термін, що дорівнює горизонту розрахунку, за умови, що весь проект здійснюється тільки за рахунок цього кредиту. Це дозволяє використовувати  $BHP$  для визначення доцільності залучення кредитних ресурсів: якщо відсоток за кредит нижче  $BHP$ , то використання такого кредиту при реалізації проекту є доцільним.

При значних реінвестиціях у проект,  $BHP$  може дорівнювати дві і більше. У цьому випадку показник  $BHP$  при оцінці ефективності проекту використовувати не рекомендується.

Період окупності інвестиційного проекту визначається за формулою:

$$T_{OK} = \frac{K}{\sum_{t=1}^T \frac{\Pi_t - B_t}{(1 + E_t)^t}}, \quad (2.6)$$

де  $K$  – сума власного капіталу.

Показник „період окупності” використовується звичайно для порівняльної оцінки ефективності проектів, але може бути прийнятий і як критерій (у цьому випадку інвестиційні проекти з більш високим періодом окупності будуть підприємством відкидатися). Основним недоліком цього показника є те, що він не враховує ті чисті грошові потоки, що формуються після періоду окупності інвестиційних витрат (рис. 1.5.). Так, по інвестиційних проектах із тривалим терміном експлуатації після періоду їхньої окупності може бути отримана значно більша сума чистого грошового потоку, чим по інвестиційних проектах з коротким терміном експлуатації (при аналогічному і навіть більш швидкому періоді окупності останніх).

### 2.2.2. Розрахунок норми дисконту

Норма дисконту, позначена як  $E$ , складається з наступних елементів

$$E = BK + PP + I, \quad (2.7)$$

де  $BK$  – вартість капіталу, залученого до виконання інвестиційного проекту,  $PP$  – премія за ризик,  $I$  – індекс інфляції.

Вартість капіталу – це

$$BK = BVK + BЗК, \quad (2.8)$$

де  $BVK$  – вартість власного капіталу, яка є процентом прибутковості від власного виробництва або ставкою по депозитам у банку,  $BЗК$  – вартість залученого капіталу, тобто це ставка по кредитах у банку або обіцяна норма прибутковості акцій, випущених для реалізації цього проекту.

У випадку, коли сума власного ( $S_{BK}$ ) та залученого капіталів ( $S_{ЗК}$ ) значно відрізняються, для визначенні вартості капіталу використовується метод

WACC (weighting average cost) – це метод використання середньозваженої вартості капіталу:

$$BK = \frac{\sum_{i=1}^n BK_i S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}, \quad (2.9)$$

де  $BK_i$  – вартість капіталу  $i$ -го типу,  $S_i$  – сума капіталу  $i$ -го типу,  $n$  – кількість типів залученого капіталу.

Розмір премії за ризик встановлюється експертами. Як аналог можливе використання рекомендацій, приведених у табл. 2.2 Вона подана у частках від цілого.

Найважчим у формулі (2.7) є прогнозування інфляції. Адже вартість капіталу та премія за ризик є наперед визначеними величинами, а майбутнє значення інфляції можна тільки припускати.

Найпростішим є застосування функції TREND електронних таблиць Calc, яка робить лінійний прогноз числових значень. Вона має вигляд:

**TREND(Data\_Y; Data\_X; NewData\_X; Linear\_Type);**

де  $Data\_Y$  – інфляція за попередні періоди,  $Data\_X$  – дати, за які було визначено інфляцію,  $NewData\_X$  – дата, на яку потрібно спрогнозувати інфляцію,  $Linear\_Type$  – дорівнює 0, якщо потрібно, щоб лінія тренду проходила через 0, і не дорівнює 0, якщо не потрібно. При прогнозах інфляції цей параметр завжди не дорівнює нулю.

## Рекомендований розмір премії за ризик

| Група інвестицій  | Премія за ризик (ІР) |
|---|----------------------|
| Інвестиції, що заміщають – категорія 1 (нові машини й устаткування, транспортні засоби і т.д., що будуть виконувати в основному ті ж функції що і старе устаткування, що заміняється) | 0                    |
| Інвестиції, що заміщають – категорія 2 (нові машини й устаткування, що заміняють старе устаткування, але є технологічно більш зробленими, вимагають більш високої кваліфікації)       | 0,03                 |
| Інвестиції, що заміщають – категорія 3 (нові потужності, що заміняють старі потужності нові заводи на тому ж чи іншому)   | 0,06                 |
| Нові інвестиції – категорія 1 (нові потужності чи схоже на старе устаткування, за допомогою якого будуть вироблятися чи   | 0,05                 |
| Нові інвестиції – категорія 2 (нові потужності чи машини для виробництва чи продажу виробничих ліній, що тісно зв'язані з   | 0,08                 |
| Нові інвестиції – категорія 3 (нові потужності чи машини або поглинання (придбання) інших форм для виробництва чи продажу виробничих ліній, що не зв'язані з первісним підприємством) | 0,15                 |
| Інвестиції в НДР – категорія 1 (прикладні НДР, спрямовані на визначені специфічні цілі)   | 0,10                 |
| Інвестиції в НДР – категорія 2 (фундаментальні дослідження, мета яких може бути поки що точно не визначена, і результат точно не  | 0,20                 |

Примітки: НДР – науково-дослідні роботи.

### **2.3. Функції Excel для вирішення задач з інвестиційної математики**

Поняття майбутньої вартості ґрунтується на принципі нерівноцінності грошей, що належать до різних моментів часу. Вкладення, зроблені сьогодні, в майбутньому складуть більшу величину. Ця група функцій дозволяє

розрахувати:

- майбутню або розширену вартість серії фіксованих періодичних платежів, а також майбутню вартість поточного значення вкладу або позики при постійній процентній ставці;
- майбутнє значення інвестиції після нарахування складних відсотків зі змінною процентною ставкою.

### Функція FV (БС)

Функція FV (БС) повертає майбутнє значення вкладу, яке розраховують на основі значень періодичних постійних платежів і постійної відсоткової ставки. Функцію можна використовувати для постійних періодичних виплат або для одночасної виплати всієї суми. Загальний вигляд функції:

$$FV(\text{Ставка}; Kпер; Спл; Зв; Tип),$$

де *Ставка* – відсоткова ставка за один період; *Kпер* – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки та інше); *Спл* – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді; вона залишається незмінною протягом строку фінансової ренти. Зазвичай значення аргументу «*Спл*» містить основну частину боргу й відсоток і не містить жодних додаткових внесків або податків. Якщо аргумент «*Спл*» не вказано, необхідно включити аргумент «*Зв*»; *Зв* – зведена вартість або загальна сума, яка на цей час дорівнює сукупності майбутніх виплат; *Tип* – це аргумент, який визначає час виплати, він може мати значення нуля (за замовчуванням) і означає, що виплата відбувається в кінці періоду, або одиниці – виплата відбувається на початку періоду.

В залежності від умов фінансової угоди відсотки можуть нараховуватися кілька разів на рік, наприклад, щомісяця, щокварталу і т.д. Якщо відсоток нараховується кілька разів на рік, то необхідне визначення загального числа періодів нарахування відсотків і ставки відсотка за період нарахування. У таблиці 2.1 наведені дані для найбільш поширених методів внутрішньорічного нарахування відсотків.

Розрахунок даних для різних варіантів нарахування відсотків

| Метод нарахування відсотків | Загальна кількість періодів ( $N$ ) нарахування відсотків | Процентна ставка ( $K$ ) за період нарахування, % |
|-----------------------------|---|---|
| щорічний                    | $N$   | $K$   |
| піврічний                   | $N*2$   | $K/2$   |
| квартальний                 | $N*4$   | $K/4$   |
| місячний                    | $N*12$  | $K/12$  |
| щоденний                    | $N*365$   | $K/365$   |

**Приклад.** На банківський рахунок під 11,5% річних внесли 37000 грн. Визначити розмір вкладу, що спливає за 3 роки, якщо відсотки нараховуються кожні півроку.

#### Розв'язання

У зв'язку з тим, що відсотки нараховуються кожні півроку, ставка дорівнює  $11,5\% / 2$ . Загальна кількість періодів нарахування дорівнює  $3*2$  (аргумент  $K_{пер}$ ). Якщо розв'язувати цю задачу з позиції вкладника, то аргумент  $Z_в$  (початкова вартість вкладу) дорівнює 37000 грн, задається у вигляді від'ємної величини (-37000), оскільки для вкладника це відтік його грошових коштів (вкладення коштів). Якщо розглядати розв'язання завдання з позиції банку, то даний аргумент ( $Z_в$ ) повинен бути заданий у вигляді позитивної величини, тому що означає надходження коштів в банк. Аргумент  $С_{пл}$  відсутній, оскільки внесок не поповнюється. Аргумент  $T_{ип}$  дорівнює 0, тому що в подібних операціях відсотки нараховуються в кінці кожного періоду (задається за замовчуванням). Тоді до кінця 3-го року на банківському рахунку маємо:

$$=FV(11,5\%/2; 3*2;; - 37000) = 51746,86 \text{ грн, з позиції вкладника це дохід,}$$

$$=FV(11,5\%/2; 3*2;; 37000) = -51746,86 \text{ грн, з позиції банку це витрата,}$$



тобто повернення грошей банком вкладнику.

Цей же розрахунок можна виконати за формулою

$$Mв = Зв \cdot (1 + Ставка)^{Кпер},$$

де  $Mв$  – майбутня вартість вкладу;

$Зв$  – поточна вартість вкладу;

$Кпер$  – загальне число періодів нарахування відсотків;

$Ставка$  – процентна ставка за вкладом за період.

Підставивши в формулу числові дані, отримаємо:

$$Mв = 37000 \cdot \left(1 + \frac{0,115}{2}\right)^{32} = 51746,86.$$

**Приклад.** Визначити, скільки грошей опиниться на банківському рахунку, якщо щорічно протягом 5 років під 17% річних вноситься 20 тис. грн. Внески здійснюються на початку кожного року.

#### *Розв'язання*

Оскільки слід розрахувати майбутню вартість фіксованих періодичних виплат на основі постійної процентної ставки, то скористаємося функцією FV з наступними аргументами:

$$= FV(17\%; 5; -20000;; 1) = 164136,96 \text{ грн.}$$

Якби внески здійснювалися в кінці кожного року, то результат був би:

$$= FV(17\%; 5; -20000) = 140288 \text{ грн.}$$

У розглянутій функції не використовується аргумент  $Зв$ , оскільки спочатку на рахунку грошей не було.

Розв'язання завдання може бути знайдено з використанням формули:

$$\begin{aligned}
 Mв &= Cпл \cdot \sum_{i=1}^{Kпер} (1 + Ставка)^i = \\
 &= Cпл \cdot (1 + Ставка) + Cпл \cdot (1 + Ставка)^2 + К + Cпл \cdot (1 + Ставка)^{Kпер}
 \end{aligned}$$

де  $Mв$  – майбутня вартість потоку фіксованих періодичних платежів;

$Cпл$  – фіксована періодична сума платежу;

$Kпер$  – загальне число періодів виплат;

$Ставка$  – постійна процентна ставка;

$i$  – номер поточного періоду виплати платежу.

Результат аналітичного обчислення за формулою:

$$Mв = 20000 \cdot ((1 + 0,17) + (1 + 0,17)^2 + (1 + 0,17)^3 + (1 + 0,17)^4 + (1 + 0,17)^5) = 164136,96$$

**Приклад.** Чи достатньо покласти на рахунок 85000 грн для придбання через 5 років легкового автомобіля вартістю 160000 грн? Банк нараховує відсотки щоквартально, річна ставка 12%.

Провести розрахунки з різними варіантами процентної ставки.

#### *Розв'язання*

Використання функції FV для розв'язання поставленого завдання дає наступний результат:

$$= FV(12\%/4; 5*4; ; -85000; 0) = 153519,45 \text{ грн}$$

Як бачимо, знайдена сума є недостатньою для здійснення покупки. Для того треба спочатку покласти на рахунок велику суму або скористатися пропозицією банку, де передбачена велика процентна ставка. Для визначення необхідної суми вихідні дані завдання занесемо у таблицю і скористаємося засобом *Підбір параметра* з меню команди *Дані/Аналіз «якщо»*.

Ілюстрація розв'язання представлена на рис. 2.2.

Після підтвердження введених даних в клітинці B25 встановиться значення 160000 грн, а в клітинці B22 відобразиться результат – 88588,12 грн

## Функція FVSCCHEDULE (БЗРАСПИС)

Функцію FVSCCHEDULE зручно використовувати для розрахунку майбутньої величини разової інвестиції в разі, якщо нарахування відсотків здійснюється за плаваючою ставкою. Функція повертає майбутнє значення інвестиції після нарахування складних відсотків, при цьому відсоткова ставка має змінні значення. Функція має вигляд:

$$FVSCCHEDULE(\text{сума}; \text{розклад}),$$

де *сума* – вартість інвестиції на поточний момент; *розклад* – масив відсоткових ставок, які застосовуються.

Для обчислень майбутньої вартості функція FVSCCHEDULE використовує наступну формулу:

$$FVSCCHEDULE = Zv \cdot (1 + \text{Ставка}_1) \cdot (1 + \text{Ставка}_2) \cdot K \cdot (1 + \text{Ставка}_{K_{пер}}), \quad (2.5)$$

де FVSCCHEDULE – майбутня вартість інвестиції при змінній процентній ставці;

*Zv* – поточна вартість інвестиції;

*Kпер* – загальне число періодів;

*Ставка<sub>i</sub>* – процентна ставка в *i*-й період.

**Приклад.** За облігацією номіналом 50000 грн, що випущена на 6 років, передбачений наступний порядок нарахування відсотків: в перший рік – 10%, в наступні два роки – 20%, в наступні три роки – 25%. Визначити майбутню вартість облігації з урахуванням змінної процентної ставки.

### Розв'язання

Оскільки процентна ставка змінюється з часом, але є постійною протягом кожного з періодів однакової тривалості, то для розрахунку майбутнього значення інвестиції за складною процентною ставкою використаємо функцію FVSCCHEDULE. Масив процентних ставок в цьому випадку слід ввести в фігурних дужках.

Результат розв'язання задачі:

$$= \text{FVSCCHEDULE}(50000; \{0,1; 0,2; 0,2; 0,25; 0,25; 0,25\}) = 154687,50 \text{ грн}$$

**Приклад.** За облігацією, що випущена на 6 років, передбачений порядок нарахування відсотків, наведений у попередньому прикладі. Розрахувати номінал облігації, якщо відомо, що її майбутня вартість склала 154687,50 грн

#### *Розв'язання*

Для розв'язання запропонованого завдання скористаємося апаратом *Підбору параметра* (з меню команди *Дані/Аналіз «якщо»*).

Нехай вихідні дані завдання введені у відповідності до рис. 2.3: в клітинках B43:B48 набрані процентні ставки; клітинка B42 призначений для зберігання значення номіналу облігації; в клітинку B49 введена формула  $=\text{FVSCCHEDULE}(B42; B43: B48)$ . Ініціюємо процедуру підбору параметра і заповнимо діалогове вікно згідно з даними, поданими на рис. 2.3.

Після підтвердження введення даних в результаті підбору параметра в клітинці B42 отримаємо значення номіналу облігації – 50000 грн

Розрахунок за формулою (2.5) дає аналогічний результат

$$\text{FVSCCHEDULE} = 50000 \cdot (1 + 0,1) \cdot (1 + 0,2) \cdot (1 + 0,2) \cdot (1 + 0,25) \cdot (1 + 0,25) \cdot (1 + 0,25) = 154687,5$$

### **Функція PV (ПС)**

Функція PV може повернути поточний обсяг вкладу, тобто суму, яку складають майбутні платежі. Синтаксис функції є наступним:

$$\text{PV} (\text{Ставка}, \text{Кпер}; \text{Спл}; [\text{Мв}]; [\text{Тип}]),$$

де *Ставка* – відсоткова ставка за період; *Кпер* – кількість періодів виплат (наприклад, місяці, роки тощо); *Спл* – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді. Це значення є постійним для всього періоду платежів.

Значення аргументу «Спл» зазвичай містить основну суму та відсоток без урахування податків і додаткових витрат.  $Mв$  – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат. Якщо цей аргумент відсутній, майбутня вартість позики становить 0;  $Tип$  – аргумент, який визначає час виплати і має значення 0 або 1.

Функція PV використовується, якщо грошовий потік подано у вигляді серії рівних платежів, здійснюваних через рівні проміжки часу.

Розрахунок поточної вартості за допомогою функції PVє зворотним до визначення майбутньої вартості за допомогою функції  $Mв$  (див. формули (2.1) і (2.3)). Розрахунок проводиться шляхом дисконтування за ставкою складних відсотків, використовуючи формулу

$$Зв = \frac{Mв}{(1 + Ставка)^{Кпер}} \quad (2.6)$$

Розрахунок поточної вартості серії майбутніх постійних періодичних виплат, вироблених в кінці періоду (звичайні платежі) та дисконтованих нормою доходу  $Ставка$ , ведеться за формулою:

$$Зв = \frac{Спл}{(1 + Ставка)} + \frac{Спл}{(1 + Ставка)^2} + К + \frac{Спл}{(1 + Ставка)^{Кпер}},$$

де  $Зв$  – поточна вартість серії фіксованих періодичних платежів;

$Спл$  – фіксована періодична сума платежу;

$Кпер$  – загальне число періодів виплат (надходжень);

$Ставка$  – постійна процентна ставка.

**Приклад.** Придбано облігацію, номінальна вартість якої становить 1000 грн. Виплата за нею – 150 грн на рік, відсоткова ставка – 22%, термін дії облігації – 3 роки.

Якщо розрахувати вартість облігації на третій рік, то функція буде такою:  
 $=PV(22\%;3;150;1000)$ , а розраховане значення – 857,04 грн

**Приклад.** Фірмі потрібно 500 тис. грн через три роки. Визначити, яку суму необхідно внести фірмі зараз, щоб до кінця третього року внесок збільшився до 500 тис. грн, якщо процентна ставка становить 12% річних.

#### *Розв'язання*

Для розрахунку суми поточного вкладу задамо вихідні дані у вигляді таблиці. При введенні формули використаємо функцію PV і в полях її панелі покажемо адреси необхідних параметрів (рис. 2.4).

В результаті обчислень отримаємо від'ємне значення, оскільки вказану суму фірмі буде потрібно внести. При безпосередньому введенні даних виходить те саме значення вкладу

$$= PV(12\%; 3;; 500000) = - 355890,12 \text{ грн}$$

**Приклад.** Клієнт укладає з банком договір про виплату йому протягом 5 років щорічної ренти в розмірі 5 тис. грн в кінці кожного року. Яку суму необхідно внести клієнту на початку першого року, щоб забезпечити цю ренту, виходячи з річної відсоткової ставки 20%?

#### *Розв'язання*

Для розрахунку даного обсягу передбачуваної інвестиції на основі постійних періодичних виплат в розмірі 5 тис. грн протягом 5 років використовується функція PV. Підставивши вихідні дані у задану функцію, отримаємо:  $= PV(20\%; 5; 5000; 0; 0) = -14953,06$  грн Знак «мінус» означає, що клієнт повинен вкласти 14953,06 грн, щоб потім отримати виплати.

### **Функція NPV (ЧПС)**

Функція NPV повертає чисту поточну вартість вкладу, що базується на

серії періодичних надходжень грошових коштів і на величині облікової ставки. Синтаксис функції є наступним:

$$NPV(\text{Ставка}; \text{Значення1}; \text{Значення2}; \dots),$$

де *Ставка* – ставка дисконтування на один період; *Значення1*, *Значення2*, ... – від 1 до 29 аргументів, які представляють витрати і доходи.

Функція NPV застосовується, якщо грошові потоки подані у вигляді платежів довільної величини, що здійснюються через рівні проміжки часу і завжди в кінці періоду. З останнього випливає, що якщо грошовий внесок здійснюється на початку першого періоду, то його значення слід виключити з аргументів функції NPV і додати (відняти, якщо вони є видатками) до результату функції NPV. Якщо ж внесок припадає на кінець першого періоду, то його слід задати у вигляді негативного першого аргументу масиву значень функції NPV.

Якщо *n* – це кількість грошових потоків у списку значень, то формула для функції NPV така:

$$NPV = \sum_{i=1}^n \frac{\text{значення}_i}{(1 + \text{ставка})^i},$$

де *значення<sub>i</sub>* – сумарний розмір *i*-го грошового потоку на кінець періоду (надходження – зі знаком «плюс», виплати – зі знаком «мінус»); *ставка* – норма дисконтування за один період; *i* – номер періоду грошового потоку.

**Приклад.** Нехай інвестиції в проект до кінця першого року його реалізації складуть 20000 грн. У наступні чотири роки очікуються річні доходи за проектом: 6000 грн, 8200 грн, 12600 грн, 18800 грн. Розрахувати чисту поточну вартість проекту до початку першого року, якщо процентна ставка становить 10% річних.

### *Розв'язання*

Оскільки за умовою завдання інвестиція в сумі 20000 грн вноситься до кінця першого періоду, то це значення слід включити в список аргументів функції NPV зі знаком «мінус» (інвестиційний грошовий потік рухається «від нас»). Решта грошових потоків являють собою доходи, тому при обчисленнях вкажемо їх зі знаком «плюс».

Чиста поточна вартість проекту до початку першого року становить:

$$= \text{NPV}(10\%; -20000; 6000, 8200; 12600; 18800) = 13216,93 \text{ грн}$$

Даний результат є чистим прибутком від вкладення 20 тис. грн в проект з урахуванням покриття всіх витрат.

Аналітичний розрахунок завдання дає аналогічний результат:

$$\text{NPV} = \frac{-20000}{(1+0,1)} + \frac{6000}{(1+0,1)^2} + \frac{8200}{(1+0,1)^3} + \frac{12600}{(1+0,1)^4} + \frac{18800}{(1+0,1)^5} = 13216,93.$$

**Приклад.** Інвестор з метою інвестування розглядає 2 проекти, розрахованих на 5 років. Проекти характеризуються такими даними:

- за 1-м проектом – початкові інвестиції становлять 550 тис. грн, очікувані доходи за 5 років відповідно 100, 190, 270, 300 і 350 тис. грн;
  - за 2-м проектом – початкові інвестиції становлять 650 тис. грн, очікувані доходи за 5 років відповідно 150, 230, 470, 180 і 320 тис. грн
- Визначити, який проект є найбільш привабливим для інвестора при ставці банківського відсотка 15% річних.

### *Розв'язання*

Оцінку привабливості проектів виконаємо за допомогою показника чистої поточної вартості (функції NPV). Оскільки обидва проекти передбачають початкові інвестиції, віднімемо їх з результату, отриманого за допомогою функції NPV. (Початкові інвестиції за проектом не потрібно



дисконтувати, тому що вони є попередніми, вже досконалыми на цей момент часу). Підставивши вихідні дані у задану функцію, отримаємо: для 1-го проекту

= NPV(15%; 100; 190; 270; 300; 350) - 550 = 203,69103 тис. грн; для 2-го проекту = NPV(15%; 150; 230; 470; 180; 320) - 650 = 225,39259 тис. грн

В результаті обчислень отримаємо, що чиста зведена вартість інвестицій в другий проект майже на 22 тис. грн вища, ніж в перший.

### Функція XNPV (ЧИСТНЗ)

Функція XNPV повертає чисту наведену вартість нерегулярних змінних грошових потоків. Синтаксис функції є наступним:

$$XNPV(\text{Ставка}; \text{Значення}; \text{Дати}),$$

де *Ставка* – відсоткова ставка за період; *Значення* – ряд грошових потоків – виплат і надходжень (відповідно – негативні і позитивні значення), відповідно до графіку платежів; *Дати* – розклад дат платежів, що є відповідним до ряду грошових потоків.

Функція XNPV застосовується, якщо грошові потоки подані у вигляді платежів довільної величини, що здійснюються за будь-які проміжки часу.

Функція XNPV обчислюється в такий спосіб:

$$XNPV = \sum_{i=1}^N \frac{P_i}{(1 + \text{ставка})^{\frac{(d_i - d_1)}{365}}},$$

де  $d_i$  = дата  $i$ -того або останнього платежу;

$d_1$  = дата нульового платежу;

$P_i$  =  $i$ -тий або останній платіж;

$N$  – кількість виплат і надходжень.

**Приклад.** Визначити чисту поточну вартість за проектом на 5.04.2015 р. при ставці дисконтування 8%, якщо витрати за ним на 5.08.2015 р. складуть 90 млн грн, а очікувані доходи протягом наступних місяців будуть: 10 млн грн на 10.01.2016 р.; 20 млн грн на 1.03.2016 р.; 30 млн грн на 15.04.2016 р.; 40 млн грн на 25.07.2016 р.

### *Розв'язання*

Оскільки в даному випадку маємо справу з нерегулярними змінними витратами і доходами, для розрахунку чистої поточної вартості за проектом на 5.04.2015 р. необхідно застосувати функцію XNPV.

Для знаходження розв'язання задачі попередньо побудуємо таблицю з вихідними даними. Потім знайдемо необхідний результат – за допомогою функції XNPV. Отримаємо значення:

$$= \text{XNPV}(8\%; \{0; -90; 10; 20; 30; 40\}; A5:A10) = 4,26755931 \text{ млн грн}$$

При явній формі запису функції XNPV не можна безпосередньо вказувати в жодному допустимому форматі масив дат в якості її параметрів. Обов'язково слід посилатися на клітинки, де ці дати приведені.

Ілюстрація розв'язання наведена на рис. 2.6.

Обчислення розв'язку задачі за формулою (2.9):

$$\begin{aligned} \text{XNPV} = & \frac{-90000000}{(1+0,08)^{\frac{122}{365}}} + \frac{10000000}{(1+0,08)^{\frac{280}{365}}} + \frac{20000000}{(1+0,08)^{\frac{330}{365}}} + \\ & + \frac{30000000}{(1+0,08)^{\frac{375}{365}}} + \frac{40000000}{(1+0,08)^{\frac{476}{365}}} = 4267559,31 \end{aligned}$$

### **Функція RATE (СТАВКА)**

Функція RATE дає змогу розраховувати відсоткову ставку за один період, яка потрібна для отримання певної суми протягом заданого терміну і при постійній сумі виплат. Загальний вигляд функції:

$RATE((Kпер; Спл; Зв; [Мв]; [Тип]; [Припущення]),$

де *Kпер* – кількість періодів виплати (наприклад, місяці, роки тощо); *Спл* – сума, яку необхідно сплачувати в кожному періоді. Це значення постійне для всього періоду платежів, його вводять зі знаком «-». Якщо цього аргументу немає, обов'язковим є аргумент *Мв*; *Зв* – загальна сума, яку необхідно виплатити; *Мв* – розмір майбутньої суми або залишку після закінчення виплат. У разі відсутності аргументу майбутня вартість позики дорівнює нулю. *Тип* – аргумент, який визначає час виплати, він може мати значення 0 (за замовчуванням) і означає, що виплату здійснюють в кінці періоду, або 1 – виплату здійснюють на початку періоду; *Припущення* – величина пропонованої відсоткової ставки. Якщо цей аргумент опущено, значення дорівнює 10%.

Слід звернути увагу, що функція RATE обчислюється методом послідовного наближення (ітерації) і може не мати розв'язку або мати їх кілька. Якщо після 20-ї ітерації послідовні результати функції RATE не збігаються з точністю до 0,0000001, то функція RATE повертає значення помилки #NUM!. В останньому випадку вважається, що розв'язку немає, і для повторного його пошуку слід змінити значення аргументу *Припущення*.

**Приклад.** Необхідно розрахувати відсоткову ставку для трирічної позики розміром 5000 грн при щомісячному вкладі 185 грн

*Розв'язання*

За цієї умови функція матиме вигляд = RATE(3\*12;-185;5000), а результат розрахунку – 2% для одного місяця, а для річної відсоткової ставки – 24%.

**Приклад.** Припустимо, що для отримання через 2 роки суми в 1 млн грн підприємство готове вкласти 250 тис. грн відразу і потім кожен місяць по 25 тис. грн. Визначити річну відсоткову ставку.

*Розв'язання*

У цьому прикладі сума в 1 млн грн формується за рахунок приведення до

майбутнього моменту часу початкового внеску 250 тис. грн і фіксованих щомісячних виплат. Обчислимо значення процентної ставки за місяць за допомогою функції RATE, що має аргументи  $K_{пер}=2*12=24$  (місяці);  $C_{пл} = -25$ ;  $Зв = -250$ ;  $Мв = 1000$ . Тоді

$$= \text{RATE}(24; -25; -250, 1000) = 1,05\%$$

Для обчислення річної процентної ставки значення, видане функцією RATE, слід помножити на 12:  $1,05\%*12 = 12,63\%$ . Процент на вклад повинен бути не менше цієї величини.

### Функція NPER (КПЕР)

Функція NPER (*Ставка;C<sub>пл</sub>;Зв;[Мв];[Т<sub>уп</sub>]*) дає змогу повернути кількість періодів виплат для отриманого вкладу, яку розраховують на основі постійних періодичних виплат і постійної відсоткової ставки. Аргументи функції NPER аналогічними до функції RATE за винятком аргументу [*Припущення*].

Для розв'язання завдання можна також скористатися формулою (2.3). Виконавши перетворення і прологарифмувавши обидві частини рівняння (2.3), в якому аргумент  $K_{пер}$  і є значення функції NPER отримаємо

$$K_{пер} = \frac{\ln\left(\frac{Мв}{Зв}\right)}{\ln(1 + Ставка)} \cdot$$

**Приклад.** Розрахувати, через скільки років внесок розміром 100000 грн досягне 1000000 грн, якщо річна процентна ставка за вкладом 13% річних і нарахування відсотків здійснюється щоквартально.

#### Розв'язання

При кварталному нарахуванні відсотків ставка відсотка за період нарахування дорівнює  $13\% / 4$ . Щоб визначити загальне число періодів виплат для єдиної суми вкладу, скористаємося функцією NPER з наступними

аргументами:  $= \text{NPER}(13\%/4;; -100000; 1000000)/4 = 18$ .

Значенням функції NPER є число періодів, необхідне для проведення операції, в даному випадку – число кварталів. Для знаходження числа років отриманий результат необхідно розділити на 4. Ілюстрація розв'язання задачі приведена на рис. 2.8.

Підставивши в (2.10) значення, переконаємося в збігу результатів:

$$K_{\text{пер}} = \frac{\ln\left(\frac{1000000}{100000}\right)}{\ln(1 + 0,0325)} = \frac{\ln 10}{\ln(1,0325)} = \frac{2,302585}{0,031983} = 71,99393$$

**Приклад.** Для покриття майбутніх витрат фірма створює фонд. Кошти до фонду надходять у вигляді постійної річної ренти. Сума разового платежу – 16000 грн. На внески, які надійшли, нараховуються 11,2% річних. Необхідно визначити, коли величина фонду буде дорівнювати 100000 грн.

#### *Розв'язання*

Для визначення загального числа періодів, через яке буде досягнуто потрібне значення суми, скористаємося функцією NPER з аргументами: *Ставка* = 11,2%; *Спл* = -16000; *Мв* = 100000

$$= \text{NPER}(11,2\%; -16000;; 100000) = 5.$$

В результаті обчислень отримаємо, що через 5 років величина фонду досягне позначки 100000 грн.

Слід пам'ятати, що результатами функцій NPER і RATE є число періодів і періодична процентна ставка поточної операції, тому для річних результатів потрібні перетворення. Також для отримання коректного результату при роботі з функціями NPER і RATE аргументи *Мв* і *Зв* повинні мати протилежні знаки.

Дана вимога впливає з економічного сенсу подібних операцій.

## Тема 3. АМОРТИЗАЦІЙНА МАТЕМАТИКА

### ЗМІСТ

- 3.1. Предмет та методи амортизації.
- 3.2. Виробничий метод амортизації.
- 3.3. Метод зменшення залишкової вартості і метод прискореного зменшення залишкової вартості
- 3.4. Функції Excel для розрахунку амортизації
- 3.5. Приклади розв'язку типових задач

### **3.1. Предмет та методи амортизації**

**Амортизація** ([лат.](#) *amortisation* — погашення, сплата боргів) — те ж що і [амортизаційні відрахування](#) — процес поступового перенесення вартості [основних засобів](#) на продукт, що виготовляється з їх допомогою. Для заміщення зношеної частини основних засобів виробництва підприємства роблять амортизаційні відрахування, тобто відрахування певних грошових сум відповідно до розмірів [фізичного](#) і [морального зносу](#) засобів виробництва. Амортизаційні відрахування використовуються для повного відтворення зношених основних фондів (на [реновацію](#)), а також для їх часткового відшкодування (на капітальний [ремонт](#) і [модернізацію](#)).

**Стандартом ПСБО-7 встановлюються наступні методи амортизації:**

26. Амортизація основних засобів (крім інших необоротних матеріальних активів) нараховується із застосуванням таких методів:

1) **прямолінійного**, за яким річна сума амортизації визначається діленням вартості, яка амортизується, на строк корисного використання об'єкта основних засобів;

2) **зменшення залишкової вартості**, за яким річна сума амортизації визначається як добуток залишкової вартості об'єкта на початок звітного року або первісної вартості на дату початку нарахування амортизації та річної норми амортизації. Річна норма амортизації (у відсотках) обчислюється як

різниця між одиницею та результатом кореня ступеня кількості років корисного використання об'єкта з результату від ділення ліквідаційної вартості об'єкта на його первісну вартість;

3) **прискореного зменшення залишкової вартості**, за яким річна сума амортизації визначається як добуток залишкової вартості об'єкта на початок звітного року або первісної вартості на дату початку нарахування амортизації та річної норми амортизації, яка обчислюється, виходячи із строку корисного використання об'єкта, і подвоюється;

4) **кумулятивного**, за яким річна сума амортизації визначається як добуток вартості, яка амортизується, та кумулятивного коефіцієнта. Кумулятивний коефіцієнт розраховується діленням кількості років, що залишаються до кінця строку корисного використання об'єкта основних засобів, на суму числа років його корисного використання;

5) **виробничого**, за яким місячна сума амортизації визначається як добуток фактичного місячного обсягу продукції (робіт, послуг) та виробничої ставки амортизації. Виробнича ставка амортизації обчислюється діленням вартості, яка амортизується, на загальний обсяг продукції (робіт, послуг), який підприємство очікує виробити (виконати) з використанням об'єкта основних засобів.

Підприємство може застосовувати норми і методи нарахування амортизації основних засобів, передбачені податковим законодавством.

Законодавство надає підприємству право самостійно вибирати метод амортизації.

Метод амортизації обирається підприємством самостійно з урахуванням очікуваного способу отримання економічних вигод від його використання.

Метод амортизації об'єкта основних засобів переглядається у разі зміни очікуваного способу отримання економічних вигод від його використання.

Нарахування амортизації за новим методом починається з місяця, наступного за місяцем прийняття рішення про зміну методу амортизації.

### 3.2. Виробничий метод амортизації

Якщо інші методи амортизації, як правило, не викликають труднощів у розумінні, то виробничий метод амортизації застосовується у випадках, коли ідентифікація витрат по відношенню до конкретного носія є важливою.

Виробничий метод нарахування амортизації заснований на припущенні, що амортизація об'єкта основних засобів безпосередньо пов'язана з його використанням. Наприклад, це може стосуватися спеціалізованого обладнання, яке може бути застосоване лише для виробництва конкретного виробу і має досить обмежений ресурс.

Для того, щоб проілюструвати застосування виробничого методу амортизації, розглянемо наступний приклад:

Для виготовлення різноманітної номенклатури виробів підприємство застосовує різні прес-форми. Для кожної деталі прес-форма виготовляється індивідуально. Оскільки вартість виготовлення є високою, а виробництво тієї чи іншої партії виробів відбувається нерегулярно, то застосування методів амортизації, які передбачають нарахування амортизації за принципом закінчення певного проміжку часу є безглуздим.

Нехай у нас є дві прес-форми, з первісною вартістю, яка підлягає амортизації:

| Найменування | Первісна вартість | Стійкість прес-форми, шт |
|--------------|-------------------|--------------------------|
| Прес-форма А | 1 000 000         | 2 000 000                |
| Прес-форма Б | 2 000 000         | 8 000 000                |

Відповідно, норма амортизаційних відрахувань на один виріб по виробу А складе  $1\,000\,000/2\,000\,000 = 0,5$  по виробу Б  $2\,000\,000/8\,000\,000 = 0,25$

Припустимо, що в поточному звітному періоді було вироблено 5 000 шт вироби А і 100 000 шт вироби Б.

Тоді необхідно нарахувати амортизацію по прес-формі А  $5\,000 * 0,5 = 2$



500, по прес-формі Б 100 000 \* 0,25 = 25 000.

Даний приклад нарахування амортизації через виробничий метод дозволяє показати, що ідентифікація собівартості кожного з виробів в даному випадку є максимально точною. Якщо виробнича програма постійно змінюється, а знос об'єкта безпосередньо залежить від його використання, застосування даного методу є кращим.

Завдання 1. Розрахувати амортизацію прямолінійним і методом залишкової вартості

Підприємство придбало виробниче обладнання вартістю 579,8 тис.грн., Ліквідаційна вартість становить 11% його вартості, строк корисного використання 12 років. Розрахувати амортизацію прямолінійним і методом залишкової вартості.

коментар:

Тому введемо деякі уточнення.

Неточність в умови "Розрахувати амортизацію" приймаємо як "Розрахувати місячну величину амортизації". В іншому випадку, нам необхідно визначити величину амортизації за кожен місяць і весь термін служби обладнання.

"Метод залишкової вартості" не передбачений в стандартах бухгалтерського обліку. Припускаємо, що мався на увазі "Метод зменшення залишкової вартості".

Рішення.

Визначимо ліквідаційну вартість обладнання.

$$579,8 * 0,11 = 63,778 \text{ тис. Грн.}$$

Ліквідаційна вартість не підлягає амортизації. Див. ПСБО-7 Амортизація і переоцінка основних засобів.

Таким чином, вартість, яка підлягає амортизації:

$$579,8 - 63,778 = 516,022 \text{ тис.грн}$$

Визначаємо річну норму амортизації для лінійного методу:

(Річна сума, що підлягає амортизації)

$$516,022 / 12 = 43 \text{ тис. Грн.}$$

Відповідно, місячна амортизація складе:

$$43/12 = 3,583 \text{ тис. Грн.}$$

Визначаємо річну норму амортизації для методу зменшення залишкової вартості:

(Річна сума, що підлягає амортизації)

$$1 - 12\sqrt{(63.778 / 579.8)} \approx 0.1680$$

$$579.8 * 0.1680 \approx 97.406 \text{ тис.грн.}$$

Відповідно, місячна амортизація (див. ПСБО-7 п.26) складе:

$$97,406 / 12 = 8,117 \text{ тис. Грн.}$$

Для довідки, розпишемо хід амортизації методом зменшення залишкової вартості:

Таблиця 3.1

| <b>Рік</b> | <b>Залишкова вартість</b> | <b>Річна норма амортизації</b> |
|------------|---------------------------|--------------------------------|
| <b>0</b>   | 579,8                     |                                |
| <b>1</b>   | 482,3936                  | 97,4064                        |
| <b>2</b>   | 401,3515                  | 81,04212                       |
| <b>3</b>   | 333,9244                  | 67,42705                       |
| <b>4</b>   | 277,8251                  | 56,0993                        |
| <b>5</b>   | 231,1505                  | 46,67462                       |
| <b>6</b>   | 192,3172                  | 38,83328                       |
| <b>7</b>   | 160,0079                  | 32,30929                       |
| <b>8</b>   | 133,1266                  | 26,88133                       |

| <b>Рік</b> | <b>Залишкова вартість</b> | <b>Річна норма амортизації</b> |
|------------|---------------------------|--------------------------------|
| <b>9</b>   | 110,7613                  | 22,36527                       |
| <b>10</b>  | 92,15342                  | 18,6079                        |
| <b>11</b>  | 76,67165                  | 15,48178                       |
| <b>12</b>  | 63,79081                  | 12,88084                       |

вартість дорівнюватиме ліквідаційної, яка амортизації не підлягає. Таким чином, розрахунок проведено вірно.

Розрахувати суму амортизаційних відрахувань у звітному періоді в рамках бухгалтерського обліку, використовуючи виробничий метод нарахування амортизації, на основі даних, представлених в таблиці нижче.

| <b>Показники</b>  | <b>Значення</b> |
|---|-----------------|
| Первісна вартість об'єкта основних засобів, тис. Грн  | 30              |
| Загальний обсяг продукції, який підприємство очікує виробити з використанням об'єкта основних засобів, тис. Од. | 90              |
| У звітному періоді виготовлено, тис. Од.  | 2,5             |
| Ліквідаційна вартість об'єкта, тис. Грн.  | 3               |

### **Рішення.**

Знайдемо амортизаційні нарахування виробничим методом. За цим методом місячна сума амортизації визначається як добуток фактичного місячного обсягу продукції і виробничої ставки амортизації.

Виробнича ставка визначається шляхом ділення вартості, яка

амортизується, на загальний обсяг продукції. Яке підприємство очікує виробити з використанням об'єкта основних засобів.

Амортизаційні нарахування і ставка амортизації, яка нараховується виробничим методом знаходяться за формулою:

$$A = O_o \times H_A$$
$$H_A = \frac{S_{II} - S_{Л}}{O_B}$$

$O_o$  – фактичний обсяг виробництва продукції за звітний період, од.

$H_a$  – виробнича ставка амортизації, грн. / од. продукції.

$S_{II}$  – первісна вартість об'єкта основних засобів.

$S_{Л}$  – ліквідаційна вартість об'єкта основних засобів.

$O_B$  – загальний обсяг продукції, який підприємство очікує виробити з використанням об'єкта основних засобів (паспортний ресурс даного обладнання).

Підставимо значення в формулу.

Спочатку знайдемо виробничу ставку амортизації.

$$H_a = (30\,000 - 3\,000) / 90\,000 = 27\,000 / 90\,000 = 0,3$$

Тепер ми можемо знайти амортизаційні нарахування виробничим методом (амортизація на одиницю виготовленої продукції).  $A = 2500 \times 0,3 = 750$  грн./од.

Первісна вартість устаткування 32000 дол., термін експлуатації 5 років. Очікувана ліквідаційна вартість 2000 дол. Визначити суму амортизації виробничим методом за перший звітний період та відобразити її в облік>. Кількість продукції "А" до випуску за 5 років експлуатації - 6000 шт. В перший звітний період виготовлено 800 шт.

**Рішення:**

Ставка амортиз. = (32т. – 2т.)/6т. = 5.

1 період: 800од.;

Сума амортиз. = 5\$\*800 = 4т.\$.

Дт “витрати на амортиз.” – 4т.; Кт “амортиз.” – 4т.

**3.3. Метод зменшення залишкової вартості і метод прискореного зменшення залишкової вартості**

Розрахувати річні норму і суму амортизації об'єкта основних засобів в рамках бухгалтерського обліку, використовуючи метод зменшення залишкової вартості і метод прискореного зменшення залишкової вартості. Дані для розрахунків наведені в таблиці нижче.

| Показники   | Значення |
|---|----------|
| Первісна вартість об'єкта основних засобів, тис. Грн. | 20       |
| Строк корисного використання, років                   | 5        |
| Ліквідаційна вартість, грн.                           | 500      |

**Рішення.**

Знайдемо річну норму амортизації за допомогою методу зменшення залишкової вартості. Суть методу зменшення залишкової вартості полягає у визначенні річної суми амортизації об'єкта основних засобів, виходячи від його залишкової вартості на початок року.

Знайдемо річну норму амортизації за формулою:

$$H_a = \left( 1 - \sqrt[n]{\frac{S_l}{S_n}} \right) \times 100\%$$

$T_n$ – Строк корисного використання, років

$S_n$ – Первісна вартість об'єкта основних засобів, тис. Грн

$S_d$ – Ліквідаційна вартість, грн..

Підставимо значення у формулу.

$$\begin{aligned} H_a &= \left( 1 - \sqrt[5]{\frac{500}{20000}} \right) \times 100\% = \\ &= \left( 1 - \sqrt[5]{0,025} \right) \times 100\% = (1 - 0,4782) \times 100\% = \\ &= 52,18\% \end{aligned}$$

Річна норма амортизації становить 52,18%.

Тепер знайдемо річну суму амортизаційних відрахувань.

$$A_a = \frac{H_a \times S_a}{100\%}$$

$H_a$  – річна норма амортизації.

$S_a$ – залишкова (первісна) вартість об'єкта основних засобів

(чому так, див. попередню задачу).

Підставимо значення в формулу.

$$A_a = 20\,000 \times 52,18\% / 100\% = 10\,436 \text{ грн.}$$

Річна норма амортизації за методом прискореного зменшення залишкової вартості знаходиться за формулою:

$$H_a = \frac{2}{T_n} \times 100\%$$

$T_n$ – строк корисного використання об'єкта, років.

Підставимо значення в формулу.  $H_a = 2 / 5 \times 100\% = 40\%$

Річна сума амортизації за методом прискореного зменшення залишкової вартості знаходиться таким же способом, як і за методом зменшення

залишкової вартості.

$$H_a = 20\,000 \times 40\% / 100\% = 8\,000 \text{ грн}$$

### **3.4. Функції Excel для розрахунку амортизації**

Питання амортизації активів має дуже велике значення для будь-якого бізнесу. Своєчасні розрахунки дозволять підвищити ефективність ведення фінансової та економічної діяльності підприємства. Категорія фінансових функцій Excel забезпечує визначення різних параметрів при вирішенні завдань обліку амортизації активів. Розглянемо такі функції обчислення амортизації, як SLN (АПЛ), SYD (АСЧ), DDB (ДДОБ), DB (ФУО), VDB (ПУО).

#### **Функція SLN (АПЛ)**

Функція SLN розраховує величину вартості устаткування в кінці амортизації для певного періоду. Функція SLN (АПЛ) повертає величину зниження вартості активу за один період, визначену лінійним методом. У цьому випадку передбачається, що амортизація постійна для будь-якого певного періоду протягом корисного терміну експлуатації майна, тобто вартість активу за вирахуванням його оціночної залишкової вартості рівномірно розподіляється за відрізками часу експлуатації засобів. Вона має такий вигляд:

$$\text{SLN}(\text{Поч\_вартість}; \text{Зал\_вартість}; \text{Термін\_експлуатації}),$$

де *Поч\_вартість* – початкова вартість устаткування; *Зал\_вартість* – залишкова вартість устаткування в кінці амортизації (іноді називається залишковою або ліквідною вартістю активу); *Термін\_експлуатації* – кількість періодів амортизації активу.

Функція SLN реалізує формулу:

$$SLN = \frac{\text{Поч\_вартість} - \text{Зал\_вартість}}{\text{Термін\_експлуатації}} \quad (3.1)$$

**Приклад.** Необхідно розрахувати річні амортизаційні витрати, якщо початкова вартість устаткування – 50000 грн, остаточна – 0 грн, термін амортизації – 10 років. Тоді функція матиме вигляд: = SLN(50000;0;10), а результат розрахунку становитиме 5000 грн

**Приклад.** На балансі організації є медичне обладнання вартістю 2000 у.о. Розрахунковий термін експлуатації обладнання – 6 років. Залишкова вартість – 100 у.о. Обчислити річні амортизаційні відрахування, враховуючи прямолінійний характер зносу обладнання.

#### *Розв'язання*

Запишемо формулу =SLN (2000; 100; 6), яка поверне значення 316,67 у.о. Саме такою є норма щорічного знецінення обладнання, розрахована прямолінійним методом.

Ілюстрація розв'язку задачі приведена на рис. 3.1.

### **Функція SYD (АСЧ)**

Функція SYD дає змогу повернути величину річної амортизації устаткування для певного періоду. Форма її запису така:

SYD (Поч\_вартість; Зал\_вартість; Термін\_експлуатації; Період),

де Поч\_вартість – початкова вартість устаткування; Зал\_вартість – залишкова вартість устаткування в кінці амортизації; Термін\_експлуатації – кількість періодів, під час яких вартість амортизується; Період – рік, для якого розраховується період амортизації. Період слід задавати в тих самих одиницях, що й аргумент «Термін\_експлуатації».

Метод, що розглядається, відноситься до прискореного визначення амортизації, яке базується на початковій і кінцевій вартості активів.



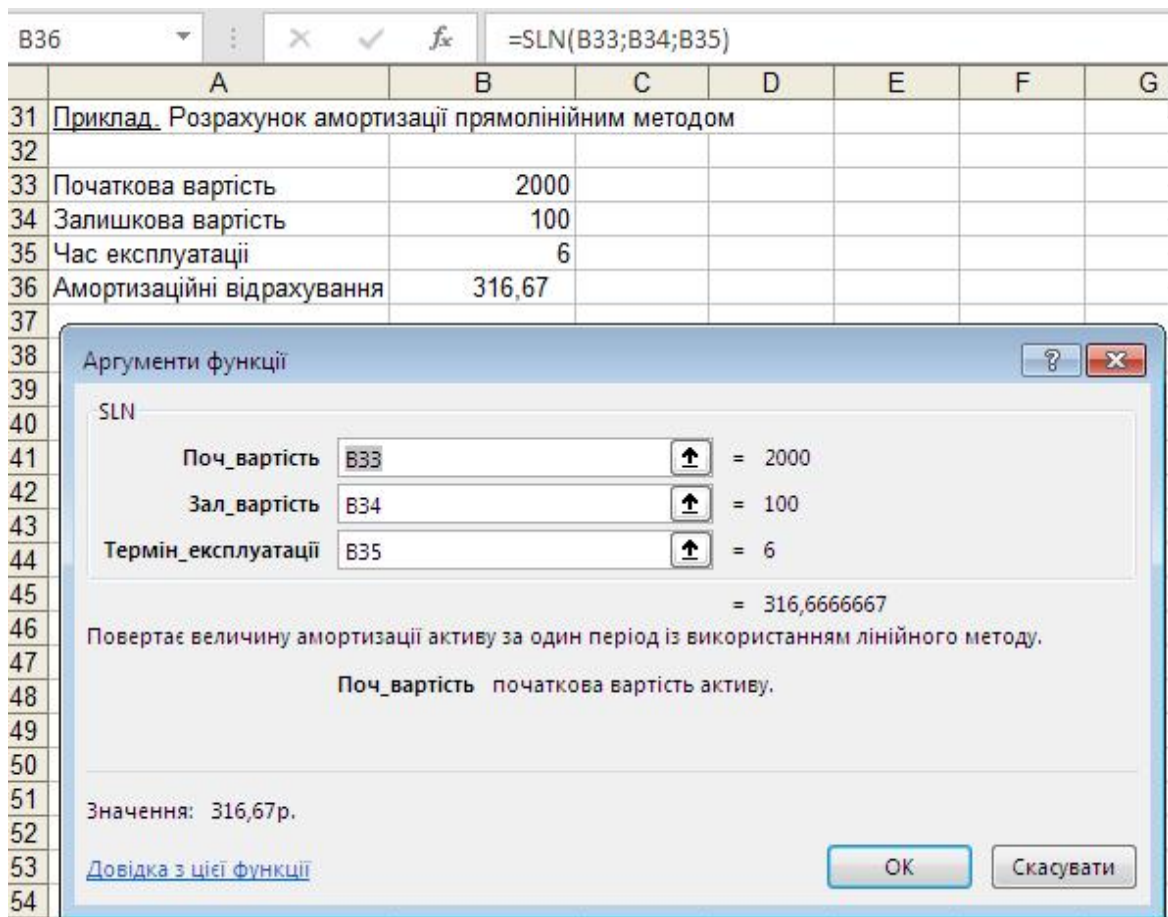


Рис. 3.1. Розрахунок амортизації за допомогою функції SLN

Функція SYD обчислюється в такий спосіб:

$$SYD = \frac{(Поч\_вартість - Зал\_вартість) \cdot (Термін\_експлуатації - Період + 1) \cdot 2}{(Термін\_експлуатації) \cdot (Термін\_експлуатації + 1)}$$

(3.2)

**Приклад.** Необхідно розрахувати амортизаційні витрати для третього року експлуатації устаткування, при цьому його початкова вартість устаткування становить 50000 грн, остаточна – 0 грн, термін амортизації – 10 років.

*Розв'язання*

За цієї умови функція SYD матиме вигляд =SYD (50000;0;10;3), результат розрахунку – 7272,73.

## Функція DDB (ДДОБ)

Більш загальною при обчисленні амортизації активу є функція, яка має наступний синтаксис:

$DDB$  (*Поч\_вартість*; *Зал\_вартість*; *Термін\_експлуатації*; *Період*;  
[*Коефіцієнт*]),

використовує метод подвійного зменшення залишку або а також інший довільний явно зазначений метод обліку амортизації. Функція  $DDB$  повертає значення амортизації активу за вказаний період. Тут зношування має змінну величину: амортизація велика в початкові періоди і зменшується в наступні, тобто обчислюється як відсоток від чистої балансової вартості майна (початкова вартість майна мінус амортизація за попередні роки). Чотири перші аргументи функції (*Поч\_вартість*; *Зал\_вартість*; *Термін\_експлуатації*; *Період*) описані в попередніх функціях. Аргумент *Коефіцієнт* являє собою процентну ставку залишку, який знижується. Якщо аргумент не вказано (опущений), він вважається таким, що дорівнює 2% (метод подвоєного відсотка від залишку, що знижується). Якщо потрібно використовувати інший метод обчислення амортизації, аргумент *Коефіцієнт* слід вказати явно. Всі п'ять аргументів повинні бути позитивними числами, а аргументи *Термін\_експлуатації* та *Період* – мати одну і ту ж розмірність (наприклад, місяць).

Методом подвійного зменшення залишку обчислюється амортизація із використанням збільшеної відсоткової ставки. Амортизація є найбільшою в першому періоді, а у наступних її значення зменшується. Функція  $DDB$  використовує таку формулу для обчислення амортизації за період:

$$DDB_t = \left( (Поч\_вартість - Зал\_вартість) - \sum_{k=1}^{t-1} DDB_k \right) \cdot \frac{Коефіцієнт}{Термін\_експлуатації}, \quad (3.3)$$

де  $DDB_k$  – амортизація за попередній  $k$ -й період;  
 $i$  – період, для якого вираховується амортизація.

**Приклад.** Визначити нелінійну амортизацію установки вартістю \$ 10000, що має час експлуатації 10 років і ліквідну вартість \$ 500.

#### *Розв'язання*

Задамо наступні аргументи функції DDB: *Поч\_вартість*=10000, *Зал\_вартість* =500, *Термін\_експлуатації* =10, *Період* = 1.

Отримаємо \$ 2000 за перший рік експлуатації, \$ 1600 за другий (*Період* =2), ..., за 10-й рік – \$ 268,44. Якщо взяти параметр *Коефіцієнт* = 2, отримаємо ті ж значення, але якщо він буде дорівнює 3, то ступінь нелінійності амортизації збільшиться, так для розглянутого прикладу за 1-й рік виходить \$ 3000, за 2-й рік –\$ 2100, ..., за 9 -й рік – \$ 76,48, за 10-й рік – 0. Ілюстрація розв'язання задачі з відображенням отриманих результатів наведена на рис. 3.2.

#### **Функція DB (ФУО)**

Функція DB (ФУО) є аналогом функції DDB за винятком того, що до обчислень в цьому випадку залучається метод фіксованого зменшення залишку, і за її допомогою можна розрахувати амортизацію за будь-який період експлуатації. Методом фіксованого зменшення залишку обчислюється амортизація з використанням фіксованої ставки. Ця функція приймає такі аргументи: DB (*Поч\_вартість*; *Зал\_вартість*; *Термін\_експлуатації*; *Період*; [*Місяці*]). Аргументи *Термін\_експлуатації* і *Період* повинні мати одну і ту саму розмірність. Необов'язковий аргумент *Місяці* позначає кількість місяців в першому році, за замовчуванням він дорівнює 12 (цілий рік).

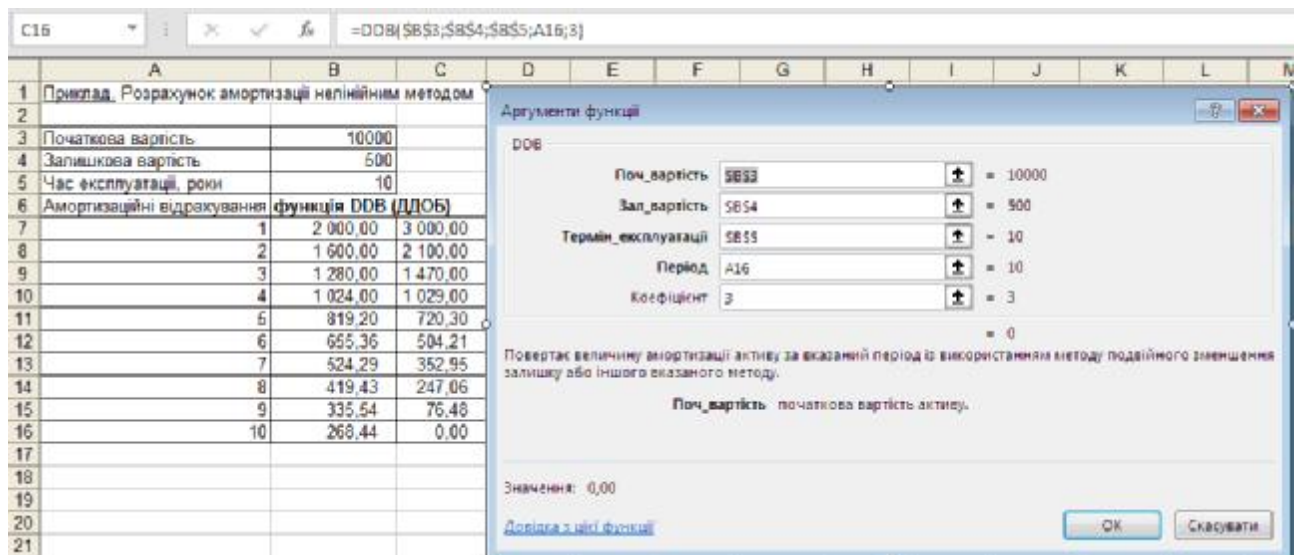


Рис. 3.2. Застосування функції DDB для обчислення амортизації

Для обчислення амортизації за вказаний  $i$ -й період функція DB використовує такі формули:

$$DB_i = \left( \text{Поч\_вартість} - \sum_{k=1}^{i-1} DB_k \right) \cdot \text{Ставка}, \quad (3.4)$$

де  $DB_k$  – амортизація за попередній  $k$ -й період;

$i$  – період, для якого вираховується амортизація;

*Ставка* – фіксована процентна ставка, що округлена до 3-х знаків після коми, обчислена за формулою:

$$\text{Ставка} = 1 - \left( \frac{\text{Зал\_вартість}}{\text{Поч\_вартість}} \right)^{\frac{1}{\text{Термін\_експлуатації}}} \quad (3.5)$$

**Приклад.** Розрахувати амортизацію майна вартістю \$1000000, залишковою вартістю \$100000 і терміном експлуатації шість років для перших семи місяців першого року експлуатації потрібно скласти наступну формулу:

= DB (1000000; 100000; 6; 1; 7), яка поверне значення \$ 186083,33.

**Приклад.** Визначити амортизацію за 1 рік експлуатації, якщо в 1–му році установка використовувалася 7 місяців. Викликаємо функцію *DB* і підставляємо: вартість = 10000, залишкова вартість = 500, час експлуатації = 10, період = 1, місяць = 7, отримаємо 1510.83. Якщо аргумент *Місяць* опущений, то він передбачається таким, що дорівнює 12. В цьому випадку функція повертає число 2540.

### **Функція VDB (ПУО)**

Функція *VDB* (ПУО) повертає величину амортизації активу для будь-якого обраного проміжку часу, в тому числі для частин періодів, використовуючи або метод подвійного зменшення залишку, або інший зазначений метод. Функція має аргументи:

*VDB* (*Поч\_вартість*; *Зал\_вартість*; *Термін\_експлуатації*; *Поч\_період*;  
*Кінець\_період*; [*Коефіцієнт*]; [*Не\_переходити*]).

Опис більшості з них дано в розглянутих раніше функціях для розрахунку амортизації. Аргументи *Поч\_період* і *Кінець\_період* – це початковий і кінцевий періоди, що визначають інтервал часу, для якого обчислюється амортизація. Такий підхід дозволяє виконати розрахунок амортизації для будь-якого інтервалу протягом часу експлуатації. Обидва ці аргументи, а також аргумент *Термін\_експлуатації* повинні мати одну і ту саму розмірність (дні, місяці або роки). Необов'язковий аргумент *Коефіцієнт* позначає коефіцієнт зниження вартості залишку. Якщо він опущений, то передбачається таким, що дорівнює 2 (розрахунок виконується за методом подвійного зменшення залишку). Необов'язковий аргумент *Не\_переходити* – це логічне значення, що визначає, чи слід використовувати амортизацію, обчислену прямолінійним методом, в тому випадку, коли прямолінійна амортизація перевищує величину, розраховану методом зменшення залишку. Якщо опустити цей аргумент або

задати його таким, що дорівнює 0 (тобто ХИБНІСТЬ), Excel буде застосовувати прямолінійний метод. Якщо ж аргумент *Не\_переходити* має значення 1 (ІСТИНА), перемикач на прямолінійний метод не відбувається, навіть якщо лінійна амортизація більше величини, обчисленої методом зменшення залишку.

**Приклад.** Припустимо, в кінці першого кварталу поточного року було придбано майно на суму \$ 15000, і його залишкова вартість цього майна через п'ять років складе \$ 2000. Щоб розрахувати знос за наступний рік (з 4-го по 7-й квартал), напишемо формулу: = VDB (15000; 2000; 20; 3; 7). Амортизація за цей період складе \$ 3760,55. Як одиниці вимірювання в даному випадку використовувалися квартали. Зверніть увагу, що аргумент *Поч\_період* дорівнює 3, а не 4, оскільки ми «перестрибнули» через перші три квартали поточного року, щоб почати відразу з четвертого.

### **3.5. Приклади розв'язку типових задач**

**Задача 1.** Початкова вартість токарного верстата 750 тис. грн. Строк експлуатації 10 років. Визначити залишкову вартість верстата на кінець 6 року експлуатації.

$$\sum \text{знос} = \frac{750}{10} \cdot 6 = 450 \text{ грн}$$

**Розв'язок**

*Визначаємо суму зносу токарного верстату за 6 років:*

*Залишкова вартість токарного верстату*

$$B_3 = 750 - 450 = 300 \text{ грн.}$$

*Відповідь: 300 тис. грн.*

**Задача 2.** Визначте залишкову вартість ОВФ на 01.01.95 р., якщо вартість ОВФ на 01.01.95 р. - 100 тис. грн; надійшло ОВФ на 01.01.94 р. на суму 92 тис.

грн; списані ОВФ на 01.03.94 р. на суму 30 тис. грн; річна норма амортизації - 15, 8% .

**Розв'язок**

1. Визначаємо середньорічну вартість основних фондів за формулою:

$$V_{\text{ср}} = V_{\text{пр}} + \frac{V_{\text{вв}} \times T_{\text{в}}}{12} - \frac{V_{\text{виб}} \times T_{\text{виб}}}{12} =$$
$$100 \text{ тис} + \frac{92 \text{ тис} \times 12}{12} - \frac{30 \text{ тис} \times 10}{12} = 167 \text{ тис}$$

2. Визначаємо залишкову вартість основних виробничих фондів за формулою:

$$V_3 = V_{\text{нов}} - t \times A = 167 \text{ тис} - 4 \times 15,8 = 103,8 \text{ тис. грн.}$$

Відповідь: 103,8 тис. грн.

**Задача 3.** Підприємство придбало виробниче обладнання первісною вартістю 330 000 гривен. Загальний розрахунковий обсяг виробництва визначений підприємством у розмірі 1 600 000 одиниць продукції. Ліквідаційна вартість обладнання після його експлуатації за попередніми оцінками може скласти 10 000 грн, передбачений термін використання складе 4 роки.

**Розв'язок**

Визначаємо річну суму амортизаційних відрахувань, використовуючи різні методи нарахування амортизації

**1. Прямолінійний метод (метод прямолінійного списання)**

Визначаємо річну суму амортизації:

$$AB = \frac{V_{\text{перв}} - V_{\text{лікв}}}{T_{\text{кв.}}}$$

$$A = (330000 - 10000) / 4 = 80000.$$

Нарахування амортизації протягом 4 років можна відобразити наступним чином:

| Рік | Амортизаційні відрахування | Накопичена амортизація | Балансова вартість |
|-----|----------------------------|------------------------|--------------------|
|     |                            | 330000                 |                    |
| 1   | 80000                      | 80000                  | 250000             |
| 2   | 80000                      | 160000                 | 170000             |
| 3   | 80000                      | 240000                 | 90000              |
| 4   | 80000                      | 320000                 | 10000              |

## 2. Метод зменшення залишкової вартості

1. Визначаємо річну норму амортизації(у відсотках):

$$Na_p = \left(1 - \sqrt[n]{\frac{B_{\text{ликв}}}{B_{\text{перв}}}}\right) \times 100, \%$$

$$Na_p = \left(1 - \sqrt[4]{10000 / 330000}\right) \times 100 \% = 53,38 \%$$

Визначаємо річну суму амортизації:

$$A_p = B_{\text{зал}} \times Na_p = 330000 \times 53,38 = 176154 \text{ грн.}$$

Таблиця 3.3

| Рік | Амортизаційні відрахування | Накопичена амортизація | Балансова вартість |
|-----|----------------------------|------------------------|--------------------|
|     |                            | 330000                 |                    |
| 1   | 176154                     | 176154                 | 153846             |
| 2   | 82123                      | 258277                 | 71723              |
| 3   | 38286                      | 296563                 | 33437              |
| 4   | 17849                      | 320000                 | 10000              |

## 3. Метод прискореного зменшення залишкової вартості

1. Визначаємо річну норму амортизації:



$$A = 2 \times Na \times V_{\text{бал.}}$$

У нашому прикладі річна норма амортизації обладнання складе:

$$1 / 4 \text{ роки} \times 100\% = 25\%.$$

2. Розрахунок амортизації для кожного року представлено нижче:

Таблиця 3.4

| Рік | Розрахунок                    | Амортизаційні відрахування | Накопичена амортизація | Балансова вартість |
|-----|-------------------------------|----------------------------|------------------------|--------------------|
|     |                               |                            |                        | 330000             |
| 1   | $2 \times 25\% \times 330000$ | 165000                     | 165000                 | 165000             |
| 2   | $2 \times 25\% \times 165000$ | 82500                      | 247500                 | 82500              |
| 3   | $2 \times 25\% \times 82500$  | 41250                      | 288750                 | 41250              |
| 4   |                               | 31250                      | 32000                  | 10000              |

#### 4. Кумулятивний метод:

1. Визначаємо кумулятивне число при терміні служби 4 роки:

$$\text{кумулятивне число} = 1+2+3+4 = 10.$$

2. Визначаємо кумулятивні коефіцієнти: 4/10; 3/10; 2/10; 1/10.

3. Обчислюємо річні суми амортизації:

Таблиця 3.5

| Рік | Розрахунок           | Амортизаційні відрахування | Накопичена амортизація | Балансова вартість |
|-----|----------------------|----------------------------|------------------------|--------------------|
|     |                      |                            |                        | 330000             |
| 1   | $4/10 \times 320000$ | 128000                     | 128000                 | 202000             |
| 2   | $3/10 \times 320000$ | 96000                      | 224000                 | 106000             |
| 3   | $2/10 \times 320000$ | 64000                      | 288000                 | 42000              |
| 4   | $1/10 \times 320000$ | 32000                      | 320000                 | 10000              |

#### 5. Виробничий метод

1. Визначаємо виробничу ставку амортизації:

$$A_{\text{вир}} = \frac{V_{\text{перв}} - V_{\text{ликв}}}{N_{\text{заг.розм.}}} = (330000 - 10000) / 1600000 = 0,2$$

3. Розрахунок річних сум амортизації наведено у табл. 3,6.

Таблиця 3.6

| Рік | Фактичний обсяг виробництва | Амортизаційні відрахування | Накопичена амортизація | Балансова вартість |
|-----|-----------------------------|----------------------------|------------------------|--------------------|
|     |                             |                            |                        | 330000             |
| 1   | 320000                      | 320000x0,2=64000           | 64000                  | 266000             |
| 2   | 400000                      | 400000x0,2=80000           | 144000                 | 186000             |
| 3   | 350000                      | 350000x0,2=70000           | 214000                 | 116000             |
| 4   | 280000                      | 280000x0,2=56000           | 270000                 | 60000              |
| 5   | 250000                      | 250000x0,2=50000           | 320000                 | 10000              |

#### Задача 4.

Корпорація придбала в кредит родовище калійної солі, запаси якого становлять 5 млн.тон, за 3 млн. дол.. В перший звітний період видобуто і реалізовано 400000 тон. Визначити суму виснаження (амортизації) родовища за звітний період, відобразити в обліку операції придбання та амортизації родовища.

#### Рішення:

Придбання : Дт “Природні ресурси” 3 млн, Кт “Рахунки до сплати” 3 млн.

3 млн / 5 млн т солі = 0,6 дол/тона (ставка амортизації).

річна сума амортизації = 0,6\*400000 тон = 240000 дол.

Дт “Витрати на виснаження” 240000, Кт “Виснаження родовищ” 240000