

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»

Інститут електроенергетики

(інститут)

Факультет інформаційних технологій

(факультет)

Кафедра Програмного забезпечення комп'ютерних систем

(повна назва)

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
кваліфікаційної роботи ступеня

магістра

(назва освітньо-кваліфікаційного рівня)

студента	<i>Василенка Олександра Сергійовича</i> (ПІБ)		
академічної групи	122М-20-2 (шифр)		
спеціальності	122 Комп'ютерні науки (код і назва спеціальності)		
освітньої програми	«122 Комп'ютерні науки» (назва освітньої програми)		
на тему:	<i>Розробка та дослідження ефективності впровадження програмного забезпечення розрахунку температурних полів в тілах обертання</i>		

_____ *О.С. Василенко*

Керівники	Прізвище, ініціали	Оцінка за шкалою		Підпис
		рейтинг овою	інституційною	
розділів кваліфікаційної роботи				
спеціальний	<i>Проф. Бердник М.Г.</i>			
економічний	<i>Доц. Касьяненко Л.В.</i>			
Рецензент				
Нормоконтролер	<i>Доц. Реута О.В.</i>			

Дніпро
2022

Практична цінність полягає в обґрунтуванні та розв'язанні проблеми математичного моделювання температурних полів в тілах обертання, що дає можливість більш точно, ефективно і економно проектувати тіла, які будуть використовуватися у різноманітних механізмах та пристроях і які знаходяться під інтенсивним впливом температур, що може вплинути на їх ефективність, безпеку, тощо.

4 ВИМОГИ ДО РЕЗУЛЬТАТІВ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Результати досліджень мають бути подані у вигляді, що дозволяє побачити та оцінити безпосереднє використання запропонованих методів. В результаті роботи повинен бути розроблений програмний комплекс для розрахування розподілу температурних полів у тілах обертання.

5 ЕТАПИ ВИКОНАННЯ РОБІТ

Найменування етапів робіт	Строки виконання робіт (початок – кінець)
Аналіз теми та постановка задачі	12.09.2021-30.09.2021
Розробка моделі, метода та програмного забезпечення розрахунку температурних полів в тілах обертання	01.10.2021-30.11.2021
Використання програми та аналіз отриманих результатів	01.11.2021-16.12.2021

6 РЕАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ЕФЕКТИВНІСТЬ

Економічний ефект від реалізації результатів роботи очікується позитивним завдяки розробці алгоритму та програмного забезпечення для розрахунку розподілу температурних полів у тілах обертання, що дозволяє зменшити витрати при проектуванні і розробці таких тіл для їх використання у механізмах та пристроях.

Соціальний ефект від реалізації результатів роботи очікується позитивним, так як завдяки цьому буде полегшена робота науковців і інженерів, що дозволить прискорити та здешевити розробку механізмів і дослідження в даній області.

Завдання видав

_____ (підпис)

Бердник М.Г.

_____ (прізвище, ініціали)

Завдання прийняв до виконання

_____ (підпис)

Василенко О.С.

_____ (прізвище, ініціали)

Дата видачі завдання: 10.09.2021 р.

Термін подання кваліфікаційної роботи до ЕК 18.01.2022

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 77 стор., 76 рис., 3 додатки, 25 джерел.

Об'єкт дослідження: розподіл температурних полів в тілах обертання.

Предмет дослідження: методи розрахунку теплових полів тіл обертання.

Мета магістерської роботи: підвищення точності розрахунку теплових полів для тіл обертання за допомогою програмного забезпечення з використанням Matlab.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених задач використані методи: чисельні методи в інформатиці, метод скінченних елементів.

Новизна отриманих результатів дипломної роботи полягає в розробці чисельних методів і програмного забезпечення розрахунку полів температури в тілах обертання, що дозволяє знаходити температурні поля із більшою точністю.

Практична цінність результатів полягає в тому, що методи і моделі, які використовуються в дипломній роботі дозволяють більш точно проектувати тіла обертання для вирішення задач, які потребують знання розподілу температури в цих тілах.

Область застосування. Розроблене програмне забезпечення може застосовуватися для проектування тіл обертання, які знаходяться під інтенсивним впливом температури.

Значення роботи та висновки. Методика дозволяє проектувати тіла обертання зі значним скороченням матеріальних та часових витрат, підвищити їх ефективність та безпечність.

У розділі «Економіка» проведені розрахунки трудомісткості розробки програмного забезпечення, витрат на створення ПЗ і тривалості його розробки, а також проведені маркетингові дослідження ринку збуту створеного програмного продукту.

Список ключових слів: МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ, ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ, ДИФЕРЕНЦІЙНІ РІВНЯННЯ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ, МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ.

ABSTRACT

Explanatory note: 77 pages, 76 figures, 3 applications, 25 sources.

Object of research: distribution of temperature fields in solids of revolution.

Subject of research: methods of calculation of thermal fields of solids of revolution.

The purpose of the master's work: to increase the accuracy of calculation of thermal fields for solids of revolution using software using the Matlab environment.

Research methods. To solve the problems used methods: numerical methods in computer science, the finite element method.

The novelty of the results of the thesis is the development of numerical methods and software for calculating temperature fields in solids of revolution, which allows to find temperature fields with greater accuracy.

The practical value of the results is that the methods and models used in the thesis allow to more accurately design solids of revolution to solve problems that require an understanding of the temperature distribution in these solids.

Scope. The developed software can be used to design solids of revolution for use in mechanisms and devices that are under the influence of temperature.

The value of the work and conclusions. The technique allows to design solids of revolution with a significant reduction in material and time costs, increasing their efficiency and safety.

In the section "Economics" calculations of the complexity of software development, the cost of creating software and the duration of its development, as well as marketing research of the market for the software product.

Keyword list: MATHEMATICAL MODELING, TEMPERATURE FIELD, THERMAL CONDUCTION, PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION, FINITE ELEMENT METHOD.

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

PDE – partial differential equation;

MSE – метод скінченних елементів;

МГ – метод Галеркіна;

МЕ – метод Ейлера;

ЧМІ – чисельні методи у інформатиці;

PDE Tool – Partial Differential Equation Toolbox;

CAD – computer-aided design;

.m – формат файлу програми Matlab.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ТЕМИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	10
1.1. Загальні відомості з предметної області	10
1.2. Ізотермічні поверхні	12
1.3. Теплопровідність	16
1.4. Постановка задачі	17
1.5. Висновки.....	17
РОЗДІЛ 2. ОПИС МЕТОДІВ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ	18
2.1. Метод скінченних елементів	18
2.2. Метод Галеркіна	21
2.3. Метод Ейлера	27
2.4. Рівняння теплопровідності	28
2.5. Висновки.....	29
РОЗДІЛ 3. Розробка програмного забезпечення обчислення температурних полів в тілах обертання.....	30
3.1. Комп'ютерне моделювання температурних полів в тілах обертання	30
3.2. Порівняння з аналітичним розв'язком	62
3.3. Висновки.....	63
РОЗДІЛ 4. ЕКОНОМІКА.....	64
4.1. Визначення трудомісткості розробки програмного забезпечення	64
4.2. Витрати на створення програмного забезпечення	68
4.3. Маркетингові дослідження ринку збуту розробленого програмного продукту	69
4.4. Оцінка економічної ефективності впровадження програмного забезпечення	70
ВИСНОВКИ.....	71
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	72
Додаток А. КОД ПРОГРАМИ.....	74
Додаток Б. ВІДГУК КЕРІВНИКА ЕКОНОМІЧНОГО РОЗДІЛУ.....	76
Додаток В. ПЕРЕЛІК ФАЙЛІВ НА ДИСКУ	77

ВСТУП

Розрахунок температурних полів дозволяє провести аналіз розподілу температурних полів при розробці механізмів або пристроїв. Це дуже поширена задача, тому що дозволяє покращити ефективність проектування таких пристроїв як дискові гальма, сортопрокатні вали, супутники та інші. Головною проблемою таких пристроїв є те, що вони працюють в умовах де на них інтенсивно впливає температура, що впливає на їх нагрів.

Двовимірні і тривимірні температурні поля, які є результатом розрахунку розподілу температурних полів, дозволяють змодельовати тіла, які обертаються навколо своєї осі, враховуючи те, як на них впливає температура і яка форма найбільш задовольняє для її рівномірного розподілу. Це також дозволяє підібрати найліпші матеріали, які зможуть оптимально витримувати необхідні температури та ефективно працювати під їх впливом. Також це вплине на безпечність пристроїв. Використання двовимірних або тривимірних температурних полів допомагає змодельовати тіла, які обертаються навколо своєї осі. Подібна інформація може бути використана, щоб розробити таку форму тіла і підібрати такі матеріали, які дадуть можливість найбільш ефективно та економніше створити це тіло вже у реальній формі.

Тому, метою роботи є підвищення ефективності при проектуванні тіл обертання для використання їх у механізмах і які знаходяться під інтенсивним впливом температур.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні основні завдання:

- дослідити методи, які дозволяють розрахувати розподіл температури;
- розробити програмне забезпечення, яке розраховує розподіл температурних полів у тілах обертання;
- зробити аналіз залежності відхилення отриманого рішення від аналітичного в залежності від щільності розбиття області.

В ПЗ необхідно реалізувати:

- 1) простий та зрозумілий інтерфейс;
- 2) зручний спосіб введення даних;
- 3) візуалізацію отриманого рішення;
- 4) можливість імпорту рішення у файл;
- 5) порівняння знайденого рішення з аналітичним розв'язком, якщо таке

рішення існує;

- 6) перевірку вхідних даних на їх коректність;
- 7) обробку виняткових ситуацій.

Чисельне рішення характеризується наступними показниками:

- коефіцієнти рівняння;
- граничні умови;
- область, в якій шукається рішення;
- щільністю дискретизації області.

Вихідною інформацією програми є вектор знайдених температурних полів.

Вся вхідна інформація повинна перевірятися на коректність та відповідність очікуваному типу.

Кваліфікаційна робота складається з трьох розділів. У першому розділі був проведений аналіз предметної області, описані основні ідеї розподілу температурних полів. У другому розділі розглянуті методи розрахунку розподілу температурних полів. Третій розділ демонструє роботу програми і опис її роботи.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ТЕМИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

1.1. Загальні відомості з предметної області

Розрахунок розподілу температурних полів в тілах обертання – це одна з важливих задач, яка постає перед розробниками різноманітних механізмів і пристроїв, в яких ті або інші частини знаходяться під інтенсивним впливом температури. Такі тіла можуть змінювати ефективність своєї роботи в залежності від температури. Також аналіз і розуміння температурних полів дозволить проектувати більш безпечні пристрої, використовувати більш оптимальні форми, які будуть ефективніші та більш економні.

Передача тепла має напрямок, а також величину. Швидкість теплопровідності в заданому напрямку пропорційна градієнту температури, який є швидкістю зміни температури з відстанню в цьому напрямку. Теплопровідність у середовищі, як правило, є тривимірною та залежить від часу, а температура в середовищі змінюється в залежності від положення та часу.

Температурне поле є сукупністю всіх значень температури у всіх можливих точках тіла, яке аналізується, в кожний момент часу, що фіксується. Температурі, яка характеризує ступінь нагрівання будь-якої точки тіла, неможливо приписати якийсь напрямок. Проблеми теплопередачі також класифікуються як одновимірні, двовимірні або тривимірні, залежно від відносних величин швидкостей теплопередачі в різних напрямках і бажаного рівня точності. У найбільш загальному випадку теплопередача через середовище є тривимірною. Тобто температура змінюється по всіх трьох основних напрямках всередині середовища під час процесу теплопередачі. Розподіл температури в тілі у вигляді математичного виразу є вираз, який має в собі в якості незалежних змінних просторові координати та час: для декартової системи координат (1.1), для циліндричної системи координат (1.2), для сферичної системи координат (1.3):

$$T = T(x, y, z, t), \quad (1.1)$$

де

x, y, z – координати декартової системи координат;

t – час.

$$T = T(r, \varphi, z, t), \quad (1.2)$$

де

r, φ, z – координати циліндричної системи координат;

t – час.

$$T = T(r, \varphi, \Theta, t), \quad (1.3)$$

де

r, φ, Θ – координати сферичної системи координат;

t – час.

Знаходження залежностей або вивчення просторово-часового переходу температури є основною метою, яку вивчає аналітична теорія теплопровідності. Існує два варіанта процесу теплообміну. Якщо температура змінюється як в просторі, так і в часі, то такий процес називається нестационарним. У випадку якщо температура не змінюється з часом, а змінюється лише від точки до точки у просторі, то такий процес називається стаціонарним. У стаціонарному випадку таким чином температура є всього лише функцією координат: $T = T(x, y, z)$; $\partial T / \partial t = 0$.

Температурне поле, яке відноситься до цих відношень є просторовим, інакше кажучи, тривимірним, так як температура уявляє собою функцію трьох координат.

У випадку якщо впродовж однієї з координат температура не змінюється, тоді цей вираз можна описати як (для координати z) $\partial T / \partial z = 0$.

Такий випадок характеризує температурне поле як двовимірне і для нестационарного режиму має вигляд $T = T(x, y, t)$, а для стаціонарного – $T = T(x, y)$.

У випадку коли температура залишається незмінною впродовж двох координат, поле називається одномірним: $\partial T / \partial z = 0$, $\partial T / \partial y = 0$ (температура не змінюється для z і y).

Для нестационарного режиму це можна записати як $T = T(x, t)$, а для стаціонарного – $T = T(x)$.

Як приклад, одномірне температурне поле може бути безмежної пластини, довжина і ширина якої безкінечно великі, зрівнюючи з її товщиною. В такому випадку температура розповсюджується перпендикулярно до поверхні пластини.

Змінні x , y , z відношення визначають розташування будь-якої точки тіла, яке розглядається, і якщо вони є координатами цієї точки у обраній системі координат. Такі змінні приймають безкінечну множину числових значень. Змінна t , яка характеризує собою час за який проходить процес теплопровідності. Сукупність всіх можливих числових значень змінних x , y , z , t , для яких існує цілком певне значення температури $T = T(x, y, z, t)$, має назву області визначення функції $T(x, y, z, t)$. $T = T(x, y, z, t)$ у своїй області вважається безперервною, двічі безперервно диференційованою за просторовими координатами x , y , z і безперервно диференційованою за часом t .

1.2. Ізотермічні поверхні

У тілі, яке має температуру $T = T(x, y, z, t)$, можна відокремити поверхню, всі точки якої в деякий момент часу мають однакову температур. У цьому випадку поверхня називається ізотермічною поверхнею або ще можна її назвати поверхнею рівня. Рівняння такої поверхні має вид:

$$T = T(x, y, z, t) = C,$$

де

$T(x, y, z, t)$ – розподіл температури в декартовій системі координат;

C – константа.

На відміну від стаціонарних полів, у нестаціонарних випадках розташування і форма ізотермічної поверхні з плином часу змінюються. Ізотермічні поверхні можна охарактеризувати трьома наступними властивостями:

1. Дві ізотермічні поверхні ніколи не перетинаються одна з одною, якщо мають різні температури, тому що не може бути однакової температури в один і той самий час в одній точці тіла.

2. Всередині тіла ізотермічні поверхні не можуть мати кордонів. Ці поверхні закінчуються на поверхні або замикаються на собі і розташовуються всередині об'єму, який розглядається.

3. Уздовж ізотермічної поверхні теплота не поширюється. Вона прямує від однієї такої поверхні до іншої. Поширення теплоти йде від більш нагрітої ділянки до менш нагрітої.

На площині, що утворена перетином ізотермічних поверхонь, створює на цій площині ізотерми – лінії, що відповідають однаковій температурі. Вони мають ті самі властивості, як і ізотермічні поверхні, тобто не обриваються всередині тіла, не перетинаються, закінчуються на поверхні чи замикаються всередині тіла. На рис. 1.1 представлена ділянка двовимірного температурного поля, яке має ізотерми $T \pm \Delta T$, $T \pm 2\Delta T$, тощо.

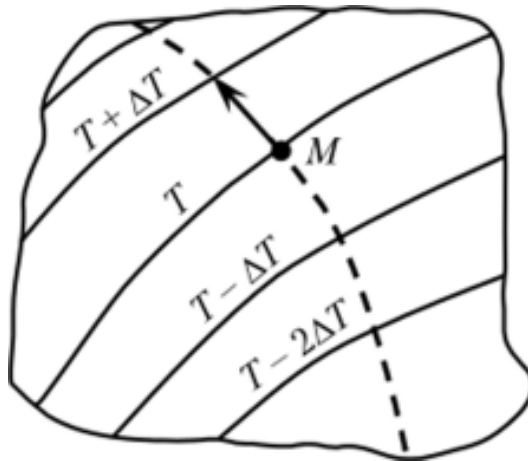


Рис. 1.1. Ізотермічні поверхні

Співвідношення $T = T(x, y, z, t)$, яке задає температурне поле, іноді не дає повного уявлення про те, якого виду це поле, а завдання ізотермічних поверхонь (поверхень рівня) представляє собою задання самого поля $T = T(x, y, z, t)$. При цьому взаємне місцезнаходження ізотермічних поверхонь дає ясну інформацію про температурні поля. Коли йдеться про двовимірне температурне поле, вказаний спосіб зображення використовувати особливо зручно.

На площині (x, y) рівність виду $T = T(x, y, t) = C$ (час t фіксовано усюди) визначає деяку криву $y = \varphi(x, c, t)$. Ці криві мають назву лінії рівня (ізотерми) двовимірного (плоского) поля температур $T = T(x, y, t)$. На рис. 1.2 і рис. 1.3 наведені приклади ізотерм.

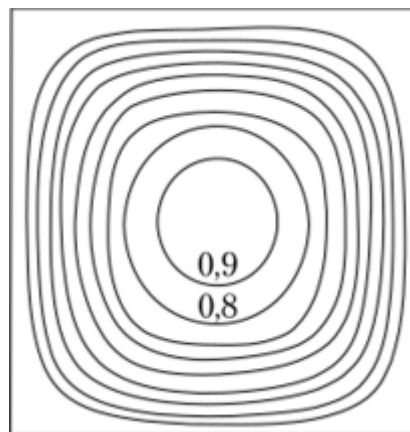


Рис. 1.2. Ізотерми в області квадратної форми

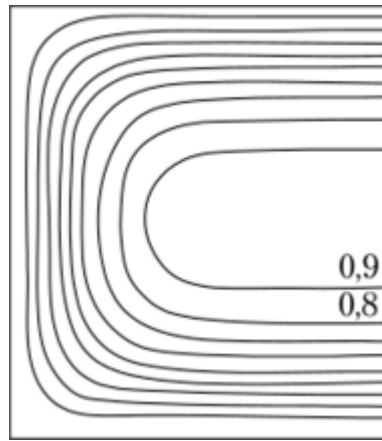


Рис. 1.3. Ізотерми в області прямокутної форми

У практичних випадках зазвичай доводиться мати справу з такими полями, які мають спеціальні властивості симетрії, що полегшує вивчення таких температурних полів. Розглянемо деякі окремі випадки (для стаціонарних полів).

Поле T називається плоскопаралельним, якщо у просторі існує напрямок, при зрушеннях вздовж якого поле T переходить саме в себе. Плоскопаралельне (або двовимірне) поле задається, як вказувалося вище, рівністю $T = T(x, y)$. Ізотермічні поверхні такого поля – сімейство циліндричних поверхонь $T(x, y)$.

Поле T називається осесиметричним, якщо воно не змінюється при повороті простору на довільний кут навколо фіксованої прямої - осі симетрії цього нуля. Осесиметричне температурне поле задається співвідношенням (в циліндричній системі) $T = T(r, z)$, тобто. зображується функцією, яка залежить тільки від змінних r і z (але не від кута). Ізотермічні поверхні такого поля є поверхні обертання.

Якщо температурне поле T задається функцією, що залежить від однієї координати r , тобто $T = T(r)$, воно називається циліндричним. Ізотермічні поверхні такого поля – круглі циліндри.

Якщо значення функції T (у сферичній системі координат) залежить лише від змінної r (але не залежить від кутів φ і Θ), де r – відстань від деякої фіксованої точки M_0 (початку координат), то таке температурне поле називається сферичним. Ізотермічні поверхні сферичного поля – сімейство концентричних сфер.

1.3. Теплопровідність

Тепловий потік у твердих тілах зазвичай розглядається як процес, подібний до дифузії, який пропорційний градієнту температури; константу пропорційності для даного матеріалу називають теплопровідністю λ [2]. Розподіл температури є розв'язок рівняння лінійного потоку тепла:

$$\partial T / \partial t = \alpha \partial^2 T / \partial x^2, \quad (1.4)$$

де

$T = T(x, t)$ – температура у просторово-часовій точці (x, t) ;

α – коефіцієнт теплопровідності.

Рівняння являє собою диференціальне рівняння в похідних параболічного типу, а його аналітичні рішення показують парадоксальну поведінку нескінченної швидкості поширення теплового збурення. Будь-яка локальна зміна температури викликає миттєве збурення в кожній точці середовища, незалежно від її відстані від початку початкового збурення. Це суперечить теорії відносності, а також відомим механізмам теплопровідності.

Теплопровідність вимірює здатність матеріалу проводити теплову енергію відносно її здатності зберігати теплову енергію [3]. Висока дифузія означає швидку передачу тепла. Встановлено, що теплопровідність зменшується з підвищенням температури, вологі матеріали мали вищу теплопровідність, а теплопровідність була мінімальною на переході α - β . Для того, щоб передбачити процеси охолодження або моделювати температурні поля, необхідно знати коефіцієнт теплопровідності [4].

Основна вимога до тепловіддачі – наявність перепаду температур. Різниця температур є рушійною силою для теплопередачі, так само як і різниця напруги для електричного струму.

1.4. Постановка задачі

Метою роботи є підвищення ефективності при проектуванні тіл обертання для використання їх у механізмах які знаходяться під інтенсивним впливом температур.

Для досягнення поставленої мети необхідно дослідити методи розрахунку розподілу температурних полів у тілах обертання, чисельні методи в інформатиці, методи моделювання фізичних процесів теплопровідності, методи дискретизації областей, які використовуються для розрахунку розподілу температури.

Після проведених досліджень необхідно проаналізувати інформацію і відомості, які були зібрані, та на їх підставі розробити програмне забезпечення для розрахунку температурних полів.

1.5. Висновки

У даному розділі було проведено аналіз предметної області, були визначені поняття температурних полів і теплопровідності та їх розрахунки. Теплові поля дають можливість проаналізувати розподіл у тілах, які працюють під впливом температур, що може впливати на їх ефективність і безпечність.

Отримана інформація дає розуміння розрахунків розподілу температур у стаціонарних і нестаціонарних тілах, надає характеристику ізотерм. Виникає проблема у створенні програмного забезпечення, яке дозволить отримувати результат розрахунків температурних полів.

РОЗДІЛ 2

ОПИС МЕТОДІВ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

2.1. Метод скінченних елементів

Метод скінченних елементів – один з найбільш гнучких і універсальних методів розв'язання широкого кола задач механіки суцільного середовища, тепло- та масообміну, електро- та магнітостатики та багатьох інших завдань науки та техніки [5-9]. Відмінність МСЕ від звичайно-різностного методу Ейлера полягає у тому, що в обраному скінченному елементі функція не обов'язково заміняється лінійною залежністю, а може бути прийнята у вигляді полінома [10-14].

Рівняння теплопровідності [15] широко застосовується для опису процесу теплопереносу в тілах класичних форм (пластина, циліндр, сфера), на практиці зустрічаються об'єкти складної форми і завдання їх опису вирішується методом скінченних елементів [16]. У загальному випадку розглядається деяке сімейство функцій, визначених скінченним числом параметрів. Серед таких функцій немає точного вирішення завдання, проте підбором параметрів можна спробувати приблизно задовольнити рівняння задачі та тим самим побудувати її наближене рішення. Специфічним у методі скінченних елементів є побудова сімейства функцій, визначених скінченним числом параметрів [17-20].

Виберемо таке сімейство функцій $u(x)$ при $X_{min} \leq x \leq X_{max}$. Інтервал $X_{min} \dots X_{max}$ є одновірною сферою існування вирішуваного завдання, який розбивається на скінченне число частин (елементів), що з'єднуються між собою і з кінцями інтервалу в вузлових точках (вузлах) X_i . У межах кожного елемента визначається функція у вигляді лінійного полінома. Вона визначається своїми значеннями $u(X_i)$ у вузлах та на кінцях елемента. Враховуючи, що в континуальному завданні функція є безперервною, її значення в кожному вузлі для сусідніх елементів повинні збігатися. І тому введемо функції округлення: $[x]$ – функція підлоги, що визначається як найбільше ціле, менше або рівне x , а саме

$[x] = n \Leftrightarrow x - 1 < n \leq x$; $[x]$ – функція стелі, яка визначається як найменше ціле, більше або рівне x , а саме $[x] = n \Leftrightarrow x < n \leq x + 1$. Використовуючи ці функції округлення, введемо сімейство кусково-лінійних безперервних функцій наступного виду:

$$u(x) = \{[\Phi(x - a)] - [\Phi(x - b)]\} \left[c + (d - c) \frac{x-a}{b-a} \right], \quad (2.1)$$

де

$\Phi(x)$ – функція Хевісайда, одинична ступінчаста функція, значення якого дорівнює нулю для негативних аргументів і одиниці для позитивних аргументів;
 a, b – інтервал вікна функції $u(x)$, на якому вона відмінна від нуля ($a \leq b$);
 c, d – параметри рівняння прямої на інтервалі a, b .

Приклад такої функції представлений на графіку (рис. 2.1).

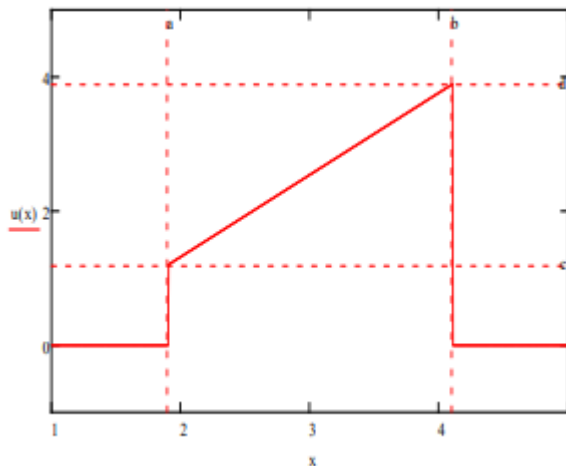


Рис. 2.1. Одномірна лінійна кусково-безперервна функція

Як можна побачити з представленого графіка, функція $u(x)$ на межах інтервалу (a, b) звертається в нуль. Використовуємо формулу (2.1) для опису пробної функції на довільному інтервалі, що задається напівшириною $h = (b - a)/2$ одновимірного одиничного скінченного елемента щодо вузла X_i . У цьому

випадку параметри кусково-лінійної безперервної функції (1) відповідно дорівнюють $a = X_i - h$, $b = X_i + h$, $c = 0$, $d = 1$, а функція набуває вигляду:

$$\varphi_i = \{[\Phi[x - (X_i - h)]] - [\Phi(x - X_i)]\} \frac{x + h - X_i}{h} + \\ + \{[\Phi(x - X_i)] - [\Phi[x - (X_i + h)]]\} \frac{h - x + X_i}{h}$$

Функції $\varphi_i(x)$ зображуються як ламані і визначаються скінченим числом параметрів – своїми вузловими значеннями. На графіці (рис. 2.2) показано функцію такого сімейства.

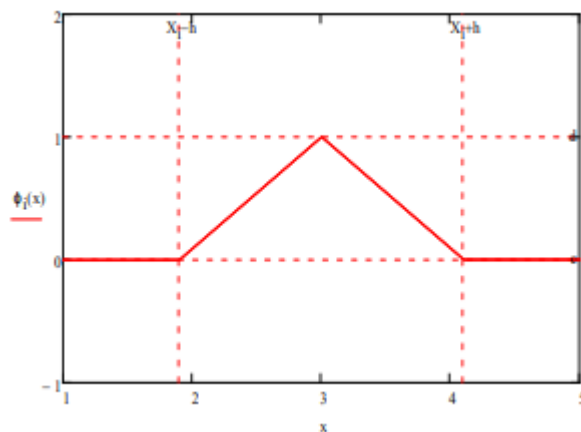


Рис. 2.2. Кусково-лінійна функція для вирішення континуальної одновимірної задачі методом скінченних елементів

Метод скінченних елементів замінює задачу відшукування функції завданням відшукування скінченного числа її наближених значень в окремих точках-вузлах. При цьому якщо вихідне завдання щодо функції складається з диференціального рівняння з відповідними граничними умовами, то завдання методу скінченних елементів щодо її значень у вузлах є системою алгебраїчних рівнянь. Зі зменшенням максимального розміру елементів збільшується кількість вузлів та невідомих вузлових параметрів. Разом з цим, підвищується можливість більш точно задовольнити рівняння задачі і тим самим наблизитися до

розв'язання. Для лінійних задач, коли невідомі функції та операції, які входять у всі співвідношення, задаються лише у першому ступені, метод скінченних елементів отримав досить повне математичне обґрунтування. Надалі використовуємо лінійну задачу, вирішення якої методом скінченних елементів зводить до розв'язання систем лінійних рівнянь алгебри. Розглянемо застосування методу для опису одновимірного температурного профілю, що задається в початковий час ($\tau = 0$ – початкова умова). У цьому випадку пробна функція, що визначається наступним рівнянням, представлена лінійною комбінацією функцій з коефіцієнтами $u_i = u_i(0)$: $u(x) = \sum_{i=1}^n u_i \varphi_i(x)$.

Для того, щоб $u(x_i) = u_i$ у всіх вузлах X_i , функції $\varphi_i(x)$ повинні задовольняти умови $\varphi_i(X_i) = 1$ та $\varphi_i(X_j) = 0$ для всіх вузлів X_j при $j \neq i$. Крім того, щоб виконувались граничні умови першого роду, слід покласти $u_0 = u_{n+1} = 0$. Метод скінченних елементів оперує як $\varphi_i(x)$ кусково-поліноміальними функціями, відмінними від нуля в межах невеликого числа елементів поблизу вузла X_i . Саме це робить метод максимально ефективним. Оскільки $u(x)$ за своїм фізичним змістом має бути безперервною функцією, виберемо $\varphi_i(x)$ у вигляді кусково-лінійних функцій, відмінних від нуля на двох елементах (рисунок 2). Кожна така функція $\varphi_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$, дорівнює одиниці X_i і нулю у всіх інших вузлах. При цьому набір функцій $u(x)$ складатиметься з безперервних функцій, лінійних у межах елементів зі зламами у вузлах і які визначаються своїми вузловими значеннями u_i , $i = 1, 2, \dots, n$. На кінцях інтервалу $X_{min} \dots X_{max}$ вони перетворюються на нуль. Кожну з таких функцій можна зобразити ламаною лінією.

2.2. Метод Галеркіна

Для визначення параметрів u_i , що використовуються в рівнянні, сформуємо систему лінійних рівнянь алгебри методом Галеркіна, інтегруючи добуток пробної функції на сімейство кусково-лінійних безперервних функцій по області існування рішення:

$$\int_{X_{min}}^{X_{max}} [\varphi_j(x) \sum_{i=1}^n u_i \varphi_i(x)] dx = \int_{X_{min}}^{X_{max}} [y(x) \varphi_j(x)] dx, \quad (2.2)$$

де

$$j = 1, 2, \dots, n;$$

$y(x)$ – функція початкового температурного профілю.

В отриманій системі лінійних рівнянь алгебри певні інтеграли в лівій частині утворюють квадратну матрицю стрічкового типу тридіагональної структури, утвореної двома видами інтегралів на головній діагоналі матриці:

$$m_{i,i} = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \varphi_i(x) \varphi_i(x) dx = \frac{2}{3} \frac{X_{max} - X_{min}}{n+1}, \quad (2.3)$$

І над і під головною діагоналлю:

$$m_{k,k+1} = m_{i,i-1} = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \varphi_i(x) \varphi_{i-1}(x) dx = \frac{1}{6} \frac{X_{max} - X_{min}}{n+1}, \quad (2.4)$$

Спростимо завдання, вважаючи, що $y(x)=1$. У цьому випадку стовпець вільних членів p_i є величиною, що визначається інтегралом:

$$p_i = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \varphi_i(x) dx = \frac{X_{max} - X_{min}}{n+1}$$

Таким чином, рівняння приймає матричну форму (рис. 2.3).

$$\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \hline u_{n-1} \\ u_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \hline 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Рис. 2.3. Матрична форма кусково-лінійних безперервних функцій

Тут матриця є тридіагональною, і рішення може бути отримано методом Гауса, матричним методом (множенням на зворотну матрицю) або прогонки. Для систем малої розмірності метод рішення не суттєвий, але зі збільшенням точності рішення необхідно збільшувати число скінченних елементів області існування рішення, але це призводить до збільшення кількості невідомих у рівнянні. Для визначення впливу числа скінченних елементів на інтервалі $X_{min}...X_{max}$ на точність початкової апроксимації вирішували систему матричним методом в інженерному середовищі MathCAD при різних числах n , визначаючи середнє значення $u(x)$ на цьому інтервалі. Відносна помилка при різній кількості скінченних елементів представлена нижче на рис. 2.4.

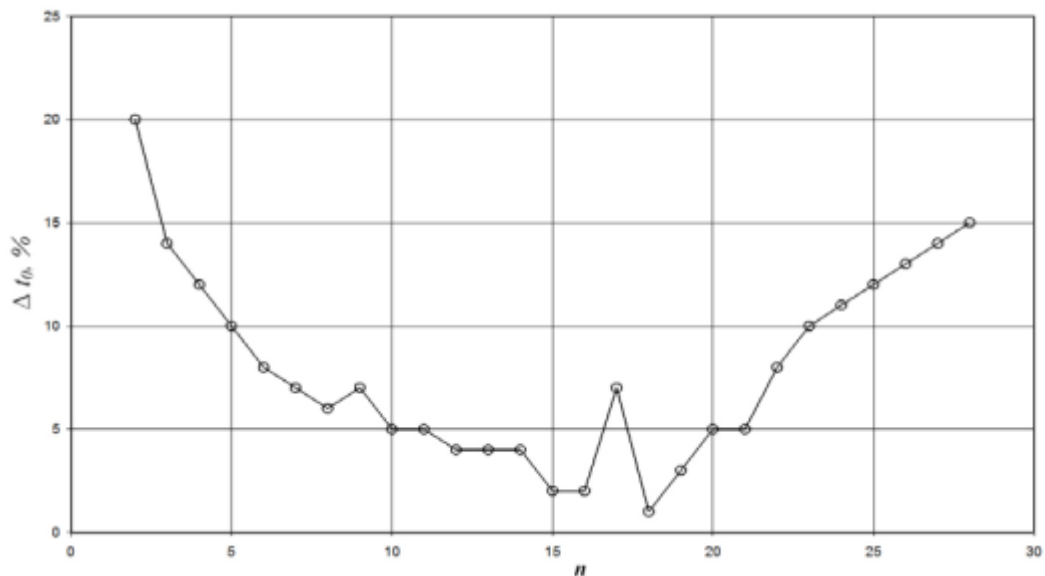


Рис. 2.4. Точність апроксимації початкового температурного профілю в залежності від кількості скінченних елементів матричним методом

З представлених даних видно, що найбільша точність апроксимації початкового температурного профілю досягається при 18 скінченних елементах області існування рішення. При цьому відносна помилка апроксимації початкового температурного профілю становить 1,5 відсотка. Якщо потрібна велика точність рішення, необхідно використовувати метод прогонки, що дозволяє вирішувати системи великої розмірності без суттєвих помилок заокруглення. Цей метод має суттєві обмеження і застосовується тільки для систем лінійних рівнянь алгебри стрічкового типу. При застосуванні методу скінченних елементів ширина лінії стрічкової матриці залежить від нумерації вузлів. У деяких випадках вихідна постановка задачі може бути настільки поганою, що навіть метод скінченних елементів не може допомогти. У такому разі постановку завдання необхідно міняти. При цьому має місце система рівнянь алгебри, в якій малі зміни коефіцієнтів або вільних членів призводять до значної зміни рішення. Такі системи рівнянь зветься погано обумовлених. Розглянемо застосування методу прогонки для представленої системи. Метод прогонки є двокроковим. Спочатку обчислюємо допоміжні величини α_i, β_i :

$$\alpha_0 = -\frac{1}{4}, \alpha_1 = -\frac{1}{4 + \alpha_0}, \dots, \alpha_{n-1} = -\frac{1}{4 + \alpha_{n-2}}$$

$$\beta_0 = \frac{3}{2}, \beta_1 = \frac{6 - \beta_0}{4 + \alpha_0}, \dots, \beta_{n-1} = \frac{6 - \beta_{n-2}}{4 + \alpha_{n-2}}$$

Ці величини використовуються для розрахунку вагових коефіцієнтів u_i :

$$u_n = \frac{6 - \beta_{n-1}}{4 + \alpha_{n-1}}, u_{n-1} = \alpha_{n-1}u_n + \beta_{n-1}, \dots, u_1 = \alpha_0u_2 + \beta_0$$

В результаті отримали визначення впливу числа скінченних елементів на інтервалі $X_{min} \dots X_{max}$ на точність початкової апроксимації в інженерному

середовищі MathCAD при різних числах n , визначаючи середнє значення $u(x)$ на цьому інтервалі.

Відносна помилка при різній кількості скінченних елементів представлена нижче (рис. 2.5).

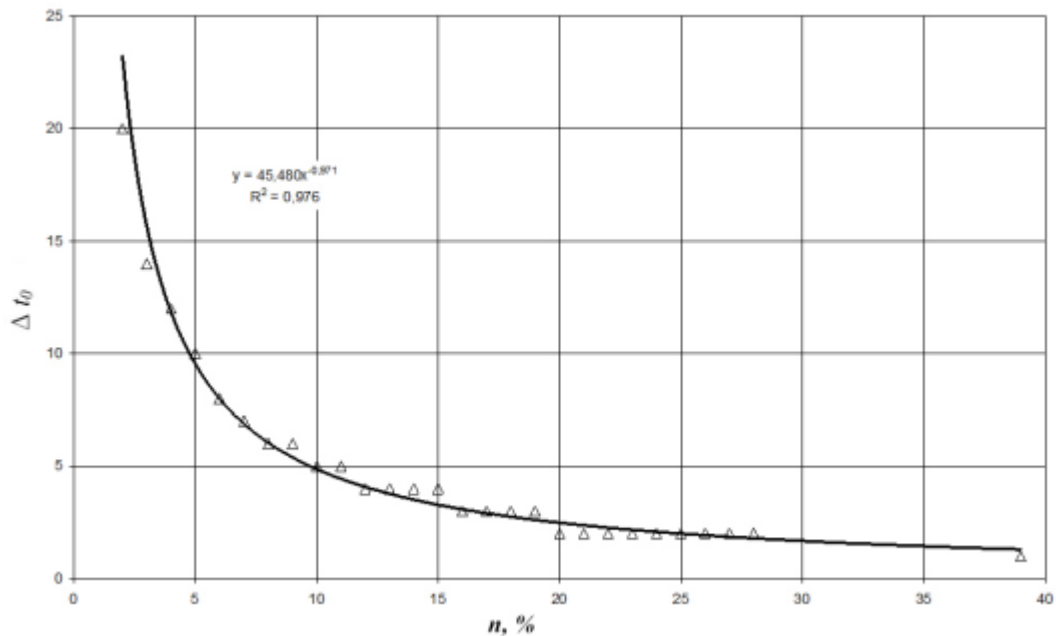


Рис. 2.5. Точність апроксимації початкового температурного профілю залежно від кількості скінченних елементів методом прогонки

З представлених на малюнку даних видно, що метод скінченних елементів дозволяє знизити відносну помилку початкової апроксимації практично значення менше одного відсотка при використанні 40 і більше скінченних елементів. Використовуючи значення вагових коефіцієнтів u_i як значення невідомих часових функцій $u(\tau)$, можна перейти до вирішення крайового завдання. У цьому випадку пробна функція може бути представлена набором координатних та тимчасових функцій:

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^n u_i(\tau)\varphi_i(x),$$

із граничними умовами $\Psi(0) = \Psi(1) = 0$. Однак оскільки рівняння містить другу похідну за координатою, а вже перша похідна скінченного елемента терпить розриви безперервності у вузлах, скористаємося наступним прийомом. Позначимо $R(x) = u(\tau) \cdot \varphi''(x) - u'(\tau) \cdot \varphi(x)$ нев'язку вихідного диференціального рівняння. Точне рішення дає $R(x) = 0$. Пом'якшимо виконання цієї умови, вимагаючи, щоб воно виконувалося тільки для n функцій, які збігаються з пробними – $u(\tau) \cdot \varphi(x)$. Такий прийом носить назву методу Галеркіна. Виконаємо для нев'язки інтегровані по частинам при умові $\varphi(x) = \varphi_j(x)$ і $\varphi_j(0) = \varphi_j(1) = 0$, тоді отримаємо систему першого порядку, як за часовою складовою, так і за координатною:

$$\begin{aligned} & \int_{X_{min}}^{X_{max}} [u_i(\tau) \varphi''_i(x) - u'_i(\tau) \varphi_i(x)] \varphi_j(x) dx = \\ & = - \int_{X_{min}}^{X_{max}} [-u_i(\tau) \varphi'_i(x) \varphi'_j(x) - u'_i(\tau) \varphi_i(x) \varphi_j(x)] dx = 0 \end{aligned}$$

Тепер вже в завдання входить u' , що дає систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо u_i виду

$$-u_i(\tau) \int_{X_{min}}^{X_{max}} [\varphi'_i(x) \varphi'_j(x)] dx = u'_i(\tau) \int_{X_{min}}^{X_{max}} [\varphi_i(x) \varphi_j(x)] dx$$

Інтеграли правої частини представлені виразами (2.3) і (2.4), а інтеграли лівої частини в отриманій системі лінійних рівнянь алгебри утворюють квадратну матрицю стрічкового типу тридіагональної структури, утвореної двома видами інтегралів на головній діагоналі матриці:

$$m_{i,i} = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \varphi'_i(x) \varphi'_i(x) dx = n + 1$$

I над і під головною діагоналлю:

$$m_{k,k+1} = m_{l,l-1} = \int_{X_{min}}^{X_{max}} \varphi'_l(x) \varphi'_{l-1}(x) dx = -\frac{n+1}{2}$$

Ця матриця симетрична, що притаманно методу Галеркіна. Крім того, добуток відмінний від нуля тільки при $j = i$, $j = i \pm 1$, коли відповідні два елементи, які несуть на собі пробні функції, перекриваються. Отже, матриця у разі виявляється з трьома діагоналями, оскільки інтегрування відбувається лише у двох сусідніх елементах. Рішення отриманої системи рівнянь алгебри дозволяє знайти вираз для похідних тимчасових складових і отримати наближене рішення у формі чисельного інтегрування, наприклад методом Ейлера. Таким чином, для континуальної задачі метод скінченних елементів здійснює наближений перехід до дискретної задачі на основі відповідних кусково-поліноміальних функцій, відмінних від нуля на декількох сусідніх елементах, що містять вузол X_i .

Рішення (у разі $B_i = \alpha$) може бути представлене наступною системою диференціальних рівнянь першого порядку:

2.3. Метод Ейлера

Найпростішим варіантом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь (рис. 2.6) є метод Ейлера, який може бути представлений наступною розрахунковою схемою (рис. 2.7).

$$(-1) \cdot \begin{vmatrix} n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \hline u_{n-1} \\ u_n \end{vmatrix} = \frac{X_{max} - X_{min}}{n+1} \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \\ \hline u'_{n-1} \\ u'_n \end{vmatrix}$$

Рис. 2.6. Варіант чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь

$$\begin{pmatrix} u_1(\tau_k) \\ u_2(\tau_k) \\ u_3(\tau_k) \\ \dots \\ u_{n-1}(\tau_k) \\ u_n(\tau_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1(\tau_{k-1}) \\ u_2(\tau_{k-1}) \\ u_3(\tau_{k-1}) \\ \dots \\ u_{n-1}(\tau_{k-1}) \\ u_n(\tau_{k-1}) \end{pmatrix} - \left\{ \begin{array}{ccccc} n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 & -\binom{n+1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\binom{n+1}{2} & n+1 \end{array} \right\} \cdot \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n+1} \cdot \left\{ \begin{array}{ccccc} \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{array} \right\}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_1(\tau_{k-1}) \\ u_2(\tau_{k-1}) \\ u_3(\tau_{k-1}) \\ \dots \\ u_{n-1}(\tau_{k-1}) \\ u_n(\tau_{k-1}) \end{pmatrix} \cdot \Delta\tau$$

Рис. 2.7. Представлення метода Ейлера у вигляді розрахункової схеми

Таким чином, метод скінченних елементів дозволяє перетворити континуальне завдання у частинних похідних до системи лінійних кусково-безперервних функцій з ваговими коефіцієнтами, що залежать від часу. При цьому системи рівнянь алгебри мають стрічкову структуру, що дозволяє застосовувати метод прогонки для завдань великої розмірності, досягаючи достатньої точності рішення при обмеженій кількості скінченних елементів, що покривають область існування рішення.

2.4. Рівняння теплопровідності

Рівняння теплопровідності [21] регулює часову реакцію та інші явища теплового потоку. Рішення рівняння теплопровідності складаються з незалежного від часу скінченного розподілу температури та послідовної суми експоненціально затухаючих ортогональних функцій, які описують еволюцію розподілу температури від початкової умови $f(x)$ до скінченної умови. Рівняння теплопровідності отримують шляхом запису балансу швидкості теплопередачі для контрольного об'єму [22]. Рівняння теплопровідності є універсальним і зустрічається в багатьох інших задачах для опису масової дифузії [23].

Хоча теплообмін і температура тісно пов'язані, вони мають різну природу. На відміну від температури, теплопередача має напрямок, а також величину, і, таким чином, це векторна величина.

Рівняння теплопровідності в твердих тілах можна записати у вигляді

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T,$$

де

T – значення температури;

k – коефіцієнт теплопровідності.

Диференціальні рівняння теплопровідності випливають із застосування закону теплопровідності Фур'є, і основний характер цих рівнянь залежить від форми та змінюється як функція системи координат, обраної для представлення твердого тіла [24].

Теплопровідність - це передача тепла без потоку речовини і регулюється законом Фур'є [25],

$$q = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

де q – швидкість теплового потоку через площу A і товщину Δx , на якій зміна температури становить ΔT .

2.5. Висновки

В даному розділі були проаналізовані методи для розрахунку розподілу температури в тілах обертання. Серед наведених методів найбільшу цінність та практичність має метод скінченних елементів. Розрахунок, який використовує механізм тріангуляції, дає можливість знайти розподіл температури, але результат може бути більш точним, якщо щільність сітки для тріангуляції буде більшою. Більша щільність може привести до більш великого навантаження при розрахунку розподілу, тому треба розуміти, наскільки велика точність розподілу потрібна. Також було наведено рівняння теплопровідності, яке і задає параметри для розрахунку розподілу температури та може бути використане при розробці програмного забезпечення.

РОЗДІЛ 3

Розробка програмного забезпечення обчислення температурних полів в тілах обертання

3.1. Комп'ютерне моделювання температурних полів в тілах обертання

Для розрахунку температурних полів у тілах обертання було обрано середовище Matlab разом з пакетом `pdetool`, що входить до неї. Цей пакет дозволяє вирішувати задачі з використанням диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Пакет PDE Toolbox можна викликати за допомогою командного вікна у середовищі Matlab. Для цього потрібно прописати в ньому команду `pdetool` (рис. 3.1).

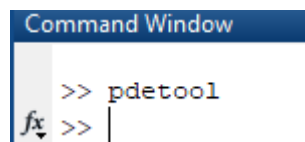


Рис. 3.1. Виклик PDE Toolbox у середі Matlab

Після цього в найближчий час відкриється окреме вікно під назвою PDE Modeler (рис. 3.2), яке і використовується для моделювання фігур і за допомогою якого можна вирішувати диференціальні рівняння з частинними похідними, зокрема зробити розрахунок температурних полів у тілах обертання.

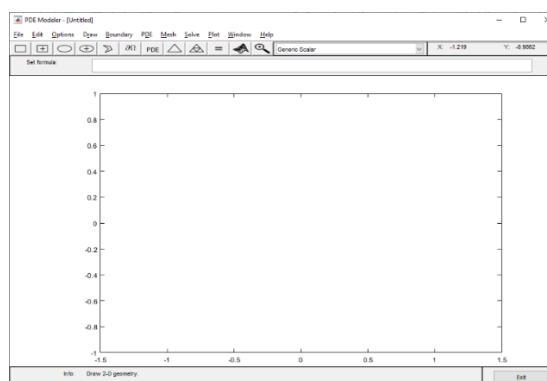


Рис. 3.2. Вікно PDE Modeler

Для розрахунку температурного поля сфери перейдемо в режим Draw Mode (рис. 3.3). У меню натиснемо на Draw, де у випадаючому списку можна знайти потрібний для нас режим.

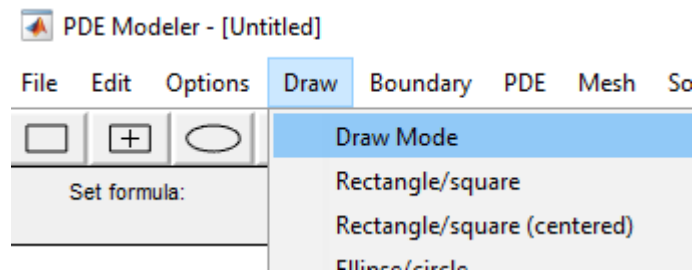


Рис. 3.3. Меню Draw

Після цього натиснемо на фігуру еліпсу, для того щоб мати змогу його намалювати на полотні PDE Modeler. За допомогою миші створимо фігуру у будь-якому місці як показано на рис. 3.4.

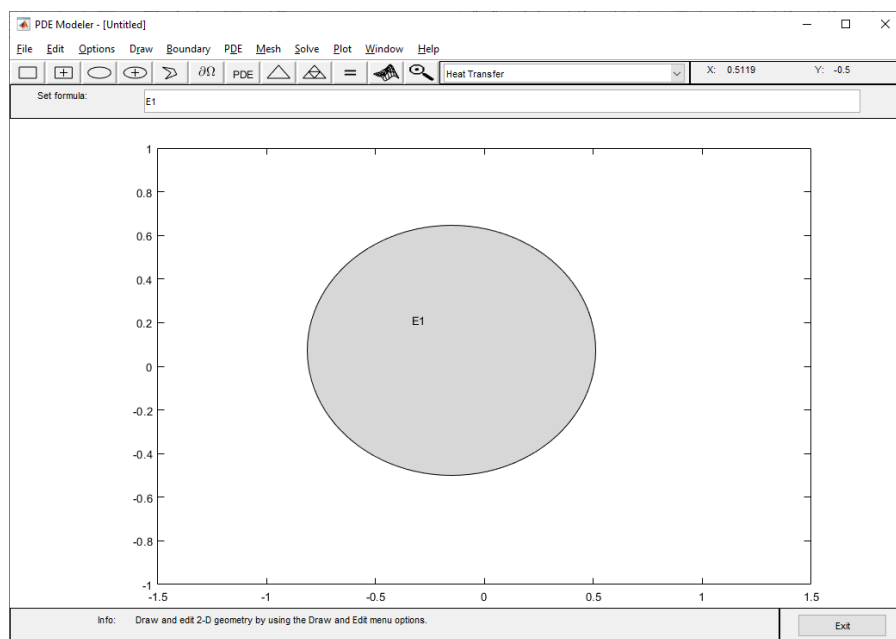


Рис. 3.4. Полотно з еліпсом

Так як створення фігури за допомогою миші не дасть нам змоги найбільш точно відобразити бажану фігуру, натиснемо два рази по фігурі для того, щоб відкрити вікно Object Dialog (рис. 3.5), де можна задати конкретні параметри для

створеної фігури. Це дозволить нам отримати найточніший результат розрахунків, так як конкретизування розмірів та координат фігури дає можливість максимально близько створити фігуру необхідних розмірів та пропорцій.

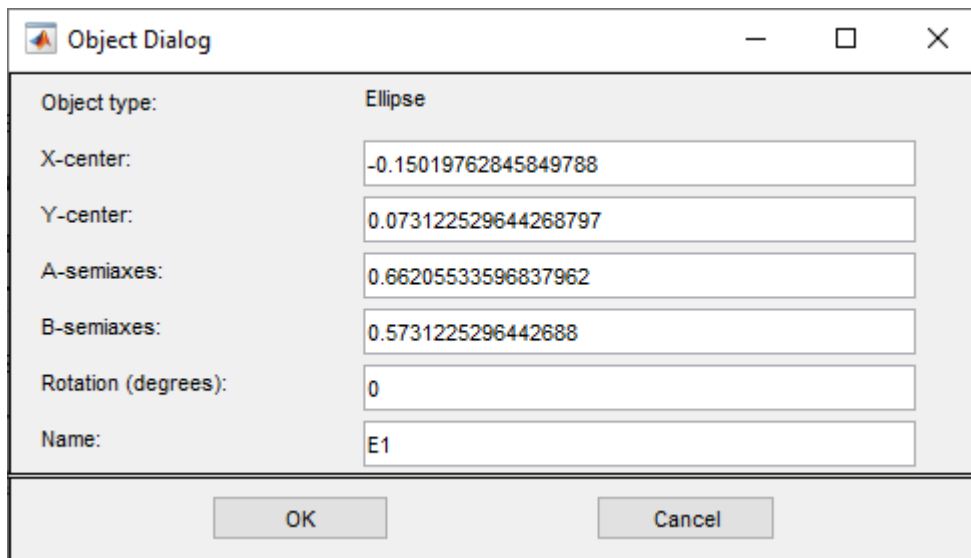


Рис. 3.5. Вікно Object Dialog

Змінимо запропоновані параметри так, щоб проекція сфери знаходилась в центрі, а саме в нульових координатах, а її радіус дорівнював одиниці (рис. 3.6) і натиснемо ОК.

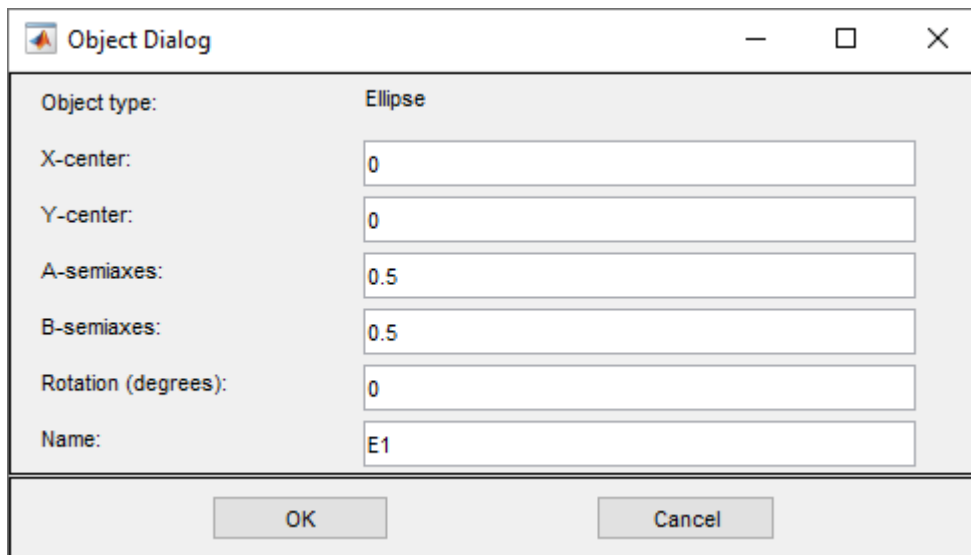


Рис. 3.6. Параметри для еліпсу

Переконаємося, що PDE Modeler налаштований на вирішення задач теплопровідності. У випадаючому списку поставимо Heat Transfer (рис. 3.7).

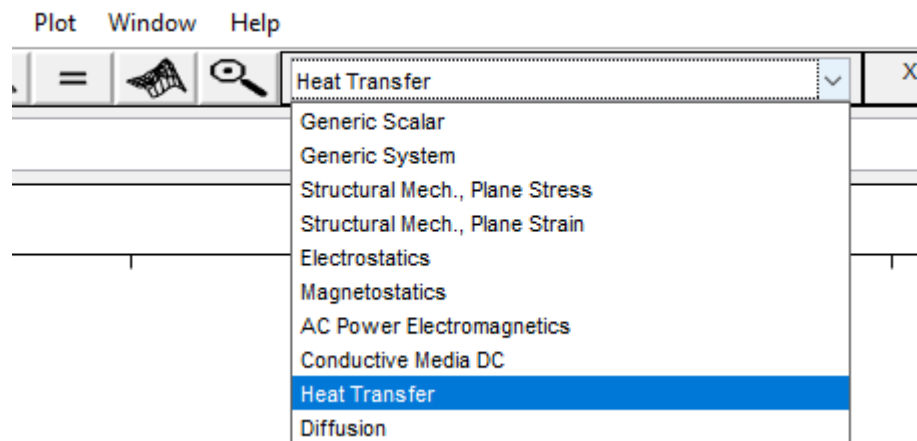


Рис. 3.7. Ввімкнення розрахунку розподілу температури

Тепер потрібно перейти в режим Boundary Mode (рис. 3.8). Для цього у меню оберемо Boundary і у випадаючому списку натиснемо на Boundary Mode.

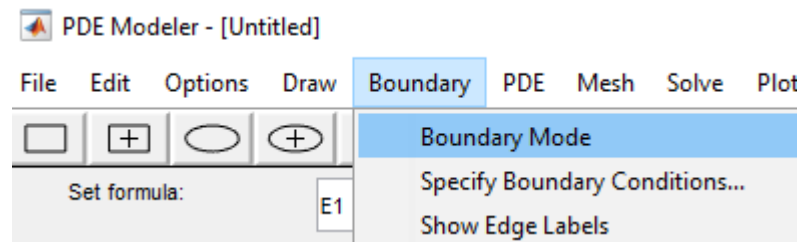


Рис. 3.8. Меню Boundary

Після цього фігура на полотні почне відображати її межі (рис. 3.9). За допомогою меж ми зможемо налаштувати температуру поверхонь фігури.

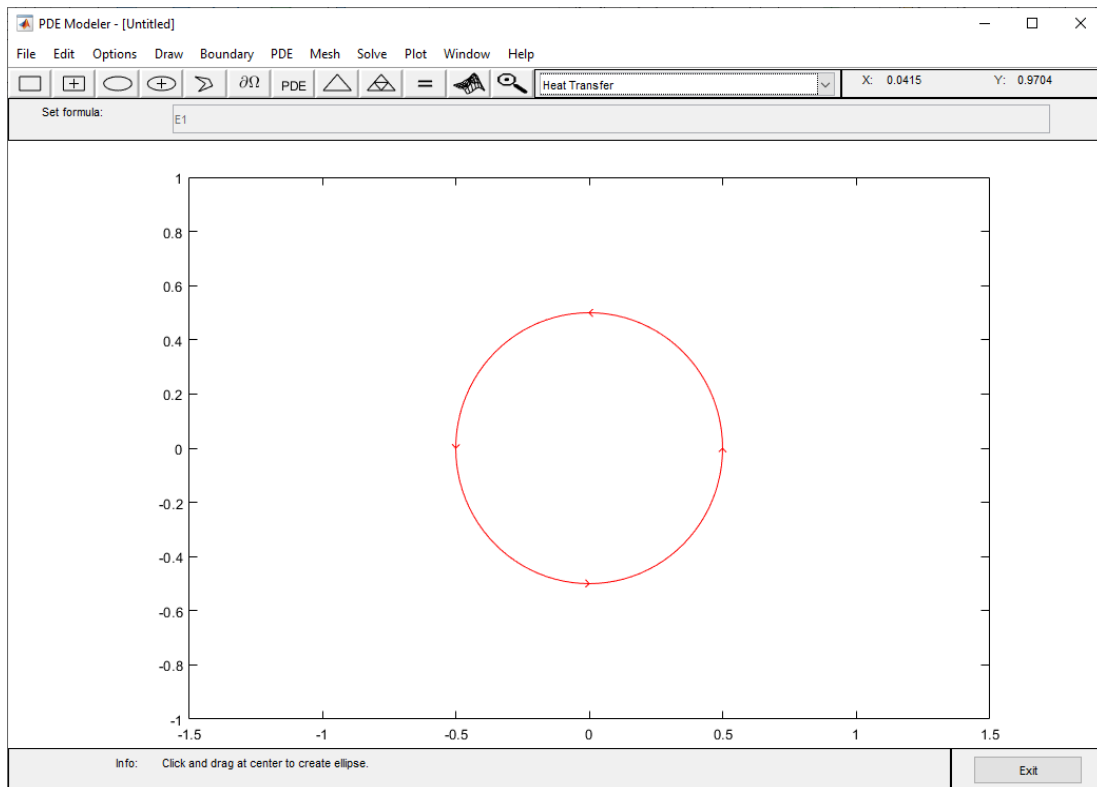


Рис. 3.9. Межі сфери

Змінимо температуру двох верхніх меж. Для цього, натиснувши і не відпускаючи клавішу Shift, за допомогою лівої кнопки миші натиснемо на дві верхні межі. Вони змінять свій колір з червоного на чорний (рис. 3.10).

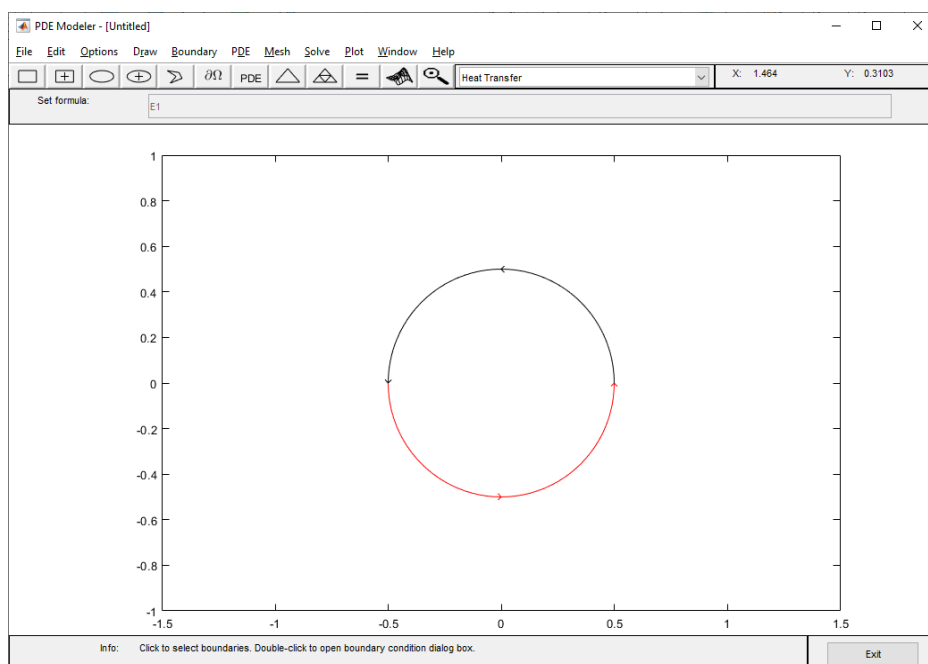


Рис. 3.10. Обрані межі

Після цього подвійним натиском по одній з цих меж відкриємо вікно Boundary Condition (рис. 3.11).

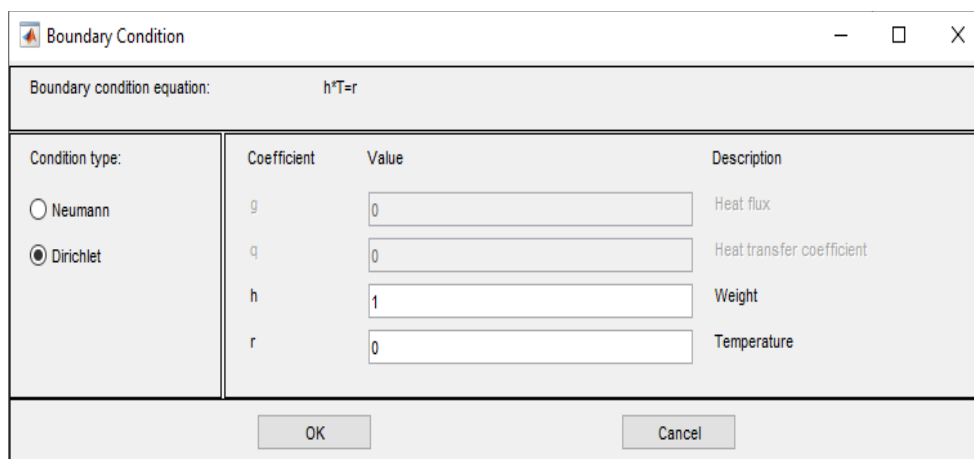


Рис. 3.11. Вікно Boundary Condition

В нашому випадку залишимо Condition type на Діріхле, вагу також залишимо зі значенням одиниці, а температуру змінимо з нуля на одиницю і збережемо результати (рис. 3.12).

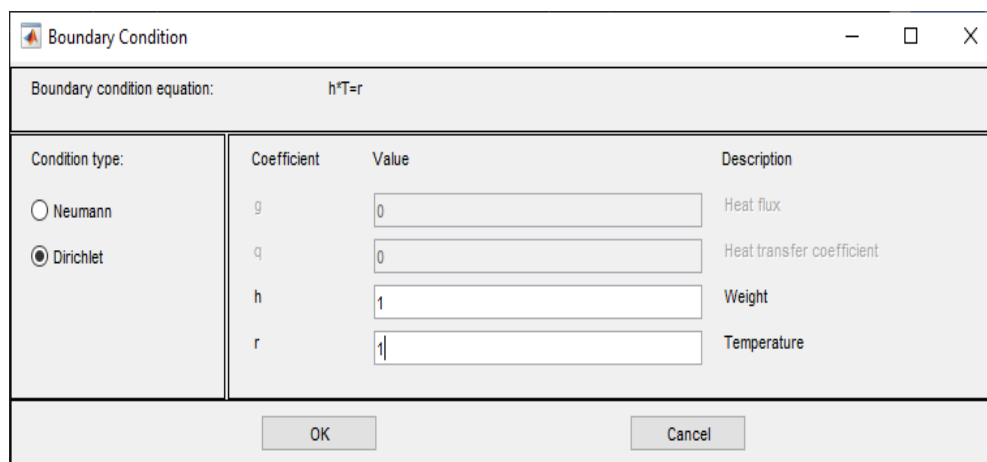


Рис. 3.12. Параметри виразу для сфери

Після цього ініціалізуємо сітку для нашої фігури. У меню Mesh (рис. 3.13) оберемо Initialize Mesh, або натиснемо на кнопку трикутника нижче.

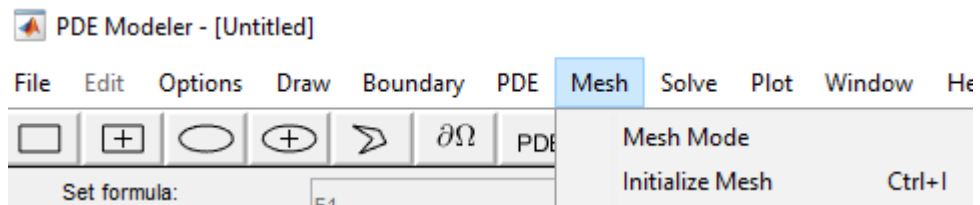


Рис. 3.13. Меню Mesh

Фігура відобразиться будучи наповненою багатьма трикутниками, як показано на рис. 3.14. Даний процес називається тріангуляцією.

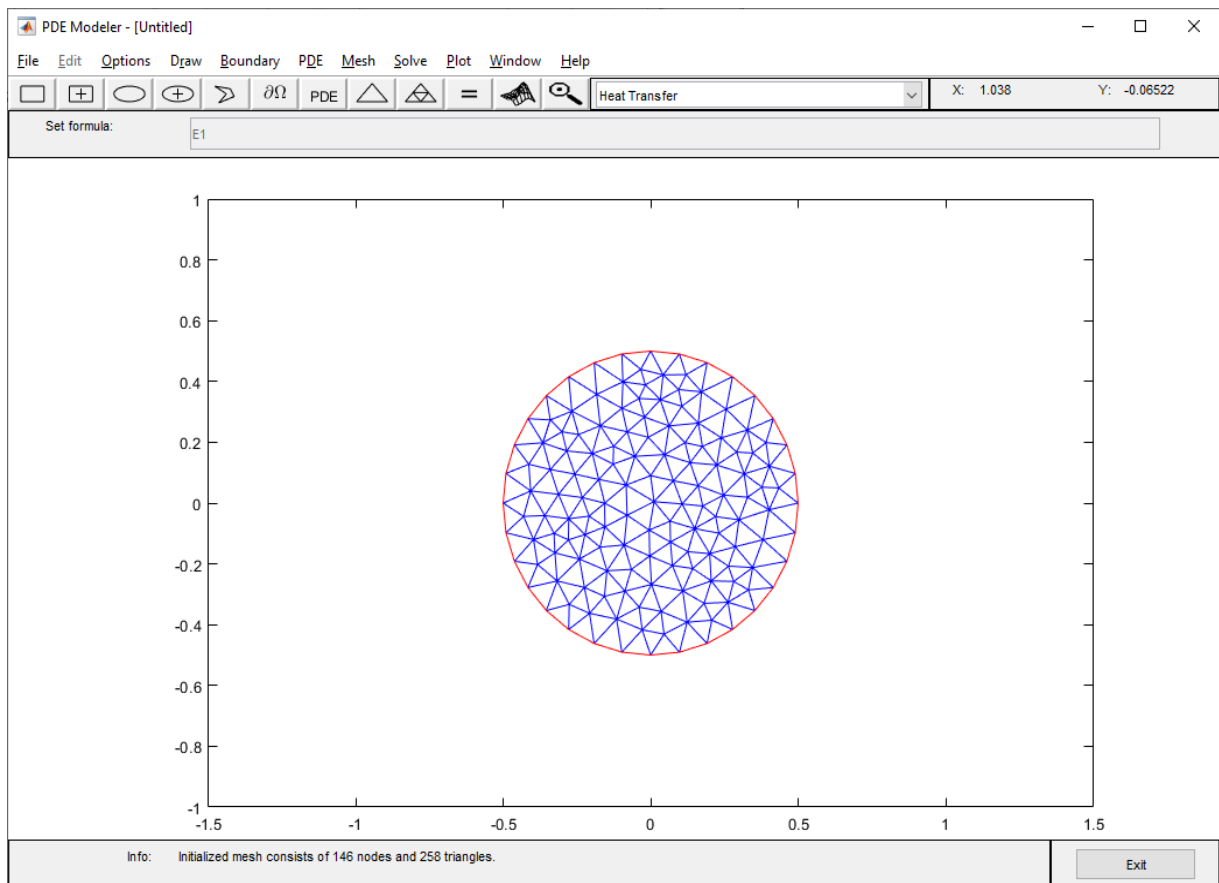


Рис. 3.14. Тріангуляція сфери

Зробимо сітку більш щільною (рис. 3.15). Для цього у меню Mesh натиснемо на Refine Mesh. Це можна повторювати велику кількість разів, що дозволить зробити розрахунок більш точним, але треба враховувати, що це може дуже сильно вплинути на швидкість розрахунку.

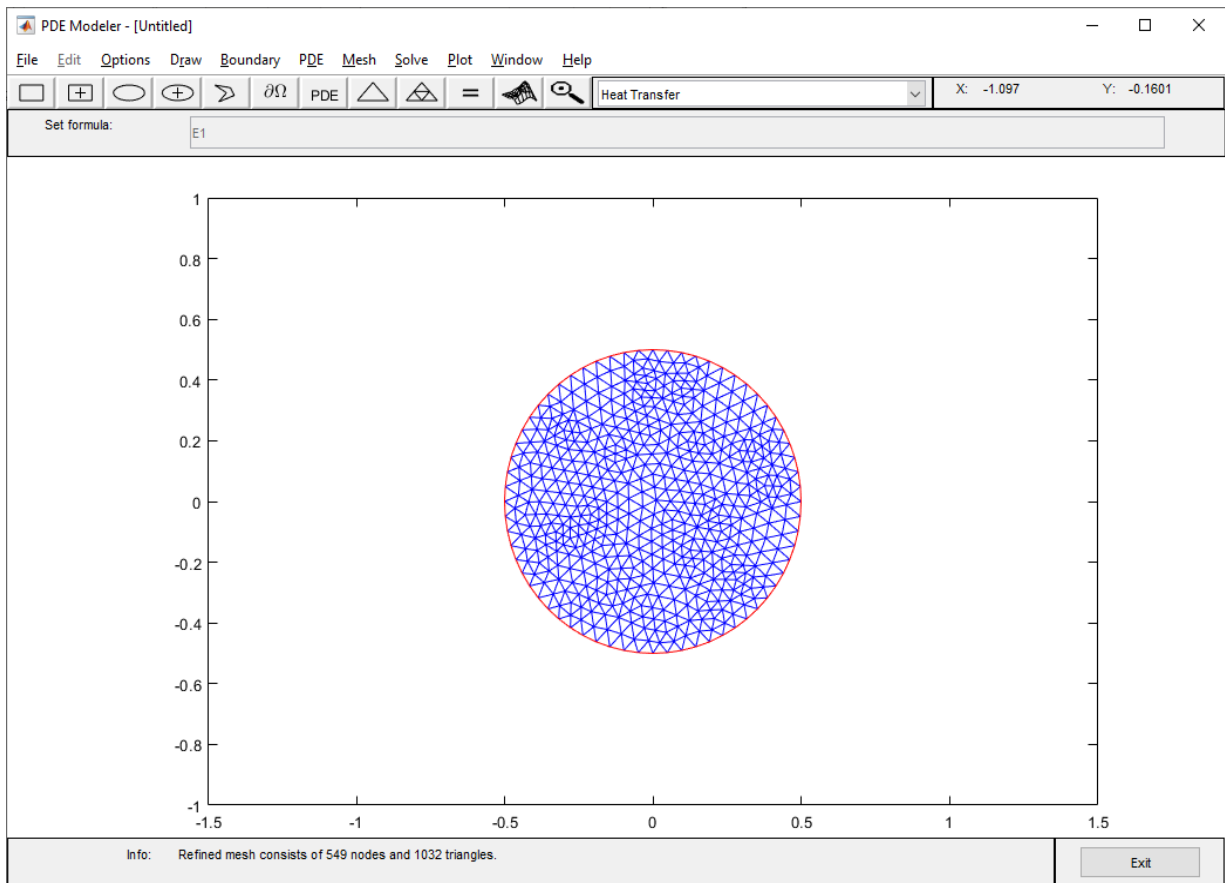


Рис. 3.15. Щільна триангуляція

Для фінального етапу розрахунку температурних полів у меню Solve натиснемо на Solve PDE (рис. 3.16).

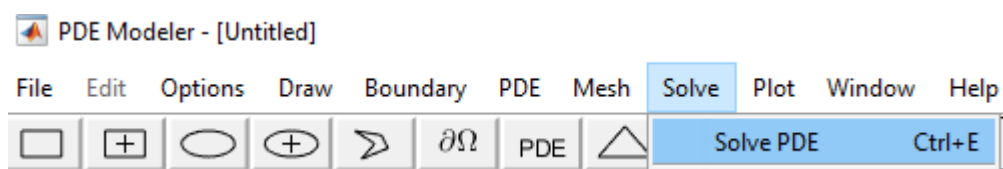


Рис. 3.16. Меню Solve

В результаті отримаємо візуальне відображення того, як температура розповсюджується від меж фігури (рис. 3.17). Шкала справа допомагає зорієнтуватись в тому, як змінюється температура в тих чи інших ділянках фігури.

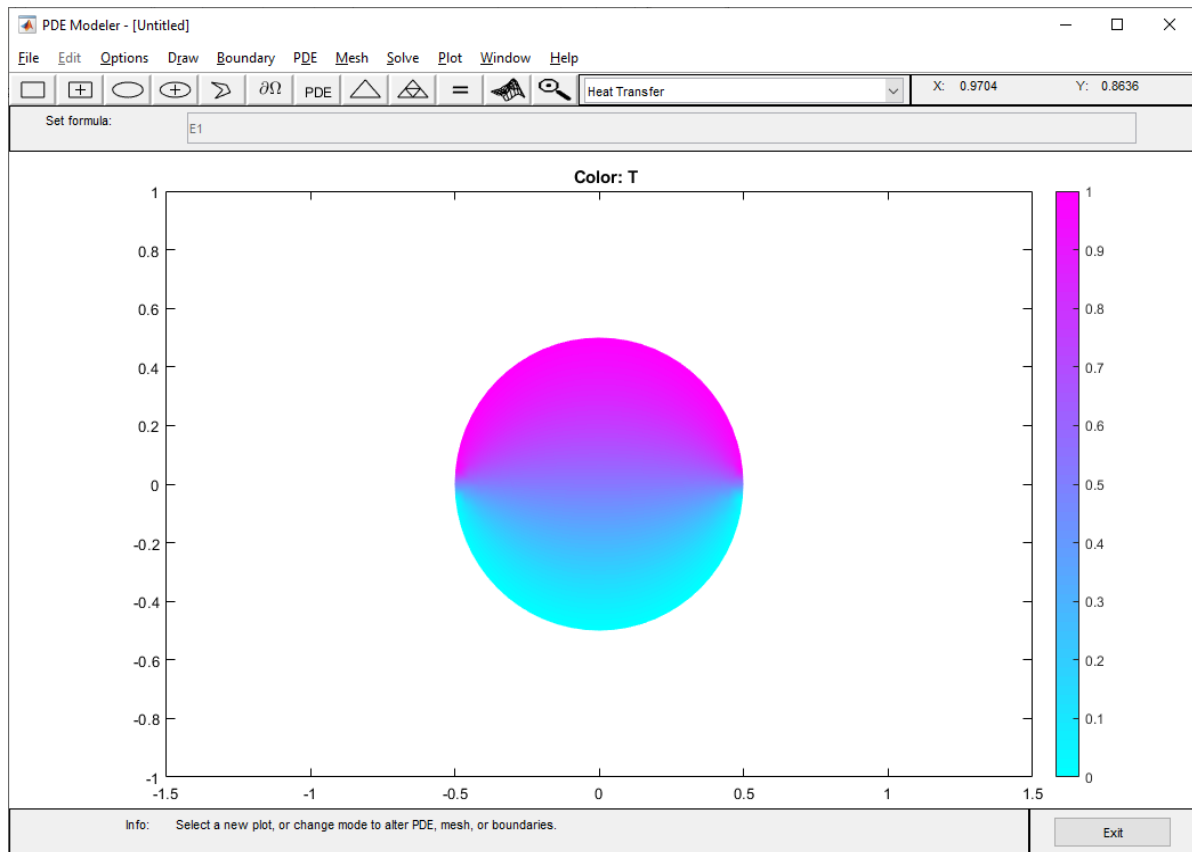


Рис. 3.17. Розподіл температури сфери

Зробимо розрахунок температурних полів для еліпса. Створимо новий файл в PDE Modeler. Полотно знову стане чистим і ми можемо створити еліпс, використовуючи такі самі опції як ті, які використовувались для попередньої фігури. Налаштуємо еліпс так, щоб його центр був у центрі координат, перша піввісь дорівнювала 0,8, а друга – 0,5 (рис. 3.18).

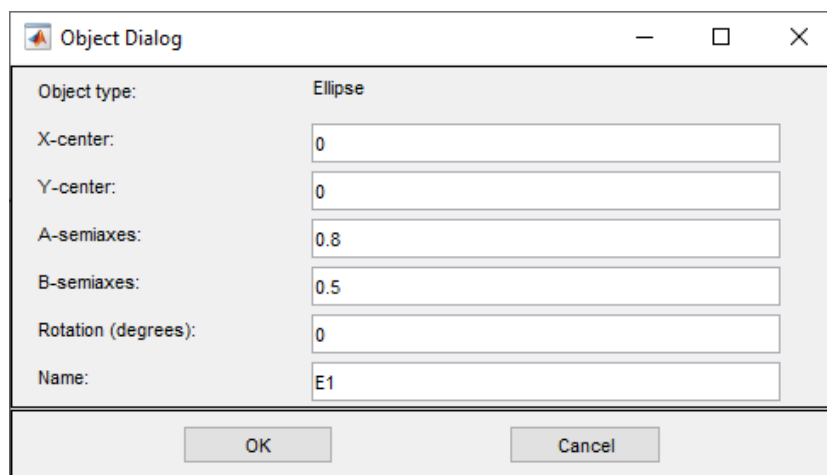


Рис. 3.18. Параметри розташування і розмірів еліпсу

В результаті на полотні з'явиться фігура еліпсу (рис. 3.19) з заданими параметрами.

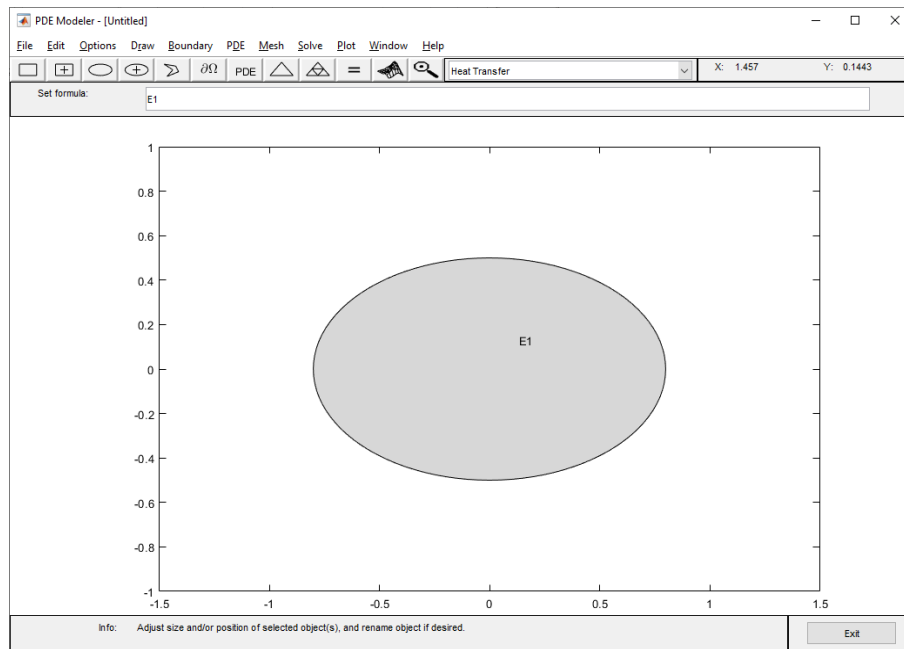


Рис. 3.19. Еліпс

Задаємо наступні граничні умови для меж еліпсу (рис. 3.20). Для верхньої лівої межі налаштуємо температуру рівною 1 (рис. 3.21). Для правої верхньої – 0.7 (рис. 3.22). Для нижніх – 0 (рис. 3.23).

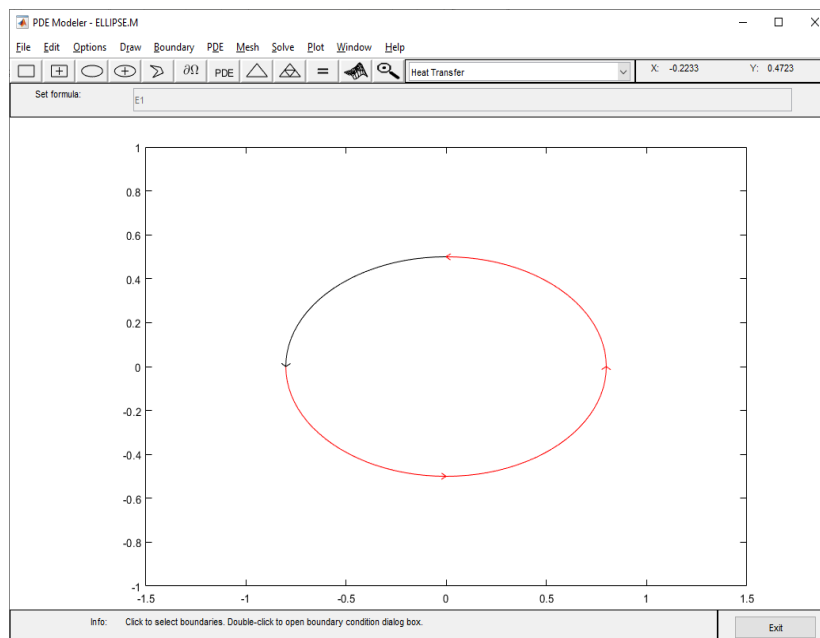


Рис. 3.20. Обрані межі еліпсу

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	1	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.21. Параметри виразу для лівої верхньої межі еліпсу

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	0.7	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.22. Параметри виразу для правої верхньої межі еліпсу

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	0	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.23. Параметри виразу для нижніх меж еліпсу

Зробимо триангуляцію області та підвищимо її щільність (рис. 3.24).

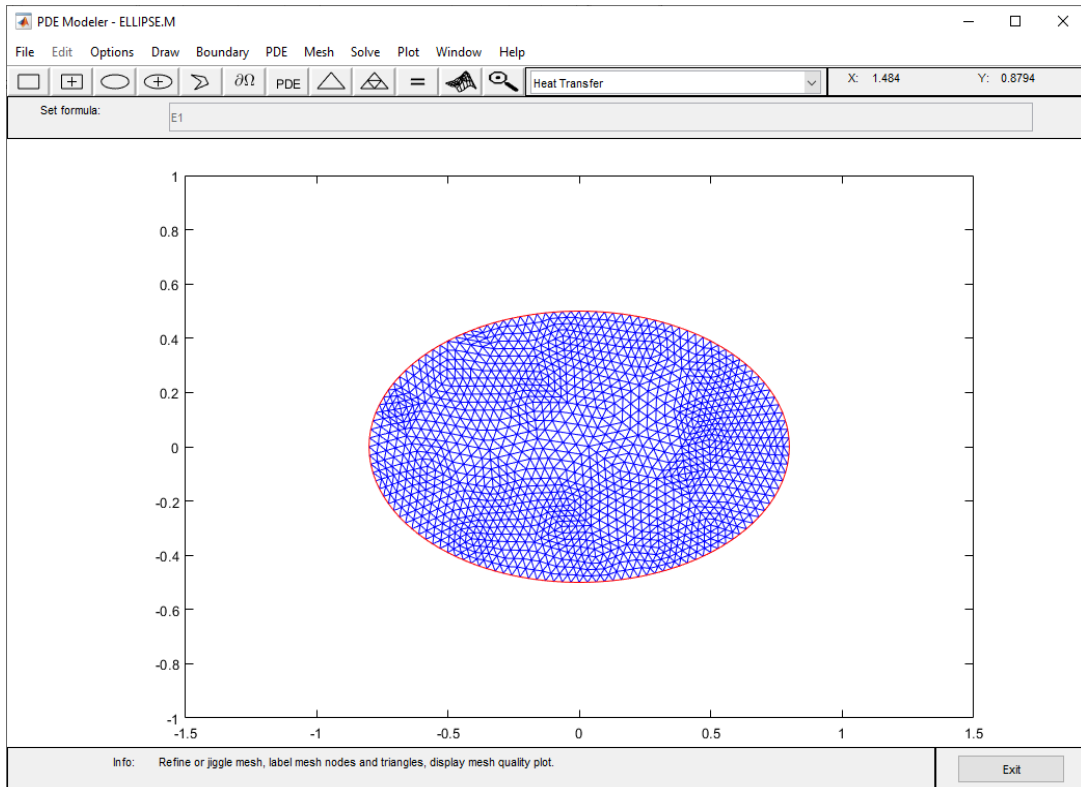


Рис. 3.24. Триангуляція еліпсу

Останнім кроком розрахуємо температурні поля та отримаємо результат для еліпса (рис. 3.25).

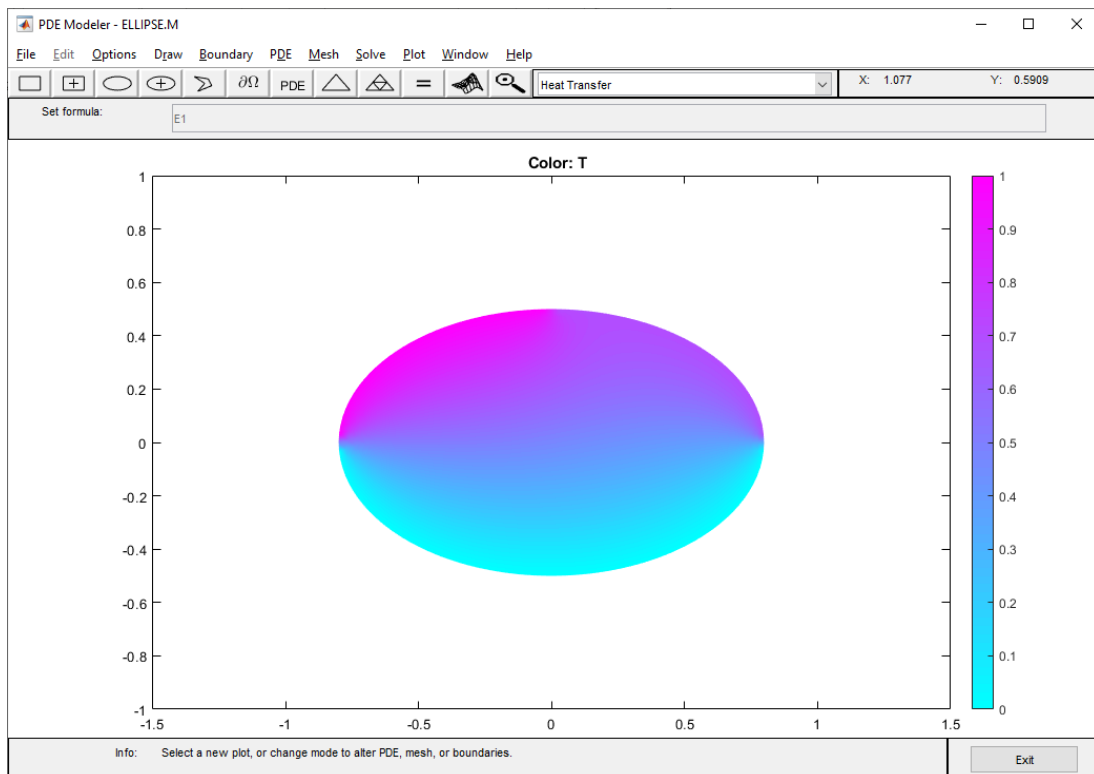
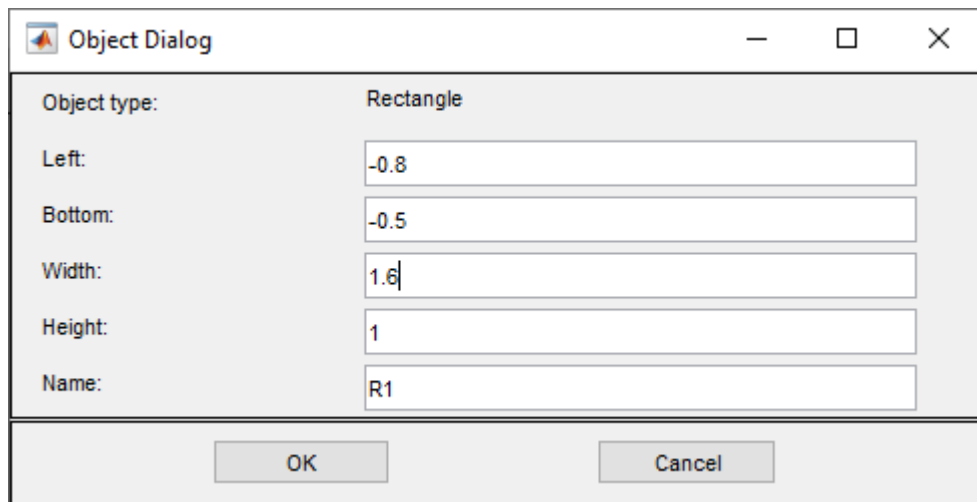


Рис. 3.25. Розподіл температурних полів в еліпсі

Тепер зробимо розрахунок для однопорожнинного гіперболоїда. Створимо прямокутник, натиснувши на кнопку Rectangle в меню Draw. Намалюємо його таким самим чином, яким були створені фігури раніше. Двічі натиснувши на прямокутник задамо йому наступні параметри: низ прямокутника – -0.5, лівий край – -0.8, ширина – 1.6, висота – 1 (рис. 3.26).



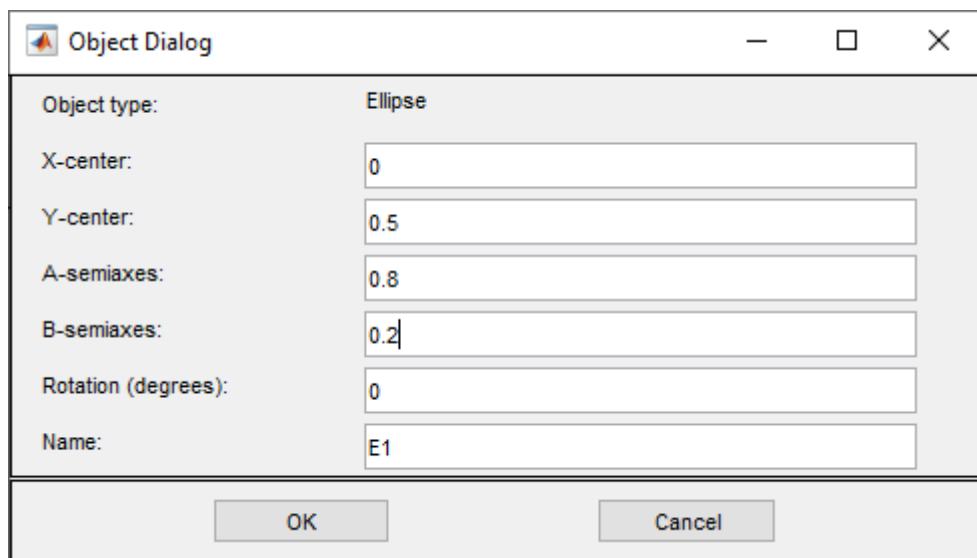
The screenshot shows a dialog box titled "Object Dialog" with a standard window control bar (minimize, maximize, close). The dialog contains the following fields:

Object type:	Rectangle
Left:	-0.8
Bottom:	-0.5
Width:	1.6
Height:	1
Name:	R1

At the bottom of the dialog are two buttons: "OK" and "Cancel".

Рис. 3.26. Параметри розмірів і розташування прямокутника

Також створимо два еліпса, які будуть симетрично знаходитись щодо осі абсцис. Параметри для верхнього еліпса можна побачити на рис. 3.27, а для нижнього – на рис. 3.28.



The screenshot shows a dialog box titled "Object Dialog" with a standard window control bar (minimize, maximize, close). The dialog contains the following fields:

Object type:	Ellipse
X-center:	0
Y-center:	0.5
A-semiaxes:	0.8
B-semiaxes:	0.2
Rotation (degrees):	0
Name:	E1

At the bottom of the dialog are two buttons: "OK" and "Cancel".

Рис. 3.27. Параметри розмірів і розташування верхнього еліпсу

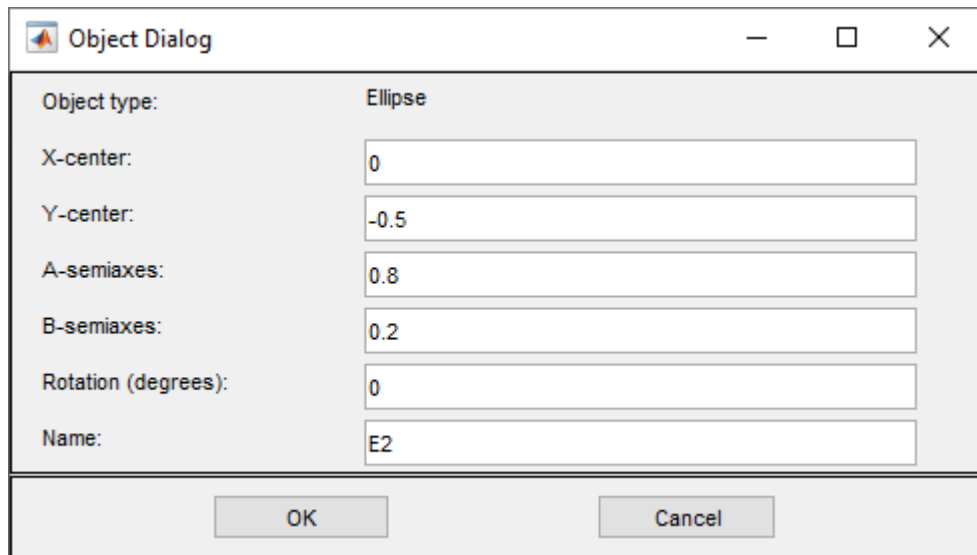


Рис. 3.28. Параметри розмірів і розташування нижнього еліпсу

В результаті отримаємо наступні фігури (рис. 3.29).

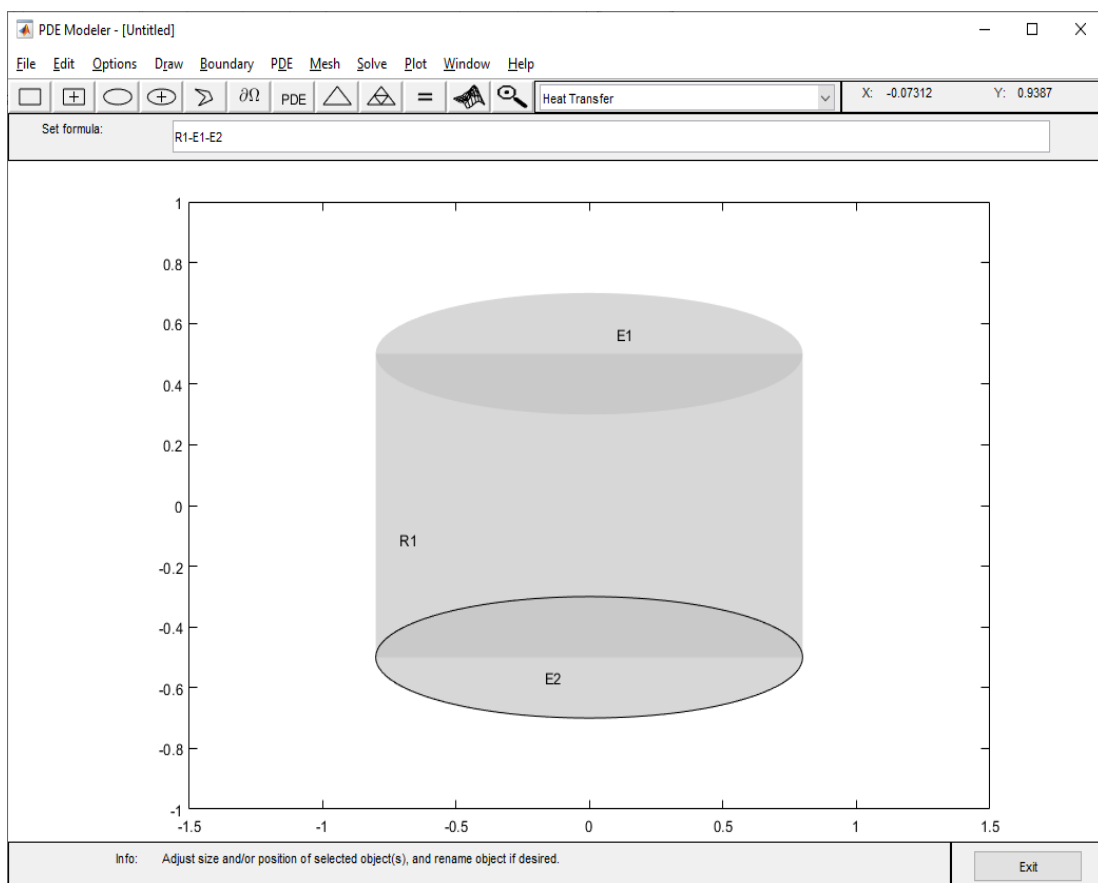


Рис. 3.29. Фігури для моделювання однопорожнинного гіперboloїда

Для отримання однопорожнинного гіперboloїда потрібно відняти створені еліпси від прямокутника. Для цього в полі Set formula задамо формулу $R1-E1-E2$ (рис. 3.30).

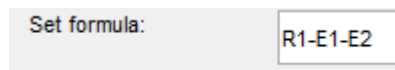


Рис. 3.30. Формула для моделювання однопорожнинного гіперboloїда

Змінимо режим на Boundary Mode. Тут можна побачити, що межі, які ми отримали (рис. 3.31) візуально вже більш нагадують однопорожнинний гіперboloїд.

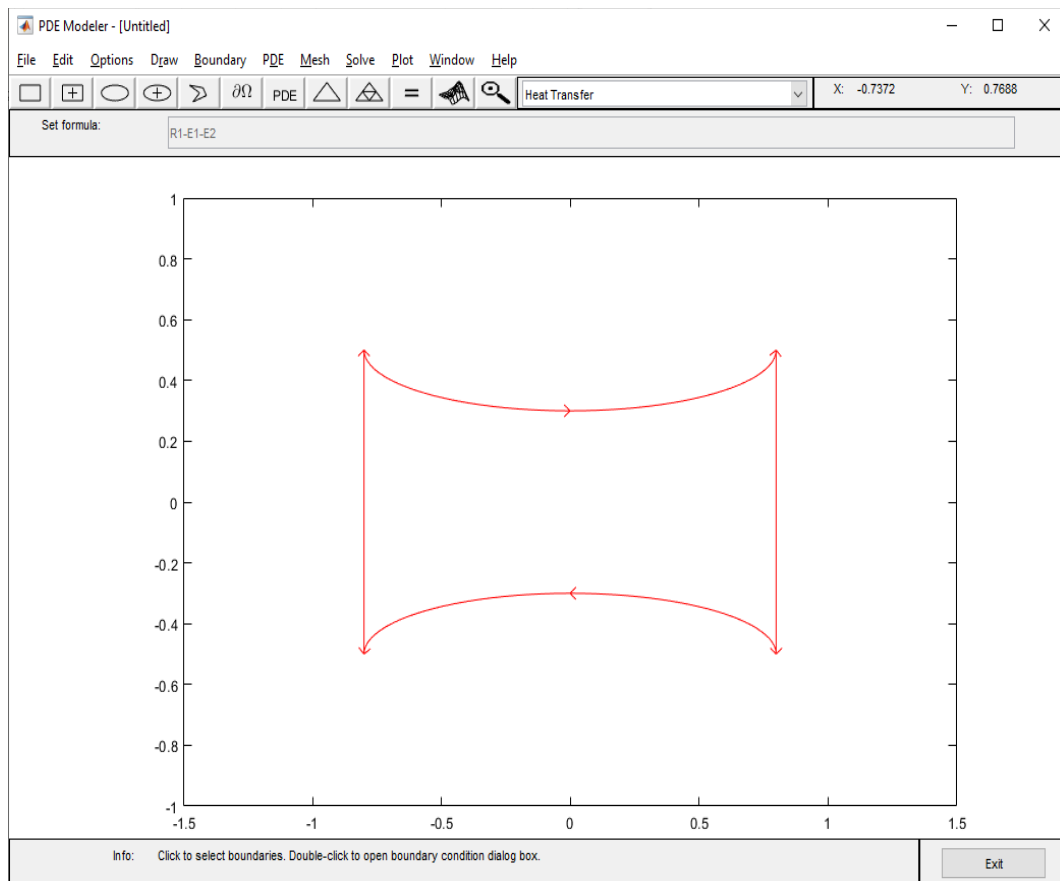


Рис. 3.31. Межі однопорожнинного гіперboloїда

Задамо наступні температури для меж: температура для верхніх меж дорівнює 1 (рис. 3.32), для бокових – 0.6 (рис. 3.33), для нижніх – 0 (рис. 3.34).

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	1	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.32. Параметри виразу для верхніх меж

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	0.6	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.33. Параметри виразу для бокових меж

Boundary Condition

Boundary condition equation: $h \cdot T = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Heat flux
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	Heat transfer coefficient
	h	1	Weight
	r	0	Temperature

OK Cancel

Рис. 3.34. Параметри виразу для нижніх меж

Проведемо триангуляцію та підвищимо щільність сітки. Розрахуємо результат (рис. 3.35).

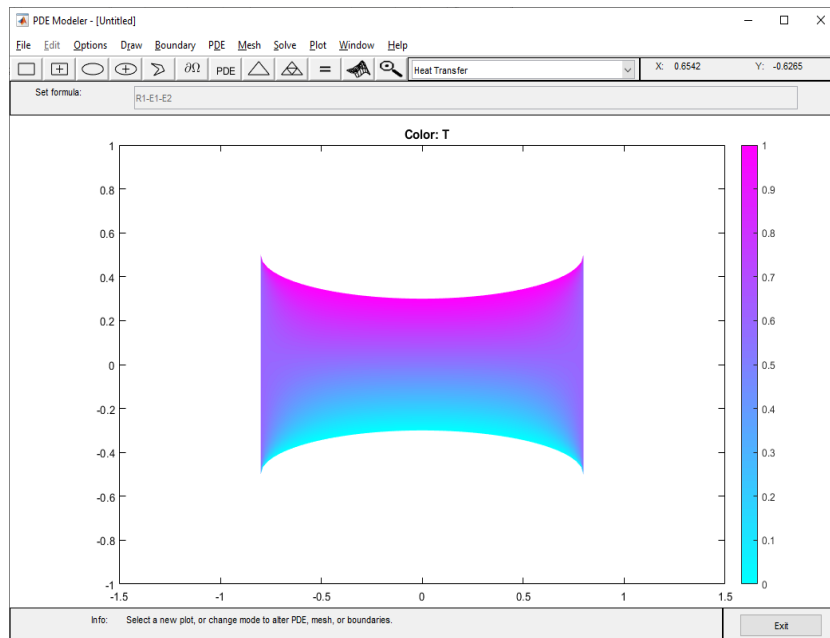


Рис. 3.35. Розподіл температури однопорожнинного гіперboloїда

Проведемо розрахунок температурних полів для конічної поверхні. Для цього створимо два полігона обравши Polygon у меню Draw.

Намалюємо три лінії так, щоб кінець останньої знаходився приблизно на початку першої лінії. Після цього двічі натиснувши на отриману фігуру відкриємо вікно Object Dialog (рис. 3.36). Навпроти поля Coordinates є випадальний список з кількістю елементів яка дорівнює кількості вершин створеного полігону. Обираючи кожен з вершин ми можемо налаштувати точніше їх координати (рис. 3.37 і рис. 3.38).

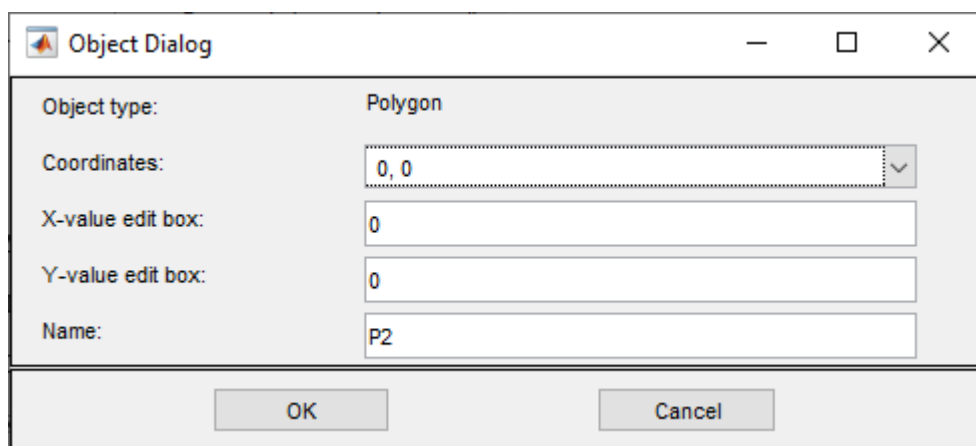


Рис. 3.36. Параметри розташування першої координати першого полігону

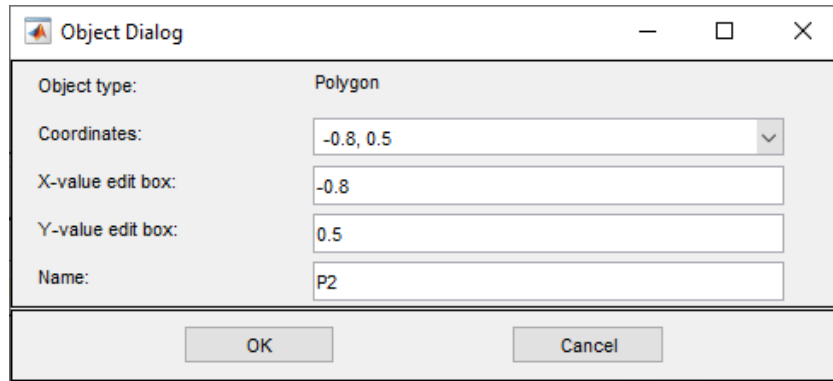


Рис. 3.37. Параметри розташування другої координати першого полігону

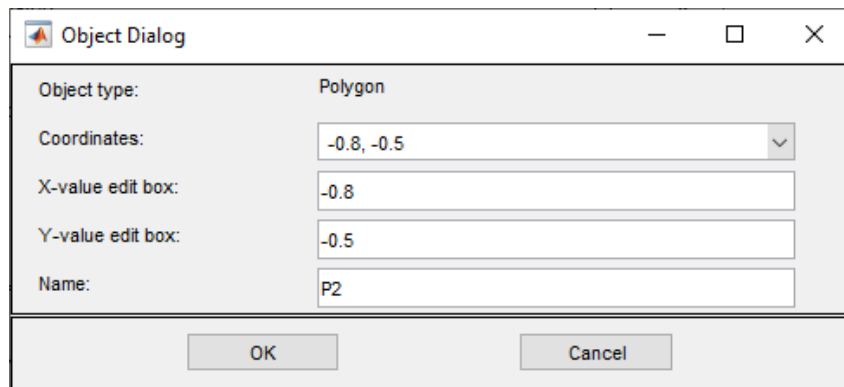


Рис. 3.38. Параметри розташування третьої координати першого полігону

Створимо другий полігон таким самим чином, для його другої і третьої вершини змінимо x-координату на 0.8. Все інше налаштуємо так само, як і для першого полігону. Отримаємо кінчну поверхню (рис. 3.39).

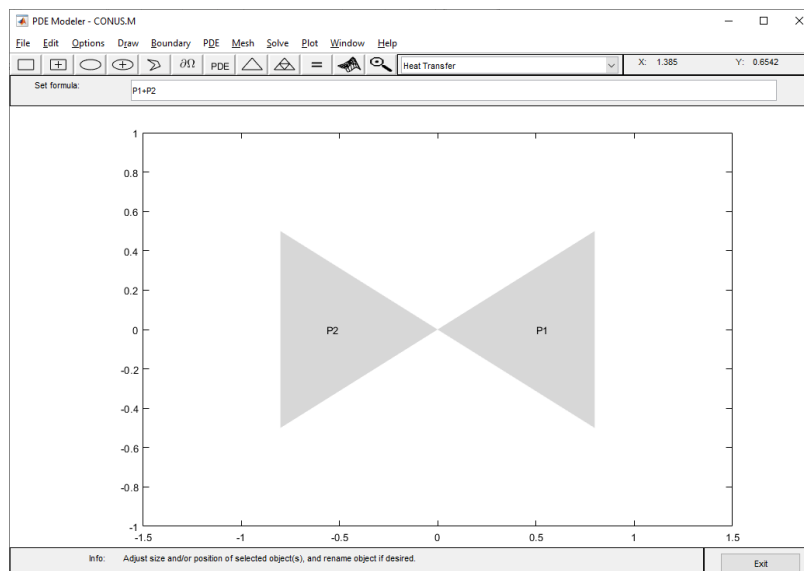


Рис. 3.39. Фігури для кінчної поверхні

У режимі Boundary Mode налаштуємо температуру для двох верхніх меж, які показані чорним кольором (рис. 3.40), дорівнюватись 1, а для всіх інших залишимо температуру дорівнюватися 0.

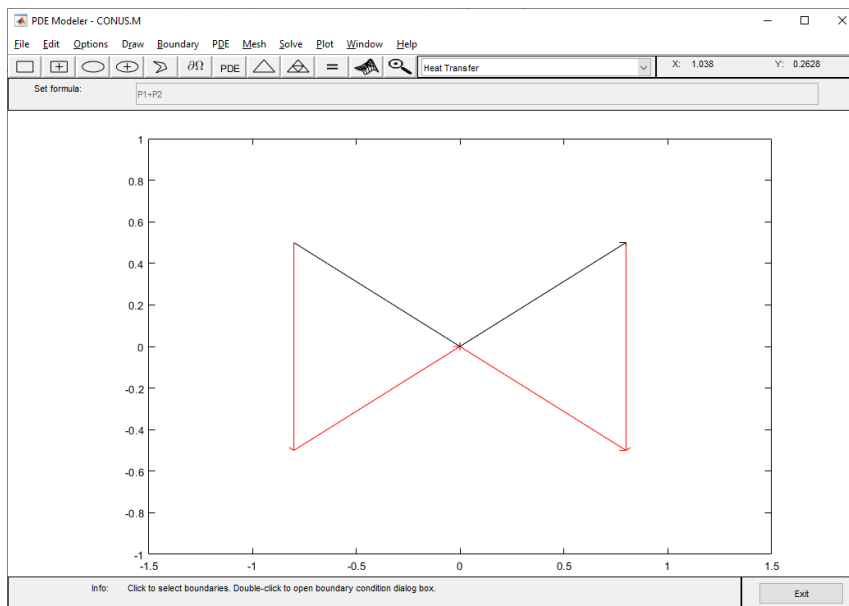


Рис. 3.40. Межі кінчної поверхні

Проведемо триангуляцію, збільшимо щільність сітки. В результаті отримаємо наступний розрахунок температурних полів (рис. 3.41).

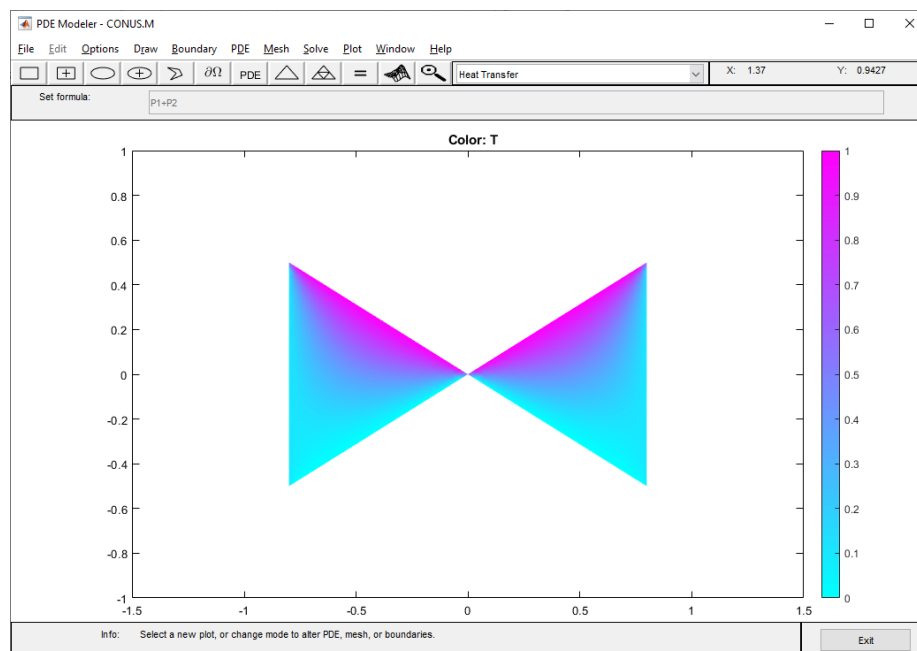


Рис. 3.41. Розподіл температури кінчної поверхні

Тепер змодельюємо поверхню, для розрахунку розподілу температурних полів для прокатного валу. Створимо наступну фігуру (рис. 3.42).

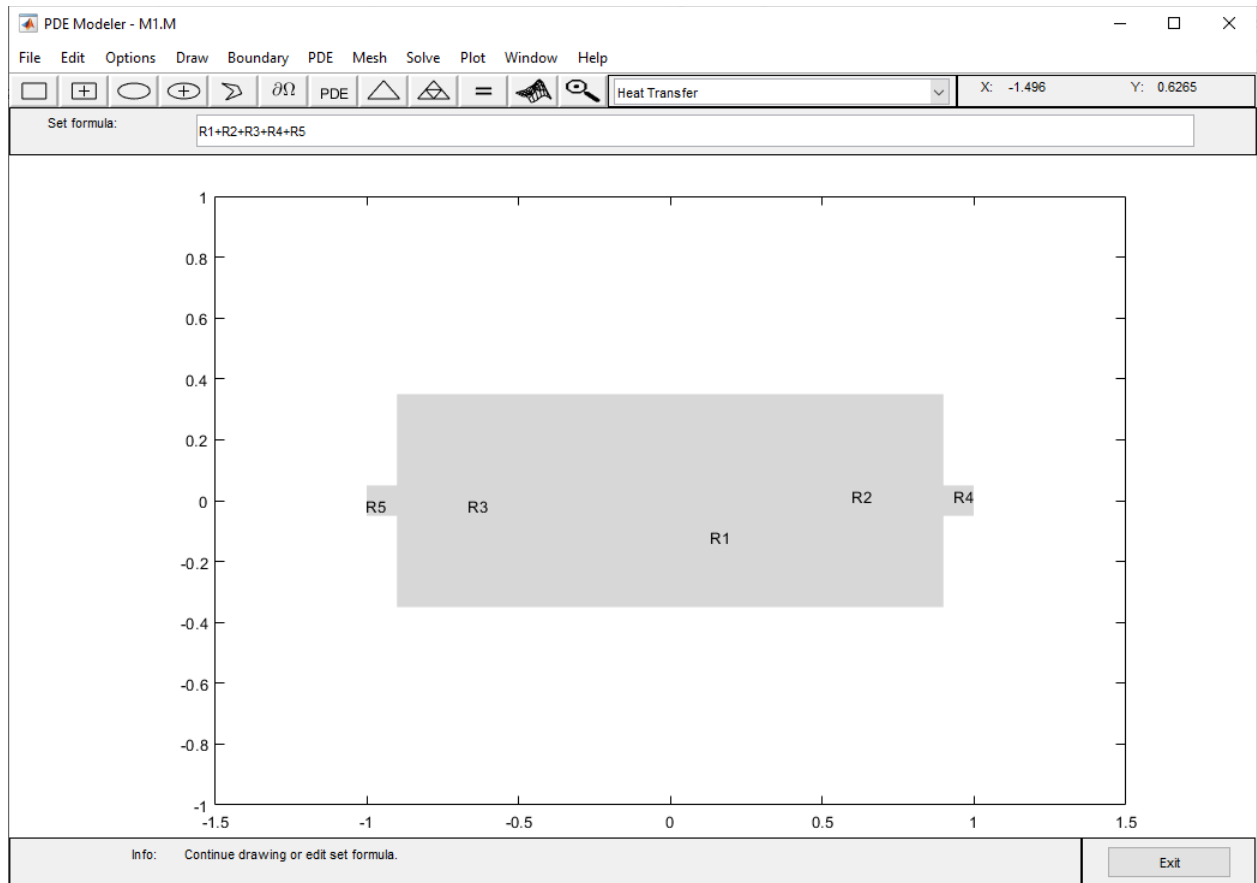


Рис. 3.42. Фігури для моделювання прокатного валу

Для верхньої центральної межі (межа 5) встановимо температуру рівною одиниці. Для меж 4 і 6 – 0.5. Для меж 8, 9 і 10 встановимо 0.1. Всі інші межі залишимо з температурою, яка дорівнює 0. Нумерацію меж можна побачити на рис. 3.43. Нумерацію меж можна підключити в меню Boundary.

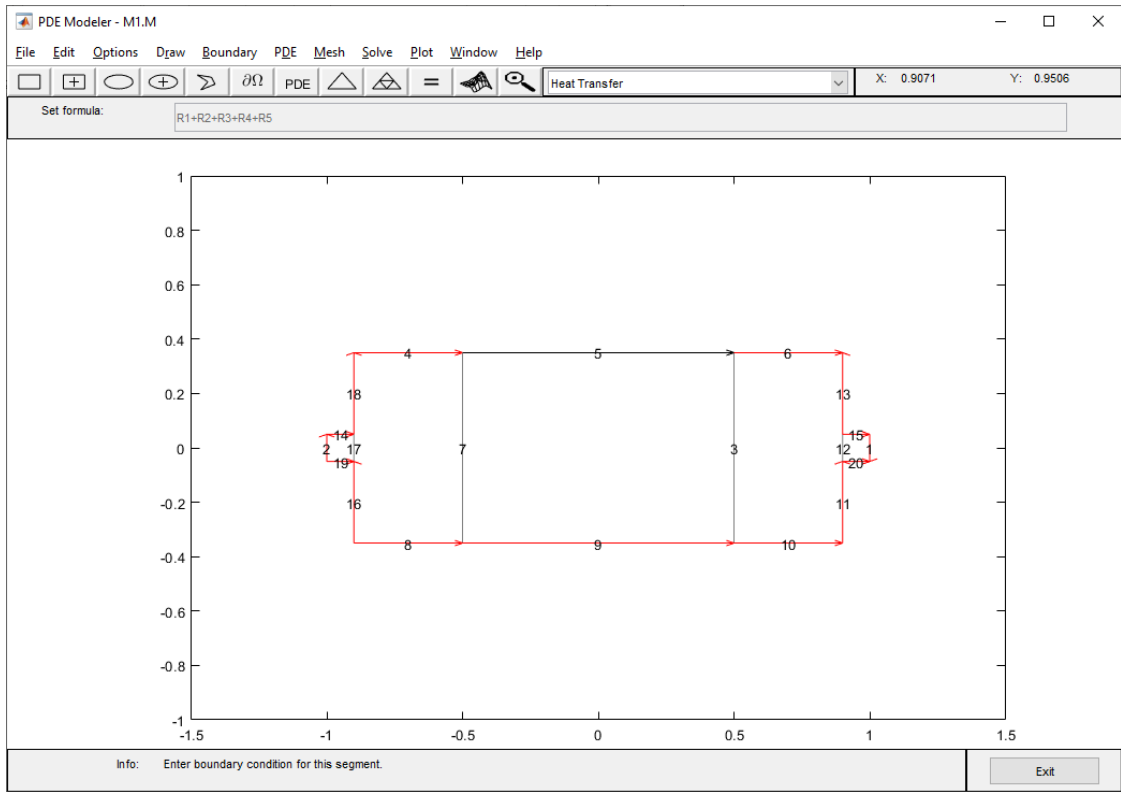


Рис. 3.43. Межі прокатного валу

В результаті отримаємо наступний розподіл температурних полів для прокатного валу (рис. 3.44).

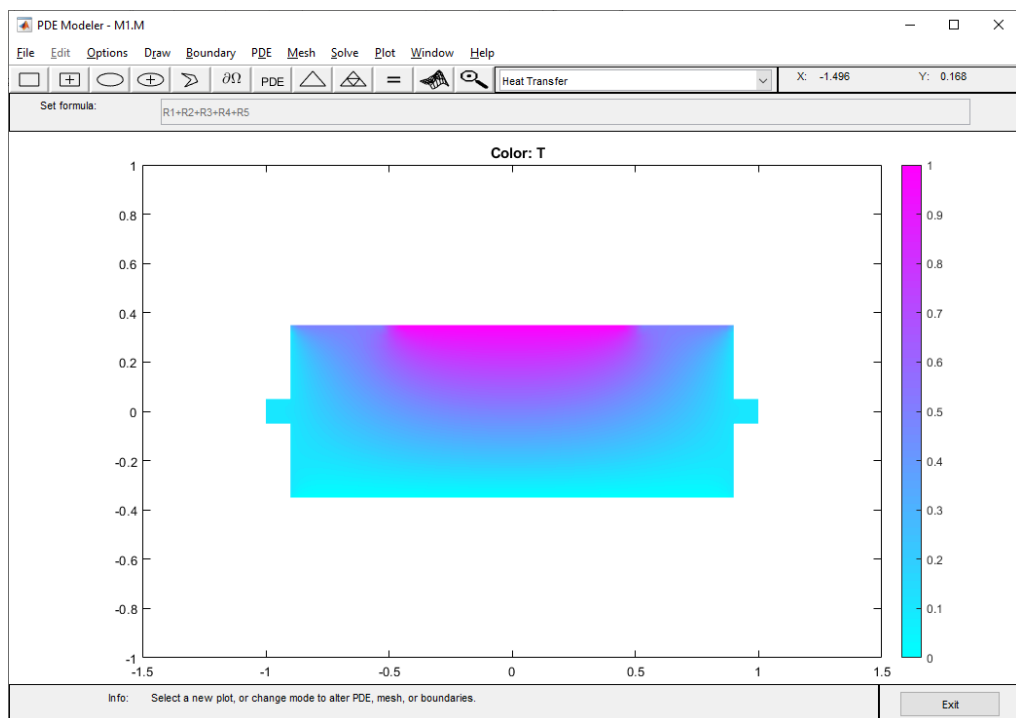


Рис. 3.44. Розподіл температури прокатного валу

У ході виконання кваліфікаційної роботи була створена програма, яка дозволяє розраховувати розподіл температурних полів за допомогою пакету PDE Toolbox. Для її роботи треба виконати файл зі скриптом у середі Matlab. Програма, використовуючи Command Window, поступово задає питання, для проектування фігур, налаштування їх температур, а потім виводить результат у окреме вікно.

Створимо поверхню сфери за допомогою цієї програми. Запустимо програму і вкажемо, що нам потрібна одна фігура типу круг. Налаштуємо координати центра і радіус, задамо формулу і температури для кожної межі (рис. 3.45).

```

Command Window
48      48      49      49

Warning: Function rectangle has the same name as a MATLAB builtin. We
the function to avoid a potential name conflict.
>> solve
Count of figures
1
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
1
circle
x coordinate
0
y coordinate
0
radius
0.5
Set formula
C1
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
1
Line temperature
1
f...

```

Рис. 3.45. Параметри для поверхні сфери

Як результат Matlab створить вікно с фігурою і розподілом температури для неї (рис. 3.46).

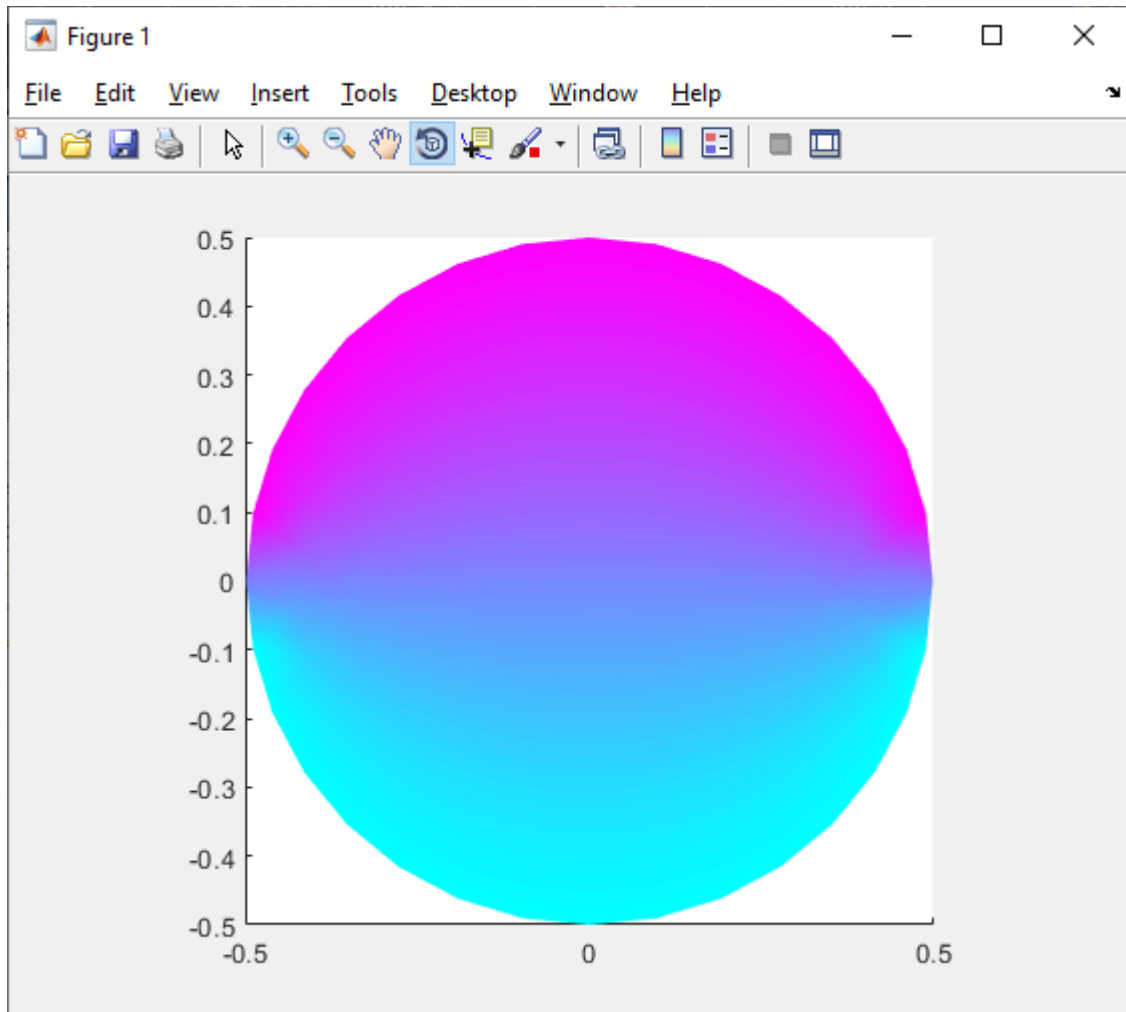


Рис. 3.46. Розподіл температурних полів поверхні сфери

Зробимо розрахунки для еліпса. Оберемо одну фігуру типу еліпс, налаштуємо центр координат, півосі та кут нахилу у радіанах (рис. 3.47).

```
Command Window
>> solve
Count of figures
1
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
4
ellipse
x coordinate
0
y coordinate
0
semiaxis first
0.8
semiaxis second
0.5
rotational angle
0
Set formula
E1
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0.7
Line temperature
1
```

Рис. 3.47. Параметри еліпсу

Matlab виведе розподіл температури для еліпсу у окремому вікні (рис. 3.48).

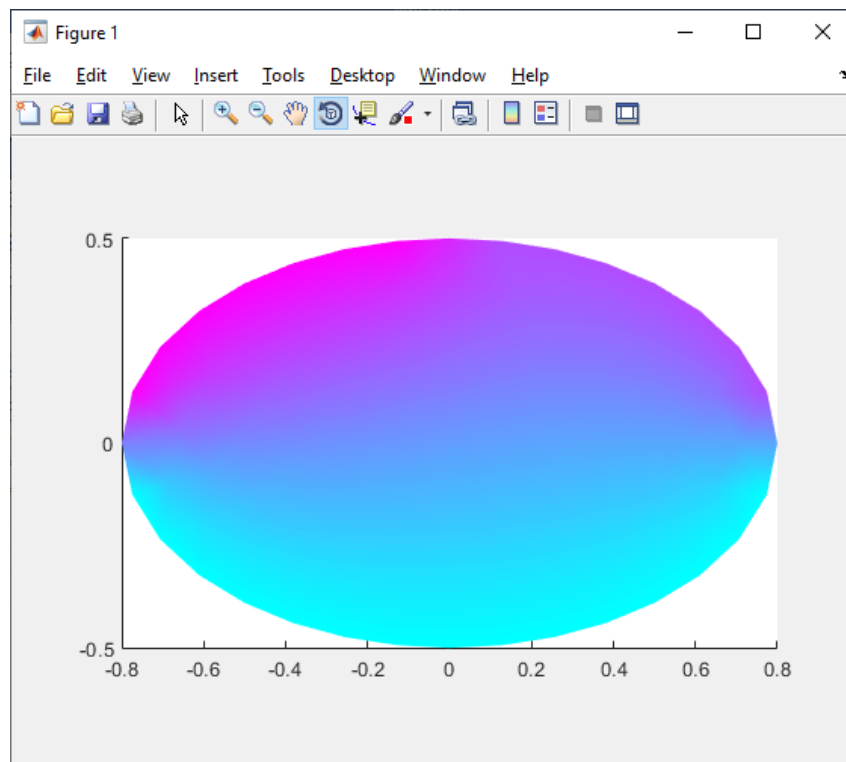


Рис. 3.48. Розподіл температури для еліпсу

Повторимо моделювання однопорожнинного гіперболоїда за допомогою програми. Тут доведеться зробити три фігури: прямокутник (рис. 3.49) і два еліпса (рис. 3.50). Розмістимо їх так само, як це було зроблено за допомогою інтерфейсу. У формулі напишемо, що еліпси потрібно відняти від прямокутника.

```

Command Window
>> solve
Count of figures
3
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
-0.8
y coordinate of 1 line
-0.5
x coordinate of 2 line
0.8
y coordinate of 2 line
-0.5
x coordinate of 3 line
0.8
y coordinate of 3 line
0.5
x coordinate of 4 line
-0.8
y coordinate of 4 line
0.5
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
4
ellipse

```

Рис. 3.49. Параметри прямокутника однопорожнинного гіперболоїда

```

Command Window
x coordinate
0
y coordinate
0.5
semiaxis first
0.8
semiaxis second
0.2
rotational angle
0
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
4
ellipse
x coordinate
0
y coordinate
-0.5
semiaxis first
0.8
semiaxis second
0.2
rotational angle
0
Set formula
R1-E1-E2

```

Рис. 3.50. Параметри еліпсів і формула однопорожнинного гіперболоїда

Задаємо наступні значення температур (рис. 3.51).

```
Command Window
Line temperature
0.6
Line temperature
0.6
Line temperature
1
Line temperature
1
Line temperature
0
Line temperature
0
```

Рис. 3.51. Параметри температур меж

Однопорожнинний гіперболоїд повторює результат (рис. 3.52), який ми отримали, вирішуючи цю задачу за допомогою вікна PDE Modeler.

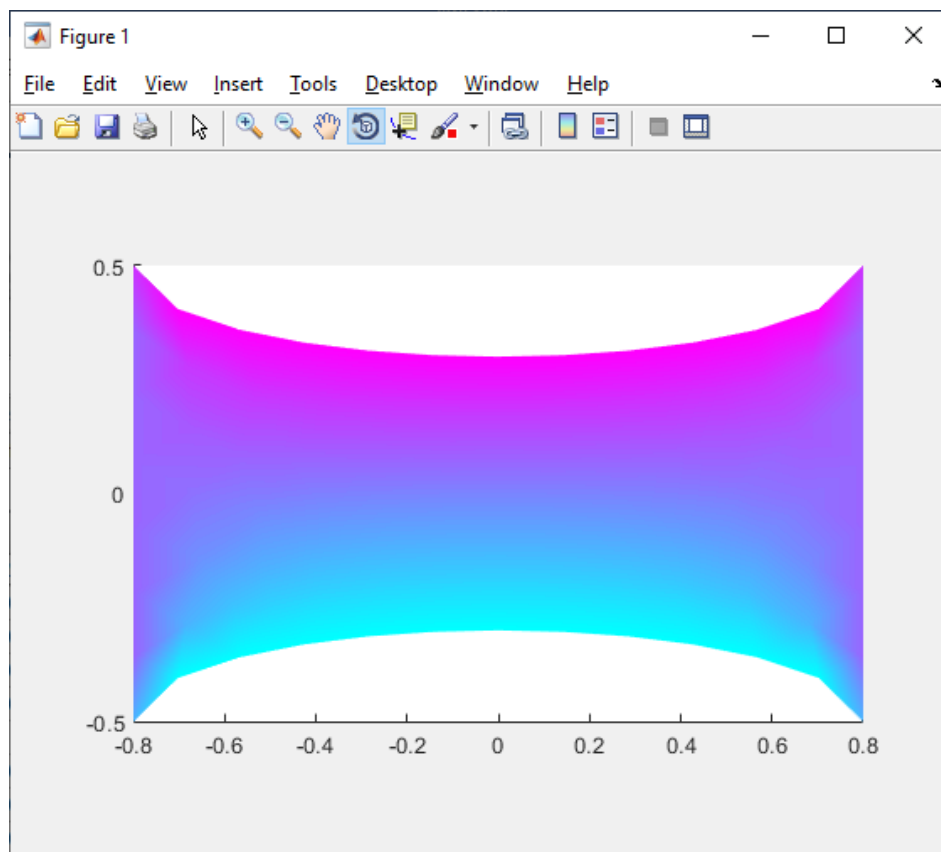


Рис. 3.52. Розподіл температури однопорожнинного гіперболоїда

Тепер зробимо розподіл температури для конічної поверхні. Для цього потрібно зробити два полігона (рис. 3.53 і рис. 3.54). Запустимо програму і введемо потрібні дані, напишемо температури меж (рис. 3.55).

```

Command Window
>> solve
Count of figures
2
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
2
polygon
number of lines
3
x coordinate of 1 line
0
y coordinate of 1 line
0
x coordinate of 2 line
-0.8
y coordinate of 2 line
-0.5
x coordinate of 3 line
-0.8
y coordinate of 3 line
0.5
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
2
polygon
number of lines

```

Рис. 3.53. Параметри першого полігону конічної поверхні

```

Command Window
y coordinate of 3 line
0.5
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
2
polygon
number of lines
3
x coordinate of 1 line
0
y coordinate of 1 line
0
x coordinate of 2 line
0.8
y coordinate of 2 line
-0.5
x coordinate of 3 line
0.8
y coordinate of 3 line
0.5
Set formula
P1+P2

```

Рис. 3.54. Параметри другого полігону конічної поверхні


```
Command Window
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
1
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
1
```

Рис. 3.55. Параметри температури меж кінчної поверхні

Як результат отримаємо кінчну поверхню подібну до попередньої, зробленої у PDE Modeler (рис. 3.56).

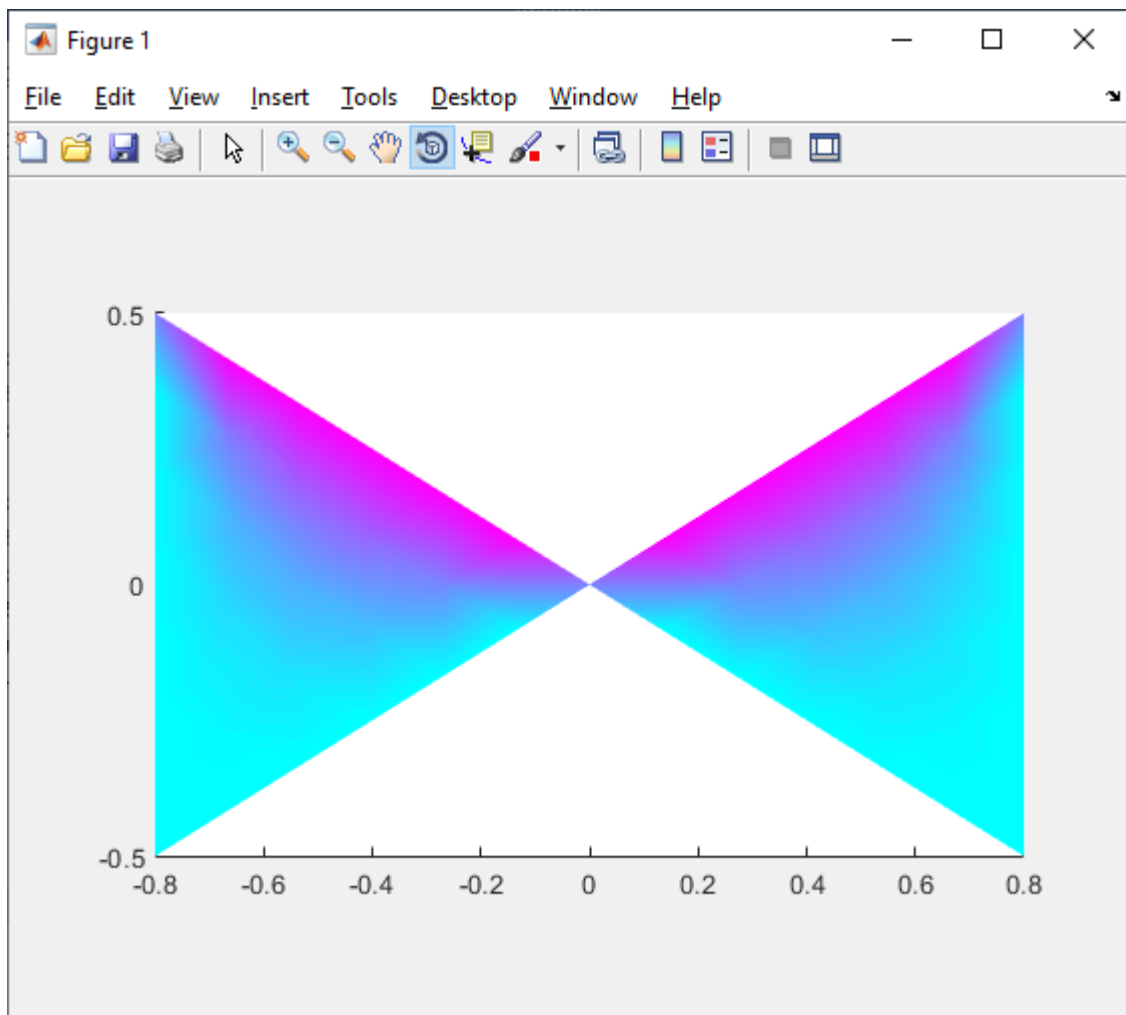


Рис. 3.56. Розподіл температури кінчної поверхні

Тепер створимо поверхню прокатного валу. Для цього потрібно створити 5 прямокутників (рис. 3.57–3.61). Додаємо інформацію про температури їх меж (рис. 3.62-3.63).

```

Command Window
Count of figures
5
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
-0.5
y coordinate of 1 line
-0.35
x coordinate of 2 line
0.5
y coordinate of 2 line
-0.35
x coordinate of 3 line
0.5
y coordinate of 3 line
0.35
x coordinate of 4 line
-0.5
y coordinate of 4 line
0.35

```

Рис. 3.57. Параметри першого прямокутника прокатного валу

```

Command Window
0.35
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
0.5
y coordinate of 1 line
-0.35
x coordinate of 2 line
0.9
y coordinate of 2 line
-0.35
x coordinate of 3 line
0.9
y coordinate of 3 line
0.35
x coordinate of 4 line
0.5
y coordinate of 4 line
0.35

```

Рис. 3.58. Параметри другого прямокутника прокатного валу

```
Command Window
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
-0.9
y coordinate of 1 line
-0.35
x coordinate of 2 line
-0.5
y coordinate of 2 line
-0.35
x coordinate of 3 line
-0.5
y coordinate of 3 line
0.35
x coordinate of 4 line
-0.9
y coordinate of 4 line
0.35
```

Рис. 3.59. Параметры третьего прямоугольника прокатного валу

```
Command Window
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
0.9
y coordinate of 1 line
-0.05
x coordinate of 2 line
1
y coordinate of 2 line
-0.05|
x coordinate of 3 line
1
y coordinate of 3 line
0.05
x coordinate of 4 line
0.9
y coordinate of 4 line
0.05
```

Рис. 3.60. Параметры четвертого прямоугольника прокатного валу

```

Command Window
Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse
3
rectangle
x coordinate of 1 line
-1
y coordinate of 1 line
-0.05
x coordinate of 2 line
-0.9
y coordinate of 2 line
-0.05
x coordinate of 3 line
-0.9
y coordinate of 3 line
0.05
x coordinate of 4 line
-1
y coordinate of 4 line
0.05
Set formula
R1+R2+R3+R4+R5

```

Рис. 3.61. Параметри п'ятого прямокутника і формула прокатного валу

```

Command Window
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.5
Line temperature
1
Line temperature
0.5
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1

```

Рис. 3.62. Параметри температури меж прокатного валу

```

Command Window
Line temperature
0.1
Line temperature
0.1
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0
Line temperature
0

```

Рис. 3.63. Параметри температури меж прокатного валу

У окремому вікні отримаємо розподіл температури для прокатного валу (рис. 3.64).

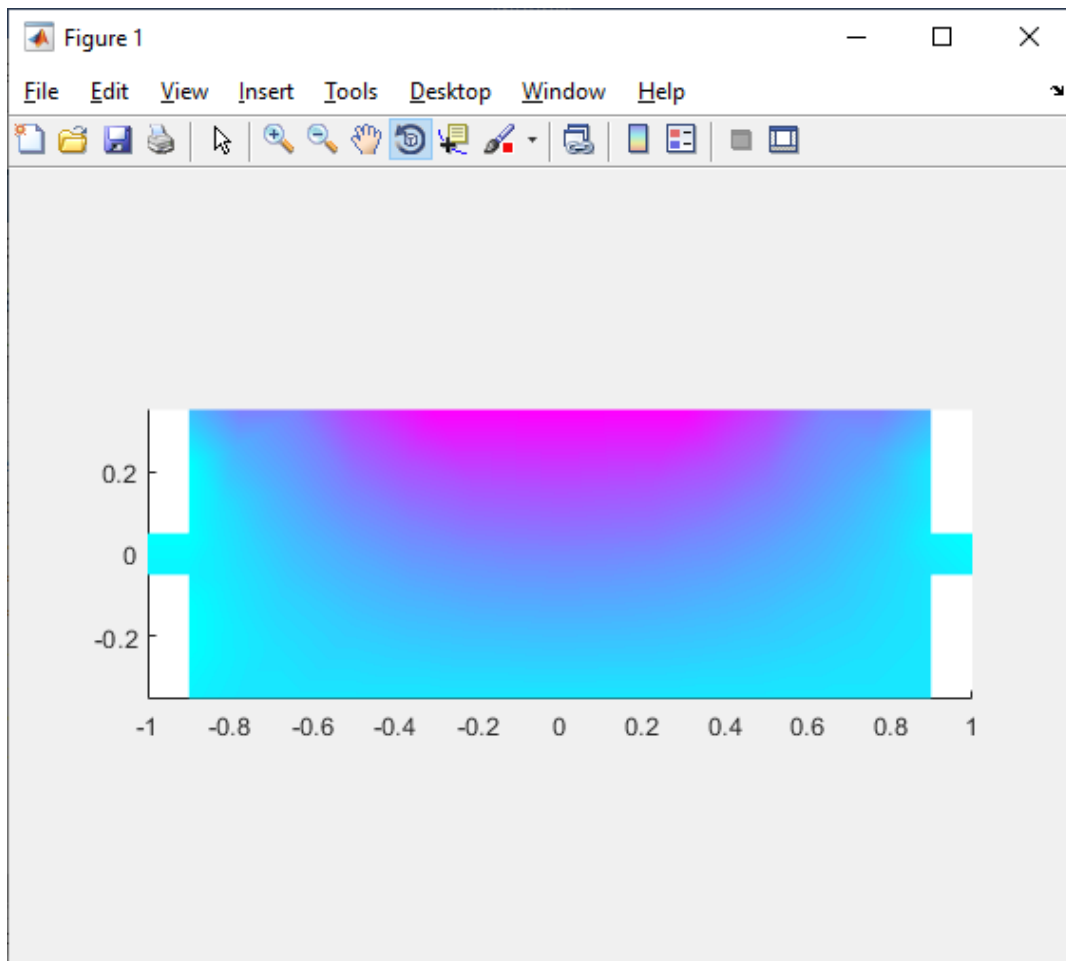


Рис. 3.64. Розподіл температури прокатного валу

3.2. Порівняння з аналітичним розв'язком

Порівняємо результат роботи програми з аналітичним рішенням. Для цього оберемо прямокутник із температурою 1 на одній стороні, а на інших – 0. Для отримання рішення використаємо формулу (3.1).

$$u(x, y) = \left(\frac{\pi^2 + b^2 a}{\pi^2 \operatorname{sh} \frac{\pi a}{b}} \operatorname{sh} \frac{\pi x}{b} - \frac{b^2 x}{\pi^2} \right) \sin \frac{\pi y}{b}$$

де

a і b – сторони прямокутника.

За допомогою даної формули отримаємо наступний результат рішення (рис. 3.65).

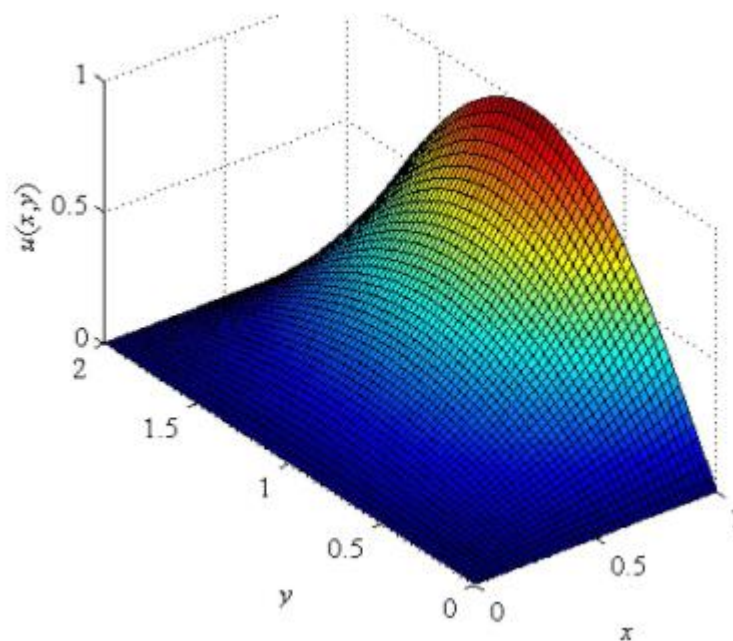


Рис. 3.65. Результат аналітичного розв'язання

Порівняємо цей результат з рішенням за допомогою програми (рис. 3.66).

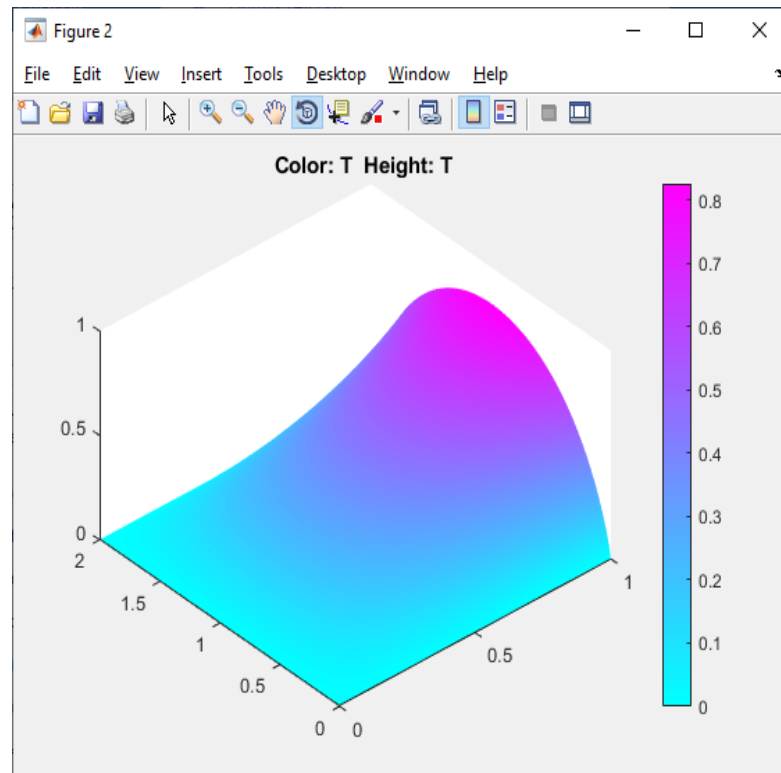


Рис. 3.66. Розподіл температури за допомогою програми

Як можна побачити, фігури мають практично однаковий розподіл. Тому можна вважати, що програма працює з достатньо точним результатом.

3.3. Висновки

У даному розділі були проведені розрахунки для декількох тіл обертання. Результати були отримані, як через програмне забезпечення, так і через інтерфейс Matlab. Програма надає візуальне відображення розподілу температурних полів. Вихідні дані також зберігаються у змінних у вигляді матриць і векторів. Також було проведення порівняння аналітичного рішення і роботи програми.

РОЗДІЛ 4

ЕКОНОМІКА

Важливими етапами розробки програмного забезпечення є визначення трудомісткості розробки та розрахунок витрат на створення програмного продукту.

4.1. Визначення трудомісткості розробки програмного забезпечення

Задані дані:

1. передбачуване число операторів – 400;
2. коефіцієнт складності програми – 1,5;
3. коефіцієнт корекції програми в ході її розробки – 0,1;
4. годинна заробітна плата програміста, грн/год - 270;
5. коефіцієнт збільшення витрат праці внаслідок недостатнього опису задачі – 1,3;
6. коефіцієнт кваліфікації програміста, обумовлений від стажу роботи з даної спеціальності – 0.8;
7. вартість машино-години ЕОМ, грн/год - 10.

Нормування праці в процесі розробки програмного забезпечення суттєво ускладнено через творчий характер роботи програміста. Тому трудомісткість розробки ПЗ може бути розрахована на основі системи моделей з різною точністю оцінки за формулою:

$$t = t_o + t_u + t_a + t_n + t_{отл} + t_{\partial}, \text{ люДИНО-ГОДИН,} \quad (4.1)$$

де t_o – витрати праці на підготовку й опис поставленої задачі (приймається 50);

t_u - витрати праці на дослідження алгоритму рішення задачі;

t_a - витрати праці на розробку блок-схеми алгоритму;

t_n - витрати праці на програмування по готовій блок-схемі;

$t_{отл}$ - витрати праці на налагодження програми на ЕОМ;

t_d - витрати праці на підготовку документації.

Складові витрати праці визначаються через умовне число операторів у ПЗ та розраховується за формулою:

$$Q = q \cdot C \cdot (1 + p),$$

де q - передбачуване число операторів;

C - коефіцієнт складності програми;

p - коефіцієнт корекції програми в ході її розробки.

$$Q = 400 \cdot 1,5 \cdot (1 + 0,1) = 660, \text{ людино-годин.}$$

Витрати праці на вивчення опису задачі t_u визначається з урахуванням уточнення опису і кваліфікації програміста:

$$t_u = \frac{Q \cdot B}{(75..85) \cdot k}, \text{ людино-годин,}$$

де B - коефіцієнт збільшення витрат праці внаслідок недостатнього опису задачі;

k - коефіцієнт кваліфікації програміста, обумовлений від стажу роботи з даної спеціальності. При стажі роботи спеціаліста до 2 років коефіцієнт складає 0,8.

$$t_u = \frac{660 \cdot 1,3}{80 \cdot 0,8} = 13,4, \text{ людино-годин.}$$

Витрати праці на розробку алгоритму рішення задачі визначаються за формулою:

$$t_a = \frac{Q}{(20 \dots 25) \cdot k}, \text{ людино-годин,}$$

де Q – умовне число операторів програми;

k – коефіцієнт кваліфікації програміста.

Підставимо у формулу відповідні значення, та отримаємо:

$$t_a = \frac{660}{20 \cdot 0,8} = 41,3, \text{ людино-годин.}$$

Витрати на складання програми по готовій блок-схемі:

$$t_n = \frac{Q}{(20 \dots 25) \cdot k}, \text{ людино-годин.}$$

$$t_n = \frac{660}{25 \cdot 0,8} = 33, \text{ людино-годин.}$$

Витрати праці на налагодження програми на ЕОМ:

- за умови автономного налагодження одного завдання:

$$t_{отл} = \frac{Q}{(4 \dots 5) \cdot k}, \text{ людино-годин.}$$

$$t_{отл} = \frac{660}{5 \cdot 0,8} = 165, \text{ людино-годин.}$$

- за умови комплексного налагодження завдання:

$$t_{отл}^k = 1,5 \cdot t_{отл}, \text{ людино-годин.}$$

$$t_{\text{отл}}^k = 1,5 \cdot 165 = 247,5, \text{ людино-годин.}$$

Витрати праці на підготовку документації визначаються за формулою:

$$t_{\partial} = t_{\partial p} + t_{\partial o}, \text{ людино-годин,}$$

де $t_{\partial p}$ - трудомісткість підготовки матеріалів і рукопису:

$$t_{\partial p} = \frac{Q}{(15 \cdot 20) \cdot k}, \text{ людино-годин,}$$

$t_{\partial o}$ - трудомісткість редагування, печатки й оформлення документації:

$$t_{\partial o} = 0,75 \cdot t_{\partial p}, \text{ людино-годин.}$$

Підставляючи відповідні значення, отримаємо:

$$t_{\partial p} = \frac{660}{15 \cdot 0,8} = 55, \text{ людино-годин.}$$

$$t_{\partial o} = 0,75 \cdot 55 = 41,25, \text{ людино-годин.}$$

$$t_{\partial} = 55 + 41,25 = 96,25, \text{ людино-годин.}$$

Використовуючи формулу (4.1), отримаємо повну оцінку трудомісткості розробки програмного забезпечення:

$$t = 50 + 13,4 + 41,3 + 33 + 165 + 96,25 = 398,95 \approx 399 \text{ людино-годин.}$$

4.2. Витрати на створення програмного забезпечення

Витрати на створення ПЗ $K_{ПО}$ включають витрати заробітну плату виконавця програми $Z_{ЗП}$ і витрат машинного часу, необхідного на налагодження програми на ЕОМ

$$K_{по} = Z_{ЗП} + Z_{МВ}, \text{ грн.}$$

Заробітна плата виконавця визначається за формулою:

$$Z_{ЗП} = t \cdot C_{ПП}, \text{ грн,}$$

де t – загальна трудомісткість, людино-годин. $C_{ПП}$ – середня годинна заробітна плата програміста, грн/година.

$$Z_{ЗП} = 399 \cdot 270 = 107730 \text{ грн.}$$

Вартість машинного часу, необхідного для налагодження програми на ЕОМ:

$$Z_{МВ} = t_{омл} \cdot C_{МЧ}, \text{ грн,}$$

де $t_{омл}$ – трудомісткість налагодження програми на ЕОМ, год. $C_{МЧ}$ – вартість машино-години ЕОМ, грн/год.

Визначені в такий спосіб витрати на створення програмного забезпечення є частиною одноразових капітальних витрат на створення АСУП.

$$Z_{МВ} = 165 \cdot 10 = 1650 \text{ грн.}$$

Отже витрати на створення ПЗ $K_{ПО}$ дорівнюють:

$$K_{\text{ПО}} = 107730 + 1650 = 109380 \text{ грн.}$$

Очікуваний період створення ПЗ:

$$T = \frac{t}{B_k \cdot F_p}, \text{ міс,}$$

де B_k – число виконавців, F_p - місячний фонд робочого класу (при 40 годинному робочому тижні $F_p = 176$ годин).

$$T = \frac{399}{1 \cdot 176} = 2,3, \text{ міс.}$$

Таким чином було розраховано наступні показники:

- Трудомісткість розробки ПЗ – 399 людино-годин;
- Витрати на створення – 109380 грн;
- Очікуваний період створення ПЗ – 2,3 міс.

4.3. Маркетингові дослідження ринку збуту розробленого програмного продукту

Доцільність розробки програмного продукту для вирішення задачі розподілу температурних полів у тілах обертання, обґрунтовується її важливістю для науковців та інженерів при розрахунках та моделюванні реальних фізичних процесів.

Практична цінність ПЗ полягає в тому, що методи і моделі, які використовуються в дипломній роботі дозволяють більш точно проектувати тіла обертання для вирішення задач, які потребують розуміння розподілу температури в цих тілах. Це матиме значний вплив на реальні інженерні конструкції, наприклад дискові гальма, сортопрокатні вали, супутники, збільшить їх надійність та дозволить зменшити витрати. Також, використання

розробленого програмного продукту дозволить зменшити витрати часу на вирішення задач розподілу температурних полів у порівнянні з аналогічними аналітичними методами, та не комп'ютеризованими чисельними методами.

Розроблене ПЗ не є універсальним, використовується для побудови довільних об'єктів лише для еліптичного диференціального оператора та потребує високої кваліфікації користувача у сферах математики та фізики.

4.4. Оцінка економічної ефективності впровадження програмного забезпечення

Оскільки кваліфікаційна робота має дослідницький характер, а розроблене програмне забезпечення створене з метою аналізу залежності відхилення отриманого рішення від аналітичного в залежності від щільності розбиття області, чисельний розрахунок економічного ефекту не може бути виконаний. Однак можливо виділити соціальний ефект від реалізації результатів роботи, а саме:

- прискорення розрахунку температурних полів для тіл обертання;
- збільшення точності результатів у порівнянні з аналітичними методами.

Висновок: у ході виконання роботи над даним економічним розділом, було визначено трудомісткість розробки програмного забезпечення (399 людино-годин), був проведений підрахунок витрат на створення програми (109380 гривень) та визначено очікуваний період створення ПЗ (2,3 місяці). Було проведено маркетинговий аналіз ринку збуту програмного продукту та визначено соціальний ефект від впровадження програмного продукту.

ВИСНОВКИ

У результаті виконання кваліфікаційної роботи було розроблене програмне забезпечення, яке працює в середовищі Matlab, використовуючи операційну систему Windows, для розрахунку розподілу температурних полів у тілах обертання з використанням методів, які дозволяють отримати найбільш точний результат розрахунку. За допомогою програмного забезпечення було проведено порівняння його з аналітичним розрахунком розподілу температурних полів.

Були розраховані розподіли температурних полів для декількох поверхонь другого порядку, таких як поверхня сфери, еліпс, однопорожнинний гіперболоїд, конічна поверхня. Також було розраховане температурне поле для прокатного валу. В результаті отримано графічне відображення для цих поверхонь, які створені на основі змінних, що були обчислені за допомогою програмного забезпечення. Алгоритм реалізує метод скінченних елементів і рівняння теплопровідності для забезпечення результату.

Програмне забезпечення може використовуватись при моделюванні і проектуванні механізмів, що працюють в умовах інтенсивного нагріву, що допоможе при їх розробці, так як аналіз розподілу температур дозволяє створити більш ефективну і безпечну форму. Для досягнення поставленої мети були виконані задачі:

- досліджені фізичні закони розподілу температури у температурних полях;
- досліджені методи для розрахунку розподілу температурних полів;
- проаналізовані метод скінченних елементів і рівняння теплопровідності для реалізації їх в алгоритмі;
- створено програмне забезпечення для розрахунку розподілу температур.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кудінов, В. А. Технічна термодинаміка та теплопередача / В. А. Кудінов, Е. М. Карташов, Є. В. Стефанюк. – Москва : Юрайт, 2013. – 454 с.
2. J. Gembarovic J., Loffler M., Gembarovic Jr. J. Simple algorithm for temperature distribution calculations / J. Gembarovic, M. Loffler, J. Gembarovic Jr. // Applied Mathematical Modelling. – 2004. – Vol. 28, № 2. – P. 173-182.
3. Zhang Z. Rock Fracture and Blasting / Z. Zhang. – Oxford : Elsevier, 2016. – 1430 p.
4. Speight J. G. Natural Gas / J. G. Speight. – Oxford : GPP, 2018. – 462 p.
5. Подгорний, С. А. Метод скінченних елементів у рішенні задач теплопровідності / С. А. Подгорний, З. А. Меретуков, Е. П. Кошевий, В. С. Косачов. – Воронеж : Вісник ВДУІТ, №2, 2013. – С. 10-15.
6. ELCUT: Моделювання двовимірних полів методом скінченних елементів. Версія 5.1. Керівництво користувача. – Санкт-Петербург : Виробничий кооператив ГОР, 2003. – 249 с.
7. Норрі, Д. Введення в метод скінченних елементів / Д. Норрі, Ж. де Фріз. – Москва : Мир, 1981. – 304 с.
8. Амосов, О. О. Обчислювальні методи для інженерів / О. О. Амосов, Ю. А. Дубинський, Н. В. Копченова. – Москва : Вища школа, 1994. – 320 с.
9. Кузнєцов, Г. В. Різнісні методи вирішення задач теплопровідності: навчальний посібник / Г. В. Кузнєцов, М. А. Шеремет. – Томськ : Видавництво Томського політехнічного університету, 2007. – 172 с.
10. Самарський, О. А. Обчислювальна теплопередача / О. А. Самарський, П. Н. Вабищевич. – Москва : Едіторіал УРСС, 2003. – 782 с.
11. Ляшков, В. І. Математичне моделювання та алгоритмізація задач теплоенергетики : навчальний посібник / В. І. Ляшков. – Тамбов : Видавництво ФДБОЗ ВПО «ТДТУ», 2012. – 140 с.
12. Бахвалов, М. С. Чисельні методи / М. С. Бахвалов, М. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Біном. Лабораторія знань, 2008. – 636 с.

13. Волков, Є. О. Чисельні методи / Є. О. Волков. – Москва : Лань, 2008. – 248 с.
14. Фаддєєв, М. О. Основні методи обчислювальної математики / М. О. Фаддєєв, К. О. Марков. – Москва : Лань, 2008. – 160 с.
15. Ликов, О. В. Теорія теплопровідності / О. В. Ликов. – Москва : Вища школа школа, 1967. – 600 с.
16. Kosachev, V. S. Using rounding function in the problems of finite-element analysis / V. S. Kosachev, E. P. Koshevoy, S. A. Podgorny // Studies in mathematical science. 2012. – V. 4. No. 2. – P. 17-24.
17. Akin, J. E. Finite element analysis with error estimators / J. E. Akin. - Butterworth-Heinemann, 2005. – 512 p.
18. Chen, Z. X. Finite element methods and their applications / Z. X. Chen. – Berlin : Springer, 2005. – 424 p.
19. Solin, P. Partial differential equations and the finite element method / P. Solin. – Hoboken : Wiley-Interscience, 2006. – 504 p.
20. Thomee, V. Galerkin finite element methods for parabolic problems / V. Thomee. – Berlin : Springer, 2006. – 459 p.
21. Wilson, Jon S. Sensor Technology Handbook / Jon S. Wilson. – Oxford : Elsevier, 2004. – 704 p.
22. Marghitu, Dan B. Mechanical Engineer's Handbook. A volume in Academic Press Series in Engineering / Dan B. Marghitu. – San Diego : Academic Press, 2001. – 864 p.
23. Gumerov, Nail A. Fast Multipole methods for the Helmholtz Equation in Three Dimensions. A volume in Elsevier Series in Electromagnetism / Nail A. Gumerov, Ramani Duraiswami – Oxford : Elsevier, 2005. – 520 p.
24. Meyers, Robert A. Encyclopedia of Physical Science and Technology, Third Edition / Robert A. Meyers – San Diego: Academic Press, 2001. – 15453 p.
25. Arfken, George B. University Physics / George B. Arfken, David F. Griffing, Donald C. Kelly, Joseph Priest – San Diego : Academic Press, 1984. – 905 p.

КОД ПРОГРАМИ

```

solve.m
figures = input('Count of figures\n');
gd=[];
ns=[];
circles=0;
polygons=0;
rectangles=0;
ellipses=0;

for i = 1:figures
    type = input('Type of figure: 1 - circle, 2 - polygon, 3 - rectangle, 4 - ellipse\n');
    switch type
        case 1
            disp('circle');
            circles=circles+1;
            name=strcat("C",string(circles));
            x=input('x coordinate\n');
            y=input('y coordinate\n');
            r=input('radius\n');
            gd(1,i)=1;
            gd(2,i)=x;
            gd(3,i)=y;
            gd(4,i)=r;
        case 2
            disp('polygon');
            polygons=polygons+1;
            name=strcat("P",string(polygons));
            n=input('number of lines\n');
            gd(1,i)=2;
            gd(2,i)=n;
            for j = 1:n
                x=input(strcat('x coordinate of', 32, char(string(j)), ' line\n'));
                y=input(strcat('y coordinate of', 32, char(string(j)), ' line\n'));
                gd(2+j,i)=x;
                gd(2+j+n,i)=y;
            end
        case 3
            disp('rectangle');
            rectangles=rectangles+1;
            name=strcat("R",string(rectangles));
            gd(1,i)=3;
            gd(2,i)=4;
            for j = 1:4
                x=input(strcat('x coordinate of', 32, char(string(j)), ' line\n'));
                y=input(strcat('y coordinate of', 32, char(string(j)), ' line\n'));
                gd(2+j,i)=x;
                gd(2+j+4,i)=y;
            end
        case 4
            disp('ellipse');
            ellipses=ellipses+1;
            name=strcat("E",string(ellipses));
            gd(1,i)=4;
            x=input('x coordinate\n');
            y=input('y coordinate\n');
            semiaxis_first=input('semiaxis first\n');
            semiaxis_second=input('semiaxis second\n');
            rotation=input('rotational angle\n');
            gd(1,i)=4;
            gd(2,i)=x;
            gd(3,i)=y;
            gd(4,i)=semiaxis_first;
            gd(5,i)=semiaxis_second;
            gd(6,i)=rotation;
    end

    chars = double(char(name));
    for j = 1:length(chars)
        ns(j,i)=chars(j);
    end
end
end

```

```
sf=input('Set formula\n', 's');

dl=decsd(gd,sf,ns);
[p,e,t]=initmesh(dl);
pdemesh(p,e,t); axis equal

ncol=size(dl,2);
b_first=[1; 1; 1; 1; 1; 1; 48; 48; 49; 48];
b=[];
for i = 1:ncol
    for j = 1:length(b_first)
        b(j,i)=b_first(j);
    end
    temperature=input('Line temperature\n', 's');
    chars = double(char(temperature));
    b(6,i)=length(chars);
    for j = 1:length(chars)
        b(9+j,i)=chars(j);
    end
end

....

....

....
```

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**Факультет інформаційних технологій
Кафедра програмного забезпечення комп'ютерних систем**

ВІДГУК

Керівника
економічної
частини

Касьяненко Л.В., к.е.н., доцента каф. ПЕП та ПУ
(прізвище, ім'я, по батькові, вчене звання, посада, місце роботи)

На кваліфікаційну роботу
студента Василенка Олександра Сергійовича
(прізвище, ім'я, по батькові)

курсу II групи 122м-20-2
спеціальності Комп'ютерні науки
на тему Розробка та дослідження ефективності впровадження
програмного забезпечення розрахунку температурних полів в тілах
обертання.

«__» _____ 2022 р.

(підпис)

ПЕРЕЛІК ФАЙЛІВ НА ДИСКУ

Ім'я файлу	Опис
Пояснювальні документи	
Vasylenko.doc	Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи. Документ Word.
Vasylenko.pdf	Пояснювальна записка до кваліфікаційної роботи в форматі PDF.
Програма	
Vasylenko.zip	Архів. Містить коди програми.
Презентація	
Vasylenko.ppt	Презентація кваліфікаційної роботи.