

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ДНІПРОВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»



Кафедра економіки та економічної кібернетики

І.М. Пістунів., І.Ю. Турчанінова

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ
для студентів загальноєкономічної підготовки

Дніпро
2023

Економіко-математичні методи та моделі: метод. рекомендації до виконання практичних робіт для студентів спеціальності 051 «Економіка» / уклад. І.М. Пістунов., І.Ю. Турчанінова – Дніпро: НТУ «ДП», 2023. – 44 с.

Укладач **І.М. Пістунов**, докт. техн. наук, проф., І.Ю. Турчанінова.

ЗМІСТ

Методичні вказівки щодо виконання практичних робіт.....	4
Практична робота № 1	4
Тема: Вирішення економічних оптимізаційних завдань за допомогою MS Excel. Розв'язок задач лінійного програмування. Задача планування виробництва	4
Практична робота № 2	18
Тема: Кластеризація об'єктів	18
Практична робота № 3.....	22
Тема: Транспортна задача.....	22
Варіанти для I завдання.....	22
Практична робота № 4.....	27
Тема: Задачі масового обслуговування.	27
Практична робота № 5.....	31
Тема: Оптимальні рішення в інвестиційному проектуванні.....	31
Практична робота № 6	33
Тема: Елементарна теорія портфеля. Моделі Марковіца й Тобіна.....	33

Методичні вказівки щодо виконання практичних робіт

Навчальним планом з дисципліни "Економіко-математичні методи та моделі" передбачено виконання практичних робіт. Перед розв'язуванням задач необхідно вивчити відповідний розділ теоретичного матеріалу. При виконанні практичної роботи студент повинний дотримувати таких правил:

1. Титульна сторінка роботи оформлюється за зразком.
2. Розв'язування кожної задачі треба починати з наведення її повної умови.
3. Рішення задач необхідно супроводжувати поясненнями, графіками та посиланнями на відповідні теоретичні поняття та формули.
4. Якщо лабораторна робота після перевірки не зарахована, треба виправити помилки згідно з зауваженнями викладача. Це необхідно робити у кінці роботи (або в окремому зошиті), написавши спочатку титул "Робота над помилками". Вносити зміни до тексту вже перевіреної роботи категорично забороняється. Доопрацьована практична робота надається для повторної перевірки разом з першим варіантом.
5. Студент, що не виконав практичні роботи, до іспиту не допускається.

Практична робота № 1

Тема: Вирішення економічних оптимізаційних завдань за допомогою MS Excel. Розв'язок задач лінійного програмування. Задача планування виробництва

Мета роботи: Набути навичок складання математичної моделі задачі планування виробництва та її реалізації із використанням табличного процесору Excel.

1. Побудувати математичну модель представленого у варіанті завдання.
2. Ввести дані і формули на аркуш Microsoft Excel.
3. За допомогою інструменту Пошук рішення знайти рішення задачі.
4. Провести аналіз отриманих результатів.

Теоретичні відомості.

Для прикладу розглянемо рішення наступної задачі.

Умова задачі: Кондитерська фабрика для виготовлення трьох видів карамелі "Му-му", "Слива", "Ягідка" використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку, фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1т карамелі даного виду наведені у таблиці. В ній же наведена загальна кількість сировини кожного виду, яка може використовуватись фабрикою, а також прибуток від реалізації 1т карамелі даного виду.

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на 1 (т) карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	"Му-му"	"Слива"	"Ягідка"	
Цукор	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,2	0,4	0,3	600
Фруктове пюре	0	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1т продукції, грн	108	112	126	

Визначимо план виробництва карамелі, який забезпечує найбільший прибуток від її реалізації. Складемо математичну модель. Цільова функція:

$108x_1 + 112x_2 + 126x_3 \rightarrow \max$, обмеження:

$$\begin{cases} 0,8x_1 + 0,5x_2 + 0,6x_3 \leq 800, \\ 0,2x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 \leq 600, \\ 0x_1 + 0,1x_2 + 0,1x_3 \leq 120, \\ x_j \geq 0, \quad j = (1, 2, 3). \end{cases}$$

Розв'язання: Реалізація в Excel.

Створюємо таблицю з формулами, які пов'язують план, обмеження і цільову функцію (прибуток). Загальний вигляд розв'язку задачі планування виробництва наступний (рис.1):

	A	B	C	D	E	F
1		Норми витрат сировини (т) на 1 (т) карамелі			Загальна кількість сировини (т)	
2	Вид сировини					
4		"Му-му"	"Слива"	"Ягідка"		
5	Цукор	0,8	0,5	0,6	800	=СУММПРОИЗВ(B5:D5;B\$10:\$D\$10)
6	Патока	0,2	0,4	0,3	600	=СУММПРОИЗВ(B5:D5;B\$10:\$D\$10)
7	Фруктове пюре	0	0,1	0,1	120	=СУММПРОИЗВ(B5:D5;B\$10:\$D\$10)
8	Прибуток від реалізації 1т продукції, грн	108	112	126		=СУММПРОИЗВ(B5:D5;B\$10:\$D\$10)
9						
10	x_i	0	0	0		

Рис. 1.1. Початкова таблиця з формулами

Запускаємо програму Пошук рішень командою Дані/ Аналіз /Пошук рішення.

В полях Встановити цільову комірку, Змінюючи осередки, Обмеження вводимо відповідні адреси осередків. Так як це лінійна модель, то не забуваємо фіксувати в вікні Параметри пошуку рішень перемикач на позицію Лінійна модель і невід'ємні значення.

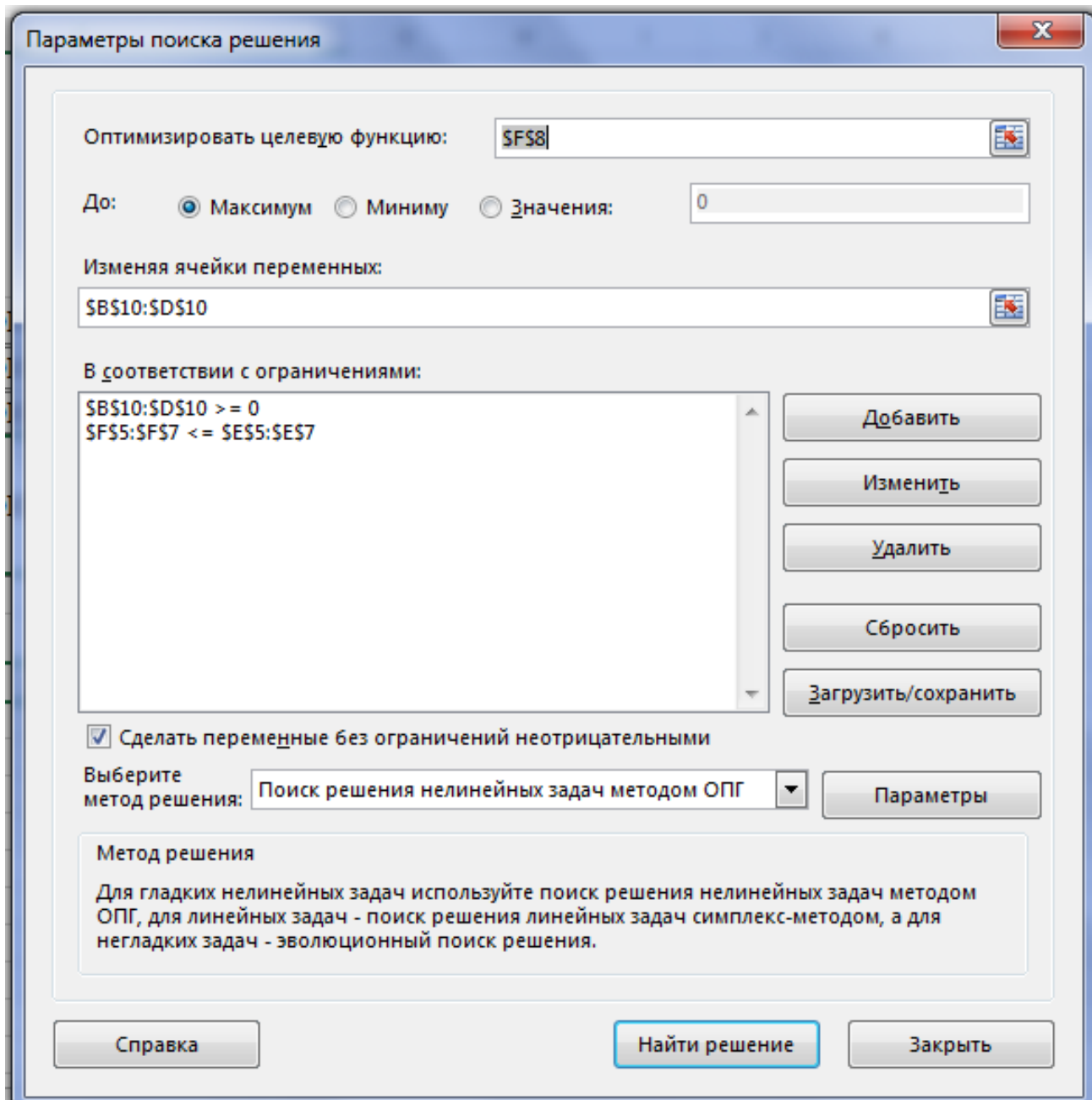


Рис. 1.2. Вікно надбудови «Пошук Рішення»

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на 1 (т) карамелі			Загальна кількість сировини (т)	Використана кількість сировини (т)	
2							
4		"Му-му"	"Слива"	"Ягідка"			
5	Цукор	0,8	0,5	0,6	800	800,00	
6	Патока	0,2	0,4	0,3	600	380,00	
7	Фруктове пюре	0	0,1	0,1	120	120,00	
8	Прибуток від реалізації 1т продукції, грн	108	112	126		162000,00	цФ
9		x_1	x_2	x_3			
10	x_i	100	0	1200			

Рис. 1.3. Результат після оптимізації

Відповідь: Для того щоб фірма могла отримувати максимальний прибуток 162000 грн. від продажу 1т. цукерок, вона має випускати цукерки "Му-му" (100 т.), цукерки "Ягідка" (1200 т.), виробництво цукерок "Слива" не є прибутковим, тому випускати їх не рекомендується. При збільшенні кількості сировини на 100 одиниць, всі показники кардинально змінюються.

Практична робота складається з двох задач. Першу задачу студент обирає з наведених нижче варіантів за останнім номером залікової книжки. В нумерації задач перша цифра – номер задачі, друга – останній номер залікової книжки. Друга задача обирається за номером в списку групи.

-

Варіанти І завдання

1.0. Цех консервного заводу для виготовлення 3-х партій консервів використовує послідовно різне технологічне обладнання. Витрати обладнання на партію консервів кожного виду вказані в таблиці.

Групи обладнання	Технічні коефіцієнти			Ціна (грн.)
	продукція I	продукція II	продукція III	
A	2	4	5	120
B	1	8	6	280
C	7	4	5	140
D	4	7	6	360
Прибуток (грн.)	10	14	12	

Технічні коефіцієнти вказують, яка кількість кожного виду обладнання необхідно для виготовлення продукції кожного виду. Знайти розв'язок, взявши за мету максимальний прибуток.

1.1. У буфеті студентської їдальні реалізуються бутерброди 3 видів А, В, С. Їх підготовка і реалізація вимагають використання 3 видів ресурсів, норми витрат яких наведені у таблиці:

Види ресурсів	Норми витрат ресурсів на 1 партію бутербродів			Запас ресурсів
	A	B	C	
I	2	1	2	38
II	1	3	2	44
III	3	2	1	40
Прибуток (грн.)	7	6	4	

Визначити план продажу бутербродів, який забезпечить максимум прибутку від їх реалізації.

1.2. Цех м'ясокомбінату для виготовлення 3 видів консервів використовує послідовно різне технологічне обладнання. Витрати обладнання на партію виробів кожного виду та його ціна наведені у таблиці.

Технічні коефіцієнти вказують, яка кількість кожного виду обладнання необхідна для виготовлення партії консервів кожного виду. Знайти розв'язок, взявши за мету максимальний прибуток.

Групи обладнання	Технічні коефіцієнти			Ціна (грн.)
	"Сніданок туриста"	"Паштет печінковий"	"Паштет міський"	
А	18	15	12	360
В	6	4	8	192
С	5	3	3	180
Прибуток (грн.)	9	10	16	

1.3. На консервному заводі виготовляють 3 види молочних сумішей для чого використовують звиди сировини. Норми витрат сировини на виробництво кожного виду сумішей, запаси сировини, а також прибуток від реалізації кожного виду сумішей наведені у таблиці:

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на 1(т) сумішей			Запаси сировини (т)
	"Малюк"	"Ведмедик"	"Сонечко"	
Молоко сухе	0,8	0,5	0,6	900
Мука рисова	0,4	0,4	0,3	700
Цукор	0	0,1	0,1	1000
Прибуток (грн.)	108	112	126	

Визначити план виробництва сумішей, який забезпечить найбільший прибуток.

1.4. Консервний завод для виробництва 3 видів овочевих консервів "Салат овочевий", "Перець фарширований", "Перчинка" використовує три види основної сировини: перець, томатний соус, моркву. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 партії консервів наведені у таблиці. В ній же наведена загальна кількість сировини кожного виду, яка може використовуватись консервним заводом, а також й прибуток від реалізації кожного виду консервів.

Вид сировини	Норми витрати сировини			Запас сировини (т)
	"Салат овочевий"	"Перець фарширований"	"Перчинка"	
Перець	0,25	0,4	0,5	160
Томатний соус	0,3	0,25	0,5	180
Морква	0,7	0,5	0	140
Прибуток (грн.)	216	224	222	

Визначити план виробництва продукції, який забезпечить максимальний прибуток.

Цех консервного заводу налагоджує виробництво 3 видів продукції, для чого потрібне обладнання і певні витрати праці. У таблиці наведені норми витрат усіх видів ресурсів та їх наявні запаси.

Види ресурсів	Витрати ресурсів на одиницю продукції			Запас ресурсів
	продукція I	продукція II	продукція III	
Обладнання	2	4	5	510
Витрати на виробництво	4	6	2	640
Витрати на обслуговування	0,5	0,3	0,3	50
Прибуток від виробництва одиниці продукції	0,8	0,8	0,7	

Визначити план випуску продукції, який забезпечить максимальний прибуток.

1.5. Цех напівфабрикатів виробляє два види продукції і при цьому використовує чотири види сировини у кількості, вказаній нижче.

Вид сировини	Витрати сировини на 1 кг продукції		Запас сировини (кг)
	продукція I	продукція II	
A	0,3	0,2	220
B	0,9	1,1	195
C	0,4	0,1	240
D	0	0,3	205
Прибуток від виробництва одиниці продукції	2,5	3,5	

Визначити план випуску продукції, який забезпечить максимальний прибуток.

1.6. Цех напівфабрикатів виробляє два види продукції і при цьому використовує чотири види сировини у кількості, вказаній нижче в таблиці.

Вид сировини	Витрати сировини на 1 кг продукції		Запас сировини (кг.)
	продукція I	продукція II	
A	3	2	2200
B	9	11	1950
C	4	1	2400
D	0	3	2050

Прибуток від виробництва одиниці продукції	25	35	
--	----	----	--

1.7. У таблиці наведені ресурси торгового підприємства на квартал і нормативи їх витрат в тис. гривень товарообігу на овочеві і плодово-ягідні консерви.

Показники	Нормативи витрат		Фонди показників
	овочеві	плодово-ягідні	
Витрати праці торговельних працівників (люд.-год.)	7	9	1700
Площа торговельних залів (кв.м.)	0,4	0,3	75
Витрати обігу (грн.)	5	4	960
Прибуток (грн.)	80	90	

Скласти квартальний план товарообігу, який забезпечить найбільший прибуток.

1.8. У міні-кафе реалізуються бутерброди 3 видів I, II, III. Їх підготовка і реалізація вимагають використання 4 видів сировини - A, B, C, D, норми витрат якої наведені у таблиці:

Види сировини	Норми витрат ресурсів на 1 партію бутербродів			Запас сировини
	I	II	III	
A	3	2	3	48
B	2	4	3	54
C	4	3	2	50
D	3	2	1	40
Прибуток (грн)	8	7	5	

Визначити план продажу бутербродів, який забезпечить максимум прибутку від їх реалізації.

II завдання

Підприємство випускає три види продукції A, B і C (табл.1) Для виробництва цієї продукції потрібні такі ресурси, як матеріали, праця робочих та ІТР. Для прийняття рішення оптимального випуску продукції, треба: визначити параметри оптимізації задачі та скласти якісну та математичну моделі задачі на основі операційної методології. Виконати формалізацію задачі, описати методи її рішення і методу дослідження отриманої моделі.

Таблиця 1

Вхідні данні

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
1	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	2	1	100
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	0,4	0,45	75
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	2	7	295
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	95	60	300	
2	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	1	100
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	0,35	0,45	75
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	1	2	7	280
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	95	65	300	
3	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	2	120
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	0,4	0,45	75
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	1	2	6	275
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	65	290	
4	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	2	110
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	0,4	0,4	70
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	1	2	5	260
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	65	290	
5	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	2	100
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	0,45	0,4	80
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	2	6	260
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	65	270	

Продовження таблиці 1

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
6	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	2	95
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	2	0,5	85
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	2	7	260
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	60	265	
7	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	1	2	95
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	0,5	120
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	2	7	260
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	110	265	
8	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	1	2	95
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	0,5	120
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	3	7	310
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	90	125	265	
9	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	2	2	105
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	0,5	120
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	3	6	310
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	190	125	75	
10	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	2	2	125
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	1	1	130
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	1	5	300
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	190	120	170	

Продовження таблиці 1

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
11	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	2	2	120
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	3	135
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	4	5	300
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	185	125	170	
12	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	5	4	125
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	3	3	130
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	4	5	190
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	180	135	175	
13	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	5	4	130
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	6	7	135
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	5	4	5	195
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	190	140	180	
14	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	6	5	4	140
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	6	7	155
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	5	7	3	205
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	200	150	210	
15	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	6	4	3	145
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	7	6	7	160
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	5	7	6	210
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	205	155	215	

Продовження таблиці 1

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
16	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	6	4	4	150
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	7	3	5	165
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	4	7	6	215
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	225	160	220	
17	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	4	7	155
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	7	3	5	170
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	4	5	6	230
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	215	165	210	
18	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	2	1	90
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	3	115
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	1	1	2	300
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	270	120	260	
19	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	2	2	100
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	3	125
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	4	2	250
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	260	180	270	
20	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	1	2	2	105
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	1	135
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	1	2	265
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	255	195	260	

Продовження таблиці 1

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
21	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	2	2	110
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	2	3	1	145
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	1	1	2	245
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	245	275	255	
22	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	3	3	2	115
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	2	3	135
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	1	1	180
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	255	285	270	
23	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	1	2	120
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	1	2	3	130
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	1	1	190
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	245	265	275	
24	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	4	1	125
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	2	2	135
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	1	3	195
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	255	275	285	
25	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	4	4	135
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	2	2	140
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	3	3	200
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	265	280	285	

Закінчення таблиці 1

Варіант	Види витрат	Продукція			Обмеження за виробничими потужностями
		А	Б	С	
26	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	5	4	4	155
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	5	6	165
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	3	3	210
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	275	290	280	
27	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	2	4	4	165
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	2	2	170
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	3	3	3	205
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	255	260	245	
28	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	5	4	4	160
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	4	5	175
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	2	3	3	190
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	275	250	260	
29	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	6	4	6	170
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	4	6	5	180
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	5	5	3	190
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	240	250	255	
30	Витрати праці робочих на 1 тис. шт., годин	4	7	4	160
	Витрати матеріалів на 1 тис. шт., годин	7	3	5	175
	Витрати праці ІТР на 1 тис. шт., годин	5	5	3	185
	Прибуток на одну тисячу штук кожного виду продукції, тис. грн.	200	210	195	

Практична робота № 2

Тема: Кластеризація об'єктів

Мета роботи: Вивчити методи розрахунків відстаней між об'єктами за допомогою різних метрик Евкліда та Джеффріса-Матусіти та прийоми по їх автоматичній кластеризації. Набути навичок складання математичної моделі задачі планування виробництва та її реалізації із використанням табличного процесору Excel або таблиць Calc з пакету Open Office вільного програмного забезпечення.

1. Розрахувати матриці відстаней за метриками Евкліда, та Джеффріса-Матусіти.
2. Застосувавши функцію Solve електронних таблиць Calc з пакету Open Office вільного програмного забезпечення (або Microsoft Excel), потрібно вирішити оптимальні задачі включення до кластерів для матриць відстаней, розрахованих за цими метриками.
3. Провести аналіз отриманих результатів, порівняти результати кластеризації і зробити висновки.

Теоретичні відомості.

Для прикладу розглянемо рішення наступної задачі.

Приклад

Побудувати матрицю відстаней для 5-ти об'єктів, представлених чотирма факторами у наведеній нижче таблиці, за метрикою Джеффріса-Матусіти.

Рішення цієї задачі будемо виконувати у додатку Calc пакету Open Office. Спочатку проведемо нормування таблиці значень. Для цього розрахуємо середні значення, із застосуванням функції $AVERAGE(B2:B6)$, де через двокрапку вказано діапазон адрес клітинок, які містять

зміни значення першого фактора для всіх 5-ти об'єктів. Знаходимо стандарт, використовуючи функцію $STDEVA(B2:B6)$, де так само подано діапазон клітинок для 1-го фактора. І нарешті, за допомогою формули $STANDARDIZE(B2;B$7;B$8)+4$

виконуємо нормування. Тут перше число – адреса клітинки, яка має бути нормована, 2-ге – адреса клітинки, де є середнє, 3-є – клітинка, де є стандарт.

Результат нормування представлено у на таблиці 2.2. Знайдемо тепер матрицю відстаней за метрикою Джеффріса-Матусіти

Таблиця 2.1

№ об'єкта	X_1	X_2	X_3	X_4
1	87	0,39	560	2770
2	25	0,82	430	2590
3	67	0,29	270	2870
4	62	0,52	860	1920
5	53	0,54	790	2770

$$d_M(x_i; y_i) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sqrt{x_i} - \sqrt{y_i})^2}.$$

Матриця відстаней буде мати розмір 5x5.

Таблиця 2.2

Спочатку знаходимо різницю коренів квадратних та зводимо їх у квадрат для кожної пари факторів за допомогою формули $(SQRT(B13)-SQRT(C13))^2$, тут B13 та C13 – адреси відповідних клітинок, які містять однакові фактори для різних об'єктів. Далі – знаходимо корінь квадратний з їх суми за формулою $SQRT(SUM(B15:B19))$. Задача розв'язана.

№ об'єкта	X_1	X_2	X_3	X_4
1	5,25	3,39	3,91	4,48
2	2,51	5,54	3,38	4,02
3	4,36	2,89	2,73	4,74
4	4,14	4,04	5,13	2,27
5	3,74	4,14	4,85	4,48

Ці розрахунки показано у таблиці 2.3, де вказано номери об'єктів та відстані між ними за метрикою Джефріса-Матусіти.

Таблиця 2.3

Як видно з розрахунків, найменшу відстань мають об'єкти 1-5 (0,46), а найбільшу – 3-4 (0,96).

	1	2	3	4	5
1	0				
2	0,89	0			
3	0,41	0,86	0		
4	0,74	0,87	0,96	0	
5	0,46	0,61	0,66	0,62	0

Кожному студенту надаються числові значення 9-ти параметрів для 10-ти об'єктів згідно з номером за списком групи (таблиця 2.4).

Для визначення свого варіанту студент використовує останню цифру номеру залікової книжки N_3 .

Таблиця 2.4

Варіанти завдань

№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
0	64	0,29	340	2710	304,92	8368,7	4,98953	4,43939	19602
	31	0,73	370	2770	279,51	8483,3	7,67620	3,10606	7194
	39	0,69	470	2780	415,03	4098,3	5,47801	1,90909	9504
	44	0,54	290	1280	145,68	4728,9	4,74529	1,86363	11814
	87	0,64	340	1460	272,73	5674,6	5,61758	1,84848	15378
	74	0,76	360	1220	448,91	2866	8,72295	1,27272	5148
	54	0,54	710	2480	149,07	8110,7	5,1291	4,10606	18084
	74	0,64	770	1790	220,22	7652,2	6,28053	2,80303	13992
	78	0,85	300	1690	150,76	2780,0	9,35101	4,75757	17622
	87	0,39	560	2770	501,42	8311,4	6,07117	3,96969	19074
1	25	0,82	430	2590	164,31	5416,7	4,50104	4,46969	20262
	67	0,29	270	2870	492,95	3525,1	10,8513	2,98484	7326
	62	0,52	860	1920	528,52	4069,7	9,24633	3,19697	13530
	53	0,54	790	2770	133,82	3926,4	4,67550	4,65151	13068
	42	0,42	610	1100	232,07	5474,0	4,29169	1,72727	6270
	64	0,29	700	2860	267,65	7107,6	9,69993	2,45454	14916
	30	0,57	550	2150	531,91	6305,2	8,72295	2,18181	8646
	41	0,88	800	1840	499,73	6276,5	6,28053	2,10606	12342
	68	0,37	740	1220	381,15	6047,2	5,82693	4,50000	20592

№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
	49	0,58	490	2430	474,32	4384,9	4,57083	4,22727	8976
2	76	0,49	750	3100	247,32	5560,0	8,65317	3,62121	11616
	35	0,49	380	1850	152,46	5760,6	4,04745	1,62121	5214
	43	0,38	290	840	138,90	4958,1	10,5722	1,34848	14916
	52	0,57	860	2030	218,52	8769,9	10,9909	3,28787	10164
	72	0,26	620	1450	203,28	8827,2	9,76971	2,43939	6270
	73	0,28	460	1360	470,93	7824,1	6,62944	2,62121	8844
	88	0,37	750	2230	433,66	8712,6	10,8513	3,96969	9438
	42	0,59	770	1520	252,40	7795,5	10,6420	3,92424	5412
	69	0,72	740	990	320,16	3983,7	3,66364	4,45454	6204
	75	0,31	380	2830	135,52	4470,9	8,51360	4,33333	18150
3	33	0,26	390	2420	526,83	2636,7	3,24494	4,09090	19338
	41	0,29	760	1170	164,31	5846,6	8,09490	4,40909	20328
	69	0,75	640	1890	531,91	5216,1	10,1535	1,68181	11352
	66	0,54	860	2880	177,87	5846,6	3,21004	4,07575	13398
	38	0,52	360	2730	238,85	5531,3	3,66364	4,65151	19536
	57	0,5	680	1230	476,01	7709,5	8,44382	3,06060	8316
	58	0,59	410	2620	367,59	2264,1	2,82623	2,16666	7326
	33	0,69	310	1280	513,28	8110,7	5,23377	3,72727	18216
	60	0,89	800	1630	215,13	6878,4	8,79274	2,31818	14058
	32	0,76	500	2370	216,83	2350,1	6,14096	1,40909	17028
4	59	0,46	460	2300	442,13	4528,2	6,38520	3,83333	13464
	68	0,5	470	1560	282,89	3238,5	3,83810	3,09090	8316
	34	0,34	330	2070	430,27	7050,3	3,03559	2,39393	17754
	38	0,76	400	850	509,89	6706,4	8,19958	3,10606	19866
	56	0,76	890	1140	164,31	5674,6	5,58269	3,54545	5610
	84	0,43	870	1860	203,28	6591,8	4,08234	3,10606	13398
	86	0,65	540	820	166,01	2665,3	5,16399	4,09090	16500
	87	0,6	310	1740	481,09	7594,9	9,66503	3,33333	15840
	60	0,89	250	1230	370,98	7852,8	2,68667	4,43939	19602
	28	0,58	870	1670	210,05	4442,3	6,87369	4,03030	7062
5	86	0,41	510	2140	218,52	8941,9	10,2233	3,31818	17094
	81	0,33	400	1270	226,99	5359,4	5,26866	4,45454	18084
	58	0,74	630	2670	440,44	8769,9	4,67550	2,15151	6336
	40	0,57	490	810	159,23	5703,3	3,38450	2,92424	11352
	55	0,67	460	3060	181,25	4155,7	4,53593	1,98484	9306
	53	0,42	390	920	404,86	8110,7	5,09420	4,07575	9636
	44	0,78	400	2730	272,73	4155,7	4,81507	2,30303	11088
	59	0,79	310	980	143,99	4384,9	8,40893	1,59090	15246
	29	0,45	890	2230	164,31	4069,7	10,9211	1,60606	16962
	88	0,7	330	1890	274,42	2722,7	5,02442	4,18181	7062
6	25	0,42	580	1810	399,78	5101,4	8,12979	4,34848	20790
	69	0,7	800	3040	362,51	5646,0	2,79134	1,54545	10164
	74	0,46	570	2950	459,07	8082,1	3,52407	1,62121	17490
	72	0,52	360	1810	499,73	7766,8	3,83810	3,92424	7062
	86	0,68	790	1610	481,09	2206,8	10,0837	1,40909	20460
	63	0,51	790	2460	442,13	2436,1	10,7815	1,25757	9108
	55	0,62	770	2740	171,09	2579,4	6,21074	2,68181	11946
	84	0,83	820	990	433,66	6047,2	10,3628	2,60606	12540
	51	0,54	740	1610	447,21	4127,0	5,05931	4,77272	15708

№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
	87	0,31	490	870	509,89	2780,0	7,25750	4,34848	15642
7	53	0,5	440	2510	333,71	5273,4	7,53663	4,77272	5214
	36	0,65	350	860	282,89	3840,4	9,63014	1,90909	19866
	32	0,88	550	2350	506,50	8282,7	8,33914	3,25757	9504
	71	0,46	430	1830	171,09	5187,4	7,11793	1,90909	7194
	67	0,89	750	3090	501,42	8082,1	6,35031	3,30303	5940
	77	0,43	330	1290	225,30	5388,0	5,23377	1,46969	5280
	40	0,64	290	2840	465,85	5072,8	5,02442	3,71212	13926
	54	0,86	850	2720	354,04	4872,2	4,46615	1,68181	18612
	49	0,68	820	3130	182,95	3152,6	10,6769	2,62121	17754
	49	0,71	250	2190	409,94	2436,1	7,85066	2,54545	19536
8	48	0,54	800	1670	242,24	7222,3	10,5024	1,78787	18480
	29	0,54	250	1870	154,15	7136,3	8,82763	1,68181	16962
	82	0,62	540	790	169,4	4213,0	6,55966	4,66666	19932
	53	0,76	440	1750	169,4	7938,8	8,16468	3,06060	13200
	68	0,88	820	1000	262,57	4814,8	2,89602	3,75757	6534
	36	0,69	530	2480	188,03	3295,9	5,37334	1,74242	14520
	82	0,86	550	2700	304,92	8827,2	2,96580	1,57575	12408
	82	0,86	820	2980	389,62	6161,9	7,99023	2,37878	10296
	27	0,73	410	1200	514,97	6563,1	7,67620	3,09090	8712
	80	0,34	690	1380	409,94	8368,7	9,59525	4,65151	14916
9	80	0,7	520	2690	154,15	5273,4	10,3977	3,87878	11352
	75	0,39	600	1460	525,14	4213,0	4,53593	3,42424	15444
	83	0,38	490	3130	469,23	7021,7	9,24633	4,27272	6204
	38	0,64	870	890	499,73	6419,8	6,35031	4,39393	7524
	72	0,77	440	1900	398,09	4127,0	10,7117	3,33333	9240
	68	0,31	690	1370	437,05	3525,1	10,8164	3,45454	9570
	40	0,68	460	1940	269,34	3754,4	3,52407	2,74242	8052
	71	0,67	730	1400	367,59	6849,7	8,40893	3,68181	17160
	83	0,75	330	2550	479,40	7365,6	5,16399	4,74242	20394
	89	0,51	440	3110	260,87	7537,5	5,1291	3,53030	8976

Практична робота № 3

Тема: Транспортна задача

Мета роботи: Набути навичок складання математичної моделі транспортної задачі, розв'язання методом північно-західного кута та її реалізації із використанням табличного процесору Excel.

1. Побудувати математичну модель представленого у варіанті завдання.
2. Ввести дані і формули на аркуш Microsoft Excel.
3. За допомогою інструменту «Пошук рішення» знайти рішення задачі – оптимальний план перевезень. Провести аналіз отриманих результатів.

Практична робота складається з трьох завдань. Першу задачу студент обирає за номером з списку академічної групи.

Завдання I

Для матриці вартостей

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 6 & 10 & 11 \\ 4 & 6 & 9 & 3 & 5 \\ 7 & 6 & 3 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 9 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

знайти рішення транспортної задачі відповідно з варіантами.

Варіанти для I завдання

Таблиця 3.1.

Варіанти	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5
1	3	2	5	3	1	4	2	4	2
2	6	10	12	8	7	9	1	4	5
3	20	35	20	20	10	10	20	35	20
4	48	30	27	20	18	27	42	12	26
5	12	30	25	8	10	10	28	15	12
6	6	10	20	4	7	5	8	11	9
7	9	5	11	15	7	5	8	11	9
8	7	9	12	8	6	10	11	4	5
9	10	20	30	10	8	9	23	25	5
10	5	25	25	15	7	10	23	24	6
11	3	27	25	15	6	11	20	27	6
12	4	26	24	16	7	10	21	26	6
13	5	21	29	15	6	11	20	27	6
14	10	20	30	10	7	10	23	24	6
15	5	21	29	15	6	11	20	27	6
16	10	20	30	10	7	10	21	26	6
17	5	25	25	15	8	9	23	25	5
18	5	21	29	15	8	9	23	25	5

Варіанти	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	B5
19	3	27	25	15	6	11	20	27	6
20	20	30	15	30	10	10	20	35	20
21	20	30	12	33	10	12	18	30	25
22	15	35	17	30	11	13	19	29	25
23	22	28	12	33	10	12	18	30	25
24	3	2	5	3	2	3	3	4	1
25	3	5	5	3	2	6	3	4	1

II завдання

Зі складів, що позначені на рис. 3.1 як A_i , потрібно перевезти продукцію до постачальників, які позначені як B_j .

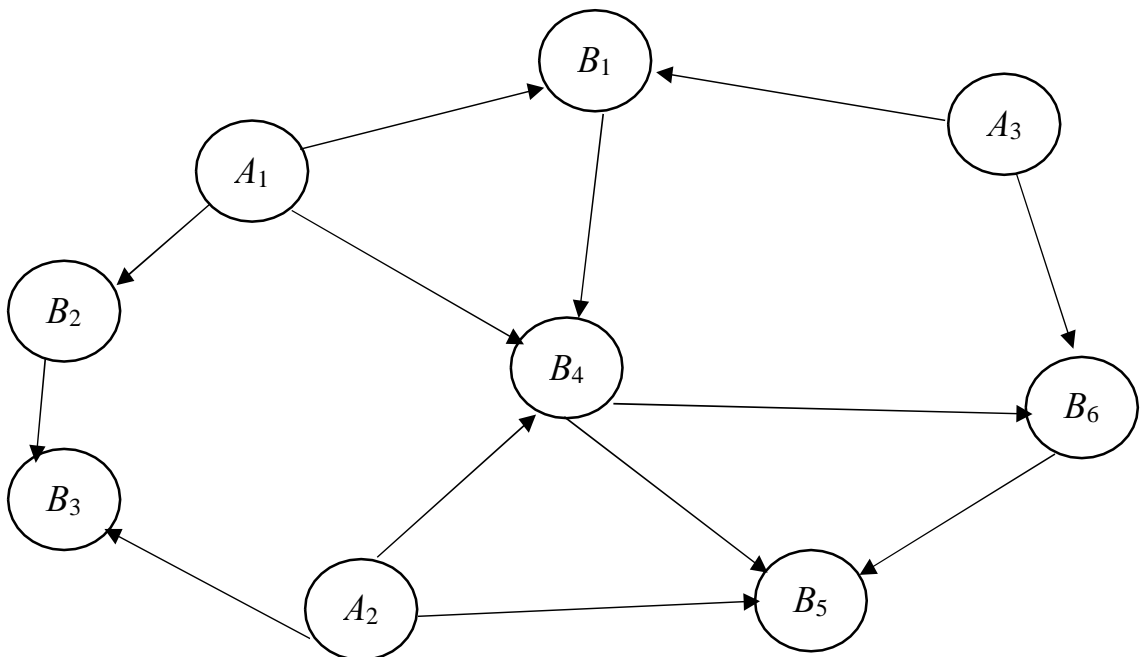


Рис. 3.1. Схема перевезень продукції

У табл.3.2 подані відстані поміж окремими об'єктами в кілометрах, запаси товарів у тонах та потреби споживачів наведено у табл. 3.3, а вартість одного тонно-кілометра становить $0,2N$. Де N – номер за списком навчальної групи. Студенти, що навчаються за скороченою програмою, до свого номеру додають число 15.

Таблиця 3.2

Відстані поміж об'єктами перевезень

Пара об'єктів	Відстань	Пара об'єктів	Відстань	Пара об'єктів	Відстань
A1 – B1	$50N$	A1 – B2	46	A1 – B4	$22N$
B2 – B3	$96N$	A2 – B3	$754/N$	A2 – B4	33
A2 – B5	$1024/N$	A3 – B1	15	A3 – B6	$4N$
B4 – B6	32	B4 – B5	$13N$	B5 – B6	88


Таблиця 3.3

Запаси товарів та потреби споживачів

Постачальники	Запаси товарів	Споживачі	Потреби споживачів
A1	1000	B1	300
A2	8500/N	B2	750/N
A3	220	B3	500
		B4	3N
		B5	22N
		B6	50N

Визначити тип задачі: відкрита чи закрита. Знайти оптимальний план перевезень, який би забезпечив мінімальну вартість загальних перевезень.

III завдання

Для прийняття оптимального рішення по розподілу робітників комерційної галузі за операціями треба надати постановку задачі, визначити цільову функцію та розробити математичну модель згідно табл. 3.4. Вирішення провести із застосуванням можливостей .

Таблиця 3.4

Хронометраж по витратам часу

Варіант	Комерсанти	Витрати часу t_{ij} на виконання операцій, годин		
		1 – закупка	2 – збут	3 – перевезення
1	Василенко	$t_{11} = 3$	$t_{12} = 6$	$t_{13} = 5$
	Остапчук	$t_{21} = 3$	$t_{22} = 3$	$t_{23} = 2$
	Клименко	$t_{31} = 7$	$t_{32} = 2$	$t_{33} = 5$
2	Василенко	$t_{11} = 3$	$t_{12} = 5$	$t_{13} = 6$
	Остапчук	$t_{21} = 2$	$t_{22} = 4$	$t_{23} = 3$
	Клименко	$t_{31} = 6$	$t_{32} = 1$	$t_{33} = 5$
3	Василенко	$t_{11} = 1$	$t_{12} = 2$	$t_{13} = 3$
	Остапчук	$t_{21} = 2$	$t_{22} = 4$	$t_{23} = 4$
	Клименко	$t_{31} = 4$	$t_{32} = 1$	$t_{33} = 5$
4	Василенко	$t_{11} = 5$	$t_{12} = 5$	$t_{13} = 7$
	Остапчук	$t_{21} = 3$	$t_{22} = 6$	$t_{23} = 4$
	Клименко	$t_{31} = 7$	$t_{32} = 3$	$t_{33} = 5$
5	Василенко	$t_{11} = 5$	$t_{12} = 5$	$t_{13} = 6$
	Остапчук	$t_{21} = 7$	$t_{22} = 6$	$t_{23} = 4$
	Клименко	$t_{31} = 6$	$t_{32} = 4$	$t_{33} = 5$
6	Василенко	$t_{11} = 9$	$t_{12} = 10$	$t_{13} = 6$
	Остапчук	$t_{21} = 7$	$t_{22} = 6$	$t_{23} = 4$
	Клименко	$t_{31} = 8$	$t_{32} = 9$	$t_{33} = 7$
7	Василенко	$t_{11} = 15$	$t_{12} = 14$	$t_{13} = 9$
	Остапчук	$t_{21} = 17$	$t_{22} = 16$	$t_{23} = 10$
	Клименко	$t_{31} = 16$	$t_{32} = 14$	$t_{33} = 4$

Варіант	Комерсанти	Витрати часу t_{ij} на виконання операцій, годин		
		1 – закупка	2 – збут	3 – перевезення
8	Василенко	$t_{11} = 13$	$t_{12} = 15$	$t_{13} = 19$
	Остапчук	$t_{21} = 15$	$t_{22} = 17$	$t_{23} = 20$
	Клименко	$t_{31} = 16$	$t_{32} = 14$	$t_{33} = 18$
9	Василенко	$t_{11} = 23$	$t_{12} = 16$	$t_{13} = 29$
	Остапчук	$t_{21} = 25$	$t_{22} = 17$	$t_{23} = 25$
	Клименко	$t_{31} = 26$	$t_{32} = 15$	$t_{33} = 28$
10	Василенко	$t_{11} = 18$	$t_{12} = 12$	$t_{13} = 19$
	Остапчук	$t_{21} = 15$	$t_{22} = 16$	$t_{23} = 21$
	Клименко	$t_{31} = 19$	$t_{32} = 14$	$t_{33} = 17$
11	Василенко	$t_{11} = 17$	$t_{12} = 25$	$t_{13} = 29$
	Остапчук	$t_{21} = 14$	$t_{22} = 27$	$t_{23} = 27$
	Клименко	$t_{31} = 18$	$t_{32} = 24$	$t_{33} = 28$
12	Василенко	$t_{11} = 33$	$t_{12} = 25$	$t_{13} = 19$
	Остапчук	$t_{21} = 35$	$t_{22} = 27$	$t_{23} = 22$
	Клименко	$t_{31} = 34$	$t_{32} = 24$	$t_{33} = 20$
13	Василенко	$t_{11} = 32$	$t_{12} = 27$	$t_{13} = 29$
	Остапчук	$t_{21} = 33$	$t_{22} = 28$	$t_{23} = 26$
	Клименко	$t_{31} = 34$	$t_{32} = 25$	$t_{33} = 28$
14	Василенко	$t_{11} = 43$	$t_{12} = 25$	$t_{13} = 19$
	Остапчук	$t_{21} = 39$	$t_{22} = 24$	$t_{23} = 16$
	Клименко	$t_{31} = 38$	$t_{32} = 22$	$t_{33} = 18$
15	Василенко	$t_{11} = 53$	$t_{12} = 35$	$t_{13} = 29$
	Остапчук	$t_{21} = 49$	$t_{22} = 37$	$t_{23} = 27$
	Клименко	$t_{31} = 50$	$t_{32} = 38$	$t_{33} = 28$
16	Василенко	$t_{11} = 55$	$t_{12} = 45$	$t_{13} = 37$
	Остапчук	$t_{21} = 57$	$t_{22} = 47$	$t_{23} = 36$
	Клименко	$t_{31} = 53$	$t_{32} = 44$	$t_{33} = 38$
17	Василенко	$t_{11} = 51$	$t_{12} = 35$	$t_{13} = 27$
	Остапчук	$t_{21} = 53$	$t_{22} = 37$	$t_{23} = 29$
	Клименко	$t_{31} = 55$	$t_{32} = 38$	$t_{33} = 28$
18	Василенко	$t_{11} = 57$	$t_{12} = 45$	$t_{13} = 37$
	Остапчук	$t_{21} = 54$	$t_{22} = 46$	$t_{23} = 39$
	Клименко	$t_{31} = 55$	$t_{32} = 48$	$t_{33} = 38$
19	Василенко	$t_{11} = 54$	$t_{12} = 31$	$t_{13} = 26$
	Остапчук	$t_{21} = 55$	$t_{22} = 36$	$t_{23} = 29$
	Клименко	$t_{31} = 56$	$t_{32} = 35$	$t_{33} = 28$
20	Василенко	$t_{11} = 64$	$t_{12} = 51$	$t_{13} = 46$
	Остапчук	$t_{21} = 65$	$t_{22} = 56$	$t_{23} = 49$
	Клименко	$t_{31} = 66$	$t_{32} = 55$	$t_{33} = 48$
21	Василенко	$t_{11} = 73$	$t_{12} = 55$	$t_{13} = 39$
	Остапчук	$t_{21} = 75$	$t_{22} = 57$	$t_{23} = 32$
	Клименко	$t_{31} = 74$	$t_{32} = 54$	$t_{33} = 30$
22	Василенко	$t_{11} = 72$	$t_{12} = 47$	$t_{13} = 59$
	Остапчук	$t_{21} = 83$	$t_{22} = 48$	$t_{23} = 56$
	Клименко	$t_{31} = 84$	$t_{32} = 45$	$t_{33} = 58$
23	Василенко	$t_{11} = 93$	$t_{12} = 55$	$t_{13} = 69$
	Остапчук	$t_{21} = 99$	$t_{22} = 57$	$t_{23} = 67$
	Клименко	$t_{31} = 90$	$t_{32} = 58$	$t_{33} = 68$

Варіант	Комерсанти	Витрати часу t_{ij} на виконання операцій, годин		
		1 – закупка	2 – збут	3 – перевезення
24	Василенко	$t_{11} = 34$	$t_{12} = 71$	$t_{13} = 86$
	Остапчук	$t_{21} = 35$	$t_{22} = 76$	$t_{23} = 89$
	Клименко	$t_{31} = 36$	$t_{32} = 75$	$t_{33} = 88$
25	Василенко	$t_{11} = 73$	$t_{12} = 85$	$t_{13} = 96$
	Остапчук	$t_{21} = 72$	$t_{22} = 84$	$t_{23} = 93$
	Клименко	$t_{31} = 76$	$t_{32} = 81$	$t_{33} = 95$
26	Василенко	$t_{11} = 93$	$t_{12} = 75$	$t_{13} = 86$
	Остапчук	$t_{21} = 90$	$t_{22} = 74$	$t_{23} = 84$
	Клименко	$t_{31} = 92$	$t_{32} = 77$	$t_{33} = 85$
27	Василенко	$t_{11} = 43$	$t_{12} = 67$	$t_{13} = 77$
	Остапчук	$t_{21} = 40$	$t_{22} = 68$	$t_{23} = 79$
	Клименко	$t_{31} = 42$	$t_{32} = 65$	$t_{33} = 75$
28	Василенко	$t_{11} = 95$	$t_{12} = 83$	$t_{13} = 76$
	Остапчук	$t_{21} = 92$	$t_{22} = 84$	$t_{23} = 71$
	Клименко	$t_{31} = 94$	$t_{32} = 85$	$t_{33} = 75$
29	Василенко	$t_{11} = 63$	$t_{12} = 45$	$t_{13} = 55$
	Остапчук	$t_{21} = 67$	$t_{22} = 44$	$t_{23} = 57$
	Клименко	$t_{31} = 60$	$t_{32} = 46$	$t_{33} = 51$
30	Василенко	$t_{11} = 52$	$t_{12} = 47$	$t_{13} = 78$
	Остапчук	$t_{21} = 49$	$t_{22} = 45$	$t_{23} = 80$
	Клименко	$t_{31} = 53$	$t_{32} = 42$	$t_{33} = 79$

Практична робота № 4

Тема: Задачі масового обслуговування.

Мета роботи: Виконати аналіз роботи групи верстатів, об'єднаних у технологічний комплекс.

Порядок виконання роботи:

1. Виписати з варіанта завдання (табл. 4.1.):
 - кількість паралельно працюючих верстатів, N ;
 - інтенсивність потоку вимог на рішення задач керування від одного верстата, λ ;
 - кількість процесорів у системі управління, k ;
 - продуктивність одного верстата, q .
2. Розрахувати ймовірність ефективного обслуговування технологічного комплексу, задаючи значення $k = 0, 1, 2, \dots, k$.
3. Розрахувати ймовірність ефективного обслуговування технологічного комплексу для нового значення λ .
4. Проаналізувати одержані результати та зробити висновки щодо впливу параметрів програмно-технічних засобів системи управління на продуктивність технологічного комплексу. Порівняти два варіанта системи, та визначити кращий з них.

Методичні вказівки до виконання роботи

Функціональна схема системи, наприклад для $n = 2, k = 5$ має вигляд наведений на рис.4.1.

Позначення: П1, П2 – процесори; В1...В5 – верстати; СУ – комп'ютерна система управління; СШ – спільна шина.

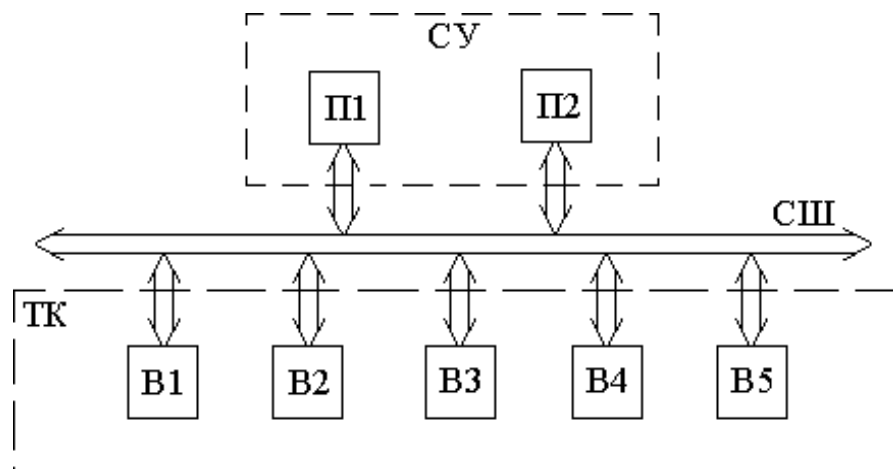


Рис 4.1. Функціональна схема

У багатьох практично важливих або ж цікавих в пізнавальному відношенні

ситуаціях доводиться з'ясовувати закономірності появи певного типу подій, який називається потоком подій: прибуття судів в морський порт, відмови в роботі складного пристрою, заміни електричних лампочок, що перегоріли, обривів ниток на ватерній машині і т. д. Розрахунок роботи багатьох підприємств побутового обслуговування - перукарень, кас магазинів, кількості громадського транспорту, необхідної кількості ліжок в лікарнях, пропускної спроможності шлюзів, переїздів, мостів і т. д. тісно пов'язаний з вивченням такого роду потоків. Цим займається теорія масового обслуговування.

Визначимо через t проміжок часу, який нас цікавить, і позначимо через $P_k(t)$ ймовірність появи k подій потоку за цей проміжок часу. Тоді за формулою закону розподілу Пуассона, при $k=0,1,2,\dots$ з великою точністю виконується рівність (4.1).

	D2	fx =ПУАССОН(D1;B1*B2;ЛОЖЬ)			
	A	B	C	D	E
1	$\lambda =$	0,5	$k =$	1	
2	$t =$	2	$P_k(t) =$	0,367879	

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (4.1)$$

де λ – позитивна постійна, що характеризує «інтенсивність» надходження подій

потоку. Зокрема, ймовірність того, що за проміжок часу t не поступить жодної події потоку, є

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (4.2)$$

Для задоволення деяких потреб населення організоване відповідне підприємство: перукарня, телефонна станція, лікарня, зуболікарська амбулаторія та інше. Вимоги на обслуговування надходять у випадкові моменти часу і тривалість їх обслуговування також випадкова. Як будуть задоволені потреби клієнтів, якщо обладнані n місць обслуговування? Уведемо припущення.

- 1) Потік вимог на обслуговування є найпростішим;
- 2) Тривалість обслуговування випадкова і ймовірність того, що на обслуговування доведеться затратити час, не менший ніж t , дорівнює $e^{-\nu t}$, де $\nu > 0$ - константа;
- 3) Кожна вимога обслуговується одним приладом; кожний прилад обслуговує тільки одну вимогу в момент, коли він зайнятий;
- 4) Якщо є черга на обслуговування, то прилад, що звільнився, без втрат часу переходить до обслуговування чергової вимоги черги;
- 5) Кількість точок обслуговування є n

Визначимо $P_k(t)$ ймовірність того, що в момент t в черзі знаходиться k вимог. У сформульованих нами умовах ці ймовірності можуть бути знайдені при будь-якому $k=0, 1, 2,\dots$

При $1 \leq k \leq n$

$$\rho_k = \frac{\rho^k}{k!} \rho_0 ; \quad (4.3)$$

Варіанти завдань згідно номера за списком групи.

№ п/п	кількість паралельно працюючих верстатів k	інтенсивність потоку вимог на рішення задач керування від одного верстата	кількість процесорів у системі управління n	час обслуговування одного верстата u
1	19	0,6111111111	3	0,5384615
2	15	0,666666667	2	0,4615385
3	10	0,944444444	5	0,6153846
4	13	0,944444444	2	0,7692308
5	20	0,666666667	2	0,7692308
6	12	1	4	0,7692308
7	10	0,777777778	6	0,7307692
8	15	0,555555556	5	0,5
9	13	0,944444444	2	0,5384615
10	13	0,722222222	3	0,6538462
11	19	0,833333333	3	0,7307692
12	10	0,944444444	2	0,7307692
13	10	1	3	0,7307692
14	16	1,055555556	2	0,6153846
15	10	0,833333333	5	0,6153846
16	19	0,611111111	3	0,3846154
17	16	0,888888889	5	0,4615385
18	19	0,888888889	5	0,6538462
19	18	1	2	0,3846154
20	20	1	3	0,6923077
21	12	0,555555556	5	0,7307692
22	12	0,555555556	3	0,5384615
23	19	0,888888889	6	0,5
24	13	0,944444444	6	0,6538462
25	16	0,944444444	4	0,5384615
26	16	1	2	0,5384615
27	11	0,555555556	2	0,7307692
28	18	0,722222222	6	0,5769231
29	17	1,055555556	3	0,3846154
30	11	0,777777778	5	0,7692308

Практична робота № 5

Тема: Оптимальні рішення в інвестиційному проектуванні.

Мета роботи: знайти оптимальні рішення по вкладенню грошей в різні інвестиційні проекти по критерію максимізації прибутку.

Завдання. У таблиці 5.1 відображені п'ять проектів, які конкурують між собою за отримання інвестиційних фондів компанії. Ми бачимо, яка готівка буде отримана на вкладення однієї гривні.

Таблиця 5.1

Рік	Ефективність інвестиційного проекту на одну вкладену гривню				
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
Перший	-1,00	0	-1,00	-1,00	0
Другий	+ <i>E</i>	-1,00	+ <i>P</i>	0	0
Третій	+1,00	+ <i>F</i>	0	0	-1,00
Четвертий	0	+1,00	0	+ <i>G</i>	+ <i>H</i>

Наприклад, проект *A* - це інвестиції, які можна зробити на початку першого року на два наступних роки, причому в кінці цього ж року можна повернути *E* копійок на вкладену гривню, а в кінці наступного року можна додатково отримати ще 1 грн. Максимальна сума, яка може бути вкладена в цей проект, становить *J* грн. Проект *B* - повністю аналогічний *A*, але вкладення грошей можна зробити тільки на початку наступного року і т. д.

Гроші, отримані внаслідок інвестицій, можна реінвестувати згідно із запропонованою схемою. У доповнення до цього компанія може отримувати по *L* % річних за короткостроковий внесок всіх грошей, які не були вкладені в інвестиції у даному році. У компанії є *M* грн. для інвестицій. Вона хоче максимізувати суму грошей, накопичених до кінцевого періоду.

Сформулюємо задачу лінійного програмування.

Побудуємо економіко-математичну модель і приведемо отримане оптимальне рішення. Позначення: *a*₁, *b*₂, *c*₁, *d*₁, *e*₃ - інвестиції в проекти *A*, *B*, *C*, *D*, *E* відповідно; індекси 1, 2, 3 вказують перший, другий і третій роки вкладення інвестицій; *s*₁, *s*₂, *s*₃ - суми, які можна покласти під короткострокові *L*% відповідно в першому, другому, третьому роках.

Економіко-математична модель:

а) в проект *A* в перший рік не може бути вкладено більше за *J* грн: $a_1 \leq J$;

б) оскільки у компанії є *M* грн, то у всі проекти ця сума повинна бути вкладена в першому році (інакше до кінцевого періоду компанія не максимізує своїх накопичень):

$$M = a_1 + c_1 + d_1 + s_1;$$

в) аналогічний баланс на другий рік: $Ea_1 + Pc_1 + L/100 s_1 = b_2 + s_2$;

г) аналогічний баланс на третій рік: $a_1 + Fb_2 + (1+L/100) s_2 = e_3 + s_3$;

д) максимальний прибуток до кінцевого періоду:

$$b_2 + Gd_1 + He_3 + (1+L/100) s_3 \rightarrow \max.$$

Отримати оптимальне рішення для a_i ; b_i ; d_i ; c_i ; e_i ; s_i . Знайти максимальний прибуток кінцевого періоду. Розрахувати ефективність інвестиційного процесу в процентах до вкладених грошей

Числові значення параметрів E, G, H, J, L, M, P наведені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2

№ варіанту	E	F	G	H	J	L	M	P
1	0,39	0,32	1,84	1,38	581707	9,13	869405	1,16
2	0,3	0,27	1,66	1,29	590686	8,26	910330	1,17
3	0,24	0,37	1,8	1,48	515660	4	870452	1,16
4	0,38	0,3	1,81	1,3	489178	5,49	913550	1,12
5	0,26	0,29	1,7	1,31	587368	9,59	994115	1,13
6	0,29	0,37	1,84	1,47	467530	5,23	1144823	1,1
7	0,3	0,35	1,65	1,31	470747	4,52	1187836	1,09
8	0,38	0,32	1,8	1,33	405357	9,14	936258	1,09
9	0,38	0,32	1,98	1,31	437225	6,02	977915	1,15
10	0,26	0,33	1,93	1,45	461426	5,03	1093099	1,09
11	0,35	0,26	1,87	1,3	599940	9,54	885808	1,18
12	0,36	0,32	1,9	1,56	641942	5,71	967905	1,1
13	0,27	0,36	1,89	1,29	471665	5,31	1008037	1,09
14	0,38	0,38	1,83	1,36	642352	7,33	1085071	1,17
15	0,37	0,32	1,85	1,3	614890	7,38	1144624	1,11
16	0,24	0,26	1,99	1,33	513756	6,77	959449	1,11
17	0,27	0,39	1,76	1,43	629596	8,81	1184667	1,15
18	0,31	0,3	1,73	1,43	458533	5,19	964335	1,19
19	0,29	0,25	2	1,53	554060	8,15	1055085	1,15
20	0,37	0,39	1,96	1,47	418047	7,76	1091653	1,14
21	0,25	0,38	1,95	1,49	502961	5,19	988455	1,16
22	0,35	0,39	1,98	1,57	607330	9,59	869353	1,14
23	0,26	0,36	1,81	1,46	583064	9,3	904860	1,09
24	0,39	0,34	1,74	1,32	459878	5,37	1175764	1,19
25	0,37	0,36	1,76	1,47	423173	6,61	1185312	1,09
26	0,31	0,31	1,77	1,3	481862	6,18	871450	1,14
27	0,25	0,26	1,7	1,36	490578	6,43	945123	1,16
28	0,3	0,32	1,67	1,33	447585	9,24	997788	1,16
29	0,34	0,25	1,82	1,43	491236	4,38	1074510	1,17
30	0,29	0,39	1,78	1,42	397576	8,68	890099	1,09

Практична робота № 6

Тема: Елементарна теорія портфеля. Моделі Марковіца й Тобіна

Мета роботи: Опанувати методи формування оптимального портфеля цінних паперів за моделями Марковіца й Тобіна.

Теоретичні відомості.

Світові фондові ринки мають істотний рівень невизначеності, що спричиняє непереборний ризик, який супроводжує прийняття інвестиційних рішень.

На фінансовому ринку обертається, як правило, кілька типів цінних паперів: державні цінні папери, муніципальні облігації, корпоративні акції, тощо. Цінні папери з низькими ризиками є малоефективними, а високоефективні, як правило, більш ризиковані.

Набір цінних паперів, що перебуває в учасника ринку, називається його портфелем. Вартість портфеля – це сумарна вартість усіх складових його паперів. Прибутковість портфеля – це прибутковість на одиницю його вартості.

Кожен власник портфеля цінних паперів хоче отримати найбільшу ефективність і найменший ризик, але це неможливо. Тому потрібно зробити певний вибір між ефективністю й ризиком. Цей вибір визначається відношенням особи, яка приймає рішення, до ефективності і ризику.

Модель оптимального портфеля Марковіца, яка забезпечує мінімальний ризик і задану прибутковість, має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i \sum_j X_i X_j \text{cov}_{ij} \rightarrow \min, \\ \sum_i X_i M_i = m_p, \\ \sum_i X_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{array} \right. \quad (6.1)$$

Перше рівняння визначає міру ризику портфеля так, як її визначив Марковіц. Тут міра ризику є критерієм оптимізації, який має прагнути до мінімуму. X_i - частка капіталу, витрачена на закупівлю цінних паперів i -го виду, розраховуючи на одну грошову одиницю. Друге рівняння - середню прибутковість портфеля (m_p – наперед заданий рівень прибутковості портфеля). Третє і четверте рівняння впливають із самого змісту параметрів X_i .

Оптимальний портфель Марковіца максимальної прибутковості і заданого, (прийняттого) ризику r_p можна представити як:

$$\begin{cases} \sum_i X_i M_i \rightarrow \max, \\ \sum_i \sum_j X_i X_j \text{cov}_{ij} = r_p, \\ \sum_i X_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{cases} \quad (6.2)$$

Тобін представив оптимальну задачу формування портфеля цінних паперів з урахуванням моделі Марковіца. Але до неї було додано поняття без ризикових цінних паперів, тобто таких, прибутковість яких з часом не змінюється. Для них було введено такі позначення: d_0 – прибутковість без ризикового цінного паперу, X_0 – частка у портфелі без ризикового цінного паперу. Портфель Тобіна мінімального ризику має вигляд:

$$\begin{cases} \sum_i \sum_j X_i X_j \text{cov}_{ij} \rightarrow \min, \\ X_0 d_0 + \sum_i X_i M_i = m_p, \\ \sum_i X_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{cases} \quad (6.3)$$

Як бачимо з формули (6.3), ризикованість портфеля від додавання без ризикових паперів не змінилася. Змінилась тільки доходність.

Портфель Тобіна максимальної ефективності має вигляд:

$$\begin{cases} X_0 d_0 + \sum_i X_i M_i \rightarrow \max, \\ \sum_i \sum_j X_i X_j \text{cov}_{ij} = r_p, \\ \sum_i X_i = 1, \\ X_i \geq 0. \end{cases} \quad (6.4)$$

Як показали подальші дослідження цих моделей, замість коваріації у цих моделях можна застосовувати кореляцію. Результати від цього не зміняться.

Приклад

Знайти оптимальний портфель цінних паперів, якщо відомі дослідження зміни їх прибутковості протягом 6 днів. Кількість типів акцій – 6. Зміна прибутковості наведена в табл. 6.1.

Задані значення $d_0 = 9$, $r_p = 0,05$, $m_p = 12,2$. Розрахувати для цих даних оптимальні портфелі за моделями Марковіца і Тобіна.

Таблиця 6.1

Кількість спостережень прибутковості	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
1	10,161	10,431	10,695	13,393	11,153	11,751
2	11,492	13,087	11,889	12,564	13,613	11,699
3	12,428	14,259	12,561	13,101	13,888	14,348
4	12,416	14,059	12,522	13,706	14,389	13,536
5	10,813	10,818	12,951	12,192	11,765	14,452
6	13,388	14,591	14,628	14,764	14,307	16,962
Середня прибутковість	11,783	12,874	12,541	13,2865	13,185	13,791

За допомогою функції COVAR(масив1;масив2) електронних таблиць Calc була розрахована трикутна матриця коваріацій (табл. 6.2). Де масив 1,2 – координати клітинок, які містять зміни прибутковості для 1 та 2 типу акцій.

Таблиця 6.2

	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
Акції типу 1	1,174867					
Акції типу 2	1,715416	2,75131				
Акції типу 3	1,022792	1,18574	1,392875			
Акції типу 4	0,602635	0,76840	0,482928	0,687508		
Акції типу 5	1,260856	2,05010	0,870436	0,510046	1,58855	
Акції типу 6	1,427621	1,51565	2,005646	0,841206	0,99276	3,2338

Використовуючи функцію SOLVE електронних таблиць Calc, було отримано рішення для чотирьох моделей. Результати зведені в табл. 6.3.

Як видно з результатів, акції типу 2 та 3 не рекомендується включати до портфелю цінних паперів взагалі. Акції 4-го типу включені в усі види портфелів.

Таблиця 6.3

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_0
М. Марковіца з min ризиком	0,855	0	0	0,1443	0	0	
М. Марковіца з max прибутком	0	0	0	0,8299	0,1273	0,0427	
М.Тобіна з min ризиком	0,0002	0	0	0,5725	0,1780	0	0,2492
М. Тобіна з max прибутком	0	0	0	0,2236	0,0695	0	0,7068

Завдання.

Знайти оптимальний портфель цінних паперів за чотирма моделями (Марковіца і Тобіна). Прибутковості цінних паперів за шістьма типами акцій задані у табл. 6.4. Ефективність портфеля цінних паперів m_p , ризик портфеля r_p , а також ефективність без ризикових паперів m_0 задані варіантом у табл. 6.5. Розрахувати, з використанням програми Excel, розподіл капіталу, тобто визначити частки капіталу, витрачені на закупівлю кожного типу акцій: x_1, x_2, \dots, x_6 .

Проаналізувати одержані результати та зробити висновки.

Варіанти завдань

Таблиця 6.4

Прибутковість цінних паперів

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
1	11,954	13,907	14,263	14,611	13,491	12,424
	11,913	12,074	11,960	15,207	13,367	14,318
	11,572	12,654	14,203	11,762	13,568	14,922
	12,591	12,880	13,333	13,217	14,256	15,677
	11,638	12,269	12,537	13,624	13,694	13,718
	12,536	13,659	13,864	12,909	12,687	14,753
	13,054	11,811	10,332	11,891	10,604	11,069
	13,64	14,892	14,471	12,323	13,143	10,781
2	15,513	13,702	12,71	12,08	12,9	13,549
	11,820	13,783	12,361	14,612	12,084	13,537
	11,806	11,931	12,132	13,444	13,332	15,209
	13,376	13,424	14,519	14,817	13,918	16,153
	12,175	12,381	14,647	13,911	13,596	14,714
	10,139	12,112	11,820	10,399	11,604	13,345
	11,786	13,505	13,440	14,856	12,688	13,533
	14,779	11,73	15,448	11,562	12,569	12,905
3	12,839	14,953	13,604	15,473	11,785	11,537
	13,663	13,1	11,271	12,939	13,11	10,835
	11,574	12,955	14,174	14,016	13,100	13,394
	12,602	13,421	14,663	15,042	13,572	15,713
	12,012	12,654	12,996	13,896	13,463	12,148
	12,245	13,043	14,517	15,338	14,976	14,063
	12,502	13,879	13,744	14,726	13,145	12,669
	12,976	13,482	14,434	15,594	15,467	14,364
10,172	10,793	11,877	10,475	14,631	15,186	
13,436	11,564	14,261	14,37	14,619	11,565	
12,786	13,171	14,517	10,181	12,071	11,76	

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
4	14,162	15,191	16,511	15,118	14,409	17,416
	12,522	12,995	15,415	15,263	14,700	13,072
	13,123	15,042	13,177	16,430	14,913	14,860
	12,043	12,570	14,005	14,864	12,917	12,820
	11,472	12,600	11,845	12,878	14,097	14,554
	12,441	13,296	13,139	15,486	12,849	14,172
	11,033	14,763	14,957	10,482	13,371	15,314
	15,651	10,311	11,749	10,069	12,505	10,373
	10,868	11,655	15,389	13,488	11,089	11,269
5	11,265	12,891	11,612	12,845	11,401	13,668
	12,131	12,365	12,890	12,283	13,833	15,160
	14,480	15,143	17,277	15,657	14,960	15,963
	12,572	13,837	12,596	13,157	15,296	16,424
	10,865	12,623	11,558	14,056	10,873	14,489
	11,962	12,287	13,799	12,841	13,769	15,677
	11,818	11,079	13,744	12,723	12,167	11,445
	12,131	11,762	13,064	12,428	14,369	10,408
	14,065	14,698	11,58	11,955	10,015	14,067
6	10,908	11,940	12,719	11,464	12,486	11,458
	9,766	9,842	10,987	10,843	12,003	13,471
	11,702	12,463	13,454	12,725	13,619	13,226
	11,472	12,097	12,784	12,302	14,188	12,603
	13,503	13,740	13,848	14,758	15,457	13,570
	15,456	16,452	16,450	17,013	17,052	17,229
	12,38	10,757	10,85	15,517	10,13	10,23
	15,035	13,717	13,835	12,324	12,612	14,82
	13,915	13,308	13,907	14,76	10,969	13,615
7	10,161	12,144	10,537	13,397	10,223	12,266
	11,492	12,945	11,892	12,298	12,097	11,582
	12,428	12,895	15,227	13,407	14,462	14,330
	12,416	13,050	14,567	15,240	13,731	13,284
	10,813	12,380	12,008	14,134	10,968	11,675
	13,388	14,643	15,659	16,734	15,631	16,916
	14,045	13,298	11,753	10,634	10,774	13,346
	11,854	11,076	15,008	15,52	13,707	14,934
	12,293	12,613	13,244	13,098	11,317	12,795
	9,889	11,603	11,612	12,721	11,453	12,102
	12,517	13,256	12,947	12,596	12,853	13,036
	12,786	12,822	15,447	14,452	15,143	16,247
	11,863	12,114	13,359	13,437	11,913	15,300

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
8	11,444	13,292	13,703	11,504	13,406	15,255
	14,696	15,946	16,829	17,698	16,051	17,140
	12,41	11,976	13,625	14,556	13,008	15,107
	13,18	12,788	10,561	13,739	11,082	11,067
	10,207	11,496	13,408	11,855	12,819	11,183
9	11,999	13,995	13,415	12,868	12,339	13,682
	12,241	12,793	14,227	13,426	12,656	15,808
	12,120	13,933	14,592	13,354	12,278	14,786
	11,506	13,401	12,193	13,845	12,406	13,317
	12,376	13,710	15,068	13,133	12,707	14,716
	12,148	13,970	15,119	12,886	14,518	13,300
	11,49	10,366	12,194	11,04	15,453	10,251
	12,547	11,26	14,502	12,471	11,346	13,189
	14,954	15,214	14,691	14,643	10,66	13,722
10	11,293	11,493	13,753	12,936	12,881	13,820
	12,112	12,919	12,415	14,048	14,770	14,310
	11,429	13,098	14,277	14,551	11,639	13,524
	10,526	11,988	11,705	12,466	11,825	10,864
	11,467	13,364	12,171	11,631	11,923	13,764
	11,467	13,334	12,338	14,208	12,271	13,324
	12,457	12,82	14,672	11,122	12,201	11,865
	11,303	11,106	14,522	12,982	10,733	13,26
	13,577	10,597	12,214	13,755	10,945	14,422
11	11,954	13,381	14,468	12,274	13,094	13,014
	11,913	12,754	14,452	13,449	14,079	14,121
	11,572	12,623	11,901	12,132	13,555	14,708
	12,591	14,289	12,943	15,645	15,376	15,788
	11,638	12,955	12,637	11,702	12,786	13,542
	12,536	14,495	14,612	14,490	12,852	12,658
	10,3	11,802	10,558	12,556	13,707	11,064
	10,077	15,049	13,202	12,789	11,011	13,633
	10,609	12,755	12,388	10,54	10,299	10,794
12	11,820	12,832	13,906	12,432	13,609	12,919
	11,806	12,724	14,135	14,936	14,227	14,873
	13,376	14,119	14,326	15,519	15,372	15,364
	12,175	12,236	14,132	13,943	12,417	13,732
	10,139	12,117	10,606	10,683	10,995	12,416
	11,786	12,572	14,074	15,135	14,459	12,269
	11,947	12,442	12,102	11,653	14,821	10,956
	12,549	13,822	12,061	13,647	10,139	14,699

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
	13,769	14,628	11,745	12,76	15,414	11,804
13	11,574	11,725	11,798	12,740	13,207	13,470
	12,602	14,100	13,887	14,496	13,683	15,434
	12,012	13,772	14,191	13,929	13,937	13,956
	12,245	12,743	14,992	15,045	14,583	12,772
	12,502	13,123	15,173	13,344	12,592	14,666
	12,976	13,812	15,706	15,414	15,655	14,494
	14,962	14,212	14,37	10,706	10,342	15,047
	12,605	13,714	11,913	10,173	10,266	14,133
	13,39	10,077	13,509	12,414	11,003	14,122
14	14,162	15,519	16,403	17,273	15,211	18,008
	12,522	12,853	15,488	15,031	14,035	14,447
	13,123	13,967	13,330	14,221	13,849	16,304
	12,043	13,658	13,493	13,774	14,343	13,151
	11,472	12,136	14,103	12,386	12,564	13,363
	12,441	13,616	12,717	14,347	15,090	15,575
	15,321	14,514	13,761	13,437	10,435	11,349
	13,688	12,501	14,047	13,697	11,012	13,568
	13,015	10,806	10,246	14,705	14,031	13,639
15	11,265	12,052	14,016	14,047	12,064	11,667
	12,131	12,983	12,296	15,291	14,095	13,940
	14,480	16,275	16,717	16,194	15,413	15,427
	12,572	13,244	14,897	14,571	15,340	15,674
	10,865	11,659	10,923	11,533	13,089	11,709
	11,962	13,388	12,492	14,907	13,977	14,358
	12,273	10,582	10,729	12,873	15,334	10,504
	11,192	11,71	12,772	14,989	12,052	12,829
	13,259	12,302	11,952	11,653	10,325	12,07
16	10,908	11,114	13,790	11,873	13,029	11,012
	9,766	11,117	12,354	11,287	12,546	10,249
	11,702	12,455	13,484	12,153	13,075	12,310
	11,472	12,053	11,617	14,065	11,503	13,322
	13,503	14,469	14,195	16,018	14,812	15,556
	15,456	17,355	16,685	15,598	16,603	19,311
	10,743	13,107	13,977	10,612	13,257	10,103
	14,806	12,73	11,274	14,489	13,487	11,714
	13,917	11,842	10,508	14,059	10,903	14,528
	10,161	10,431	10,695	13,393	11,153	11,751
	11,492	13,087	11,889	12,564	13,613	11,699
	12,428	14,259	12,561	13,100	13,888	14,348

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
17	12,416	14,059	12,522	13,706	14,389	13,536
	10,813	10,818	12,951	12,192	11,765	14,450
	13,388	14,590	14,628	14,764	14,307	16,962
	10,314	11,939	13,192	11,174	10,418	13,217
	12,381	12,678	13,225	15,304	14,424	13,462
	12,574	11,391	11,633	10,652	15,083	12,711
18	9,889	11,198	10,095	12,783	11,183	10,835
	12,517	13,735	14,247	13,208	15,072	15,429
	12,786	13,231	15,070	13,013	14,133	16,174
	11,863	12,183	13,377	13,203	11,916	12,421
	11,444	11,999	13,243	14,233	13,024	12,491
	14,696	14,906	14,730	17,126	17,331	15,297
	12,894	11,848	14,255	11,461	11,5	13,227
	10,66	11,036	15,099	15,435	13,372	10,76
	14,266	13,146	14,38	13,084	14,038	14,563
19	11,999	12,509	12,361	14,850	14,026	15,078
	12,241	13,124	15,153	14,655	15,038	15,460
	12,120	12,240	12,945	12,701	13,006	13,616
	11,506	12,815	13,497	13,746	13,218	14,658
	12,376	12,808	14,477	15,690	14,127	12,427
	12,148	13,932	13,771	14,039	14,440	12,250
	14,86	10,825	14,548	13,411	15,351	14,955
	13,161	11,053	10,764	13,005	10,347	14,138
	11,6	10,567	11,483	13,277	14,139	10,91
20	11,293	11,563	14,165	14,763	12,874	14,426
	12,112	13,348	13,988	12,222	14,409	13,381
	11,429	11,680	14,364	11,472	13,201	11,925
	10,526	11,960	11,740	12,709	12,061	12,319
	11,467	11,774	11,862	12,466	12,013	12,865
	11,467	11,747	12,326	13,699	13,968	12,173
	10,912	14,664	14,595	11,794	14,64	14,949
	13,139	11,744	12,389	10,087	13,563	10,031
	10,395	12,986	12,932	10,593	11,047	15,645
21	11,954	13,543	13,158	14,299	14,420	12,797
	11,913	12,292	13,565	13,888	13,886	12,930
	11,572	11,745	12,146	12,162	13,720	15,055
	12,591	14,354	12,829	14,346	13,412	16,083
	11,638	13,317	13,026	11,899	14,227	13,862
	12,536	14,156	14,004	15,164	14,165	12,651
	10,289	11,306	12,77	10,373	13,129	12,232

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
	10,333	10,998	14,838	12,924	10,419	11,086
	11,385	15,572	14,63	14,153	13,033	13,687
22	11,820	12,499	11,834	15,220	12,420	12,394
	11,806	12,803	14,115	14,830	12,295	14,506
	13,376	13,724	15,571	14,055	15,511	14,009
	12,175	13,275	14,218	14,957	13,936	12,930
	10,139	10,635	10,975	12,273	10,431	13,031
	11,786	13,607	14,470	14,452	13,871	12,949
	10,708	13,341	15,209	10,68	13,665	13,012
	12,658	11,912	14,035	15,569	12,802	13,533
	10,122	13,555	13,4	12,345	13,82	10,11
23	11,574	12,615	12,977	14,600	11,962	12,629
	12,602	14,600	13,219	12,806	14,657	13,855
	12,012	12,482	12,072	13,876	13,781	12,645
	12,245	14,012	13,432	14,994	14,489	14,450
	12,502	12,511	12,574	12,581	13,727	13,138
	12,976	14,279	15,732	15,464	15,332	15,686
	15,097	15,405	10,558	12,12	14,096	13,8
	11,339	15,114	12,532	11,816	13,476	14,787
	11,318	10,244	12,206	12,152	10,498	10,213
24	14,162	15,097	16,664	15,119	15,614	16,602
	12,522	13,107	13,259	15,520	14,122	15,000
	13,123	13,462	14,243	15,733	14,196	13,900
	12,043	12,656	14,471	13,502	13,883	15,184
	11,472	12,402	14,301	11,937	12,424	13,662
	12,441	12,922	12,501	14,496	14,711	16,107
	10,659	15,636	12,23	14,287	11,014	10,961
	13,512	14,707	13,778	10,52	13,035	14,277
	12,626	10,707	12,554	10,724	14,032	10,669
25	11,265	12,585	11,693	11,892	12,272	11,771
	12,131	13,804	14,553	12,888	12,203	13,570
	14,480	15,883	16,938	17,964	15,827	16,217
	12,572	13,682	14,710	13,215	14,412	12,883
	10,865	11,008	12,093	10,942	11,787	14,353
	11,962	12,771	12,948	12,553	14,741	14,898
	11,626	13,958	12,72	12,939	15,622	15,341
	13,829	10,004	15,032	11,317	12,007	11,042
	14,909	13,873	13,223	11,357	10,535	14,608
	10,908	12,573	13,457	13,093	13,315	12,251
	9,766	11,044	11,508	11,785	10,927	10,205

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
26	11,702	13,345	13,567	14,966	14,416	13,449
	11,472	11,740	12,569	12,698	13,065	11,547
	13,503	14,632	16,452	14,309	15,559	16,024
	15,456	16,674	17,416	16,571	17,512	19,215
	13,164	14,644	10,172	15,418	14,524	14,701
	11,215	10,509	12,113	13,411	14,012	14,238
	14,851	11,954	15,317	13,596	14,586	15,585
27	10,161	12,013	12,309	13,480	10,737	10,362
	11,492	12,874	12,130	11,774	12,208	13,078
	12,428	14,133	13,361	15,555	13,970	12,772
	12,416	13,743	12,485	15,630	14,477	14,736
	10,813	10,866	12,196	10,991	12,082	11,145
	13,388	15,128	13,703	16,777	13,895	17,200
	14,442	10,475	13,837	13,066	14,913	13,121
	15,174	10,341	11,349	13,326	15,443	15,154
	14,249	11,751	12,072	10,263	11,822	15,6
28	9,889	11,361	10,420	10,167	10,772	11,689
	12,517	12,568	13,011	12,590	13,770	14,967
	12,786	14,656	12,976	13,292	14,371	13,211
	11,863	13,064	14,263	15,093	13,658	12,023
	11,444	12,354	13,277	12,915	13,978	15,040
	14,696	16,068	17,289	15,475	15,921	16,822
	14,535	10,492	11,191	11,446	10,918	15,363
	11,63	13,986	13,082	13,932	15,357	12,927
	11,047	14,227	13,488	14,959	12,389	13,697
29	11,999	13,785	12,086	13,075	12,001	14,557
	12,241	13,972	12,655	15,409	14,427	15,364
	12,120	12,223	13,483	14,749	13,943	15,458
	11,506	12,741	13,154	14,019	13,421	14,352
	12,376	12,607	15,165	15,504	12,505	16,273
	12,148	13,647	13,685	13,575	13,531	13,580
	13,24	14,403	15,172	10,629	11,94	15,244
	13,674	11,491	12,799	13,506	15,211	10,11
	10,233	12,527	13,669	15,065	12,619	13,842
30	11,293	11,455	11,496	13,262	12,301	13,370
	12,112	13,212	14,231	14,946	12,130	13,687
	11,429	12,990	11,766	14,277	12,649	12,901
	10,526	10,985	11,664	10,955	12,575	11,408
	11,467	13,087	13,639	12,660	11,969	14,170
	11,467	12,661	13,769	11,926	13,023	14,202

№ п/п	Акції типу 1	Акції типу 2	Акції типу 3	Акції типу 4	Акції типу 5	Акції типу 6
	10,14	14,299	14,09	11,063	13,002	14,751
	11,972	15,428	10,125	10,795	11,87	12,271
	13,205	13,88	10,163	12,077	14,07	15,495

Варіанти завдань

Таблиця 6.5

Ризик і ефективності цінних паперів

№ варіанта	m_0	r_p	m_p	№ варіанта	m_0	r_p	m_p
1	10	0,3	13,5	16	9	0,05	12,2
2	10	0,3	13,3	17	9	0,05	12,2
3	10	0,3	12,6	18	9	0,05	12,2
4	10	0,3	12,6	19	9	0,05	12,2
5	10	0,3	12,5	20	9	0,05	12,2
6	10	0,5	12,7	21	9	0,05	12,4
7	10	0,04	12,7	22	9	0,08	12,8
8	10	0,04	12,7	23	9	0,09	12,8
9	10	0,04	12,7	24	9	0,12	12,8
10	10	0,04	12,7	25	9	0,11	12,1
11	8	0,05	12,7	26	9	0,05	12,2
12	8	0,05	12,7	27	9	0,05	12,3
13	8	0,09	12,5	28	9	0,12	12,2
14	8	0,05	12,5	29	8	0,1	12,4
15	9	0,05	12,2	30	8	0,1	12,5

