

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Дніпровська політехніка»



ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій

**ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ
ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В MS EXCEL**

**Методичні рекомендації
до виконання практичної роботи ІТ-5
з дисципліни «Інформаційні технології»
для здобувачів ступеня бакалавра
спеціальності 125 Кібербезпека та захист інформації**

Дніпро
НТУ «ДП»
2023

Олішевський І.Г.

Обчислення визначених інтегралів за допомогою чисельних методів в MS Excel. Методичні рекомендації до виконання практичної роботи ІТ-5 з дисципліни «Інформаційні технології» для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 125 Кібербезпека та захист інформації / І.Г. Олішевський ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». – Дніпро : НТУ «ДП», 2023. – 14 с.

Автори:

І.Г. Олішевський, асист.

Затверджено науково-методичною комісією за спеціальністю 125 Кібербезпека та захист інформації (протокол № 2 від 23.11.2023) за поданням кафедри безпеки інформації та телекомунікацій (протокол № 4 від 23.11.2023).

Призначено для виконання практичних робіт з дисципліни «Інформаційні технології» студентами спеціальності 125 Кібербезпека та захист інформації.

Орієнтовано на активізацію навчальної діяльності бакалаврів та закріплення практичних знань з даної дисципліни.

Відповідальний за випуск завідувач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій В.І. Корнієнко, д-р техн. наук, проф.

Зміст

Вступ.....	4
Постановка завдання.....	5
Зразок виконання завдання.....	7
Вихідні дані.....	9
Порядок захисту роботи.....	11
Контрольні питання.....	11
Список рекомендованої літератури.....	12
Додаток. Зразок титульного аркуша для практичних робіт.....	13

Вступ

У ряді задач виникає потреба обчислення визначеного інтеграла від деякої функції:

$$I = \int_a^b f(x)dx,$$

де $f(x)$ – підінтегральна функція, безперервна на відрізку $[a, b]$.

Геометричний сенс інтегралу полягає в такому: якщо $f(x) \geq 0$ на відрізку $[a, b]$, то інтеграл $\int_a^b f(x)dx$ чисельно дорівнює площі фігури, обмеженої графіком функції $y = f(x)$, відрізком осі абсцис, прямою $x = a$ та прямою $x = b$ (рис. 1).

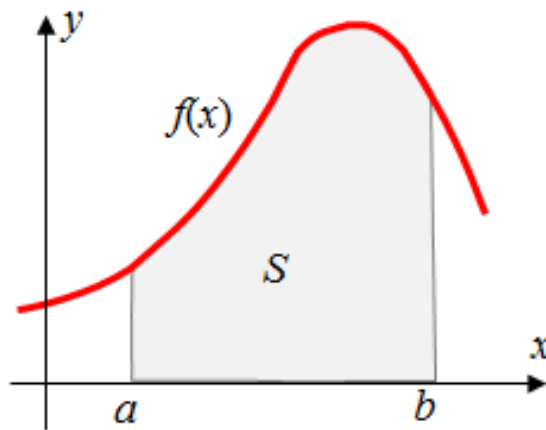


Рис. 1. Геометричний сенс інтегралу

Таким чином, обчислення інтегралу рівносильне обчисленню площі криволінійної трапеції.

Завдання чисельного інтегрування полягає в заміні вихідної підінтегральної функції на деяку апроксимуючу функцію (зазвичай, поліном).

Чисельне інтегрування застосовується в таких випадках:

- підінтегральна функція не задана аналітично, а наприклад, подана у вигляді таблиці значень;
- аналітичне подання підінтегральної функції відомо, але її первісна не виражається через аналітичні функції.

Постановка завдання

Обчислити визначений інтеграл за допомогою таких методів:

- методу Сімпсона (метод парабол);
- методу трапецій.

Для виконання розрахунків використати пакет **Microsoft Office Excel**.

Обчислити точне значення інтегралу за допомогою табличного виразу первісної функції. За допомогою редактора формул набрати вираз визначеного інтеграла для відповідного варіанта.

Шляхом зменшення кроку інтегрування (**повинно бути розглянуто не менше двох значень кроку для кожного методу!**) добитися відхилення розрахованого значення інтегралу від точного значення не більше ніж $\varepsilon = 0,001$ за модулем.

Обчислення визначеного інтегралу методом Сімпсона необхідно здійснювати за такою формулою:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \left[f(a) + f(b) + 4 \sum_{i=1,3}^{n-1} f(a + i \cdot h) + 2 \sum_{i=2,4}^{n-1} f(a + i \cdot h) \right],$$

де h – крок інтегрування, n – кількість дільниць інтегрування функції $f(x)$ на інтервалі $[a,b]$, i – індекс проміжного значення функції.

Графічне представлення методу Сімпсона подано на рис. 2. На кожному зі спарених часткових відрізків замінюємо дугу даної кривої на параболу.

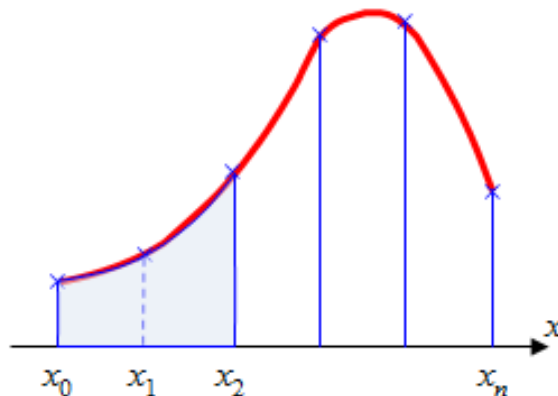


Рис. 2. Графічне представлення методу Сімпсона

Обчислення визначеного інтегралу методом трапецій здійснювати за такою формулою:

$$\int_a^b f(x)dx = h \cdot \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + i \cdot h) \right].$$

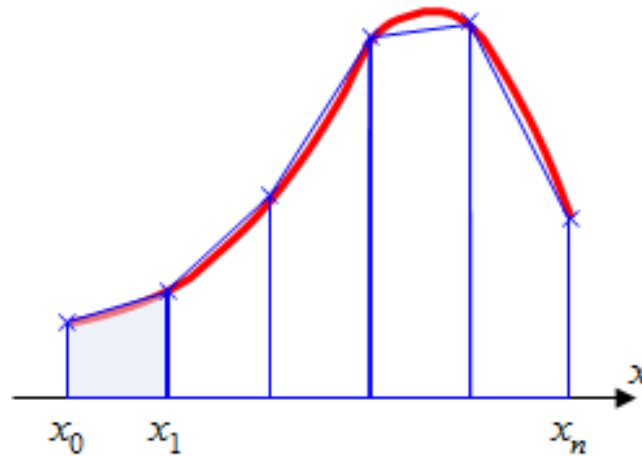


Рис. 3. Графічне представлення методу трапецій

Точне значення інтегралу визначається через первісну функцію за формулою

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Далі наведені приклади виконання завдання в пакеті Microsoft Office Excel (рис. 4, 5). Вихідні дані для обчислень наведені в таблиці 1.

Зразок виконання завдання

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2			x	Первісна	$\int_1^2 \frac{x}{x^4 + 3 \cdot x^2 + 2} dx$		
3	a		1	-0,202732554			
4	b		2	-0,091160778			
5							
6	Точне значення інтегралу				0,111571776		
7							
8					Первісна		
9					$F(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{2} - \frac{\ln(x^2 + 2)}{2}$		
10							
11							
12							
13							
14	Розрахунок інтегралу методом Сімпсона						
15							
16			Крок	0,2			
17							
18		i	a	1	0,166666667		
19		1	x1	1,2	0,142966069		
20		2	x2	1,4	0,119437619		
21		3	x3	1,6	0,098561009		
22		4	x4	1,8	0,081016852		
23			b	2	0,066666667		
24							
25	Сума непарних проміжних значень				0,241527079		
26	Сума парних проміжних значень				0,200454471		
27	Інтеграл за Сімпсоном				0,106690039		
28	Відхилення від точного значення				0,004881736		
29							
30			Крок	0,1			
31							
32		i	a	1	0,166666667		
33		1	x1	1,1	0,155058429		
34		2	x2	1,2	0,142966069		
35		3	x3	1,3	0,130967852		
36		4	x4	1,4	0,119437619		
37		5	x5	1,5	0,108597285		
38		6	x6	1,6	0,098561009		
39		7	x7	1,7	0,089369733		
40		8	x8	1,8	0,081016852		
41		9	x9	1,9	0,073466579		
42			b	2	0,066666667		
43							
44	Сума непарних проміжних значень				0,557459878		
45	Сума парних проміжних значень				0,44198155		
46	Інтеграл за Сімпсоном				0,111571198		
47	Відхилення від точного значення				5,77515E-07		
48							

Рис. 4. Зразок визначення інтегралу за методом Сімпсона в пакеті Microsoft Office Excel

A49		fx		A	B	C	D	E	F	G	
52						Розрахунок інтегралу методом трапецій					
53											
54						Крок	0,2				
55											
56				i	a	1	0,16666667				
57				1	x1	1,2	0,14296607				
58				2	x2	1,4	0,11943762				
59				3	x3	1,6	0,09856101				
60				4	x4	1,8	0,08101685				
61					b	2	0,06666667				
62											
63				Сума проміжних значень				0,44198155			
64				Інтеграл за методом трапецій				0,11172964			
65											
66				Відхилення від точного значення				0,00015787			
67											
68											
69						Крок	0,1				
70											
71				i	a	1	0,16666667				
72				1	x1	1,1	0,15505843				
73				2	x2	1,2	0,14296607				
74				3	x3	1,3	0,13096785				
75				4	x4	1,4	0,11943762				
76				5	x5	1,5	0,10859729				
77				6	x6	1,6	0,09856101				
78				7	x7	1,7	0,08936973				
79				8	x8	1,8	0,08101685				
80				9	x9	1,9	0,07346658				
81					b	2	0,06666667				
82											
83				Сума проміжних значень				0,99944143			
84				Інтеграл за методом трапецій				0,11161081			
85											
86				Відхилення від точного значення				3,9034E-05			
87											
88											

Рис. 5. Зразок визначення інтегралу за методом трапецій в пакеті Microsoft Office Excel

Вихідні дані

Таблиця 1

Варіанти завдань

№ з/п	Інтеграл	Початковий крок h	Первісна функції
1	$\int_1^{3,5} \frac{\ln(x)}{x \cdot \sqrt{1 + \ln(x)}} dx$	0,25	$\frac{2}{3}(\ln(x)+1)^{1,5} - 2(\ln(x)+1)^{0,5}$
2	$\int_{0,5}^1 (tg^2(x) + ctg^2(x)) dx$	0,1	$tg(x) - ctg(x) - 2 \cdot x$
3	$\int_2^4 \frac{1}{x \cdot lg(x)} dx$	0,2	$\ln(10) \cdot \ln(\ln(x))$
4	$\int_1^4 \frac{\ln^2(x)}{x} dx$	0,5	$\frac{\ln^3(x)}{3}$
5	$\int_0^1 \sqrt{e^x - 1} dx$	0,2	$2\sqrt{e^x - 1} - 2 \cdot arctg(\sqrt{e^x - 1})$
6	$\int_0^1 x \cdot e^x \cdot \sin(x) dx$	0,2	$\frac{x \cdot e^x (\sin(x) - \cos(x)) + e^x \cdot \cos(x)}{2}$
7	$\int_0^2 x \cdot sh(x) dx$	0,4	$\frac{x \cdot (e^x + e^{-x})}{2} - \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
8	$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{9 + x^2}} dx$	0,25	$\ln(x + \sqrt{x^2 + 9})$
9	$\int_0^3 x \cdot arctg(x) dx$	0,2	$\frac{x^2}{2} arctg(x) - \frac{x}{2} + \frac{arctg(x)}{2}$
10	$\int_1^{2,5} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$	0,3	$\cos\left(\frac{1}{x}\right)$
11	$\int_0^3 arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$	0,5	$x \cdot arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} - \sqrt{x} + arctg(\sqrt{x})$
12	$\int_1^3 x^x (1 + \ln(x)) dx$	0,2	x^x
13	$\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \cdot x + 2 \cdot x^2}} dx$	0,2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\frac{x + 0,75 + \sqrt{(x + 0,75)^2 - 0,0625}}{0,75 - \sqrt{0,5}} \right)$
14	$\int_0^1 2^{3 \cdot x} dx$	0,2	$\frac{2^{3 \cdot x}}{3 \cdot \ln(2)}$
15	$\int_0^1 \frac{x \cdot arctg(x)}{\sqrt{1 + x^2}} dx$	0,125	$\sqrt{1 + x^2} \cdot arctg(x) - \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

№ з/П	Інтеграл	Початковий крок h	Первісна функції
16	$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 0,16}}{x} dx$	0,125	$\sqrt{x^2 - 0,16} - 0,4 \arccos\left(\frac{0,4}{x}\right)$
17	$\int_0^2 \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$	0,25	$\frac{e^{2x}}{2} - e^x + x$
18	$\int_0^{1,5} \sin^2(x) dx$	0,25	$\frac{x}{2} - 0,25 \cdot \sin(2 \cdot x)$
19	$\int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$	0,25	$2 \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) - 0,5 \sin\left(4 \arcsin\left(\frac{x}{2}\right)\right)$
20	$\int_0^3 e^x \cdot \cos^2(x) dx$	0,5	$\frac{e^x}{2} \left(1 + \frac{2 \sin(2 \cdot x) + \cos(2 \cdot x)}{5}\right)$
21	$\int_1^{2,6} (x \cdot \ln(x))^2 dx$	0,2	$\frac{x^3}{27} (9 \cdot \ln^2(x) - 6 \cdot \ln(x) + 2)$
22	$\int_3^4 \frac{1}{x^3 - 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2} dx$	0,2	$\frac{1}{x-1} + \ln \left \frac{x-2}{x-1} \right $
23	$\int_1^2 \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^4 + 1}} dx$	0,1	$-\frac{\sqrt{2}}{2} \arcsin\left(\frac{\sin(2 \cdot \arctg(x))}{\sqrt{2}}\right)$
24	$\int_1^{1,5} \sin(x) \cdot \ln(\operatorname{tg}(x)) dx$	0,1	$\ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)\right) - \cos(x) \cdot \ln(\operatorname{tg}(x))$
25	$\int_1^{1,5} \frac{e^x (1 + \sin(x))}{1 + \cos(x)} dx$	0,1	$e^x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$
26	$\int_0^2 \frac{1}{(x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}} dx$	0,2	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \ln\left(\frac{1-x+\sqrt{2 \cdot (x^2+1)}}{2 \cdot (x+1)}\right)$
27	$\int_0^1 \frac{1}{(3 \sin(x) + 2 \cos(x))^2} dx$	0,2	$\frac{3 \cdot \cos(x) - 2 \cdot \sin(x)}{13 \cdot (3 \sin(x) + 2 \cos(x))}$
28	$\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx$	0,2	$\frac{\ln^2(x)}{2}$
29	$\int_1^2 \frac{x^3}{3+x} dx$	0,125	$9 \cdot x - \frac{3 \cdot x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - 27 \cdot \ln(3+x)$
30	$\int_1^2 \frac{x}{3 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2} dx$	0,2	$\frac{\ln(x)}{2} - \frac{\ln\left(x + \frac{2}{3}\right)}{2}$

Порядок захисту роботи

Кожен студент повинен отримати допуск до захисту роботи. Для цього він виконує наведені далі завдання.

1. Подати викладачеві роздрукований звіт, що складається з титульного аркуша (див. додаток), **виконаних завдань** та **висновків**. Звіт має бути оформлений у текстовому редакторі MS Word. Текст набирається шрифтом Times New Roman, 14 pt, вирівнювання за шириною, формат сторінки А4, книжка, абзацний відступ 10 мм, поля 20 мм з кожного боку. Додавання формул за допомогою Microsoft Equation. Усі таблиці та рисунки мають бути підписані.

При введенні будь-яких даних у MS Excel необхідно підписувати їх належним чином. Усі таблиці мають бути вставлені з MS Excel як таблиці та відформатовані згідно із зазначеними вище вимогами. Не допускається вставка таблиць як зображення.

2. Відкрити на комп'ютері документ з виконаним завданням для перевірки.

3. Відповісти на всі питання стосовно виконаної роботи.

Контрольні питання

1. Що може бути аргументом функції MS Excel?
2. У чому полягає завдання чисельного інтегрування?
3. Поясніть геометричний сенс інтегралу.
4. У яких випадках застосовують чисельне інтегрування?
5. Як виконати введення формули для елементів масиву?
6. Поясніть особливості обчислення методом Сімпсона.
7. Поясніть особливості обчислення методом трапецій.
8. Які є способи для введення функцій у MS Excel?
9. Якими способами можна переглянути зміст формул у комірці?

Список рекомендованої літератури

1. Коцаренко В.А. Інженерні розрахунки в середовищі Excel: електронний навч. посібник /В.А. Коцаренко, В.А. Іванов, Л.В. Соловей [Електронний ресурс] – Харків: НТУ «Харківський політехнічний інститут», 2016. – 89 с.
2. Нелюбов В.О. Основи інформатики. Microsoft Word 2016: електронний навч. посіб. /В.О. Нелюбов, О.С. Куруца [Електронний ресурс] – Ужгород: ДВНЗ УжНУ, 2018. – 96 с.
3. Задачин В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.

Зразок титульного аркуша для лабораторних робіт

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Факультет інформаційних технологій
Кафедра безпеки інформації та телекомунікацій

Практична робота ІТ-5
**«Обчислення визначених інтегралів за допомогою чисельних методів
в MS Excel»**
Варіант № 1

Виконав: ст. гр. 125-23-1
Сидоренко Іван Петрович
Перевірив: асистент Олішевський І. Г.

Олішевський Ілля Геннадійович

**ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ
ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ В MS EXCEL**

**Методичні рекомендації
до виконання практичної роботи ІТ-5
з дисципліни «Інформаційні технології»
для здобувачів ступеня бакалавра
спеціальності 125 Кібербезпека та захист інформації**

В авторській редакції

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»
49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19.