

© С.С. Худолій¹, С.О. Федоряченко¹, К.А. Зіборов¹, Д.В. Гаркавенко¹,
Є.В. Кошеленко¹, І.М. Луценко¹

¹ Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

РОЗРОБКА МОДЕЛІ ПРОСТОРОВОГО ОРІЄНТУВАННЯ ВИКОНАВЧОГО ОРГАНУ МЕХАТРОННОЇ СИСТЕМИ

© S. Khudoliy¹, S. Fedoriachenko¹, K. Ziborov¹, D. Harkavenko¹,
I. Koshelenko¹, I. Lutsenko¹

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

DEVELOPMENT OF A SPATIAL ORIENTATION MODEL FOR THE ACTUATOR OF A MECHATRONIC SYSTEM

Мета. Розробка системи керування мехатронної системи з урахуванням геометричного рішення задачі інверсної кінематики.

Методика. Проведення дослідження базувалось на принципах теоретичної та прикладної механіки, та моделі перетворення Денавіта-Хартенберга. Формування графічних розрахункових моделей та кінематичних схем дозволило спростити розробку математичної моделі динамічної системи без урахування системи сил, які діють на ланки механізму. Розглянуто можливість використання матричних перетворень з метою спрощення пошуку узагальнених координат та переходу до локальної диспозиції кожної ланки для подальшого інтегрування отриманих результатів до систем автоматизації та керування.

Результати. Отримані результати, визначення траєкторії руху схвату із використанням моделей інверсної кінематики, дозволили розробити алгоритми пошуку положення ланок механізму із можливістю програмної реалізації системи керування. Встановлені закономірності із визначення точних координат положення матричним методом дає можливість застосовувати додаткове програмне забезпечення із відкритим кодом для розрахунків положення у реальному часі.

Наукова новизна. Використання сучасних технологій візуальної оцінки зовнішнього середовища та погодження керуючих імпульсів приводу виконавчого органу було вперше отримано на основі математичної моделі інверсної кінематики багатоланкового механізму. Це дозволило автоматизувати визначення локальних координат положення кожної ланки в межах власних ступеней свободи та алгоритмізувати цей процес. В результаті поєднання математичних моделей кінематики механізму та матричної форми пошуку координат, отримано можливість досліджувати вплив переміщення i -ї ланки мехатронного технічного комплексу на загальну систему із урахуванням діючих систем сил та заданого просторового орієнтування як виконавчого органу так і проміжних ланок.

Практична значимість. Реалізація отриманих кінематичних моделей матричним методом дає можливість програмно реалізувати алгоритми пошуку координат i -ї ланки механізму та автоматизувати процес керування із завданням кінцевих положень, визначення рівня інтегральної помилки при переміщенні вихідної ланки і забезпечити можливість програмування автономних мехатронних систем на відкритому програмному коді. Як результат, впровадження технології напів- або повністю автономного технічного комплексу дозволить автоматизувати технологічні процеси різноманітних галузей промисловості.

Ключові слова: мехатронна система, колаборативна робототехніка, виконавчий орган, метод сегментації.

Вступ. Сучасний етап науково-технічної революції характеризується комплексною автоматизацією виробництва. За останні десятиліття автоматизація основних технологічних операцій досягла такого рівня, що, часткового або повністю, технологічні операції виконуються за допомогою спеціалізованих роботів або ж роботів маніпуляторів [1].

В даній науко-технічній розробці пропонується геометричне рішення встановлення траєкторії руху виконавчих органів мехатронного асистента, що дозволить без проблем програмувати маніпулятори, які не мають датчиків зворотного зв'язку по положенню [2].

Основна частина. Управління маніпулятором передбачає переміщення схвата в певну точку з певною орієнтацією. Це переміщення здійснюється за рахунок внесення узагальнених координат. Так як керування полягає у формуванні кута між двома сусідніми ланками – зміна цього кута призводить до зміни положення однієї локальної системи координат відносно іншої, що призводить до необхідності описувати кожен наступну локальну систему щодо попередньої [3]. Для опису зміни положення і орієнтації однієї локальної системи координат щодо попередньої використовуються однорідні матриці перетворення (А-матриці, або матриці перетворенням Денавіта-Хартенберга (рис. 1).

$$\begin{array}{ccc|c}
 \textcircled{r_1} & \textcircled{r_2} & \textcircled{r_3} & \textcircled{\Delta x} \\
 \textcircled{r_4} & \textcircled{r_5} & \textcircled{r_6} & \textcircled{\Delta y} \\
 \textcircled{r_7} & \textcircled{r_8} & \textcircled{r_9} & \textcircled{\Delta z} \\
 \hline
 \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{0} & \textcircled{1}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{3}\times\text{3 матриця повороту} \\
 \text{3}\times\text{1 перенесення} \\
 \text{1}\times\text{3 перспектива} \\
 \text{коефіцієнт масштабювання}
 \end{array}$$

Рис. 1. Однорідна матриця перетворення

Розрахунок інверсної кінематики виконується, за умови, що параметри a_i , d_i , a_i відомі [4].

Як тільки параметри ланок встановлені і ми задалися початковим станом, можуть бути легко побудовані матриці A_{i-1}^i і здійснено послідовне перемноження. Подальше рішення залежить від вибору конкретного методу розв'язання задачі інверсної кінематики. Існує два варіанти математичний (алгебраїчний) або геометричний [5]. Враховуючі, що велика кількість ступенів свободи сприяє ускладненню математичного рішення, тому в подальшому розглянемо геометричне рішення задачі зворотної кінематики.

Знаходження θ_1 . Першочергово на вході ми маємо матрицю T_0^6 , в якій вказані кінцеві координати і положення схвата. Для знаходження першого кута, який визначає і-положення ланки, потрібно розглядати матрицю \bar{T}_0^4 (1).

$$\bar{T}_0^4 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & T_{0x}^4 \\ n_y & o_y & a_y & T_{0y}^4 \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де A_i – однорідна матриця перетворення; n_i – координати вектора нормалі; o_i – координати вектора орієнтації; a_i – координати вектора підходу; p_i – координати вектора положення.

Щоб перейти від першої матриці до другої скористаємося наступним виразом:

$$P_m = T_0^6 - W \cdot d_6 = \begin{pmatrix} T_{0x}^6 \\ T_{0y}^6 \\ T_{0z}^6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{x6} \\ a_{y6} \\ a_{z6} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot d_6 = \begin{pmatrix} T_{0x}^4 \\ T_{0y}^4 \\ p_z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

де d_i – параметр ланки кінематичної схеми;

Таким чином вектор P_m має координати, які описують стан робота без урахування зап'ястя (схвата), що достатньо для визначення першого кута. Щоб знайти кут θ_1 спроектуємо вектор \bar{T}_0^4 на систему координат основи (рис. 2). Далі, опираючись на отримані проекції T_{0x}^4 та T_{0y}^4 , як відношення протилежного катета до прилеглого катета, знайдемо потрібний кут.

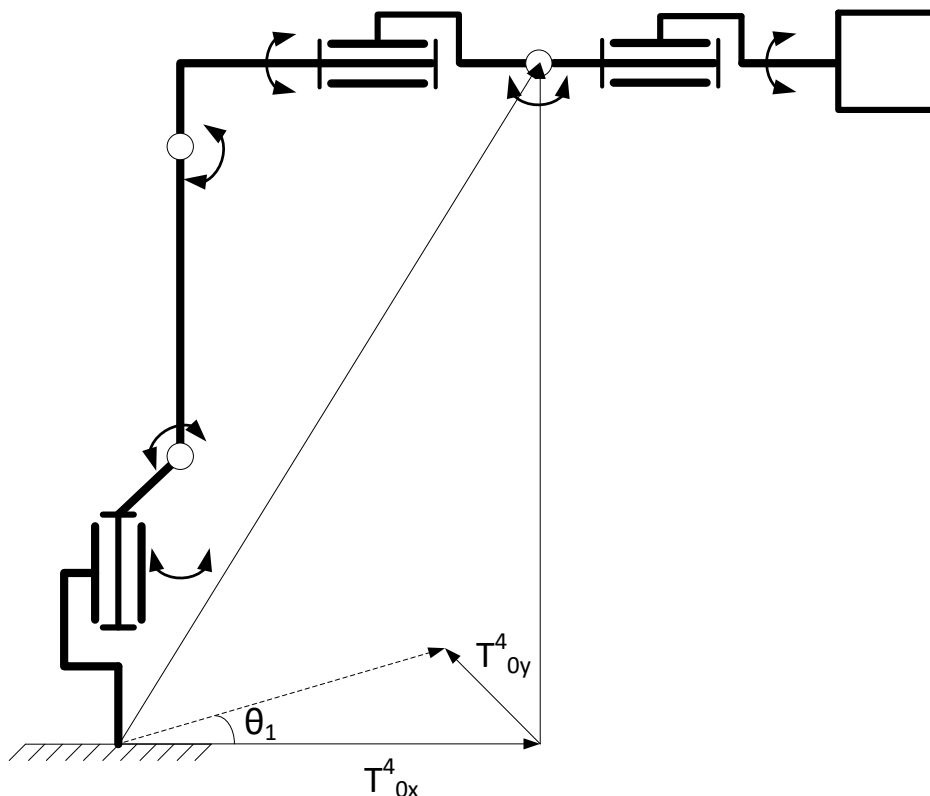


Рис. 2. Геометричне зображення для розрахунку першого кута

Тоді:

$$\tan(\theta_1) = \frac{T_{0y}^4}{T_{0x}^4} \rightarrow \theta_1 = \arctan\left(\frac{T_{0y}^4}{T_{0x}^4}\right) \quad (3)$$

Для того щоб рішення було в придатній формі (а саме кути розраховувалися з урахуванням знаків та визначені в інтервалі від $-\pi$ до $+\pi$) скористаємося наступним виразом:

$$\theta_1 = \arctan2(T_{0y}^4, T_{0x}^4). \quad (4)$$

Знаходження θ_2 . Згідно рис. 3 шуканий кут буде дорівнювати:

$$\theta_2 = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \beta - \gamma & \text{кут позитивний} \\ \frac{\pi}{2} - \beta + \gamma & \text{кут негативний} \end{cases}, \quad (5)$$

де:

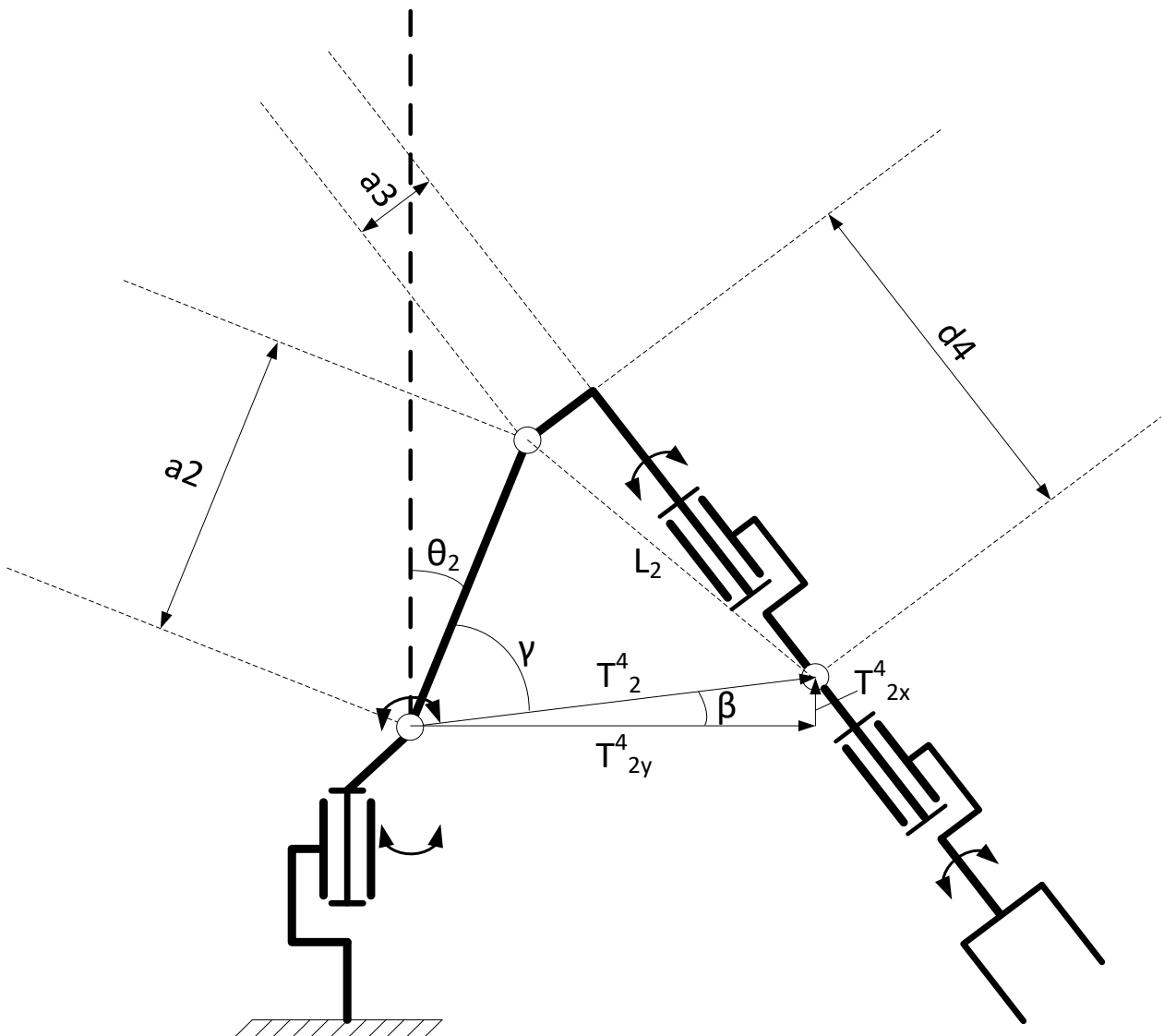


Рис. 3. Геометричне зображення для розрахунку другого кута

$$\beta = \arctan \left(\frac{T_{2x}^4}{T_{2y}^4} \right) \quad (6)$$

або

$$\beta = \arctan2(T_{2x}^4, T_{2y}^4) \quad (7)$$

де:

$$\bar{T}_2^4 = A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & T_{2x}^4 \\ n_y & o_y & a_y & T_{2y}^4 \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Варто зазначити, що для того, щоб отримати координати T_{2x}^4 та T_{2y}^4 як показано в рівнянні (8), потрібно вектор P_m помножити на зворотну матрицю A_1^{-1} . Матрицю A_1 можна скласти на підставі раніше розрахованого кута. Тоді:

$$P_{11} = A_1^{-1} \cdot P_m = \begin{pmatrix} T_{2x}^4 \\ T_{2y}^4 \\ p_z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Кут гамма знайдем через теорему косинусів, де:

$$\cos(\gamma) = \frac{a_2^2 + |\bar{T}_2^4|^2 - L_2^2}{2 \cdot a_2 \cdot |\bar{T}_2^4|} \quad (10)$$

тоді:

$$\gamma = \arccos \left(\frac{a_2^2 + |\bar{T}_2^4|^2 - L_2^2}{2 \cdot a_2 \cdot |\bar{T}_2^4|} \right) \quad (11)$$

де:

$$|\bar{T}_2^4| = \sqrt{(T_{2x}^4)^2 + (T_{2y}^4)^2} \quad (12)$$

$$L_2 = \sqrt{(a_3)^2 + (d_4)^2} \quad (13)$$

Знаходження θ_3 . Згідно рис. 4 шуканий кут буде дорівнювати:

$$\theta_3 = \begin{cases} \pi - \varphi - \alpha & \text{кут позитивний} \\ \pi - \varphi + \alpha & \text{кут негативний} \end{cases} \quad (14)$$

Згідно вже згаданої теореми косинусів знайдемо φ та α .

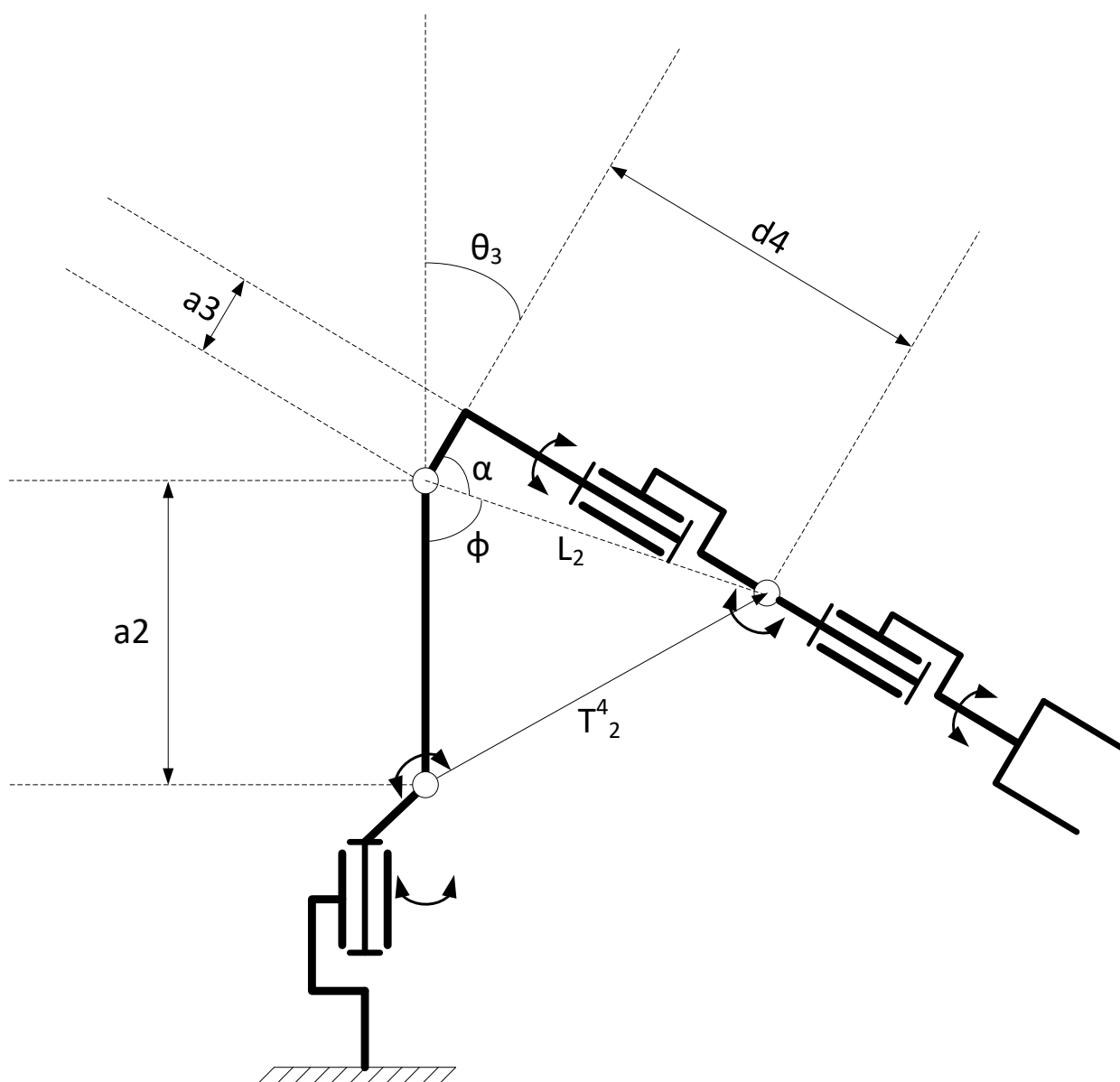


Рис. 4. Геометричне зображення для розрахунку третього кута

Для схеми положення схвата, зображеної на рис. 5 визначимо наступні залежності:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{a_3^2 + L_2^2 - d_4^2}{2 \cdot a_2 \cdot L_2} \right) \quad (15)$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{a_2^2 + L_2^2 - |T_2^4|^2}{2 \cdot a_2 \cdot L_2} \right) \quad (16)$$

Знаходження θ_5 .

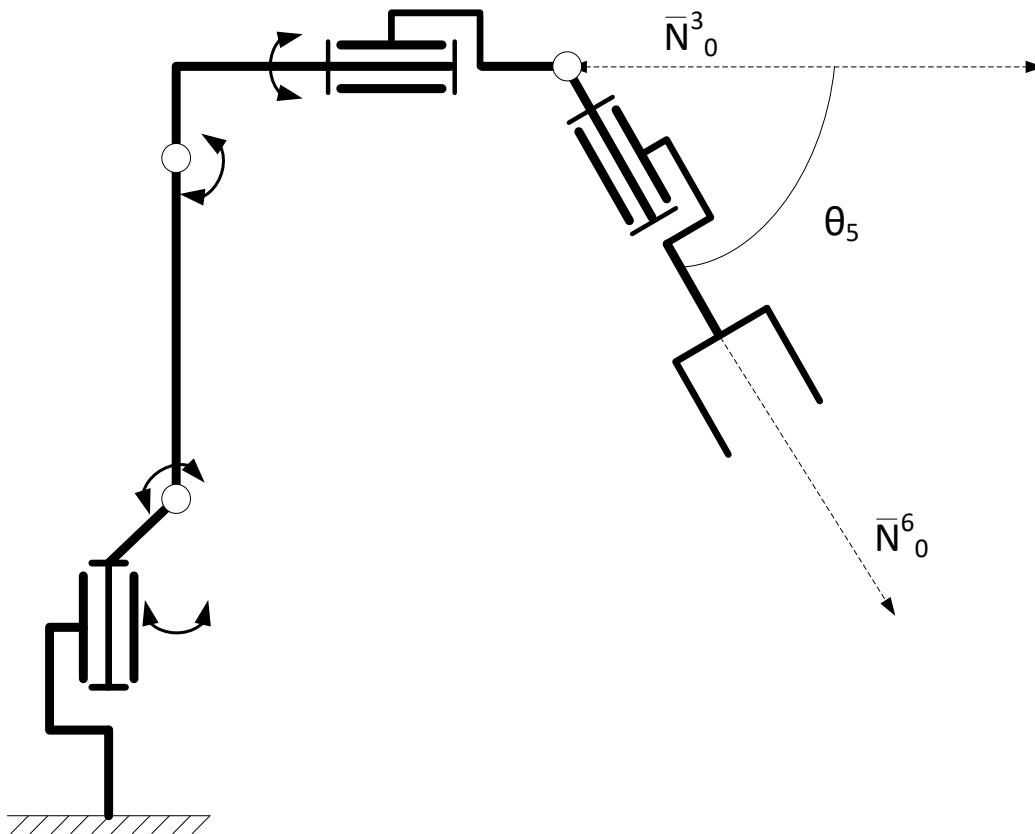


Рис. 5. Геометричне зображення для розрахунку п'ятого кута

Вектор \bar{N}_0^6 , який заданий задалегідь, описується системою координат, пов'язаною з основою, наступним рівнянням:

$$\bar{T}_0^6 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 = \begin{pmatrix} n_{x6} & o_{x6} & a_{x6} & p_{x6} \\ n_{y6} & o_{y6} & a_{y6} & p_{y6} \\ n_{z6} & o_{z6} & a_{z6} & p_{z6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

де:

$$\bar{N}_0^6 = \begin{pmatrix} a_{x6} \\ a_{y6} \\ a_{z6} \end{pmatrix} \quad (18)$$

В свою чергу вектор \bar{N}_0^3 відносно системи координат основи можна виразити таким рівнянням (A_1, A_2, A_3 – отримуємо на підставі раніше розрахованих кутів):

$$\bar{T}_0^3 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = \begin{pmatrix} n_{x3} & o_{x3} & a_{x3} & p_{x3} \\ n_{y3} & o_{y3} & a_{y3} & p_{y3} \\ n_{z3} & o_{z3} & a_{z3} & p_{z3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

де:

$$\bar{N}_0^3 = \begin{pmatrix} a_{x3} \\ a_{y3} \\ a_{z3} \end{pmatrix} \quad (20)$$

З формули скалярного добутку векторів знаходимо шуканий кут:

$$\bar{N}_0^6 \cdot \bar{N}_0^3 = |\bar{N}_0^6| \cdot |\bar{N}_0^3| \cdot \cos(\theta_5) \quad (21)$$

$$\theta_5 = \arccos\left(\frac{\bar{N}_0^6 \cdot \bar{N}_0^3}{|\bar{N}_0^6| \cdot |\bar{N}_0^3|}\right) \quad (22)$$

Знаходження θ_4 .

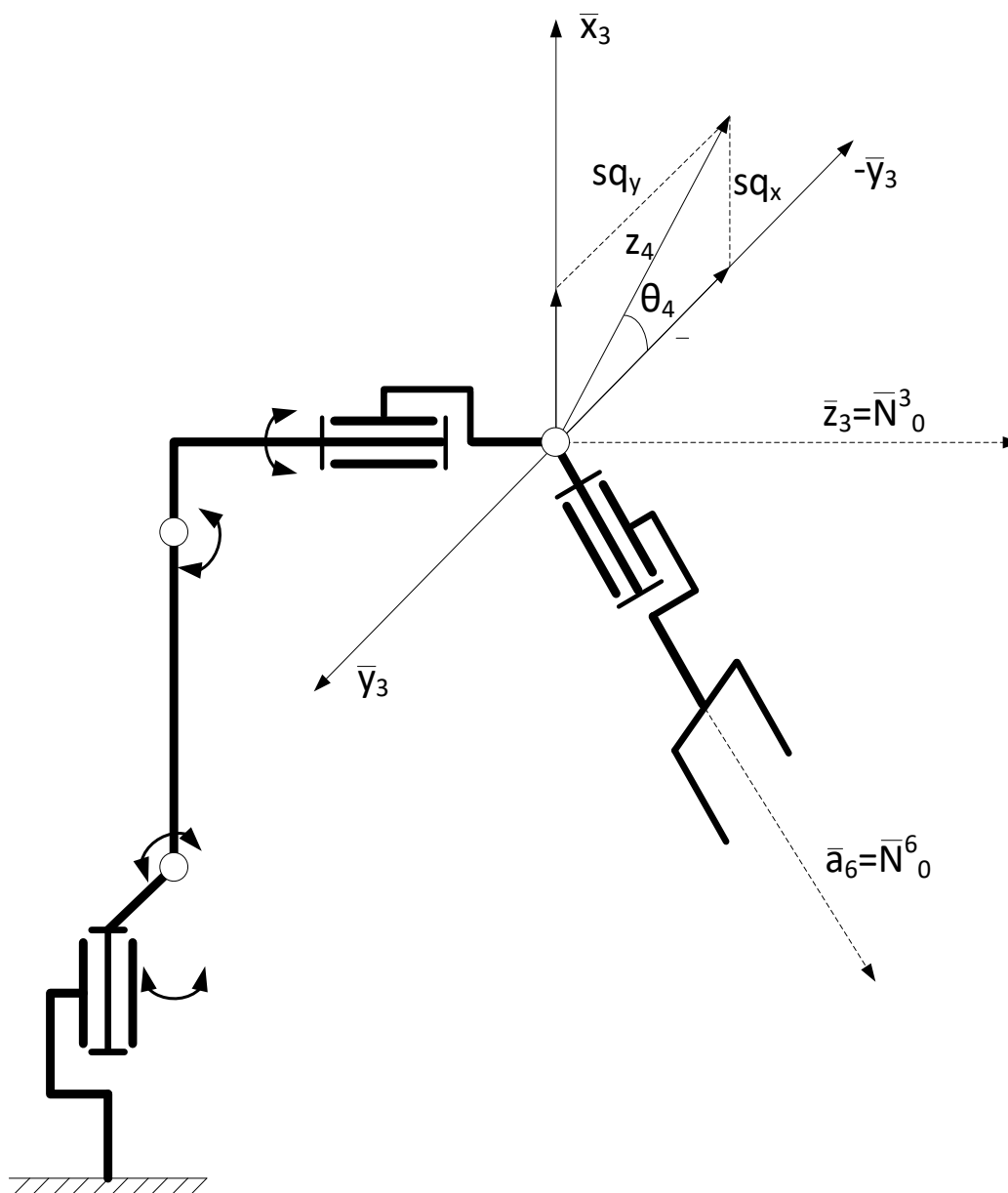


Рис. 6. Геометричне зображення для розрахунку четвертого кута

Як бачимо з рис. 6 кут θ_4 можна знайти, знаючи проекції вектора \bar{z}_4 на вісі \bar{x}_3 і \bar{y}_3 . В такому випадку θ_4 буде дорівнювати:

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{sq_y}{sq_x}\right) \text{ или } \theta_4 = \arctan2(sq_y, sq_x), \quad (23)$$

де:

$$sq_y = \bar{z}_4 \cdot (-\bar{y}_3), \quad (24)$$

$$sq_x = \bar{z}_4 \cdot \bar{x}_3, \quad (25)$$

в свою чергу \bar{z}_4 являється векторних добутком \bar{z}_3 и \bar{a}_6 :

$$\bar{z}_4 = \bar{z}_3 \times \bar{a}_6. \quad (26)$$

Звернемося до рівнянь (17) та (19) і виразимо інші невідомі змінні:

$$\bar{z}_3 = \bar{N}_0^3 = \begin{pmatrix} a_{x3} \\ a_{y3} \\ a_{z3} \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\bar{x}_3 = \begin{pmatrix} n_{x3} \\ n_{y3} \\ n_{z3} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\bar{y}_3 = \begin{pmatrix} o_{x3} \\ o_{y3} \\ o_{z3} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\bar{a}_6 = \bar{N}_0^6 = \begin{pmatrix} a_{x6} \\ a_{y6} \\ a_{z6} \end{pmatrix} \quad (30)$$

Знаходження θ_6 . Як бачимо з рис. 7 кут θ_6 можна обчислити, знаючи проекції вектора \bar{x}_6 на вектор \bar{x}_5 та \bar{y}_5 . В такому випадку θ_6 буде дорівнювати:

$$\theta_6 = \arctan\left(\frac{cq_x}{cq_y}\right) \text{ или } \theta_6 = \arctan2(cq_x, cq_y) \quad (31)$$

де:

$$cq_y = \bar{x}_6 \cdot \bar{y}_5 \quad (32)$$

$$cq_x = \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_5 \quad (33)$$

Визначимо інші невідомі:

$$\bar{x}_6 = \bar{N}_0^6 = \begin{pmatrix} a_{x6} \\ a_{y6} \\ a_{z6} \end{pmatrix} \quad (34)$$

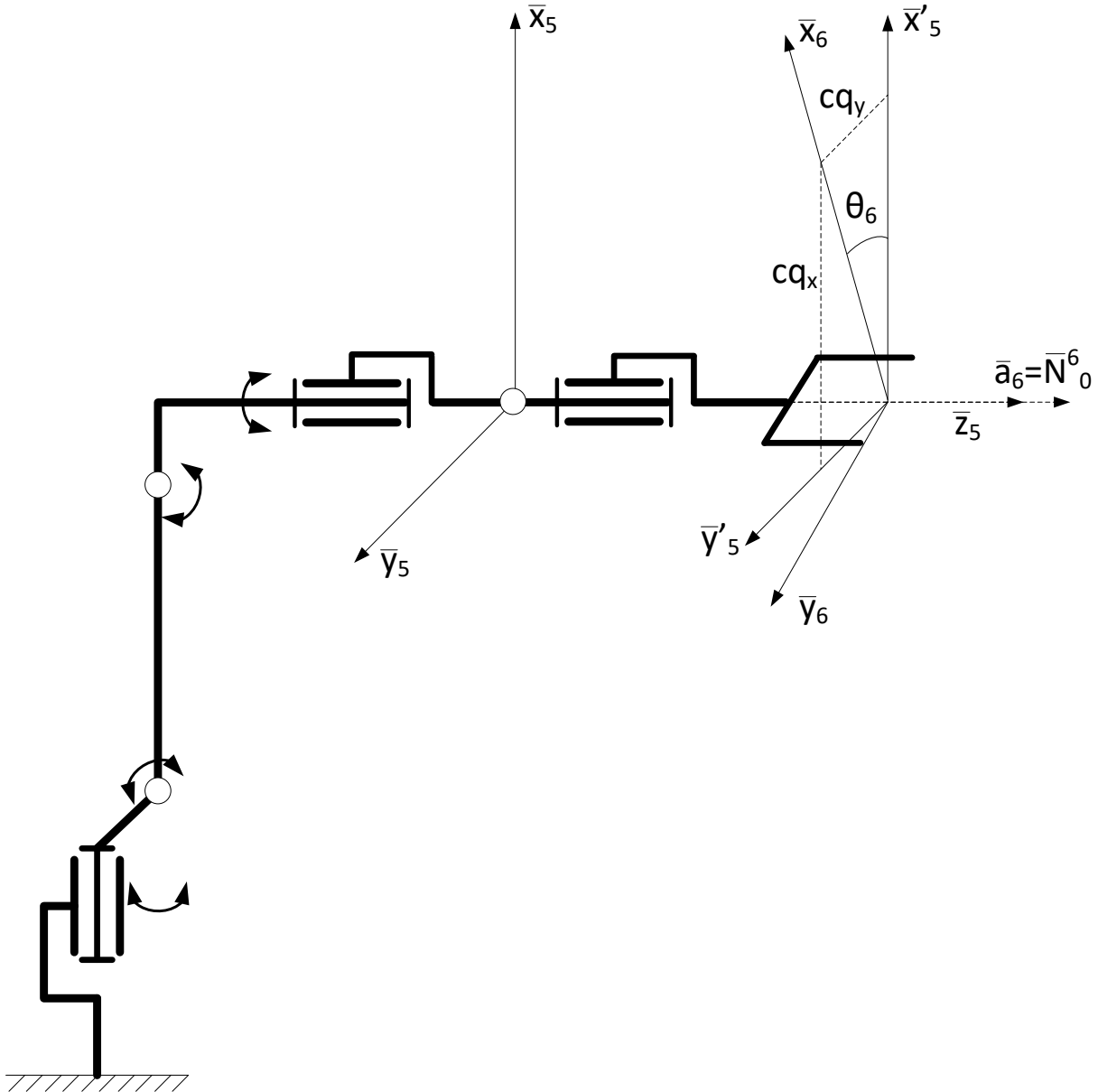


Рис. 7. Геометричне зображення для розрахунку шостого кута

$$\bar{T}_0^5 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 = \begin{pmatrix} n_{x5} & o_{x5} & a_{x5} & p_{x5} \\ n_{y5} & o_{y5} & a_{y5} & p_{y5} \\ n_{z5} & o_{z5} & a_{z5} & p_{z5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\bar{y}_5 = \begin{pmatrix} o_{x5} \\ o_{y5} \\ o_{z5} \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$\bar{x}_5 = \begin{pmatrix} n_{x5} \\ n_{y5} \\ n_{z5} \end{pmatrix} \quad (37)$$

Таким чином, наведене рішення для визначення положень ланок кінематичної схеми, побудоване на відповідних геометричних залежностях, з

встановлення характеристик траєкторії руху виконавчих органів мехатронного асистента, дозволить програмувати маніпулятори.

Висновки. Здобуті результати геометричного розрахунку інверсної кінематики можуть бути застосовані в достатньо широкому колі досліджень. Зокрема, враховуючі отримані результати було розроблене програмне забезпечення, яке дозволяє керувати виконавчими органами робота маніпулятора без використання датчиків зворотного зв'язку по положенню. Використання мехатронного асистента в колаборації з людиною покликане для зменшення травматизму на виробництві та підвищенню ефективності та гнучкості робочого процесу. Розроблений математичний апарат є масштабованим та може бути використаний у технічних комплексах підвищеної складності.

Перелік посилань

1. Зіборов, К.А., Федоряченко, С.О., Бешта, О.О., Луценко, І.М., Малієнко, А.В., & Худолій, С.С. (2020). Обґрунтування кінематичних параметрів ківшового екскаватора, *Збірник наукових праць НГУ*, 62, 156–167.
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/62.156>
2. Малієнко, А. В., Дяченко, Г.Г., Луценко, І.М., Федоряченко, С.О., Зіборов, К.А., & Кошеленко, Є.В. (2021). Енергоефективна структура та апаратне забезпечення підсистеми управління ковшового екскаватора та системи управління гідравлікою. *Збірник наукових праць НГУ*, 67, 165–178.
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/67.165>
3. Akundi, A., & Reyna, M. (2021). A Machine Vision Based Automated Quality Control System for Product Dimensional Analysis. *Procedia Computer Science*, 185, 127–134.
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.05.014>
4. Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A.F., & Golinval, J.-C. (2006). Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(3), 505–592.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2005.04.008>
5. Азюковський, О.О., Гаркавенко, Д.В., Гришак, В.З., Зіборов, К.А., Федоряченко, С.О., & Однорал, М.В. (2023). Аналітичний підхід до розв'язку задач нелінійної динаміки систем із змінними за часом параметрами за умови реакції зовнішнього середовища. *Збірник наукових праць НГУ*, 72, 186–193.
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/72.186>

ABSTRACT

Purpose. Development of a control system for a mechatronic system, taking into account the geometric solution of the inverse kinematics problem.

The methods. The research was based on the principles of theoretical and applied mechanics, as well as the Denavit-Hartenberg transformation model. The formation of graphical computational models and kinematic diagrams simplified the development of the mathematical model of the dynamic system without considering the forces acting on the mechanism links. The possibility of using matrix transformations to simplify the search for generalized coordinates and transition to the local disposition of each link was explored for further integration of the obtained results into automation and control systems.

Findings. The obtained results, determining the trajectory of the gripper using inverse kinematics models, allowed the development of algorithms for determining the position of mechanism links with

the possibility of software implementation of the control system. Identifying patterns for determining accurate position coordinates by the matrix method allows the application of open-source software for real-time position calculations.

The originality. The use of modern technologies for visual assessment of the external environment and coordinating control impulses of the executive body drive was first achieved based on the mathematical model of the inverse kinematics of a multi-link mechanism. This automated the determination of local coordinates for each link within its degrees of freedom and algorithmized this process. Combining the mathematical models of mechanism kinematics and the matrix form of coordinate search allows investigating the influence of the displacement of the i -th link of the mechatronic technical complex on the overall system, considering the acting force systems and the specified spatial orientation of both the executive body and intermediate links.

Practical implementation. The implementation of obtained kinematic models using the matrix method enables the software realization of algorithms for searching the coordinates of the i -th mechanism link, automating the control process with the task of final positions, determining the level of integral error during the displacement of the initial link, and providing the possibility of programming autonomous mechatronic systems with open-source code. As a result, the introduction of semi or fully autonomous technical complexes will automate technological processes in various industries.

Keywords: *mechatronic system, collaborative robotics, executive body, segmentation method.*