

**Пистунов И. Н.**  
**ОПТИМАЛЬНЫЙ ВЫБОР**  
**МАСШТАБНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕХОДА**

При постановке модельного эксперимента очень важно сохранение некоторых значений масштабных коэффициентов перехода (МКП), близких к единице (например, для физико-механических свойств материалов пары трения), либо в некотором диапазоне, выход за пределы которого не позволит провести эксперимент (например, для коэффициентов геометрического подобия, скорости, нагрузки, температуры).

Существует методика [1], позволяющая получать единственные значения МКП для каждого из параметров при одновременном наблюдении механического, тепловых и других видов подобия. Она основывается на методе размерностей и заключается в выборе нескольких ( $m$ ) базисных параметров из общего числа ( $M_n$ ), существенно влияющих на процесс трения, т. е. из матрицы размерностей  $R_{ij}$  выбирается группа из  $m$  базисных параметров ( $m=K$ )  $r_{ij\sigma}$  которые используются для построения  $p$ -критериев вида

$$p_i = \frac{r_{ij}^{a_{ijl}}}{\prod_{j=1}^k r_{ij\sigma}^{a_{ij\sigma}}}, 1 \leq i \leq M_n - m \quad (1)$$

Степенные показатели  $a_{ij}$  рассчитываются путем решения системы линейных уравнений, составленных на основании матрицы размерностей параметров, входящих в данный критерий. Переход к симплексной форме записи осуществляется заменой  $r_{ij}$  на его масштабный коэффициент перехода с сохранением той же степени  $a_{ij}$  и установлением равенства единице, т. е.

$$\frac{C_{rij}^{a_{ijl}}}{\prod_{j=1}^k r_{ij\sigma}^{a_{ij\sigma}}} = 1 \quad (2)$$

После логарифмирования получается система из  $M_n - m$  линейных уравнений вида

$$\sum_{j=1}^{k+1} a_{ijl} \ln C_{rij} = 0 \quad (3)$$

с  $M_n$  неизвестными. Для решения этой системы некоторые неизвестные по выбору принимаются равными единице. Остальные значения рассчитывают путем решения системы линейных уравнений.

Очевидно, что достижение требуемых значений МКП связано с перебором базисных переменных при построении  $p$ -критериев и перебором тех МКП, которые при расчете будут приравнены к единице. Для двадцати исходных параметров при четырех базисных переменных число сочетаний составит  $C_{20}^4 = 5,5 \cdot 10^6$  вариантов, а для тридцати исходных параметров -  $3,5 \cdot 10^8$ . Поэтому прямой перебор всех вариантов невозможен, так как для расчета только одного варианта необходимо решить около четырехсот линейных уравнений. Кроме того, присвоение единицы некоторым МКП при расчете остальных может увести решение в сторону от оптимального.

Рассмотрим порядок оптимального поиска МКП.

1. Вначале сформируем целевую функцию вида

$$\Phi = \dot{\mathbf{a}} \left| C_{rij} - C_{rij}^T \right| \textcircled{R} \min \quad (4)$$

которая составляется из тех МКП, которые должны быть точно равны какому-либо заданному числу.

2. Затем при помощи методики глобального поиска, основывающейся на ЛПТ — числах Соболя [2], определим очередной набор сочетаний по  $m$  базисным параметрам.

3. Рассчитаем коэффициенты  $a_{ij}$  и построим систему уравнений вида (3), в которой вместо знака равенства поставим знак ( $\leq$ ).

4. Добавим к этой системе неравенства, которые устанавливают требуемый диапазон существования МКП, причем соотношения вида  $\ln C_{rij} \leq \ln C_{rij}^T$ . Следует преобразовать к  $\ln C_{rij} \leq \ln C_{rij}^T$ . Количество таких неравенств не ограничено. Полученная система неравенств совокупно с целевой функцией (4) пригодна для ее решения методами линейного программирования [3], которые позволяют найти точное оптимальное решение всей системы с учетом функции (4) при условии неотрицательности переменных. Такие требования для логарифмов выполняются всегда. Функцию (4) следует изменить с учетом того, что все действия производятся с логарифмами. Тогда система уравнений примет вид

$$\Phi_1 = \dot{\mathbf{a}} \left| \ln C_{rij} - \ln C_{rij}^T \right| \textcircled{R} 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{a}} \quad & a_{ij} \ln C_{rij} \leq 0, \\ & \ln C_{rij} \leq \ln C_{rij}^T, \\ & \ln C_{rij} \leq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

5. Определив значение  $\ln C_{rij}$  симплекс-методом [3], можно рассчитать и  $C_{rij}$  которое используется для определения функции  $\Phi$  (4).

6. Получив множество значений  $\Phi$  для разных сочетаний базисных параметров, исключаем те из них, для которых выполняется условие

$$\Phi_z > \frac{\sum_{z=1}^Z \Phi_z}{2Z} \quad (7)$$

Среди исключенных сочетаний выбираем параметры, которые встречаются наиболее часто, и в дальнейшем не включаем их в базисные, т. е. рассчитываем для каждого параметра, сколько раз он встречался в исключенных сочетаниях, находим среднее этих величин и исключаем те, у которых

$$N_z > \frac{\sum_{z=1}^z N_z}{2N_n} \quad (8)$$

7. Повторяем весь расчет, начиная с п. 2, до тех пор, пока не получим единственно возможное сочетание параметров, которое и является оптимальным.

Этот алгоритм применялся для экспериментов по моделированию трения металлофторопласта в условиях, соответствующих разгону и торможению магистральных насосов на Мичуринском участке нефтепровода «Дружба» [4]. Были отобраны 22 параметра (табл. 1) и задано условие  $C_t = C_v = C_{DJ} + 1$ , которое обеспечивало

модельные испытания при постоянной скорости без прироста температуры, столь характерного для разгонных режимов.

Расчет производился на ЭВМ ЕС-1036 по программам, написанным на языке FORTRAN.

Время расчета составило 18 мин. Оптимальный набор л-критериев и их симплексная форма даны в табл. 2. Рассчитанные величины масштабных коэффициентов перехода составили:

Таблица №1. Параметры, влияющие на условия разгона-торможения подшипника скольжения в режиме гидродинамической смазки.

Величина	Обозначение	Размерность	Показатели степеней размерности			
Максимальная высота микронеровности	$h$	$L$	0	2	0	0
Радиус единичной неровности	$r$	$L$	0	2	0	0
Комплекс геометрических размеров [1]	$K_2$	$L^3$	0	-6	0	0
Плотность	$\rho$	$ML^3$	4	-12	0	0
Критерий самосмазывания [4]	$K_{см}$	$L$	0	1	0	0
Продолжительность трения	$t$	$T$	0	0	1	0
Удельная нагрузка на пару	$p$	$MLT^2$	1	1	-2	0
Скорость относительного скольжения	$V$	$LT^{-1}$	0	1	-1	0
Ускорение	$W$	$LT^2$	0	1	-2	0
Модуль упругости	$E$	$L^{-1}MT^2$	3	-3	-6	0
Твердость	$H$	$L^{-1}MT^2$	3	-3	-6	0
Динамическая вязкость	$h$	$ML^{-1}T^1$	4	-4	-4	0
Работа трения	$W_m$	$ML^2T^2$	1	2	-2	0
Напряжения смачивания	$W_3$	$MT^2$	3	0	-6	0
Удельное сопротивление плёнки сдвигу	$t$	$LMT^2$	2	-2	4	0
Средняя разность температур поверхностей трения	$DJ$	$q$	0	0	0	2
Градиент	$grad J$	$L^{-1}q$	0	-2	0	2

температуры						
Коэффициенты теплопроводности	$l$	$MLT^3q^{-1}$	4	4	-12	-4
Удельная теплоёмкость	$C$	$L^2T^2q^{-1}$	0	4	-4	-2
Термическое сопротивление теплопроводности	$\frac{l}{I}$	$M^1T^3q$	-1	0	3	1
Ускорение подъемной силы среды	$g_b$	$LT^2q^{-1}$	0	1	-2	-1
Коэффициент теплопроводности	$s$	$MT^3q^{-1}$	2	0	-6	-2

Примечание. Показатели степеней размерности приведены с учетом того, что оба трущихся материала в паре имеют различные физико-механические свойства, которыми нельзя пренебречь.

Таблица №2

Результаты расчета оптимального набора критериев

$\frac{r_1 r_2}{K_{\varepsilon 1,2} 0,35}$	$\frac{C_{r_{1,2}}}{C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,35}}$
$\frac{h_1 h_2}{K_{\varepsilon 1,2}^{0,35}}$	$\frac{C_{h_{1,2}}}{C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,35}}$
$\frac{r_1 r_{2m} r_{2n} r_2 V^8 K_{\varepsilon}^{0,33}}{p^4}$	$\frac{C_{p1,2m2n2} C_V^8 C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,33}}{C_p^4}$
$\frac{K_{cm}}{K_{\varepsilon 1,2}^{0,17}}$	$\frac{C_{K_{cm}}}{C_{K_{\varepsilon 1,2}}}$
$\frac{tV}{K_{\varepsilon 1,2}^{0,17}}$	$\frac{C_t C_V}{C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,17}}$
$\frac{WK_{\varepsilon 1,2}}{V^2}$	$\frac{C_W C_{K_{\varepsilon 1,2}}}{C_V^2}$
$\frac{E_1 E_{2m} E_{2n} K_{\varepsilon 1,2}}{p^3}$	$\frac{C_{E_{1,2m,2n}} C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,33}}{C_p^3}$
$\frac{H_1 H_{2m} K_{\varepsilon 1,2}}{p^3}$	$\frac{C_{H_{1,2m,n}} C_{K_{\varepsilon 1,2}}}{C_p^3}$
$\frac{W_E W_{E_{2m}} W_{E_{2n}} K_{\varepsilon 1,2}^{0,33}}{p^3}$	$\frac{C_{W_{E_{1,2m,2n}}} C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,33}}{C_p^3}$
$\frac{t_{2m} t_{2n} K_{\varepsilon 1,2}^{0,33}}{p^2}$	$\frac{C_{t_{2m,2n}} C_{K_{\varepsilon 1,2}}^{0,33}}{C_p^2}$

$\frac{\text{grad}J_1 \text{grad}J_2 K_{z1,2}^{0,33}}{DJ_1 DJ_2}$	$\frac{C_{\text{grad}J_{1,2}} C_{K_{z1,2}}^{0,33}}$
$\frac{I_{11} I_{2m} I_{2n} I_2 DJ_2^2 K_{z1,2}^{0,67}}{p^4 V^4}$	$\frac{C_{I_{1,2m} 2n,2} C_{DJ_{1,2}}^2 C_{K_{z1,2}}^{0,67}}{C_p^4 C_V^4}$
$\frac{C_1 C_{2n} C_3 DJ_1^2 DJ_2^2}{V^3}$	$\frac{C_{C_{,2m,2n,3}} C_{DJ_{1,2}}^2 C_{K_{z1,2}}^2}{C_V^8}$
$\frac{l/h \times pV}{K_{z1,2}^{0,33} DJ_1^{0,5} D_2^{0,5}}$	$\frac{C_{l/h} C_p C_V}{C_{K_{z1,2}} C_{DJ_{1,2}}^{0,5}}$
$\frac{g_b DJ_1^{0,5} DJ_2^{0,5} K_{z1,2}^{0,17}}{V^2}$	$\frac{C_{g_b} C_{DJ_{1,2}}^{0,5} C_{K_{z1,2}}^{0,17}}{C_V^2}$
$\frac{s_1 s_2 DJ_1 DJ_2 K_{z1,2}^{0,67}}{p^2 V^2}$	$\frac{C_{s_{1,2}} C_{DJ_{1,2}} C_{K_{z1,2}}^{0,67}}{C_p^2 C_V^2}$
$\frac{W_{E_1} W_{E_{2m}} W_{E_{2n}}}{K_{z1,2}^{0,17} p}$	$\frac{C_{W_{E_{1,2m,2n}}}}{C_{K_{z1,2}}^{0,17}}$
$\frac{h_1 h_{2m} h_{2n} h_2 VK_{z1,2}^{0,67}}{p^4}$	$\frac{C_{h_{1,2,6,2,6,2,6,2}} C_V C_{K_z}^{0,67}}{C_p^4}$

*Примечание. Индекс 1 означает, что этот параметр относится к первому элементу пары трения, 2-ко второму, m - металлическому каркасу металлофторопласта, n – пропитке.  
 $C_r=C_n=0,33$ ;  $C_p=0,01$ ;  $C_{K_{cm}}=0,17$ ;  $C_t=0,17$ ;  $C_w=0,17$ ;  $C_E=C_H=0,005$ ;  $C_{WT}=0,67$ ;  $C_{W_3}=0,5$ ;  
 $C_{K_t}=0,67$ ;  $C_t=1$ ;  $C_{\text{grad}J}=0,33$ ;  $C_1=0,67$ ;  $C_C=1,05$ ;  $C_f=0,005$ ;  $C_{g_b}=0,17$ ;  $C_p=0,335$ .*

*Испытания, поставленные с учетом этих*

*коэффициентов, показали, что металлофторопласт долговечнее в 1,5— 3 раза, чем баббит в условиях пусков и остановок. После установки металлофторопластовых подшипников на насосы среднее время межремонтных периодов для них было в 2,8 раза больше, чем для баббитовых.*

*Обозначения*

*$M_n$ — общее число параметров, рассматриваемых при построении  $p$ -критериев;*

*$m$ — число базисных параметров;  $C_{M_n}^m$ — число сочетаний из  $M_n$  параметров в группы*

*по  $m$ ;  $R_{ij}$ —матрица размерностей, где  $1 \leq i \leq M_n$ ,  $1 \leq j \leq K$ ;  $K$ —количество основных размерностей (если учитывается  $M, L, T$ , то  $T=3$ , если добавляется еще  $q$ , то  $K=4$ );*

*$M$ —размерность массы;  $L$ —размерность протяженности;  $T$ —размерность времени  $q$  — размерность температуры;  $r_{ij}$ —один элемент матрицы размерностей;  $a_{ij}$  -степенные коэффициенты при параметрах в  $p$ -критериях; /— порядковый номер  $p$ -критерия;  $C_{T_{ij}}$ —*

*масштабный коэффициент перехода для  $r_{ij}$ -параметра;  $C_{r_{jij}}^T$ — требуемое*

*значение масштабного коэффициента перехода;  $k$ — параметр суммирования в целевой функции;  $Z$ —количество пробных точек на данном этапе отбора;  $z$ —текущая точка на данном этапе отбора;  $N$ — количество появлений параметров в исключительных сочетаниях;  $N_n$ —общее количество параметров, встречаемых в исключительных сочетаниях;*

индексы 1, 2, 2n, 3 относятся к контролеру, металлическому каркасу металло-фторопласта, его пропитке и окружающей среде соответственно.

*Summary*

*A method is proposed to calculate scale transition coefficients under physical simulation of triboengineering processes. In this method service function is the sum of the scale coefficients having the given numerical values. The optimum choice algorithm of  $\rho$ -criteria is based on Sobol  $1 p_t$  -numbers, while the calculation of coefficient numerical values on the simplex-method.*

*Литература*

1. Браун Э. Д., Евдокимов Ю. А., Чичинадзе А. В. Моделирование трения и изнашивания в машинах. М., 1982.
2. Пистунов И. Н.//Трение и износ. 1991. Т. 12, №2. С. 239—245.
3. Полунин И. Ф. Курс математического программирования. Минск, 1975.
4. Казимиров И. П. Повышение долговечности узлов трения магистральных насосов: Автореф. дис.... канд. техн. наук. Ростов-на-Дону, 1989.

МОДЕЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ.  
ОПТИМАЛЬНІ КРИТЕРІЇ ВИБОРУ МАСШТАБНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ  
І. М.Пістунов

Запропонований метод розрахування коефіцієнти переходу при фізичному моделюванні триботехнічних процесів. Цільовою функцією методу є сума коефіцієнтів переходу, які мають наперед задані цифрові значення. Оптимальний алгоритм пошуку  $\rho$  -критеріїв базується на  $1 p_t$ - числах Соболя, обчислення цифрових значень коефіцієнтів - на симплекс-методі.

MODEL EXPERIMENT.  
OPTIMUM CHOICE CRITERIONS of GRADE COEFFICIENTS  
I.M.Pistunov

A method is proposed to calculate scale transition coefficients under physical simulation of triboengineering processes. In this method service function is the sum of the scale coefficients having the given numerical values. The optimum choice algorithm of  $\rho$  -criteria is based on Sobol  $1 p_t$  - numbers, while the calculation of coefficient numerical values on the simplex-method.