

УДК 622.673:539.4

Колосов Д.Л., д.т.н., доц., зав каф. механічної та біомедичної інженерії

Онищенко С.В., к.т.н., доц. каф. механічної та біомедичної інженерії

(Національний технічний університет "Дніпровська політехніка", м. Дніпро, Україна)

### ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОМПОЗИТНОГО КАНАТА З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ РОЗРИВУ ЕЛЕМЕНТА АРМУВАННЯ

Канат підйомної машини утримує вантаж. Вантовий канат утримує капітальну споруду. Його міцність, разом з іншими чинниками, впливає на рівень безпеки використання підйомної машини, експлуатації капітальної споруди. Гумотросовий канат – композитна конструкція. Вплив розривів елементів армування стрічки проаналізовано в публікаціях [1-4]. Можливості часткового відновлення тягової спроможності гумотросових канатів та стрічок присвячені роботи [5, 6].

Методика визначення напруженого стану гумотросового каната з урахуванням механічних характеристик і конструкції каната, та можливого розриву довільного троса відсутня. Відсутність можливості визначати напружений стан канатів з урахуванням комплексу перерахованих чинників обмежує їх використання в підйомних машинах та як вантових канатів капітальних споруд. Розробка методики визначення напруженого стану каната дозволить розв'язати актуальну задачу підвищення безпеки використання гумотросових канатів на підйомних машинах та як вантових канатів капітальних споруд.

Приймемо наступну розрахункову схему. Система з  $M$  паралельних, жорстких на згин пружних стрижнів довжиною  $L$  взаємодіє через пружне неперервне середовище, в якому виникають дотичні напруження. Деформування відбувається в межах лінійного закону. Один трос ( $j$ -тий) має розрив неперервності на відстані  $l$  ( $0 < l < L$ ) від перерізу закріплення тросів. На канат діє сила  $P$ .

Розв'язок задачі має вигляд [3, 4]

$$u_i = \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} + B_m e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i-0,5)) + \frac{P x}{E F} + \varepsilon, \quad (1)$$

де  $A_m$ ,  $B_m$ ,  $\varepsilon$  – невідомі сталі величини;  $M$  – кількість тросів в канаті;  $P$  – сила розтягу

троса;  $\mu_m = \frac{\pi m}{M}$ ;  $\beta_m = \pm \sqrt{2 \frac{G b k_G}{h E F} (1 - \cos(\mu_m))}$ ;  $b$  – товщина каната;  $c$  – крок

розташування тросів в канаті;  $d$  – діаметр троса;  $G$  – модуль зсуву матеріалу гумової оболонки каната;  $k_G$  – коефіцієнт, що враховує форму перерізу гумової оболонки;  $h$  – мінімальна відстань поміж суміжними тросами каната;  $E$ ,  $F$  – зведений модуль пружності на розтяг матеріалу тросів та площа їх поперечного перерізу.

Навантаження тросів

$$p_i = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_m e^{\beta_m x} - B_m e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m (i-0,5)) + P. \quad (2)$$

Канати приєднують до конструктивних елементів підйомних комплексів, капітальних споруд. Умови приєднання залежать від конструкції вузлів приєднання. Задачу визначення напружено-деформованого стану розв'яжемо у загальному вигляді – без задання умов приєднання кінців каната. Згідно поставленої задачі, канат має розрив неперервності троса. Це унеможливило прийняття рішень (1) та (2) для каната в цілому. Застосуємо окремі рішення для двох частин каната. Для першої  $0 \leq x \leq l$  та другої  $l \leq x \leq L$  частин каната. Їм надамо номери 1 та 2. Номери будемо вказувати в

нижньому індексі величини, що стосується лише вказаної частини. Переміщення та навантаження тросів другої частини запишемо в наступних формах

$$u_{i,2} = \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{m,2} e^{\beta_m x} + B_{m,2} e^{-\beta_m x} \right) \cos(\mu_m (i-0,5)) + \frac{P x}{E F} + \varepsilon_2, \quad (3)$$

$$p_{i,2} = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( A_{m,2} e^{\beta_m x} - B_{m,2} e^{-\beta_m x} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m (i-0,5)) + P. \quad (4)$$

Частини каната становлять собою єдиний канат довжиною  $L$ . В перерізі  $x = l$  мають виконуватися умови

$$p_{i,1} = p_{i,2} \quad (1 \leq i \leq M), \quad (5)$$

$$p_{j,1} = p_{j,2} = 0. \quad (6)$$

Величина зазору між тросами в перерізі розриву залежить від навантаження каната. Умовно прийемо її рівною одиниці. Умова виникнення одиничного зазору поміж кінцями ушкодженого троса

$$u_{i,1} - u_{i,2} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases}, \quad (7)$$

де  $j$  – номер троса з розривом неперервності в перерізі  $x = l$ .

Останню умову прирівняємо  $\delta$ -функції. Її задамо рядом Фур'є на дискретній осі номерів тросів обмеженої довжини

$$u_{i,1} - u_{i,2} = \frac{2}{M} \cos(\mu_m (i-0,5)) + \frac{1}{M}. \quad (8)$$

З умов (5) та (7) маємо наступні співвідношення

$$A_{m,1} - B_{m,1} e^{-2\beta_m l} - A_{m,2} + B_{m,2} e^{-2\beta_m l} = 0, \quad (9)$$

$$A_{m,1} + B_{m,1} e^{-2\beta_m l} - A_{m,2} - B_{m,2} e^{-2\beta_m l} = \frac{2}{M e^{\beta_m l}} \cos(\mu_m (j-0,5)), \quad (10)$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{1}{M}. \quad (11)$$

Після спрощення виразів (9), (10) отримаємо

$$A_{m,1} = A_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m (j-0,5))}{M e^{\beta_m l}}, \quad (12)$$

$$B_{m,1} = B_{m,2} + \frac{\cos(\mu_m (j-0,5))}{M} e^{\beta_m l}. \quad (13)$$

Прийmemo, що переміщення першої частини відсутні  $\varepsilon_1 = 0$ . Тоді

$$\varepsilon_2 = -\frac{1}{M}. \quad (14)$$

Врахуємо вирази (9) та (10). Запишемо значення сили навантаження  $j$ -того троса в перерізі  $x = l$ . Відповідно до (6) внутрішня сила навантаження троса має дорівнювати нулю. Для цього помножимо першу складову виразу (2) на співвідношення реальної величини зазору поміж тросами та прийнятої в умові (7) рівною одиниці. Врахуємо (12), (13)

$$p_{i,1} = E F \sum_{m=1}^{M-1} \left( \begin{array}{l} A_{m,2} e^{\beta_m x} + \frac{\cos(\mu_m (j-0,5))}{M} \\ -B_{m,2} e^{-\beta_m x} - \frac{\cos(\mu_m (j-0,5))}{M} \end{array} \right) \beta_{m,k} \cos(\mu_m (i-0,5)) Q + P, \quad (15)$$

де

$$Q = -P \left[ \frac{EF}{M} \sum_{m=1}^{M-1} \begin{pmatrix} A_{m,2} e^{\beta_m l} + \cos(\mu_m(j-0,5)) \\ -B_{m,2} e^{-\beta_m l} - \cos(\mu_m(j-0,5)) \end{pmatrix} \beta_{m,k} \cos(\mu_m(j-0,5)) \right]^{-1}. \quad (16)$$

Відповідно, у інших виразах розподілу сил та переміщень тросів першої та другої частин, складові виразів, залежні від номера троса, мають бути помножені на вказане співвідношення. Вони визначають напружено-деформований стан каната з ушкодженим тросом.

В отриманих рішеннях залишаються невідомими два вектори невідомих сталей. Вони мають визначатися з умов закріплення кінців каната в підйомній установці або на капітальній споруді.

**Висновки.** Відомі дослідження не дозволяють урахувати вплив наявності ушкодженого троса на його напружено-деформований стан. Розроблена модель та алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану гумотросового каната довільної конструкції, з урахуванням наявності в ньому розриву суцільності довільно розташованого троса. Модель побудована методами механіки композитних матеріалів. Вона розв'язана аналітично в замкненому вигляді. Отриманий алгоритм можна вважати достатньо достовірним і таким, що дозволяє обґрунтовано визначати умови безпечного використання гумотросових канатів у разі ушкодження довільного троса.

### Перелік посилань

2. Бельмас І.В., Бобильова І.Т. (2012) Вплив поривів тросів на міцність плоского тягового органу. *Recueil des exposes des participants de VI Conference internationale scientifique et methodique*, Donetsk. 88-91.
3. Ропай, В.А. (2016) *Шахтные уравновешивающие канаты: монография*. Днепропетровск: Национальный горный университет – 263 с.
4. Belmas, I., Kolosov, D. (2011). The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. *Technical and Geoinformationel Systems in Mining*. Taylor & Francis Group, London, UK. 211-214.
5. Belmas, I., Kolosov, D., Bilous, O., Onyshchenko, S. (2018). Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages. *Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools*, 26(2), 231–238.
6. Колосов, Д.Л., Білоус, О.І., Гуров, І.А. (2019). Міцність відновленої гумотросової стрічки. Математичні проблеми технічної механіки та прикладної математики. Матеріали міжнародної наукової конференції. Дніпро, Кам'янське. 126-127.
7. Belmas, I., Kolosov, D., Onyshchenko, S., Bobylova, I. (2020). Часткове відновлення тягової здатності гумотросового тягового елемента з пошкодженою тросовою основою. *Збірник наукових праць національного гірничого університету*, (60), 196-206.