

Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»



**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

*Кафедра безпеки інформації і телекомунікацій*

В. М. Горєв

**ТЕОРІЯ АДАПТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ.**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ**

для здобувачів-магістрів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка

**ЧАСТИНА ДРУГА**

Дніпро  
НТУ «ДП»  
2022

## **Горєв В.М.**

Теорія адаптивної фільтрації. Методичні рекомендації до практичних занять з дисципліни для здобувачів-магістрів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка: у 2-ч. / В.М. Горєв; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро. : НТУ «ДП», 2022. Ч.2. – 29 с.

Автор:

В. М. Горєв, канд. фіз.-мат. наук, доц.

Рекомендовано до видання навчально-методичним відділом (протокол № 1 від 30.08.2022) за поданням методичної комісії спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка (протокол № 1 від 30.08.2022).

Розглянуто фільтри Колмогорова – Вінера, скалярний та векторний дискретні фільтри Калмана, градієнтні методи в задачах фільтрації, адаптивні фільтри, побудовані на основі LMS та RLS алгоритмів, а також певну увагу приділено частотним фільтрам.

Рекомендації орієнтовано на активізацію виконавчого етапу навчальної діяльності студентів та призначено для їх самостійної роботи..

Відповідальний за випуск завідувач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, д-р техн. наук, проф. Корнієнко В.І.

## Зміст

Очікувані результати навчання та критерії оцінювання .....	4
Практична робота 6. Адаптивний LMS алгоритм для лінійного короткострокового прогнозування.....	11
Практична робота 7. Використання алгоритму LMS для вилучення інтерференції.....	13
Практична робота 8. Алгоритм RLS для виділення корисного сигналу з його суміші з шумом.....	16
Практична робота 9. Реалізація фільтру Баттерворта другого порядку в електроніці. ....	19
Практична робота 10. Реалізація фільтрів Чебишова нижніх частот та еліптичного фільтра нижніх частот в електроніці.....	22
Список рекомендованої літератури.....	28

## Очікувані результати навчання та критерії оцінювання

Очікувані результати навчання освітньо-професійної програми кваліфікаційного рівня магістра «Телекомунікації та радіотехніка» спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка, які регламентовано викладати та опановувати в навчальній дисципліні «Теорія адаптивної фільтрації»:

Шифр	Результати навчання
	Зміст
РН7	Використовувати фундаментальні знання в галузі телекомунікацій та радіотехніки, володіння математичним апаратом теорії телекомунікаційних та радіотехнічних систем;
РН8	Використовувати сучасні інформаційні технології; використовувати програмні радіотехнічні засоби та засоби телекомунікаційних систем та мереж; застосовувати інформаційні технології в телекомунікаціях та радіотехніці.

Зміст критеріїв оцінювання спирається на компетентнісні характеристики, визначені НРК для магістерського рівня вищої освіти (подано нижче).

### *Загальні критерії досягнення результатів навчання*

#### *Для 7-го кваліфікаційного рівня за НРК*

	Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії	Показники оцінки
<b>Знання</b>		
– спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у сфері	Відповідь відмінна – правильна, обґрунтована, осмислена. Характеризує наявність: – спеціалізованих концептуальних знань на рівні новітніх досягнень; – критичне осмислення проблем у навчанні	95-100

	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показники оцінки</b>
професійної діяльності або галузі знань і є основою для оригінального мислення та проведення досліджень, критичне осмислення проблем у галузі та на межі галузей знань	та/або професійній діяльності та на межі предметних галузей	
	Відповідь містить не грубі помилки або описки	90-94
	Відповідь правильна, але має певні неточності	85-89
	Відповідь правильна, але має певні неточності й недостатньо обґрунтована	80-84
	Відповідь правильна, але має певні неточності, недостатньо обґрунтована та осмислена	74-79
	Відповідь фрагментарна	70-73
	Відповідь демонструє нечіткі уявлення студента про об'єкт вивчення	65-69
	Рівень знань мінімально задовільний	60-64
	Рівень знань незадовільний	<60
<b>Уміння/навички</b>		
– спеціалізовані уміння/навички розв'язання проблем, необхідні для проведення досліджень та/або провадження інноваційної діяльності з метою розвитку	Відповідь характеризує уміння: <ul style="list-style-type: none"> <li>– виявляти проблеми;</li> <li>– формулювати гіпотези;</li> <li>– розв'язувати проблеми;</li> <li>– оновлювати знання;</li> <li>– інтегрувати знання;</li> <li>– провадити інноваційну діяльність;</li> <li>– провадити наукову діяльність</li> </ul>	95-100
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності з не грубими помилками	90-94
	Відповідь характеризує уміння/навички	85-89

	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показники оцінки</b>
нових знань та процедур; – здатність інтегрувати знання та розв'язувати складні задачі у широких або мультидисциплінарних контекстах;	застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації однієї вимоги	
– здатність розв'язувати проблеми у нових або незнайомих середовищах за наявності неповної або обмеженої інформації з урахуванням аспектів соціальної та етичної відповідальності	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації двох вимог	80-84
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації трьох вимог	74-79
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності, але має певні неточності при реалізації чотирьох вимог	70-73
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання в практичній діяльності при виконанні завдань за зразком	65-69
	Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання при виконанні завдань за зразком, але з неточностями	60-64
	Рівень умінь/навичок незадовільний	<60

	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показники оцінки</b>
<b><i>Комунікація</i></b>		
– зрозуміле і недвозначне донесення власних знань, висновків та аргументації до фахівців і нефахівців, зокрема до осіб, які навчаються	<p>Зрозумілість відповіді (доповіді).</p> <p><i>Мова:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– правильна;</li> <li>– чиста;</li> <li>– ясна;</li> <li>– точна;</li> <li>– логічна;</li> <li>– виразна;</li> <li>– лаконічна.</li> </ul> <p><i>Комунікаційна стратегія:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– послідовний і несуперечливий розвиток думки;</li> <li>– наявність логічних власних суджень;</li> <li>– доречна аргументації та її відповідність відстоюваним положенням;</li> <li>– правильна структура відповіді (доповіді);</li> <li>– правильність відповідей на запитання;</li> <li>– доречна техніка відповідей на запитання;</li> <li>– здатність робити висновки та формулювати пропозиції;</li> <li>– використання іноземних мов у професійній діяльності</li> </ul>	95-100
	Достатня зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія з незначними хибами	90-94

	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показник оцінки</b>
	Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано три вимоги)	85-89
	Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано чотири вимоги)	80-84
	Добра зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано п'ять вимог)	74-79
	Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та доречна комунікаційна стратегія (сумарно не реалізовано сім вимог)	70-73
	Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та комунікаційна стратегія з хибами (сумарно не реалізовано дев'ять вимог)	65-69
	Задовільна зрозумілість відповіді (доповіді) та комунікаційна стратегія з хибами (сумарно не реалізовано 10 вимог)	60-64
	Рівень комунікації незадовільний	<60
<b><i>Відповідальність і автономія</i></b>		
– управління робочими або навчальними процесами, які є складними, непередбачуван	Відмінне володіння компетенціями: <ul style="list-style-type: none"> <li>– використання принципів та методів організації діяльності команди;</li> <li>– ефективний розподіл повноважень в структурі команди;</li> <li>– підтримка врівноважених стосунків з</li> </ul>	95-100



	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показники оцінки</b>
ими та потребують нових стратегічних підходів; – відповідальність за внесок до професійних знань і практики та/або оцінювання результатів діяльності команд та колективів; – здатність продовжувати навчання з високим ступенем автономії	членами команди (відповідальність за взаємовідносини); – стресовитривалість; – саморегуляція; – трудова активність в екстремальних ситуаціях; – високий рівень особистого ставлення до справи; – володіння всіма видами навчальної діяльності; – належний рівень фундаментальних знань; – належний рівень сформованості загальнонавчальних умінь і навичок	
	Упевнене володіння компетенціями відповідальності і автономії з незначними хибами	90-94
	Добре володіння компетенціями відповідальності і автономії (не реалізовано дві вимоги)	85-89
	Добре володіння компетенціями відповідальності і автономії (не реалізовано три вимоги)	80-84
	Добре володіння компетенціями відповідальності і автономії (не реалізовано чотири вимоги)	74-79
	Задовільне володіння компетенціями	70-73

	<b>Вимоги до знань, умінь/навичок, комунікації, відповідальності і автономії</b>	<b>Показник оцінки</b>
	відповідальності і автономії (не реалізовано п'ять вимог)	
	Задовільне володіння компетенціями відповідальності і автономії (не реалізовано шість вимог)	65-69
	Задовільне володіння компетенціями відповідальності і автономії (рівень фрагментарний)	60-64
	Рівень відповідальності і автономії незадовільний	<60

## Практична робота 6. Адаптивний LMS алгоритм для лінійного короткострокового прогнозування.

**Мета роботи:** реалізація алгоритму LMS для короткострокового лінійного прогнозування

**Підготовка до роботи:** повторити теоретичні відомості про алгоритм LMS.

### Хід роботи

1. Взяти дані часового ряду  $d_t$  з файлу «dData.txt»,  $t = \overline{0, T}$ ,  $T = 10^3$ .

2. Реалізувати лінійне прогнозування даного часового ряду на 10 точок вперед (тобто спрогнозувати дані  $d_t$  для  $t = \overline{T+1, T+10}$ , на основі припущення про те, що дані часового ряду є лінійною комбінацією попередніх даних:

$$d_t = \sum_{j=1}^p h_j d_{t-j}, \quad (6.1)$$

$p$  – «глибина» відповідного прогнозувального фільтру). При цьому провести адаптацію вагових коефіцієнтів  $h_j$ ,  $j = \overline{1, p}$  на основі адаптивного LMS-алгоритму:

2.1. Присвоїти  $h_j := 0$ ,  $j = \overline{1, p}$ ; та  $x_i := d_i$ ,  $i = \overline{0, p-1}$ , операція  $:=$  означає присвоювання.

2.2. Для  $t = \overline{p, T}$ ,  $j = \overline{1, p}$  на кожному кроці виконувати такі дії:

$$h_j := h_j + 2\mu \left( d_t - \sum_{i=1}^p h_i d_{t-i} \right) d_{t-j}; \quad x_t := \sum_{i=1}^p h_i d_{t-i}, \quad (6.2)$$

$\mu = 10^{-4}$  – заданий крок алгоритму.

3. Побудувати на одному графіку величини  $d_t$  та  $x_t$ ,  $t = \overline{0, T}$ , впевнитись у тому, що починаючи з деякого моменту часу ці величини добре співпадають, що свідчить про адекватну адаптацію вагових коефіцієнтів.

4. Побудувати прогноз для значень  $d_t$  для  $t = \overline{T+1, T+10}$  таким чином:

4.1. Присвоїти  $\hat{x}_t := x_t, t = \overline{0, T}$ .

4.2. Присвоїти

$$\hat{x}_t := \sum_{j=1}^p h_j \hat{x}_{t-j}, t = \overline{T+1, T+10}, \quad (6.3)$$

де  $h_j$  – адаптовані вище ваги;  $\hat{x}_t$  при  $t = \overline{T+1, T+10}$  – спрогнозовані значення  $d_t$ .

5. «Істинні» значення часового ряду  $d_t$  взяти з файлу «d.txt». Заповнити для різних значень  $p$  табл. 6.1:

Таблиця 6.1.

$p$	MAPE, %
1	
2	
⋮	
20	

де

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{\hat{x}_{T+j} - d_{T+j}}{d_{T+j}} \right| \cdot 100\% \quad (6.4)$$

є середньою абсолютною відсотковою помилкою прогнозування,  $N = 10$  – кількість точок, на які зроблене прогнозування. Для такого  $p$ , для якого відповідна помилка буде найменшою, вивести на екран значення  $d_t$  та відповідні прогнозні значення  $\hat{x}_t$ . Чому дорівнює відповідне значення  $p$ ?

6. Впевнитись, що для даних з цієї практичної роботи відповідний алгоритм прогнозування працює лише для короткострокових прогнозів (наприклад, обчисливши MAPE для отриманого значення  $p$  з пункту 5 та для  $N = 100$ ).

## Практична робота 7. Використання алгоритму LMS для вилучення інтерференції

**Мета роботи:** реалізація алгоритму LMS для вилучення інтерференційних завад, що мають вигляд синусоїди.

**Підготовка до роботи:** повторити теоретичні відомості про алгоритм LMS.

### Відомості до виконання роботи

Нехай є корисний сигнал  $s_t$ , який через інтерференційні завади приходить на приймач у вигляді  $d_t = s_t + n_t$ , де завада  $n_t$  є синусоїдою  $n_t = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$ . Вважається, що амплітуда і фаза синусоїди невідомі, проте відома її частота. Задачею алгоритму LMS є вилучення інтерференційної завади для виокремлення корисного сигналу.

У роботі розглянуто випадок, коли на корисний сигнал, що має вигляд

$$s(t) = \text{sign}(\sin(\omega t)), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = 0,15\text{с}, \quad (7.1)$$

накладено інтерференційну заваду

$$n(t) = 2 \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin(\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t), \quad \omega_0 = 2\pi f_0, \quad f_0 = 50\text{Гц}. \quad (7.2)$$

Дані сигналу на вході приймача приймаються у проміжок часу від 0с до 1,5с у вигляді дискретного набору значень, які детектуються через інтервал  $\Delta t = 10^{-4}$ с. Вважається, що кутова частота  $\omega_0$  є заздалегідь відомою, а амплітуда та фаза величини (7.2) не є заздалегідь відомими, алгоритм після адаптації має сам «знайти» амплітуду та фазу.

Відповідні дискретні сигнали є такими:

$$s_j = \text{sign}(\sin(\omega \cdot \Delta t \cdot j)), \quad n_j = 2 \sin\left(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j + \frac{\pi}{6}\right), \quad d_j = s_j + n_j, \quad j = \overline{0, T}, \quad (7.3)$$

де  $T = 1,5 \cdot 10^4$ .

Алгоритм шукає сигнал

$$x_j = a_j \sin(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j) + b_j \cos(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j), \quad (7.4)$$

де величини  $a_j$  та  $b_j$  адаптуються таким чином, щоб була збіжність у середньому згідно (7.2)

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \langle a_j \rangle = \sqrt{3}, \quad \lim_{j \rightarrow \infty} \langle b_j \rangle = 1, \quad (7.5)$$

на практиці це проявляється таким чином, що починаючи з деякого номеру послідовність  $a_j$  починає слабко осцилювати навколо значення  $\sqrt{3}$ , а послідовність  $b_j$  починає слабко осцилювати навколо значення 1.

Реалізація алгоритму відбувається таким чином:

1. Задаються початкові значення та крок алгоритму:  $a_0 = b_0 = 0$ ,  $\mu = 4 \cdot 10^{-4}$ .
2. На кожному кроці проводиться адаптація величин  $a_j$  та  $b_j$ :

$$e_j = d_j - a_{j-1} \sin(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j) - b_{j-1} \cos(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j), \quad (7.6)$$

$$a_j = a_{j-1} + 2\mu e_j \sin(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j), \quad b_j = b_{j-1} + 2\mu e_j \cos(\omega_0 \cdot \Delta t \cdot j), \quad j = \overline{1, T}.$$

Очищеним від інтерференційної завади корисним сигналом є  $e_j$ .

### Завдання до роботи

1. Реалізувати алгоритм LMS, який проводить адаптацію величин величини  $a_j$  та  $b_j$ .

2. На одному графіку побудувати величини  $e(t)$  та  $s(t)$ . На іншому графіку побудувати величини  $d(t)$  та  $s(t)$ . Для побудови цих графіків по осі у виводити відповідні послідовності  $(e_j, s_j, d_j)$ , а по осі x послідовність значень часу  $t_j = j\Delta t$ ,  $j = \overline{0, T}$ . Впевнитись, що починаючи з деякого моменту часу очищений алгоритмом сигнал  $e(t)$  стає дуже близьким до корисного сигналу  $s(t)$  (має місце збіжність у середньому, іншими словами, починаючи з деякого моменту часу  $e(t)$  починає слабко осцилювати навколо  $s(t)$ ).

3. Побудувати графіки послідовностей  $a_j$  та  $b_j$ ,  $j = \overline{0, T}$ . Впевнитись, що виконується збіжність у середньому (7.5).

## Практична робота 8. Алгоритм RLS для виділення корисного сигналу з його суміші з шумом.

**Мета роботи:** реалізація алгоритму RLS для виділення корисного сигналу з його суміші з шумом.

**Підготовка до роботи:** повторити теоретичні відомості про алгоритм RLS.

### Відомості до виконання роботи

Алгоритм RLS (recursive least squares) є адаптивним алгоритмом, що використовується у тому ж випадку, що і алгоритм LMS. Його перевагою порівняно з алгоритмом LMS є швидша і краща збіжність, а недоліком – значно більший обсяг обчислень.

Величини  $d_t, s_t, n_t, y_t, h_t, e_t, p$  в рамках цієї роботи мають той же самий фізичний зміст, що і в рамках попередньої роботи. Математичною задачею алгоритму RLS є мінімізація виразу

$$\sum_{t=0}^T \lambda^{T-t} (y_t - d_t)^2 \rightarrow \min, \quad (8.1)$$

де  $T$  – поточний час на відповідній ітерації алгоритму,  $\lambda \in (0;1]$  – так званий «фактор забування», що може враховувати той факт, що більш ранні відліки сигналу мають меншу важливість ніж більш пізні. На практиці часто  $\lambda \in (0,98;1]$ , у випадку  $\lambda = 1$  всі відліки вважаються однаково важливими. На основі матричної тотожності Вудбері можна показати, що відповідний рекурсивний алгоритм (алгоритм RLS), що розв'язує так задачу, є наступним. На кожній ітерації відбувається «адаптація» вагових коефіцієнтів  $h_0, h_1, \dots, h_p$  на основі таких дій:

$$\alpha(T) = d_T - \mathbf{X}^T(T) \mathbf{h}(T-1), \quad \mathbf{g}(T) = \frac{\mathbf{P}(T-1) \mathbf{X}(T)}{\lambda + \mathbf{X}^T(T) \mathbf{P}(T-1) \mathbf{X}(T)}, \quad (8.2)$$



$$\mathbf{P}(T) = \lambda^{-1} \mathbf{P}(T-1) - \mathbf{g}(T) \mathbf{X}^T(T) \lambda^{-1} \mathbf{P}(T-1),$$

$$\mathbf{h}(T) = \mathbf{h}(T-1) + \mathbf{g}(T) \alpha(T), \quad e_T = d_T - \mathbf{h}^T(T) \mathbf{X}(T), \quad T \geq p.$$

де не жирним позначено числа, жирним – матриці;  $\mathbf{X}(T)$ ,  $\mathbf{h}(T)$ ,  $\mathbf{g}(T)$  – стовпці  $p+1 \times 1$ ,  $\mathbf{P}(T)$  – матриця  $p+1 \times p+1$ ;  $\mathbf{h}(T)$  – стовпець значень вагових коефіцієнтів  $h_0, h_1, \dots, h_p$  в заданий момент часу,

$$\mathbf{h}(T) = (h_0(T) \quad h_1(T) \quad \dots \quad h_p(T))^T, \quad (8.3)$$

$$\mathbf{X}(T) = (x_T \quad x_{T-1} \quad \dots \quad x_{T-p})^T.$$

Значення  $\mathbf{h}(p)$  та  $\mathbf{P}(p)$  зазвичай обираються таким чином:

$$\mathbf{h}(p) = (0 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T, \quad \mathbf{P}(p) = \delta^{-1} \cdot \mathbf{I}, \quad (8.4)$$

$\mathbf{I}$  – одинична матриця,  $\delta = \text{const} > 0$ , значення  $\delta$  обирають малим при великому відношенні сигнал-шум і великим при малому відношенні сигнал-шум. Значення  $e_T$  при  $T < p$  можна вважати рівними нулю.

### Завдання до роботи

1. Взяти дані з практичної роботи №5. Обрати параметри  $p=100$ ,  $\delta^{-1}=0,9$ .
2. Реалізувати алгоритм RLS.
3. На одному графіку побудувати обчислені очищений від шуму сигнал  $e_t$  та корисний сигнал  $s_t$ . Ще на одному графіку одночасно побудувати корисний сигнал  $s_t$  та сигнал  $d_t$ . За даними графіками впевнитись, що починаючи з деякого моменту часу RLS–алгоритм добре виділяє корисний сигнал з суміші корисного сигналу та шуму.
4. Порівняти результати роботи RLS–алгоритму з результатами роботи LMS–алгоритму при  $p=100$  (самостійно «методом спроб і помилок» підібрати крок  $\mu$  таким чином, щоб LMS–алгоритм якомога краще виділяв корисний сигнал з суміші корисного сигналу та шуму) та зробити висновки.

Завдання можна виконувати в будь-якому зручному для вас математичному пакеті чи мові програмування.

## Практична робота 9. Реалізація фільтру Баттерворта другого порядку в електроніці.

**Мета роботи:** реалізація фільтру нижніх частот (ФНЧ) другого порядку в електроніці у програмі Multisim

**Підготовка до роботи:** повторити теоретичні відомості про ФНЧ Баттерворта

### Хід роботи

1. Зібрати в Multisim схему, зображену на рис. 9.1

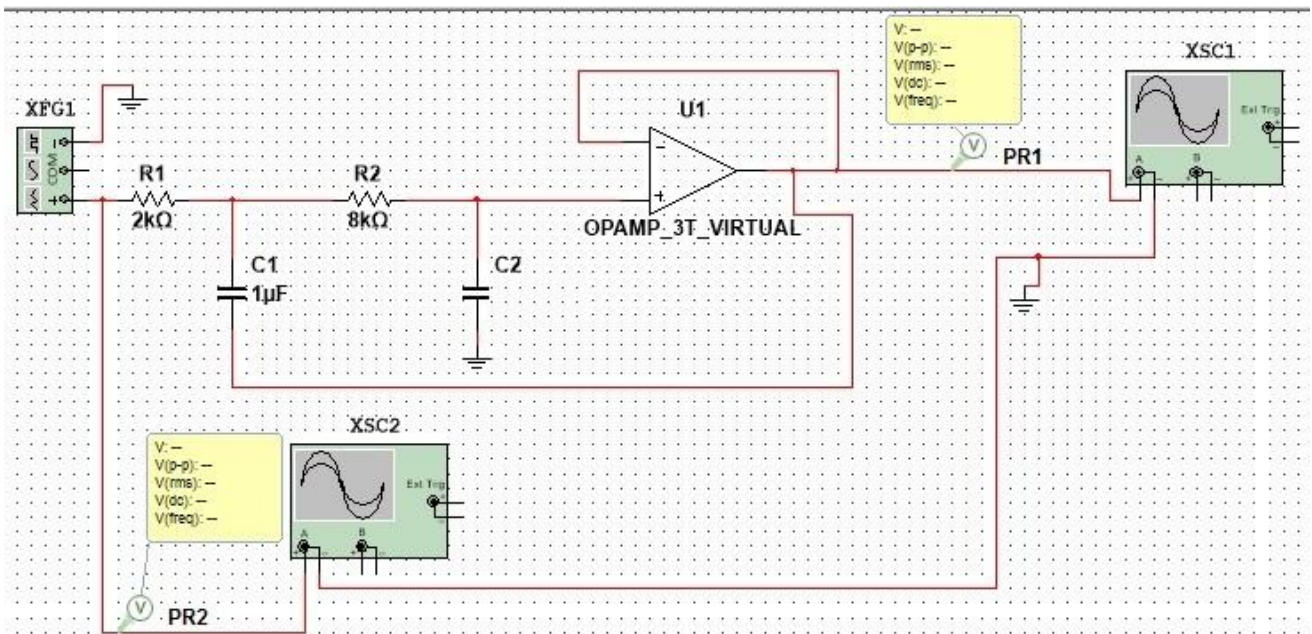


Рисунок 9.1

Генератору XFG1, що генерує вхідний сигнал, задати параметри згідно рис. 9.2. (частоту задати у відповідності з наведеною нижче табл. 9.1). Осцилограф XSC1, осцилограф XSC2 показує вхідний сигнал.

Значення  $C_2$  підібрати таким чином, щоб виконалась рівність

$$C_2(R_1 + R_2)^2 = 2C_1R_1R_2. \quad (9.1)$$

Впевнитись, що в усталеному режимі роботи дана схема є фільтром Батерворта, тобто відношення амплітуди виходу до амплітуди входу дорівнює

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^4}}, \quad \omega_c = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}, \quad K \equiv \frac{A_{\text{ВИХ}}}{A_{\text{ВХ}}}. \quad (9.2)$$

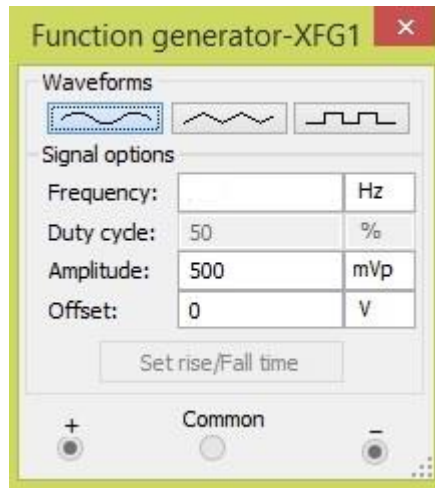


Рисунок 9.2

Заповнити таблицю 9.1, впевнитись в тому, що Multisim відтворює теоретичну залежність (9.2) для фільтра Батерворта.

Таблиця 9.1.

$\omega/\omega_c$	$\omega$	$f$	$K(\omega)$ , теорія	$K(\omega)$ , Multisim
0,1				
0,6				
1				
1,5				
2				
10				

Впевнитись в тому, що схема змінює амплітуду і фазу; але не змінює частоту сигналу. Для  $\omega = \omega_c$  зробити відповідні скріншоти осцилограм, за

якими порівняти періоди вхідного і вихідного сигналів, а також впевнитись в неспівпадінні фаз (максимум вихідної осцилограми не відповідає максимуму вхідної осцилограми).

При виконанні роботи не забувати, що кутова частота  $\omega$  та частота  $f$  пов'язані співвідношенням

$$\omega = 2\pi f, \quad (9.3)$$

в параметрах генератору вказана частота, а не кутова частота!

## Практична робота 10. Реалізація фільтрів Чебишова нижніх частот та еліптичного фільтра нижніх частот в електроніці.

**Мета роботи:** реалізація фільтрів нижніх частот (ФНЧ) другого порядку: Чебишова першого і другого роду та еліптичного фільтра в електроніці у програмі Multisim

**Підготовка до роботи:** повторити теоретичні відомості про ФНЧ Чебишова (першого і другого роду) та про еліптичний фільтр.

### Частина 1. Реалізація фільтра Чебишова першого роду

Зібрати в Multisim схему як на рис. 10.1:

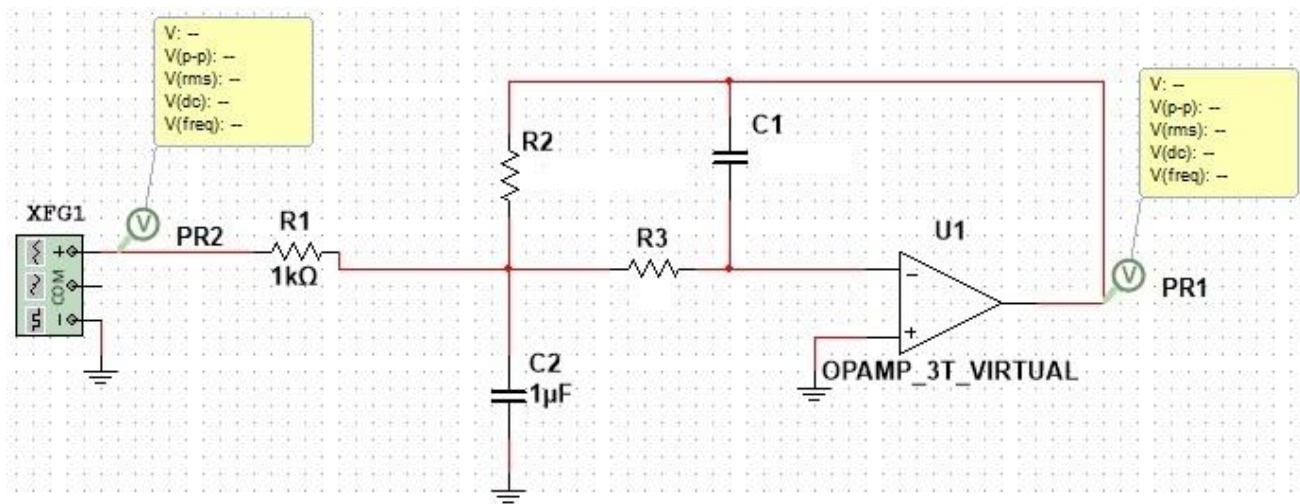


Рисунок 10.1

Операційному підсилювачу OPAMP\_3T\_VIRTUAL та генератору XGF1 задати параметри згідно рис. 8.2 та рис. 8.3. Частоту генератора задавати згідно табл. 10.1. Значення  $R_2$ ,  $R_3$  та  $C_1$  задати так:

$$R_3 = R_1, R_2 = \frac{2}{\sqrt{5}} R_1, C_1 = \frac{4(\sqrt{5}-1)}{(4+\sqrt{5})^2} C_2. \quad (10.1)$$

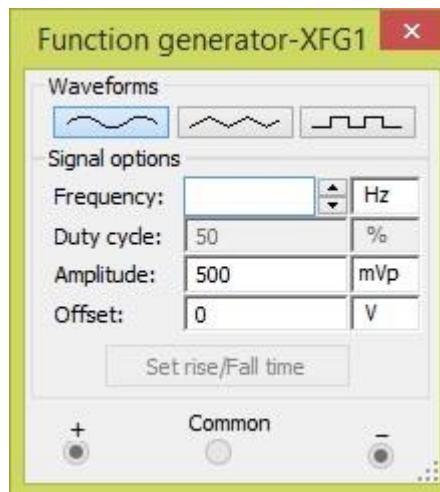


Рисунок 10.2

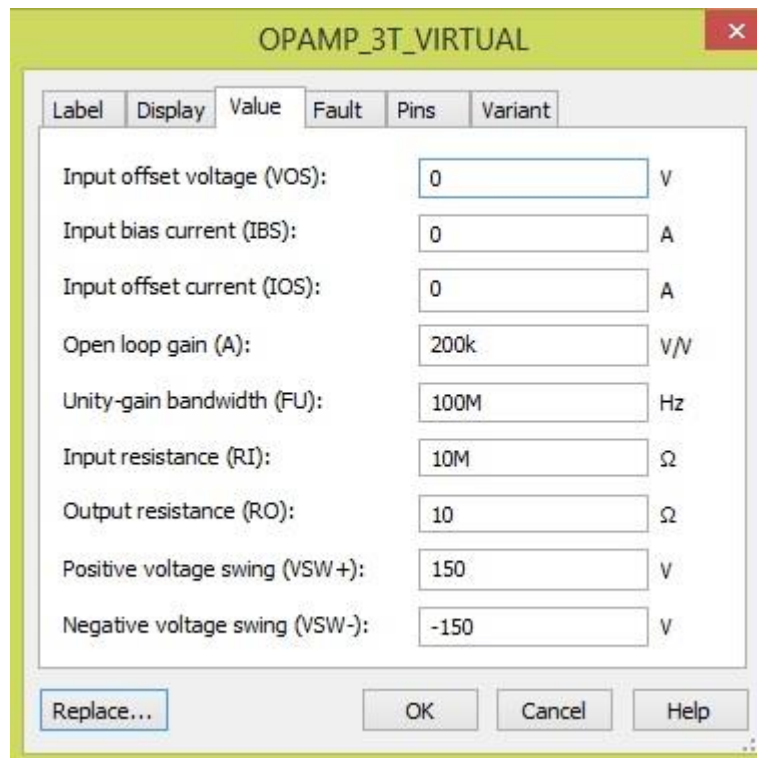


Рисунок 10.3

Впевнитись в тому, що задана схема є фільтром Чебишова першого роду з параметром пульсацій  $\varepsilon = 1/2$  та кутовою частотою зрізу

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_1}}, \quad (10.2)$$

тобто відношення амплітуди виходу до амплітуди входу дорівнює

$$K(\omega) = 1 / \sqrt{1 + \varepsilon^2 (2(\omega/\omega_c)^2 - 1)^2} \quad (10.3)$$

Заповнити табл. 10.1., впевнитись в тому, що Multisim відтворює теоретичну залежність (10.3).

Таблиця 10.1.

$\omega/\omega_c$	$\omega$	$f$	$K(\omega)$ , теорія	$K(\omega)$ , Multisim
0,1				
0,6				
1				
1,5				
2				
10				

### Частина 2. Реалізація фільтру Чебишова другого роду

Зібрати в Multisim схему як на рис. 10.4:

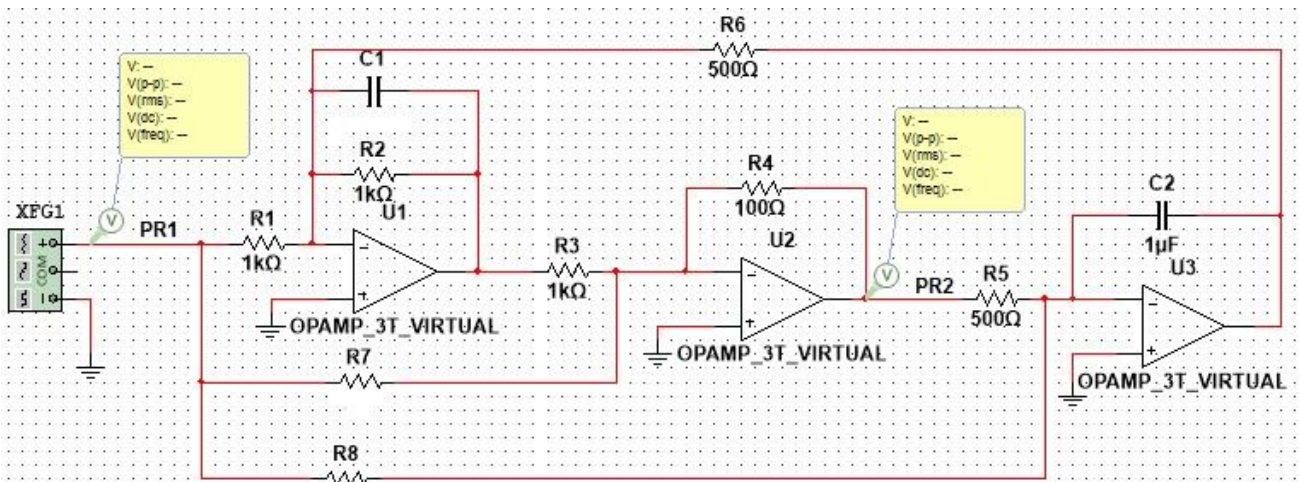


Рисунок 10.4

Параметри генератора поставити як на рис. 10.2, параметри всіх підсилювачів – як на рис. 8.3. Значення  $R_7$ ,  $R_8$  та  $C_1$  задати так:



$$R_7 = \frac{R_1 R_3}{R_2}, R_8 = R_5, C_1 = \left[ \frac{2R_4 R_2^2}{C_2 R_6 R_3 R_8} \left( 1 - \frac{R_4}{R_7} \right) \right]^{-1}. \quad (10.4)$$

Впевнитись, що дана схема з хорошою точністю є фільтром Чебишова другого роду з параметром пульсацій

$$\varepsilon = \frac{R_4}{R_7} \ll 1 \quad (10.5)$$

та кутовою частотою зрізу

$$\omega_c = \sqrt{\frac{R_7}{2C_1 C_2 R_6 R_3 R_8}}, \quad (10.6)$$

тобто з хорошою точністю виконується теоретична залежність

$$K(\omega) = 1 / \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2 (2(\omega_c^2 / \omega^2) - 1)^2}}. \quad (10.7)$$

Заповнити табл. 10.2, впевнитись в тому, що Multisim відтворює теоретичну залежність (10.7).

Таблиця 10.2

$\omega/\omega_c$	$\omega$	$f$	$K(\omega)$ , теорія	$K(\omega)$ , Multisim
0,1				
0,4				
0,6				
1				
1,1				
10				

### **Частина 3. Реалізація еліптичного фільтру**

Зібрати в Multisim схему як на рис. 10.5. Параметри генератора поставити як на рис. 8.3, параметри всіх підсилювачів – як на рис. 10.2.

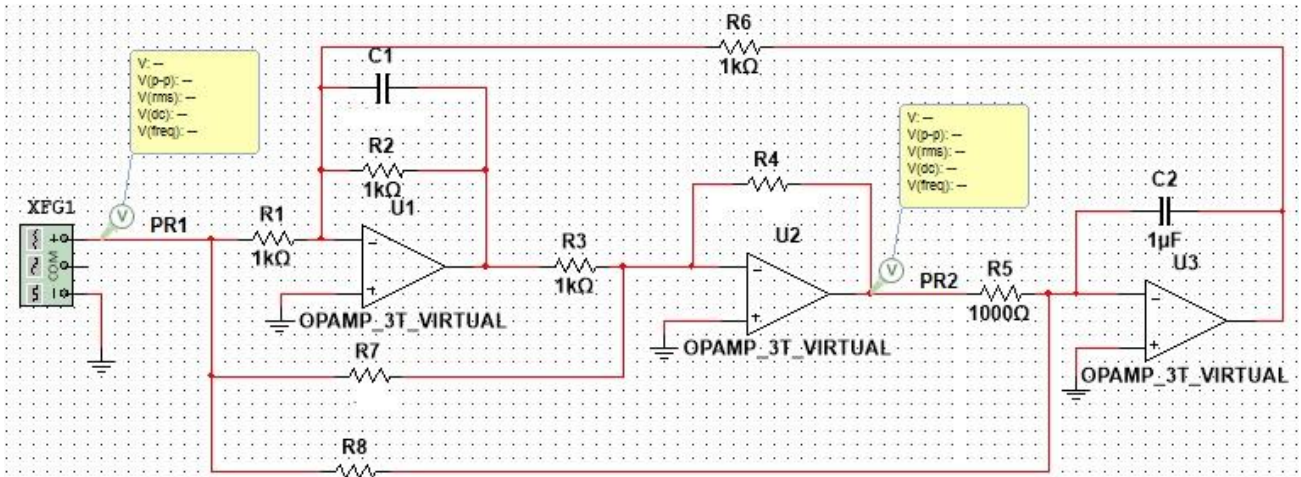


Рисунок 10.5

Задати параметр крутизни  $\xi = 1,5$ . Значення  $R_7$ ,  $R_8$ ,  $R_4$  та  $C_1$  задати так:

$$R_7 = \frac{R_1 R_3}{R_2}, R_4 = R_7 \left(1 - \sqrt{1 - \xi^{-2}}\right), R_8 = R_5 \sqrt{1 + \frac{1 - (R_4/R_7)^2}{(2 - (R_4/R_7))^2}}, \quad (10.8)$$

$$C_1 = \left\{ \frac{2R_2^2 R_4}{C_2 R_6 R_3 R_8} \left[ \frac{R_8}{R_5} - \frac{R_4}{R_7} - \varepsilon^2 \left(2 - \frac{R_4}{R_7}\right) \right] \right\}^{-1}, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{R_8^2}{R_5^2} - 1}.$$

Впевнитись, що дана схема є еліптичним фільтром з параметром пульсацій

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{R_8^2}{R_5^2} - 1}, \quad (10.9)$$

параметром крутизни  $\xi = 1,5$  та кутовою частотою зрізу

$$\omega_c = \sqrt{\frac{R_4}{C_1 C_2 R_6 R_3 R_8}}, \quad (10.10)$$

тобто має виконуватись теоретична залежність

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\varepsilon \cdot R_2(\xi, \omega/\omega_c))^2}}, \quad R_2(\xi, x) = \frac{(1 + \sqrt{1 - \xi^{-2}})x^2 - 1}{(-1 + \sqrt{1 - \xi^{-2}})x^2 + 1}. \quad (10.11)$$

Заповнити табл. 8.3, впевнитись в тому, що Multisim відтворює теоретичну залежність (10.11).

Таблиця 10.3

$\omega/\omega_c$	$\omega$	$f$	$K(\omega)$ , теорія	$K(\omega)$ , Multisim
0,1				
0,9				
1,1				
1,2				
1,3				
1,4				
1,7				
10				

При виконанні роботи не забувати, що кутова частота  $\omega$  та частота  $f$  пов'язані співвідношенням (9.3).

## Список рекомендованої літератури

1. O. Yu. Gusev, V. M. Gorev, V. I. Korniienko, “Theory of Adaptive Fitratio”, Dnipro, NTU “DP”, 2019, 156 p.
2. S. Miller and D. Childers, “Probability and Random Processes With Applications to Signal Processing and Communications. Second edition”, Amsterdam: Elseiver/Academic Press, 2012, 598 p.
3. P. S. R. Diniz, “Adaptive Filtering. Algorithms and Practical Implementation”, Springer Nature Switzerland AG, 2020, 495 p.
4. M. Kleehammer, “Mathematical Development of the Elliptic Filter”, Queen's University at Kingston [Electronic resource], 2013, 71 p., online: <https://qspace.library.queensu.ca/bitstream/handle/1974/8209/Filter%20Theory.pdf?sequence=1>

А також матеріали курсу «Теорія адаптивної фільтрації» в системі дистанційної освіти НТУ «Дніпровська політехніка»:

<https://do.nmu.org.ua/course/view.php?id=2064>

**Горєв В'ячеслав Миколайович**

**ТЕОРІЯ АДАПТИВНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ.**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ДИСЦИПЛІНИ**

для здобувачів-магістрів спеціальності 172 Телекомунікації та радіотехніка

**ЧАСТИНА ДРУГА**

Видано в редакції автора

Підписано до друку \_\_.\_\_.\_\_\_\_. Формат 30x42/4.

Папір офсет. Ризографія. Ум. друк. арк. 1,6.

Обл.-вид. арк.1,6. Тираж     пр. Зам. №

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»  
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19.